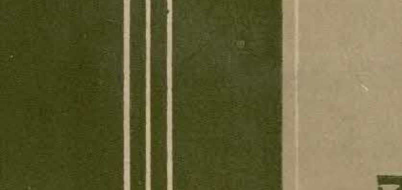
শিক্ষা ও মনোবৈজ্ঞানিক পরিমাপ বিধি

অমিয় কুমার বসু



সেন্ট্রাল লাইব্রেরী

শিক্ষা ও মনোবৈজ্ঞানিক পরিমাপ বিধি

(METHODS ON EDUCATIONAL AND PSYCHOLOGICAL MEASUREMENT)

[কলিকাতা বিশ্ববিদ্যালয়, উত্তরবঙ্গ বিশ্ববিদ্যালয়, কল্যাণী বিশ্ববিদ্যালয়,
বর্ধমান বিশ্ববিদ্যালয় এবং বিদ্যাসাগর বিশ্ববিদ্যালয়ের স্নাতক
(পাশ ও অনার্স) ও স্নাতকোত্তর (শিক্ষাতত্ত্ব ও
মনোবিজ্ঞান) এবং বি. এড. পাঠক্রম
অনুসারে লিখিত পাঠ্যপুস্তক]

ডঃ অমিয়কুমার বসু, এম. এস. সি. (মনোবিজ্ঞান), এম. এস. সি.
(শিক্ষা), পি. এইচ. ডি., এম. আই. সি. পি. (ইউ. এস. এ.)
স্নাতকোত্তর শিক্ষা বিভাগের রীডার, ফলিত মনো-
বিজ্ঞান ও সমাজতত্ত্বের প্রাক্তন লেকচারার
এবং স্নাতকোত্তর শিক্ষা বিভাগের
প্রাক্তন বিভাগীয় প্রধান,
কলিকাতা বিশ্ববিদ্যালয়

প্রথম প্রকাশ : জুলাই ১৯৮৯

সেণ্ট্রাল লাইব্রেরী
১৫/৩, শ্যামাচরণ দে স্ট্রীট
কলিকাতা - ৭৩

প্রকাশক :
শ্রীসুধীরচন্দ্র রায়
সেণ্ট্রাল লাইব্রেরী
১৫/৩ শ্যামাচরণ দে স্ট্রীট
কলিকাতা—৭০০ ০৭৩

প্রথম প্রকাশ : জুলাই ১৯৮৯

মূল্য : পঁয়ষট্টি টাকা মাত্র

মুদ্রাকর :
শ্রীনিমাইকুমার ঘোষ
দি ভোলানাথ প্রিন্টিং ওয়ার্কস
২০৯/এ বিধান সরণী
কলিকাতা—৭০০ ০০৬

উৎসর্গ

পশ্চিমবঙ্গ সরকারের অধীনস্থ ২৪ পরগণা জেলার প্রাক্তন সহকারী বিদ্যালয় পরিদর্শক এবং হালতু হাইস্কুলের অবসরপ্রাপ্ত প্রধান শিক্ষক আমার পরম পূজনীয় পিতৃদেব প্রয়াত পণ্ডিত পাবন বসুর স্মৃতির উদ্দেশ্যে শ্রদ্ধাবনত চিত্তে এই পুস্তকখানি উৎসর্গ করিলাম।

গ্রন্থকার

● ভূমিকা ●

বহু প্রাচীন কাল থেকে মানুষ পরিমাপ কার্য এবং পরিমাপ সম্পর্কিত এককগুলির প্রয়োগ সম্পন্ন করে আসছে। কিন্তু এক স্বতন্ত্র বিজ্ঞান হিসাবে, সুবিন্যস্ত গবেষণা-মূলক দৃষ্টিকোণ থেকে, পরিমাপের ইতিহাস প্রায় একশত বছরের পুরাতন বলা যেতে পারে। মনোবিজ্ঞান, শিক্ষাতত্ত্ব বা সমাজতত্ত্বের ক্ষেত্রে বস্তুনিষ্ঠ বৈজ্ঞানিক প্রয়োগাত্মক প্রচেষ্টা বৃদ্ধির সংঙ্গে সংঙ্গে পরিমাপ এবং পরিমাপজনিত কাজের গুরুত্ব দিন দিন বেড়ে গেছে। সাধারণতঃ মানুষের আচরণ ধারাকে কেন্দ্র করে পরিমাপ কার্য সম্পন্ন করা হয়। মানুষের এই আচরণধারা আত্মনিষ্ঠ, অত্যন্ত সূক্ষ্ম, জটিল, অমূর্ত এবং নিরন্তর পরিবর্তনশীল হিসাবে বিবেচিত হয়ে থাকে। বৈজ্ঞানিক দৃষ্টিকোণ থেকে এই আচরণ-ধারা অনুশীলনের জন্য, বস্তুনিষ্ঠ এবং নির্ভরযোগ্য ভবিষ্যদ্বাণী প্রদান করার জন্য আধুনিক মনোবিজ্ঞান, শিক্ষাতত্ত্ব এবং সমাজতত্ত্বের ক্ষেত্রে পরিমাপ কার্যের আবশ্যকতা অপরিসীম।

বাংলাভাষাতে পরিমাপ এবং অভীক্ষায়ণ সম্বন্ধীয় প্রামাণ্য পুস্তক প্রায় নেই বললেই চলে। এই অভাব দূর করার জন্য এই ধরনের পুস্তক রচনা করা হয়েছে। এই পুস্তকের দু'টি দিক আছে—তাত্ত্বিক দিক এবং ব্যবহারিক দিক। তাত্ত্বিক অংশটি মূলতঃ নীতি-নির্ধারক এবং ব্যবহারিক অংশটি কৌশল-নিরূপক। একই পাঠ্য বইয়ের মধ্যে সামগ্রিকভাবে এই নীতি ও কৌশল সম্বন্ধে আলোচনা করা খুবই দুরূহ কাজ। এই প্রচেষ্টায় বেশীরভাগ ক্ষেত্রে যে কোন একটি দিক অবহেলিত হয়। এই অসুবিধা দূর করার জন্য যথাসাধ্য চেষ্টা করা হয়েছে।

কর্মজীবনে দীর্ঘ দিন যাবৎ শিক্ষাতত্ত্ব, ফলিত মনোবিজ্ঞান এবং কিছু দিন যাবৎ সমাজতত্ত্ব বিষয়ে পরিমাপ বিধি এবং পরিসংখ্যান বিধি শিক্ষার দায়িত্বে নিযুক্ত থাকার সুবাদে যতটুকু অভিজ্ঞতা সঞ্চয় হয়েছে তাকে মূলধন করে এই পুস্তকের বিষয়বস্তু যথেষ্ট হৃদয়গ্রাহী এবং বাস্তবোপযোগী করে উপস্থাপনার চেষ্টা করা হয়েছে। স্নাতক ও স্নাতকোত্তর শিক্ষাতত্ত্ব ও মনোবিজ্ঞান এবং বি. এড্. ছাত্র-ছাত্রীদের প্রয়োজনের দিকে লক্ষ্য রেখে এই পুস্তকের বিষয়বস্তু নির্বাচন করা হয়েছে।

প্রসঙ্গতঃ বলা যায় যে, পশ্চিমবঙ্গের বিভিন্ন বিশ্ববিদ্যালয়ের স্নাতক (পাশ) স্তরে প্রশ্নপত্র বাংলা এবং স্নাতক (অনার্স) ও স্নাতকোত্তর স্তরে প্রশ্নপত্র ইংরাজীতে রচনা করা হয় বলে এখানে উভয় ভাষাতে প্রতিটি গুরুত্বপূর্ণ শব্দ বা বিষয়ের ইংরাজী অনুবাদ এবং প্রশ্নমালায় প্রত্যেকটি প্রশ্নের ইংরাজী অনুবাদ সংযোগ করা হয়েছে।

পুস্তকটি ত্রুটিহীন করবার যথাসাধ্য চেষ্টা করা হয়েছে। তা সত্ত্বেও বেশ কিছু কিছু স্থানে কিছু কিছু ভুল থেকে গেছে। পুস্তকটির ভ্রম সংশোধনে, উৎকর্ষ বৃদ্ধিতে এবং পরিবর্তন বা পরিবর্ধনের জন্য শ্রদ্ধেয় অধ্যাপকমণ্ডলী ও ছাত্র-ছাত্রীদের নিকট হতে পরামর্শ পেলে বিশেষ বাধিত হবো।

পুস্তকটি রচনায় কলিকাতা বিশ্ববিদ্যালয়ের শিক্ষাতত্ত্ব, লাইব্রেরী সায়েন্স ও জারনালিজম্ বিষয়সমূহের প্রাক্তন ডীন, শিক্ষাতত্ত্ব বিভাগের অধ্যাপক এবং আমার শ্রদ্ধেয় শিক্ষক ডঃ গৌরবরণ কপাট, এম. এস. সি., পি. এইচ. ডি., বন্ধুবর ডঃ দেবাশিস পাল, এম. এস. সি. (ডবল), পি. এইচ. ডি., আমার কৃতী ছাত্র শ্রীঅরুণকুমার আচার্য, এম. এস. সি. (ডবল), এম. পি. ই., আমার সহধর্মিণী শ্রীমতী বাণী বসু, এম.এ., বি. এড., এবং অনুজপ্রতিম শ্রীজয়ন্তকুমার চট্টোপাধ্যায়—এঁদের সকলের কাছ থেকে যে প্রেরণা, পরামর্শ এবং সাহায্য পেয়েছি তার জন্য আমি কৃতজ্ঞ।

পরিশেষে পুস্তকটির প্রকাশনায় প্রকাশক শ্রীসুধীরচন্দ্র রায় এবং সেণ্ট্রাল লাইব্রেরীর কর্মীবৃন্দের অক্লান্ত পরিশ্রমের কথা সকৃতজ্ঞ অন্তরে স্মরণ করছি।

শিক্ষাতত্ত্ব ও শিক্ষক-শিক্ষণ বিভাগ,
কলিকাতা বিশ্ববিদ্যালয়, বিনীত
রথযাত্রা ১৩৯৬ গ্রন্থকার
ইং ৫ই জুলাই ১৯৮৯

সূচীপত্র

প্রথম ভাগ

বিষয় পৃষ্ঠা

বিষয় পৃষ্ঠা

দ্বিতীয় ভাগ

শিক্ষা ও মনোবৈজ্ঞানিক পরিমাপ বিধি

প্রথম ভাগ

(Seguin)। বাস্তবে দেখা যায় যে, তাঁরাই মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষায়ণের ভিত্তি-প্রস্তর সর্বপ্রথম স্থাপন করেন। প্রয়োগাত্মক প্রচেষ্টা এবং ব্যবহারিক অনুশীলনের মাধ্যমে তাঁরা মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষায়ণের ক্ষেত্রে স্বকীয় সিদ্ধান্তে উপনীত হতে সক্ষম হন।

ইসকুইরল (Esquiral : 1772-1840)

ইনিই সর্বপ্রথম ব্যক্তি যিনি মানসিক ন্যূনতা এবং মানসিক রোগের মধ্যে যে প্রভেদ বর্তমান তা নির্ণয় করেন। মানুষের মস্তিষ্কের আকার ও আকৃতির উপর ভিত্তি করে ইনিই সর্বপ্রথম বুদ্ধিগত দৌর্বল্য এবং স্বল্পবুদ্ধি সম্পন্ন ব্যক্তিদের শ্রেণীবিভাগে অগ্রসর হন, কিন্তু এ ক্ষেত্রে তাঁর পক্ষে সফলতা অর্জন করা সম্ভব হয় নি। পরবর্তীকালে বুদ্ধিগত দৌর্বল্য সম্পন্ন ছাত্রদের শ্রেণীবিভাগ করার উদ্দেশ্যে ইনি ভাষা ব্যবহারের আবশ্যকতা উপলব্ধি করেন। শুধু তাই নয়, তাঁর কাছে ভাষার প্রয়োগ দুর্বলবুদ্ধি ছাত্রদের বিভিন্ন স্তরগুলি বোঝার ক্ষেত্রে অত্যন্ত ফলপ্রদ বলে প্রমাণিত হওয়ায় ইনিই ভাষা ব্যবহারের ভিত্তিতে দুর্বলবুদ্ধি ছাত্রদের বিভিন্ন স্তরে ভাগ করতে সক্ষম হন। ইনি পরিসংখ্যানীয় পরিমাপের সাহায্যে বুদ্ধিগত দৌর্বল্যসম্পন্ন ছেলেদের সাধারণ স্তর থেকে জড়তা সম্ভূত নিম্নস্তর পর্যন্ত বিভিন্ন পর্যায়ে বিভক্ত করেন। যদিও উনি কোন একটি পদ্ধতি প্রয়োগের সাহায্যে বিভিন্ন প্রকারের বুদ্ধিগত দৌর্বল্যসম্পন্ন ছেলেদের শ্রেণীবিভাগে সচেষ্ট হন তথাপি পরিশেষে এই সিদ্ধান্তে উপনীত হন যে, ব্যক্তির বুদ্ধিস্তর কেবলমাত্র ভাষার মাধ্যমেই নির্ণয় করা সম্ভব। উনি ভাষার মাধ্যমে হীনবুদ্ধিসম্পন্ন ছেলেদের দুই শ্রেণীতে এবং জড়বুদ্ধিসম্পন্ন ছেলেদের তিন শ্রেণীতে বিভক্ত করতে সক্ষম হন। তাঁরই মতানুসারে উচ্চ শ্রেণীভুক্ত হীনবুদ্ধিসম্পন্ন ছেলেরা স্বাচ্ছন্দে যেমন কথ্য ভাষা ব্যবহার করতে পারে, ঠিক তেমনিভাবে বিভিন্ন শব্দ সমন্বিত কথ্য ভাষা ব্যবহার করা নিম্ন শ্রেণীভুক্ত হীনবুদ্ধিসম্পন্ন ছেলেদের পক্ষে অত্যন্ত কঠিন হয়ে পড়ে। এই দিক থেকে বলা যেতে পারে যে, সর্বোচ্চ শ্রেণীভুক্ত হীন জড়বুদ্ধি সম্পন্ন ছেলেরা কিছু শব্দ ও কথ্যভাষা প্রয়োগ করতে পারে, মধ্যশ্রেণীভুক্ত জড়বুদ্ধি সম্পন্ন ছেলেরা সোরগোল এবং হল্লা করতে পারে এবং নিম্নশ্রেণীভুক্ত জড়বুদ্ধি সম্পন্ন ছেলেরা (Low grade idiot) লেশমাত্র ভাষা ব্যবহার করতে পারে না। ইস্কুইরলের পরবর্তী অন্যান্য মনোবিজ্ঞানীরা বুদ্ধি বা মানসিক যোগ্যতা নির্ণয় করার ক্ষেত্রে ভাষার বিশেষ গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকার কথাও স্বীকার করেন।

সেগুইন (Seguin : 1812-80)

ইস্কুইরলের পরবর্তী ফরাসী দেশের মনোবিজ্ঞানী সেগুইনও বুদ্ধি দৌর্বল্যের উন্নতি সাধন হেতু বিশেষ গুরুত্বপূর্ণ কাজ করেছিলেন। বুদ্ধিগত দৌর্বল্য সম্পন্ন ছেলেদের প্রশিক্ষণ প্রদানে তাঁর কাজ বিশেষ স্মরণীয়। উনি বিশ্বাস করতেন যে, যদি বুদ্ধিগত দৌর্বল্যসম্পন্ন ছেলেদের যথোপযুক্তভাবে সাহায্য প্রদান করা যায় তাহলে তাদের আচার আচরণের মধ্যে পরিবর্তন আনা সম্ভব হয় এবং তাদের সংশোধনও সাধন করা

যায়। ইস্‌কুইরলের মত তিনিও জড়বুদ্ধি এবং হীনবুদ্ধির মধ্যে পার্থক্য স্পষ্টভাবে নির্ণয় করতে সক্ষম হন। তাছাড়া বুদ্ধিগত দৌর্বল্য সম্পন্ন এবং পিছিয়ে পড়া ছেলেদের মধ্যে যে পার্থক্য আছে তাও তিনি নির্ধারণ করেন। 1837 সালে ফরাসী দেশে তিনি এমন এক বিদ্যালয় সর্বপ্রথম স্থাপন করেন যেখানে বুদ্ধিগত দৌর্বল্য সম্পন্ন বালকদের শিক্ষা এবং প্রশিক্ষণ প্রদান করা সম্ভব হয়। তারপর 1848 সালে একই উদ্দেশ্যে তিনি আমেরিকায় এই ধরনের এক বিদ্যালয় প্রতিষ্ঠা করেন। তাঁর এই কাজ ঐ দেশে বিশেষভাবে প্রশংসিত হয় এবং তার ফলে তিনি বিশেষ উৎসাহলাভ করেন। তিনি তাঁর কাজের মাধ্যমে এই ধারণা লাভ করেন যে, বুদ্ধি দৌর্বল্যের মধ্যে পরিবর্তন আনা যায় না, কারণ বুদ্ধি দৌর্বল্য সঞ্জাত গলদ জন্ম সূত্রেই নির্ধারিত হয়। এতদসত্বেও বুদ্ধি দৌর্বল্যের তারতম্য নির্ণয় হেতু কতিপয় পদ্ধতি তিনি উদ্ভাবন করেন। নিজের প্রতিষ্ঠিত সংস্থায় বুদ্ধিগত দৌর্বল্য সম্পন্ন ছেলেদের প্রশিক্ষণের জন্য তিনি দুই ধরনের দৈহিক বিধি—সংবেদন প্রশিক্ষণ এবং শ্রেণী প্রশিক্ষণ-এর প্রচলন করেন। তিনি বুদ্ধি দৌর্বল্যের শ্রেণী বিভাগ করার জন্য এক অশাব্দিক এবং সম্পাদনমূলক বুদ্ধি পরিমাপের অভীক্ষা তৈরী করেন। তাঁর সৃষ্ট বুদ্ধি পরিমাপক অভীক্ষা—**সেগুইন ফর্ম বোর্ড অভীক্ষা**—নামে খ্যাত। এই অভীক্ষায় ব্যক্তি বিভিন্ন আকারের ঘুঁটি পারস্পরিক সম্বন্ধযুক্ত ছিদ্রের মধ্যে যত শীঘ্র সম্ভব সঠিকভাবে বসানোর চেষ্টা করে থাকে। নিম্ন-শ্রেণীভুক্ত বুদ্ধি সঞ্জাত দৌর্বল্যের মধ্যে পরিবর্তন সাধনের উদ্দেশ্যে তিনি সংবেদনাত্মক বিচার-বিবেচনা এবং পেশী নিয়ন্ত্রণের অভ্যাস শিখনের জন্য তাঁর সৃষ্ট অভীক্ষা বিশেষ ফলপ্রদ বলে অভিহিত করেন।

এই ধরনের মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষা তৈরীর কৃতিত্ব ইস্‌কুইরল এবং সেগুইন দাবী করতে পারেন। মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষায়ণের বিকাশের ধারা তরান্বিত করার জন্য তাঁরা যে ভাবে প্রচেষ্টা চালান তা অনুসরণ করে উনবিংশ শতাব্দীর প্রারম্ভ থেকে একই উদ্দেশ্যে বিশেষভাবে কাজ শুরু করা হয়।

উনবিংশ শতাব্দীর পরবর্তীকালের বিকাশ (1851-1900)

ইস্‌কুইরল এবং সেগুইন উনবিংশ শতাব্দীর প্রথম দিকে বুদ্ধি দৌর্বল্য সঞ্জাত সমস্যাবলী নিয়ে পরীক্ষা-নিরীক্ষা শুরু করেন। পরবর্তীকালে ওয়েবর (Weber), ফেকনর (Fechner), জোহান্‌স মুলর (Johans Müller), উইলিয়াম হেমিল্টন (Willium Hemilton), আলেক্‌জাণ্ডার ওয়েন (Alexander Wein) প্রভৃতি দার্শনিক ও মনোবিজ্ঞানীরা সেইসব সমস্যাবলীর বিভিন্ন দিক উন্মোচনের জন্য পরীক্ষা-নিরীক্ষা ক্ষেত্রের বিস্তার সাধন করেন এবং প্রয়োগাত্মক মনোবিজ্ঞানের সমৃদ্ধ সাধনে ব্রতী হন। তাঁদের প্রয়োগাত্মক কার্যধারা এবং অনুশীলনের জন্যেই মনোবৈজ্ঞানিক পরীক্ষণ ক্ষেত্রের বিশেষ ব্যাপ্তি সংঘটিত হয়। অন্যভাবে বলা যেতে পারে যে, উনবিংশ শতাব্দীর উত্তরার্ধে মনোবৈজ্ঞানিক পরীক্ষণ প্রয়োগাত্মক মনোবিজ্ঞানের উপর বিশেষ প্রভাব বিস্তার করে। তার ফলস্বরূপ মানসিক অভীক্ষায়ণের বিকাশ

সম্ভব হয় এবং তার সাথে সাথে মনোভৌতিক (Psycho-physical) কাজ শুরু হয়। 1879 সালে পরীক্ষণাত্মক মনোবিজ্ঞানের ক্ষেত্রে উলহেলম ভুণ্ড (Wilhelm Wundt) বীক্ষণাগারের কাজ শুরু করেন; তার ফলে পরীক্ষণের ক্ষেত্রে নিরীক্ষণ পদ্ধতির (Introspective method) গুরুত্ব বহুলাংশে হ্রাস পায় এবং মনোবৈজ্ঞানিক অনুসন্ধানের ক্ষেত্রে পরীক্ষা-নিরীক্ষার প্রভাব বিশেষভাবে বৃদ্ধি পায়। দর্শন (vision), শ্রবণ (audition), প্রতিক্রিয়াকাল (reaction-time) এবং মনোভৌতিক সমস্যাবলীর প্রয়োগাত্মক অনুশীলন এবং উপযুক্ত সমাধানের জন্য তিনি দৈহিক এবং অন্তর্দর্শন—এই দুই প্রকার বিধি প্রয়োগ করেন। কিন্তু ঐ সময়ে মনোবিজ্ঞানীরা অনুভব করতে লাগলেন যে, এমন কিছু পরিস্থিতি আছে যা এমনভাবে নিয়ন্ত্রণ করা যেতে পারে যাতে নিরীক্ষণ সম্ভব হয়। পরে ধীরে ধীরে তাঁরা সমস্ত পরিস্থিতি নিরীক্ষণের আবশ্যকতা অনুভব করেন। অবশ্য এই প্রকার নিরীক্ষণ শুধুমাত্র প্রয়োগ বিধির দ্বারাই সম্ভব হয়নি, পরীক্ষা-নিরীক্ষারও আবশ্যক হয়। এইজন্যই মনোবৈজ্ঞানিক পরীক্ষা-নিরীক্ষা করার ক্ষেত্রে বেশী পরিমাণে উৎসাহ পরিলক্ষিত হয়। এমনকি প্রয়োগাত্মক সমস্যাগুলির অনুশীলনের ক্ষেত্রেও অভীক্ষায়ণের ব্যাপকতা অনুভূত হয়। এইভাবে উনবিংশ শতাব্দীতে প্রয়োগাত্মক মনোবিজ্ঞানের বিকাশ ধারা মনোবৈজ্ঞানিক পরীক্ষা-নিরীক্ষার ব্যাপ্তির ক্ষেত্রে গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা গ্রহণ করল।

প্রসঙ্গক্রমে উল্লেখ করা যেতে পারে যে মনোবৈজ্ঞানিক পরীক্ষণের উচ্চ স্তরে পৌছান সম্ভব হয় ইংরাজ জীববিজ্ঞানী ফ্রান্সিস গাল্টনের (Francis Galton, 1822-1911) সহায়তায়। গাল্টন নিজের বংশানুক্রমিক পরিসংখ্যান অনুসন্ধান করতে গিয়ে ব্যক্তির বিশেষত্বগুলি পরিমাপের আবশ্যকতা অনুভব করেন। এই উদ্দেশ্য সাধনের জন্য 1884 সালে তিনি লণ্ডনে এক প্রয়োগশালা বা পরীক্ষাগার (Laboratory) স্থাপন করেন। এই পরীক্ষাগারে তিনি ব্যক্তির দৈহিক (physical) গুণাবলীর ভিত্তিতে ব্যক্তির পরিমাপের ব্যবস্থা করেন। দর্শন, শ্রবণ, স্নায়বিক প্রতিক্রিয়াকাল, পেশী প্রতিক্রিয়া এবং অন্যান্য সংবেদনাত্মক প্রতিক্রিয়ার উপর তিনি তাঁর গবেষণাগারে পরীক্ষণের কাজ পরিচালনা করেন। এই পরীক্ষণের মাধ্যমে তিনি এই সিদ্ধান্তে পৌছলেন যে, মানুষের জীবনে প্রতিক্ষেত্রে ব্যক্তি স্বাতন্ত্র (individual difference) দেখা যায়। ব্যক্তি স্বাতন্ত্রের স্বরূপ বোঝানোর জন্য তিনি সম্পূর্ণ জনসংখ্যা থেকে ৯৭৭ জন ব্যক্তি মনোনয়ন করে অনুসন্ধানের কাজ চালান এবং সর্বপ্রথম ব্যৈক্তিক ভিন্নতা সম্বন্ধে একটি সাধারণ সিদ্ধান্তে উপনীত হন যে ব্যক্তিতে ব্যক্তিতে পার্থক্য বর্তমান। ব্যক্তিক স্বাতন্ত্রের বিস্তৃত আলোচনা করার জন্য তিনি বিভিন্ন প্রকার মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষা—বুদ্ধি অভীক্ষা, অভিক্ষমতা অভীক্ষা এবং ব্যক্তিত্ব অভীক্ষা—রচনা করেন। তাঁর সৃষ্ট এই সব মৌলিক অভীক্ষাগুলির প্রয়োগ বর্তমানে পরিবর্ধিত রূপে মনোবৈজ্ঞানিক পরীক্ষা-নিরীক্ষার ক্ষেত্রে প্রচলিত রয়েছে। তাঁর প্রসিদ্ধ পরীক্ষণগুলির মধ্যে (১) গাল্টনবার (Galtan bar for visual discrimination of length), (২) গাল্টন হুইশেল (Galtan whistle for

determining the highest audible pitch), (৩) ভারের ক্রমিক সংপৃষ্ঠ স্তর বিন্যাস (Graduated series of weights for measuring kinaesthetic discrimination), (৪) শক্তি পরীক্ষণ এবং (৫) সংবেদনাত্মক পার্থক্য বোধসংক্রান্ত পরীক্ষণ বিশেষভাবে উল্লেখযোগ্য। গাল্টন একদিকে যেমন মানুষের উপর তাঁর এই পরীক্ষা-নিরীক্ষা প্রয়োগ করেন তেমন অপরদিকে তিনি পশুদের উপরও এই পরীক্ষা-নিরীক্ষা চালিয়েছিলেন। মানবেতর প্রাণীদের নিয়েও তিনি এই সব পরীক্ষা-নিরীক্ষা পরিচালনা করতে অপারগ হননি। তাঁর মতে ব্যক্তির বুদ্ধির পরিমাপ সংবেদনাত্মক পার্থক্য বোধ সংক্রান্ত পরীক্ষণের মাধ্যমে করা যায়। এই পরীক্ষায় তিনি আবার দেখিয়েছেন যে, যাদের বুদ্ধি কম তাদের সংবেদনাত্মক পার্থক্য বোধ প্রকাশের যোগ্যতা খুবই কম হয়, কিন্তু প্রখর বুদ্ধিসম্পন্ন ব্যক্তির ক্ষেত্রে এই যোগ্যতার প্রকাশ অধিক মাত্রায় দেখা যায়। তিনি বৈয্যক্তিক ভিন্নতা অনুশীলনের জন্যে পরিসংখ্যান মূলক বিধি প্রয়োগ করেন। পরবর্তীকালে দেখা যায় যে অভীক্ষা ও পরীক্ষা-নিরীক্ষা মূলক অনুসন্ধানের সুক্ষ্মতা নিরূপনের ক্ষেত্রে তাঁর প্রবর্তিত এই বিধি বিশেষ সার্থকতা লাভ করে।

গাল্টনের পরবর্তীকালে মনোবৈজ্ঞানিক পরীক্ষণের বিকাশ আমেরিকান মনোবিজ্ঞানী জেমস মেক্‌ডিন কেট্টলের (James Mekdin Cattell, 1860—1944) উল্লেখযোগ্য অবদানের ফলে বিশেষভাবে সম্ভব হয়েছিল। ভূণ্ড দ্বারা প্রতিপাদিত প্রয়োগাত্মক স্থান কেট্টল তাঁর কাজের মধ্য দিয়ে স্বীকৃতি দিয়েছিলেন। পরীক্ষণের ক্ষেত্রে তিনি ব্যক্তিগত ভিন্নতা অনুসন্ধান ও অনুশীলনের ব্যবস্থা করেন। তিনি প্রতিক্রিয়া কালে ব্যক্তিগত-ভিন্নতা সম্পর্কিত সমস্যাবলী নিয়ে যে পরীক্ষা-নিরীক্ষা করেন তার ফলস্বরূপ ডক্টরেট ডিগ্রীতে ভূষিত হন। গাল্টনের সহযোগিতায় তিনি ব্যক্তিগত ভিন্নতা সম্পর্কিত সমস্যাবলী নিয়ে গুরুত্বপূর্ণ কাজ করেন, বিভিন্ন মনোবৈজ্ঞানিক পরীক্ষাগার স্থাপন করেন এবং পরীক্ষণের প্রসারের জন্য সক্রিয় ভূমিকা গ্রহণ করেন। 1890 সালে তিনি একটি রচনা প্রকাশ করেন এবং 'মানসিক পরীক্ষণ' কিভাবে করা সম্ভব বিষয়টি সর্বপ্রথম ঐ রচনায় আলোচিত হয়। এই প্রকাশিত রচনায় তিনি পরীক্ষণের সূচনার এক বিবরণ দেন এবং তাঁর এই বিবরণ থেকে কলেজ স্তর পর্য্যন্ত ছাত্রদের বুদ্ধি বিন্যাসের রকম ফের সম্বন্ধে তথ্য আহরণ করা সম্ভব হয়। তাঁর লিপিবদ্ধ বিবরণে তিনি স্মৃতি, কল্পনা, দর্শন, শ্রবণ, রঙের-প্রাথমিকতা (Primary colour), ভার প্রত্যক্ষীকরণ, পীড়া (pain), সংবেদন সম্পর্কিত পরীক্ষণের উল্লেখ করেন। এই সমস্ত পরীক্ষণের স্বরূপ ও প্রকৃতি তিনি বিশদভাবে প্রকাশ করেন। গাল্টনের পদ্ধতি তিনি এমনভাবে আয়ত্ব করেন যা তাঁকে সংবেদনের ভেদাভেদ অনুধাবনের পরীক্ষণ এবং প্রতিক্রিয়া কাল নির্ণয়ের মাধ্যমে বৌদ্ধিক কাজের পরিমাপ সম্ভব করে তুলতে সাহায্য করে। অন্য ধরনের কাজের ক্ষেত্রে তিনি তাত্ত্বিক ও গাণিতিক সম্বন্ধীয় পরীক্ষণের প্রচলন করেন। উনবিংশ শতাব্দীর শেষ দশকে কেট্টল (Cattell) পরীক্ষণ ও অভীক্ষায়ণের ক্ষেত্রে যে এক বিশেষ পরিমাপ সূচীর সূচনা

করেন তা বিংশ শতাব্দীর মনোবৈজ্ঞানিক পরিমাপ বিধির নির্ধারক হিসাবে বিবেচিত হয়ে থাকে।

গাল্টন ও কেটলের কার্যাবলীর উপর ভিত্তি করে 1892 সালে জ্যাষ্ট্র (Jastrow) দৃষ্টি, ত্বক, স্মৃতি এবং প্রতিক্রিয়া কাল সম্বন্ধীয় সমস্যাবলী অধ্যয়ন হেতু বিভিন্ন পরীক্ষণ বিধি রচনা করার চেষ্টা করেন। 1897 সালে গিলবার্ট (Gilbert) সংবেদনা, পেশী সঞ্চালন প্রতিক্রিয়া কাল, স্মৃতি এবং সমস্যা সমাধান সম্পর্কিত গ্রহণশীলতা সম্বন্ধীয় ভিন্ন ভিন্ন পরীক্ষণ প্রয়োগ করেন। এই সময় থেকে ইউরোপের মনোবিজ্ঞানীরা জটিল সমস্যাবলী উদ্ঘাটনের কাজ করার জন্য এক কর্মসূচী তৈরী করেন। ক্রেপলিনও (Kraepelin) পরীক্ষণের জন্য এমন এক কর্মসূচী তৈরী করেন যার মাধ্যমে কোন ব্যক্তির বিশেষত্বগুলি পরিমাপ করা সম্ভব হয়। তিনি অভ্যাস, স্মৃতি এবং অবসাদের প্রভাব নির্ণয় করার জন্য কিছু কিছু পরীক্ষণের কার্যসূচীও তৈরী করেন। কিছুদিন পরে তাঁর শিষ্য এহর্ণ (Ochrn) নিজের মনোবৈজ্ঞানিক গবেষণামূলক কাজের জন্য প্রত্যক্ষীকরণ, স্মৃতি-সাহচর্য এবং গতিক্রিয়াত্মক পরীক্ষণের কর্মসূচী রচনা করেন। জার্মান মনোবিজ্ঞানী এবিংহাস (Ebbinghaus) ছেলেদের কার্য সম্পাদন ক্ষমতা জানার জন্য গাণিতিক গণনা, স্মৃতি ও বাক্যপূর্তি পরীক্ষণসূচী তৈরী করেন। ইটালিয়ন মনোবিজ্ঞানী ফেরারী (Ferrari) ব্যাধিগ্রস্থ ব্যক্তিদের নিয়ে যে মনোবৈজ্ঞানিক অনুসন্ধানের কাজ করেন তার ফলাফলের মধ্য দিয়ে নিজের মতামতের প্রকাশ ঘটান।

এইভাবে উনবিংশ শতাব্দীর শেষ পর্য্যন্ত পরিমাপক বিষয়ক মনোবৈজ্ঞানিক পরীক্ষণের সামান্য বিকাশ ঘটে থাকে। বস্তুতঃ বিভিন্ন প্রকার গবেষণামূলক কাজের মধ্য দিয়ে মনোবৈজ্ঞানিক পরীক্ষণের বিশেষ প্রকাশ ও বিকাশ বিংশ শতাব্দীতেই ব্যাপকভাবে পরিলক্ষিত হয়।

বিংশ-শতাব্দী—প্রথম বিশ্বযুদ্ধ পর্য্যন্ত বিকাশের ধারা (1901—1917)

বাস্তবে বিংশ শতাব্দীর প্রাক্কালে যে প্রথম বিশ্বযুদ্ধ সংঘটিত হয় সেই যুদ্ধকালীন সময়ে বুদ্ধি অভীক্ষা মনোবৈজ্ঞানিক পরীক্ষণের ক্ষেত্রে একটি নির্দিষ্ট স্থান লাভ করে। যদিও আজ পর্য্যন্ত অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি পরীক্ষণ, ব্যক্তিত্ব পরীক্ষণ এবং আগ্রহ পরীক্ষণের জন্য বিভিন্ন প্রকার অভীক্ষা বিধি তৈরী করার কাজ প্রায় সম্পূর্ণ হয় তথাপি ব্যাপক গবেষণামূলক কাজ বুদ্ধি পরিমাপের ক্ষেত্রেই বিশেষভাবে লক্ষ্য করা যায়। ঐ যুদ্ধকালীন সময়েই বুদ্ধি দৌর্বল্য সম্পর্কিত সমস্যাবলী নিয়ে ভাবনা-চিন্তা শুরু করা হয় এবং কিভাবে এই সমস্যাবলীর সার্থক সমাধান সম্ভবপর হয় ঐ সময় থেকেই সে বিষয়ে বিশেষভাবে নজর দেওয়া হয়। তার ফলস্বরূপ আলফ্রেড বিনে (Alfred Binet) সর্বপ্রথম 1905 সালে বুদ্ধি অভীক্ষা রচনা করেন। এই অভীক্ষার মুখ্য উদ্দেশ্য হ'ল প্যারিসে ঐ সময়ে যে সব বালক পড়াশুনা করত তাদের মধ্যে থেকে বুদ্ধি দৌর্বল্যজনিত বালকদের নির্দিষ্ট করা। এই পরীক্ষণের অন্তর্নিহিত সিদ্ধান্ত হ'ল মানসিক ক্ষমতার ভিন্নতা সম্বন্ধে ধারণা লাভ করা এবং প্রখরতা ও জড়তার মধ্যে যে পার্থক্য বর্তমান

তার স্পষ্ট স্বরূপ উদঘাটন করা। পরবর্তীকালে 1908 সালে বিনে সাইমনের (Binet-Simon) সহযোগিতায় নিজের সৃষ্ট 1905 সালের বুদ্ধি অভীক্ষার সংশোধন করেন। এই বছরেই থর্নডাইকের (Thorndike) শিষ্য ষ্টোন (Stone) গাণিতিক যুক্তি তর্কের মাধ্যমে সর্বপ্রথম বুদ্ধি-সম্পর্কিত মানসিক পরিমাপক সূচক (বুদ্ধ্যঙ্ক) পরীক্ষণের মাধ্যমে প্রকাশিত করেন। 1909 সালে ই. এল. থর্নডাইক (E. L. Thorndike) নিজে বালকদের 'হস্তলেখা' (handwriting) পারদর্শিকতা পরিমাপের অভীক্ষা আদর্শায়িত করে প্রকাশ করেন। 1911 সালে বিনে নিজে তাঁর 'বুদ্ধি অভীক্ষা'র (Intelligence Test) শেষ সংশোধন সাধন করেন। তিনি এই সংশোধন করতে গিয়ে অন্যান্য মনোবৈজ্ঞানিকদের বুদ্ধি সম্পর্কিত পরীক্ষণ সঞ্জাত মতামতের উপর বিশেষ গুরুত্ব আরোপ করেন। 1913 সালে জার্মান মনোবিজ্ঞানী বোবরটাগা (Bobertaga) 'বিনে-সাইমন'-এর তৈরী বুদ্ধি অভীক্ষার সংশোধন ঘটান জার্মান ভাষায়। এক বছর পরে 1914 সালে সর্বপ্রথম আগ্রহ সম্পর্কিত আগ্রহ পরিমাপক সূচী 'কার্ণীগে ইন্সটিটিয়ুট অফ্‌ টেকনলজী' (Carnegie Institute of Technology) তে তৈরী করা হয়। এই বছরেই মুন্সটরবর্গ (Münsterberg) টেলিফোনে কর্মরত মেয়েদের এবং মোটর গাড়ীর কাজে লিপ্ত কর্মচারীদের নিয়ে পরীক্ষা-নিরীক্ষা করার উদ্দেশ্যে অভিক্ষমতা (aptitude) পরিমাপের অভীক্ষা তৈরী করেন। 1915 সালে সীশোর (Seashore) সংগীত সম্বন্ধীয় অভীক্ষা রচনা করেন। তার এক বছর পরে আমেরিকান মনোবিজ্ঞানী টার্মান (Terman) বিনে-সাইমন কৃত বুদ্ধি অভীক্ষার সর্বপ্রথম সংশোধন করেন স্ট্যানফোর্ড বিশ্ববিদ্যালয়ে (Stanford University) বসে এবং এই সংশোধনের নাম ঐ বিশ্ববিদ্যালয়ের নাম অনুসারে '1916 ষ্ট্যানফোর্ড রিভিশন' রূপে অভিহিত করেন। 1917 সালে প্রথম বিশ্বযুদ্ধের সময়ে সামরিক ব্যক্তিদের বুদ্ধি পরিমাপের আবশ্যকতার ফলস্বরূপ আমেরিকান মনোবিজ্ঞানী সমিতির আর. এম. ইয়াকিজের (R. M. Yeskes) পরিচালনায় আর্মী আল্‌ফা (Army Alpha) এবং আর্মী বিটা (Army Beta) নামে দুটি বুদ্ধি অভীক্ষার সৃষ্টি হয়। এই দুটি অভীক্ষা ঐ সময়ে আমেরিকার সেনাবাহিনীতে সৈন্য এবং অফিসার নিয়োগের পরীক্ষার মাধ্যম হিসাবে ব্যবহার করা হ'ত। পূর্ববর্তী আলোচনার পরিপ্রেক্ষিতে বেশ স্পষ্টভাবে বোঝা যায় যে, প্রথম বিশ্বযুদ্ধ চলাকালীন সময়ের মধ্যেই সব রকমের মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার সৃষ্টি হয় এবং ঐ সময় থেকেই বুদ্ধি পরিমাপক অভীক্ষার বিকাশ অত্যন্ত দ্রুত গতিতে ঘটতে থাকে।

বিংশ শতাব্দী—দ্বিতীয় বিশ্বযুদ্ধ পর্যন্ত বিকাশ (1918—1946)

বিংশ শতাব্দীতে প্রথম বিশ্বযুদ্ধের অবসান হওয়ার মধ্যেই কেবলমাত্র বুদ্ধি অভীক্ষার সমুচিত বিকাশ সাধিত হয়েছিল। কিন্তু বাস্তবিকরূপে প্রথম বিশ্বযুদ্ধ থেকে শুরু করে দ্বিতীয় বিশ্বযুদ্ধের অবসানকালীন সময়ের মধ্যেই সম্ভব হয়েছিল সকলপ্রকার অভীক্ষা সম্পর্কিত মনোবৈজ্ঞানিক পরীক্ষণের বিকাশ। এই 30 বছরের মধ্যেই

বিভিন্ন প্রকার অভীক্ষার নির্মাণ ব্যাপকভাবে সংঘটিত হয়েছিল। বিভিন্ন দেশে মনোবিজ্ঞানীরা বুদ্ধি, অর্জিত জ্ঞান-বিষয়ক উপলব্ধি, অভিক্ষমতা, ব্যক্তিত্ব, গুণ, আগ্রহ অভিরুচি, মূল্যবোধ প্রভৃতি পরিমাপের উদ্দেশ্যে অধিক সংখ্যায় মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষাসমূহ সৃষ্টি করেন। যদিও স্বল্প পরিসরে সমস্ত প্রকার অভীক্ষার উল্লেখ করা প্রায় অসম্ভব, তথাপি প্রধান প্রধান অভীক্ষাগুলির স্বরূপ উন্মোচনের জন্য কিভাবে অভীক্ষাগুলির বিকাশ হয়েছিল সে সম্বন্ধে এখন আলোচনা করা যেতে পারে।

প্রথম বিশ্বযুদ্ধের পরে 1918 সালে স্টেনকুইস্ট (Stenquist) অভিক্ষমতা পরিমাপের জন্য যান্ত্রিক যোগ্যতা অভীক্ষা (Mechanical Ability Test) তৈরী করেন। এই বছরেই ব্যক্তিত্ব পরিমাপের জন্য রবার্ট এস্. উডওয়ার্থ (Robert S. Woodworth) সৈনিকদের সংবেদনাত্মক অস্থিরতা নির্ণয় করার উদ্দেশ্য 'ব্যক্তিত্ব প্রদত্ত নির্ধারণ সূচী' (Personality Data Sheet) রচনা করেন। 1919 সালে প্রেসী (Pressy) সংবেগাত্মকতা পরিমাপের জন্য 'X—O' অভীক্ষা ('X—O' Test) নির্মাণ করেন৷ এবং এই অভীক্ষার সাহায্যে সংবেদনশীলতা পরিমাপ করা যায়।

1919-20 শিক্ষাবর্ষে আমেরিকায় কার্নেগী ইনষ্টিটিউট টেকনলজীতে (Carnegie Institute of Technology) এক আলোচনাচক্রের ব্যবস্থা করা হয়। সেখানে এক হাজার পদযুক্ত আগ্রহসূচী তৈরী করা হয়। এই আগ্রহসূচীর মাধ্যমে 30 বৎসর বয়স্ক পর্যন্ত ব্যক্তিদের বিভিন্ন আগ্রহ পরিমাপ করা যায়। এক বছর পরে 1921 সালে মুর (Moore) ইঞ্জিনীয়ারিং পেশায় নিযুক্ত ব্যক্তিদের যান্ত্রিক এবং সামাজিক আগ্রহ পরিমাপের জন্য একটি আগ্রহ অভীক্ষা রচনা করেন। পরবর্তীকালে 1922 সালে ইংলণ্ডে প্রফেসর বার্ট (Burt) ঐ দেশের সংস্কৃতি এবং ঐতিহ্য অনুসারে বিনে-সাইমন কৃত বুদ্ধি অভীক্ষার সংশোধন করেন এবং 'লণ্ডন সংশোধন' (London Revision) নামে অভিহিত করে অভীক্ষাটি প্রকাশ করেন।

1924 সালে প্রসিদ্ধ 'পোর্টিস মেজ অভীক্ষা' (Porteus Maze Test) কর্ম সম্পাদন বুদ্ধি পরিমাপক অভীক্ষারূপে তৈরী করা হয়। ঐ বছরেই কেরানীর কাজে নিযুক্ত ব্যক্তিদের পরীক্ষার উদ্দেশ্যে অভিক্ষমতা (aptitude) পরিমাপের অভীক্ষা প্রকাশ করা হয়। কিন্তু ঐ বছরে আগ্রহ পরিমাপের ক্ষেত্রেই সবচেয়ে বড় কাজ করা হয়। ফ্রেড, (Freyd), রিম, ক্রেগ, বাটিলওয়ার্থ এবং কাউডরী প্রমুখ মনোবিজ্ঞানীরা বিভিন্ন প্রকার আগ্রহ সম্পর্কিতসূচী ঐ বছরেই তৈরী করেন। 1925 সালে মেক্-কুইরী (Macquarrie) অভিক্ষমতা পরিমাপের জন্য যান্ত্রিক যোগ্যতা অভীক্ষা (Test of Mechanical Ability) প্রস্তুত করেন। পরের বৎসর 1926 সালে ওকনর (O'Conner) অংগুলী নিপুণতা (Finger dexterity) অভীক্ষা এবং হস্তশ্রম নিপুণতা (Manual dexterity) অভীক্ষা তৈরী করে অভিক্ষমতা পরিমাপের বিকাশধারার ক্ষেত্রে বিশেষ গুরুত্ব আরোপ করেন। এই বছরে য়ুংগ (Jung) এর ব্যক্তিত্ব পরিমাপের অভীক্ষার উপর ভিত্তি করে ফ্রেড (Freyd) এবং হেডব্রেডের (Heidbreder) অন্তর্মুখী-বহির্মুখী অভীক্ষা সর্বপ্রথম রচনা করেন। 1927 সালে

কার্ণহাঁসর (Karnhasar) সাধারণ আগ্রহ পরিমাপের জন্য এক আগ্রহসূচী প্রস্তুত করেন। এই বছরেই মিনিসোটা (Minnesota) বিশ্ববিদ্যালয়ে পেটরসন (Paterson) কার্ণীগে আগ্রহ সূচী সংশোধন করে এক নূতন আগ্রহ সূচী 'মিনিসোটা ব্যবসায়িক আগ্রহ সূচী' তৈরী করেন। কিন্তু আগ্রহ পরিমাপের ক্ষেত্রে সবচেয়ে উল্লেখযোগ্য কাজ 1927 সালেই করা হয়েছিল। এই সময়ে ষ্টংগ (Strong) বিশ্বপ্রচলিত ব্যবসায়িক আগ্রহ সূচী তৈরী করেন। বর্তমান কালে এই সূচীর ব্যবহারিক গুরুত্ব মনোবিজ্ঞানী, শিক্ষাবিদ এবং অনুসন্ধানকারীদের দ্বারা বিশেষভাবে স্বীকৃত হয়। এই বছরে সর্বপ্রথম অভিবৃত্তি (attitude) পরিমাপ বিধির প্রবর্তন করা হয়। 1927 সালে থার্ষ্টন (Thurston) তাঁর প্রসিদ্ধ যুগ্ম তুলনাত্মক বিধির (Method of Comparative Judgement) প্রস্তাবনা করেন। 1828 সালে হুর্বাড (Hubbard) মিনিসোটা আগ্রহ সূচীর সংশোধন করেন। অলর্পোট (Allport) এবং অলর্পোট (Allport) 'প্রতিপত্তি—অধীনতা' অভীক্ষা (Ascendance—Submission test) রচনা করেন। দু'বৎসর বাদে 1929 সালে থাস্ট্ন (Thurston) চেবের (Chave) সহযোগিতায় অভিবৃত্তি পরিমাপের জন্য বিশ্বপ্রসিদ্ধ 'সমদৃষ্ট অন্তর বিধির' (Method of Equal appearing interval) বিকাশ সাধন করেন। 1930 সালে মিনিসোটা স্থান সম্বন্ধীয় (Spatial relation) অভীক্ষা এবং ষ্ট্যানফোর্ড (Stanford) বৈজ্ঞানিক অভিক্ষমতা অভীক্ষা (Scientific aptitude Test) তৈরী করা হয়। শুধু তাই নয় এই বছরেই অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি পরিমাপের বিকাশ কিভাবে সাধন করা যায় তার গুরুত্বপূর্ণ অনুসন্ধানমূলক কাজ করা হয়। টেলর (Taylor) তাঁর নির্দেশনায় আট বছর ধরে বিভিন্ন উদ্দেশ্য পরিমাপের জন্য যে পরীক্ষা নিরীক্ষা করেন তার ফলাফলের ভিত্তিতে অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষার বিকাশ সাধন করা সম্ভব হয়। এই সময় পর্যান্ত অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি পরিমাপ সম্বন্ধীয় যে সমস্ত অভীক্ষা তৈরী এবং প্রকাশ করা হয় সেই সব অভীক্ষার উল্লেখ ওডেল (Odell) তাঁর রচিত পুস্তকে 1930 সালে প্রকাশ করেন। এই একই বছরে থার্ষ্টন এবং থার্ষ্টন স্নায়ুদৌর্বল্য প্রবৃত্তির স্বরূপ উদ্ঘাটনের জন্য ব্যক্তিত্ব অনুসূচী (Personality Sehedule) প্রস্তুত করেন। এই ভাবে বিংশ শতাব্দীর একদশকের মধ্যে প্রায় সবরকমের মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার বিকাশ পর্য্যাপ্ত পরিমাণে হয়েছিল।

কিন্তু বিংশ শতাব্দীর চতুর্থ দশকেই মনোবৈজ্ঞানিক ক্ষেত্রে গুরুত্বপূর্ণ বিষয়ে বিভিন্ন অভীক্ষা তৈরী করা হয়। এই সময় পর্যন্ত (1931—1940) ব্যক্তিত্ব পরিমাপ সম্পর্কিত অভীক্ষা সমূহের বিকাশের জন্য বিশেষ উৎসাহ লক্ষ্য করা যায়। কয়েক প্রকার ব্যক্তিত্ব সূচী এবং প্রক্ষেপী প্রবিধি (Projective techique) তৈরী করা হয় এবং মান মূল্যায়নও নির্ধারণ করা হয়। 1931 সালে রোজর্স (Rogas) প্রারম্ভিক বিদ্যালয়ের ছোট ছেলেমেয়েদের উপযোগী সর্বপ্রথম অভিযোজন সূচী (Adjustment Inventory) প্রস্তুত করেন। 1932 সালে লিকঁড (Likart) অভিবৃত্তি পরিমাপের জন্য সবচেয়ে সোজা এবং বহুপ্রচলিত 'যোগমূল্য নির্ধারণ প্রবিধি'

(Method of summated rating) প্রস্তুত করেন। এর পরের বছরে 1933 সালে বর্ণরিটার (Bernreuter) 125 পদসম্বলিত এক 'ব্যক্তিত্ব সূচী' (Personality Inventory) তৈরী করেন এবং তার সাহায্যে ব্যক্তিত্বের ছটি সংলক্ষণ পরিমাপ করা সম্ভব হয়। প্রায় এক বছর বাদে 1934 সালে বেল (Bell) এক 'অভিযোজন-সূচী' (Adjustmet Inventory) তৈরী করেন এবং তার সাহায্যে পাঁচটি ভিন্ন ক্ষেত্রে ব্যক্তির অভিযোজন ক্ষমতা পরিমাপ করা হয়। আজ পর্যন্ত এই দুইটি ব্যক্তিত্ব-সূচীর প্রয়োগ বহুল পরিমাণে করা হয়ে থাকে। 1935 সালে বুদ্ধি পরিমাপের ক্ষেত্রে কর্ম-নিষ্পাদন (Performance) পরীক্ষণে শৃঙ্খলা আনার জন্য পিণ্ডর ও পেটারসন (Pinder and Paterson) নিজেদের তৈরী অভীক্ষা সংযোজন করে কর্মনিষ্পাদন অভীক্ষার বিকাশ সাধনে সাহায্য করেন। এই বছরেই মর্গন এবং মারে (Morgan and Murray) বিশ্ববিখ্যাত প্রক্ষেপী প্রবিধি টি. এ. টি (T. A. T) প্রস্তুত করেন। এই প্রবিধির সাহায্যে 31 প্রকারের ব্যক্তিত্বের সংলক্ষণ পরিমাপ করা যায়। 1936 সালে মাড্‌সলে (Maudslay) এক 'ব্যক্তিত্ব-সূচী' তৈরী করে 'অন্তর্মুখী—বহির্মুখী' সংলক্ষণ পরিমাপ করেন। 1937 সালে দ্বিতীয় প্রসিদ্ধ প্রক্ষেপী প্রবিধি (Projective technique) রচনা করে 'রঁসা ইঙ্ক ব্লট' (Rorschach Ink Blot) নামে অভিহিত করেন হরমন রঁসা (Hermann Rorschach)। ঐ একই সময়ে টারম্যান (Terman) মেরীলের (Merrill) সহযোগিতায় তাঁর তৈরী বুদ্ধি অভীক্ষার সংশোধন করেন এবং 1937 সালের 'স্টান্‌ফোর্ড রিভিসন' নামে অভীক্ষাটি প্রসিদ্ধি লাভ করে। অভীক্ষাটি আবার 'টারম্যান-মেরীল-স্ট্যান্‌ফোর্ড সংশোধন' (Terman Merrill Stanford Revision) নামে খ্যাত। শুধু তাই নয়, ব্যবসায়িক আগ্রহ জানা এবং নির্দ্দেশনা প্রদান করার জন্য বালর এবং প্রেসলে একটি আগ্রহ সূচী রচনা করেন। ঠিক এক বৎসর বাদে পরিমাপের ক্ষেত্রে দুটি অত্যন্ত প্রসিদ্ধ বুদ্ধি এবং আগ্রহ অভীক্ষার সৃষ্টি করা হয়। এই বছরেই সফীর (Soffir) অভিবৃত্তি (attitude) পরিমাপের জন্য 'ক্রমবদ্ধ অন্তরবিধি' (Method of Successive Interval) রচনা করেন। 1938 সালে রেভেন (Raven) প্রসিদ্ধ 'প্রোগ্রেসিভ ম্যাট্রিক্স' (Progressive Matrix) বুদ্ধি অভীক্ষা এবং কুডর (Kuder) পছন্দ তালিকাযুক্ত (Preference Record) আগ্রহ অভীক্ষা প্রকাশ করেন। একই বছরে থার্ষ্টন (Thurston) প্রারম্ভিক মানসিক যোগ্যতা (Primary Mental Ability) অভীক্ষা প্রয়োগ করেন। আমেরিকার অভীক্ষায়ণ ব্যুরোতে (American Testing Bureau) এই বছরেই অনেক অর্জিত জ্ঞানবিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষা (Achievement Test) তৈরী করা হয়। এই ভাবে 1938 সালে কিছু কিছু প্রসিদ্ধ অভীক্ষার প্রকাশ ঘটে। মানমূল্যায়ন নির্ধারিত অর্জিত জ্ঞান-বিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষাগুলির উপযোগিতার ফলস্বরূপ অভীক্ষাগুলির প্রগতি দ্রুতভাবে ঘটতে থাকে এবং এই কারণে 1939 সালে বিভিন্ন বিশেষ বিষয়ের জন্য অর্জিত জ্ঞান-বিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষা (Achievement Test)

রচনা করা হয়। এইগুলির মধ্যে গেটসের (Gates) 'বাচন তৎপরতা' অভীক্ষা (Reading Readiness Test), দলগত 'নৈদানিক অর্জিত জ্ঞান-বিষয়ক উপলব্ধি' অভীক্ষা এবং রাইটস্টোনের সামাজিক অধ্যয়নে জটিল চিন্তন সম্পর্কিত অভীক্ষা (Wrightstone Test of Critical Thinking in Social Study) বিশেষভাবে উল্লেখযোগ্য। 1939 সালে প্রসিদ্ধ ব্যক্তিত্ব পরিমাপ সূচী 'কালিফোর্নিয়া ব্যক্তিত্ব' অভীক্ষা (California Personality Inventory) রচনা করে ব্যক্তিগত এবং সামাজিক ক্ষেত্রে ব্যক্তির অসঙ্গতি নির্ধারণ করার চেষ্টা করা হয়। এর পরের বছর 1940 সালে হাথাওয়ে এবং কিনলে (Hathaway and M.C. Kinley) 'মিনিসোটা বহুপক্ষীয় ব্যক্তিত্ব সূচী' (Minnisota Multiphasic Personality Inventory) তৈরী করেন। এই আলোচনা থেকে স্পষ্টভাবে বোঝা যায় যে, বিংশ শতাব্দীর চতুর্থ দশকে ব্যক্তিত্ব পরিমাপক অভীক্ষাগুলির বিকাশ বিশেষভাবে সম্ভব হয়েছিল। এই দশকেই বিশ্ব প্রসিদ্ধ এবং আধুনিক সময়ে প্রয়োগ উপযোগী সমস্ত প্রকারের ব্যক্তিত্ব পরিমাপক অভীক্ষাগুলি প্রকাশ পায়।

তার পরে বিংশ শতাব্দীর পঞ্চম দশকেও কিছু কিছু অভীক্ষা রচনার কাজ সম্পন্ন করা হয়। 1941 সালে সংশোধিত মিনিসোটা 'পেপার ফর্ম বোর্ড' অভীক্ষা (Minnesota Paper Form Board Test), 1942 সালে ডারলে এবং মেক্নামারা (Darley and McNamara) মিনিসোটা 'ব্যক্তিত্ব মাপনি' (Minnesota Personality Scale), 1943 সালে লে এবং থার্পে (Lee and Thrope) 'ব্যবসায়িক আগ্রহ সূচী' (Occupational Interest Inventory), 1944 সালে কর্ণল (Cornell) 'ব্যক্তিত্ব সূচী' (Personality Inventory) প্রমুখ অভীক্ষাগুলি রচনা করা হয়। 1946 সালে দ্বিতীয় বিশ্বযুদ্ধের সময়ে প্রসিদ্ধ দলগত বুদ্ধি অভীক্ষা—আর্মি ক্লাসিফিকেশন টেষ্ট (Army Classification Test) সামরিক বাহিনীতে সৈনিক ভর্তি করার জন্য তৈরী করা হয়। এই বছরেই অভিবৃত্তি (attitude) পরিমাপের জন্য এক নতুন পদ্ধতি গটম্যান (Guttman) প্রস্তুত করেন। তাঁর রচিত বিধি 'স্কেলোগ্রাম' (Scalogram Method) নামে খ্যাত। আবার 1946 সালে মানসিক রোগীদের সম্বন্ধে অনুসন্ধান কাজের জন্য সিপলে এবং উস্কে (Shifley and Ouske) এক 'ব্যক্তিত্ব সূচী' (Personality Inventory) তৈরী করেন। এইভাবে দেখা যায় যে, প্রথম বিশ্বযুদ্ধ থেকে শুরু করে দ্বিতীয় বিশ্বযুদ্ধ পর্যন্ত প্রতি বছরেই অতি দ্রুত গতিতে মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষাগুলি তৈরী করা হয়। অন্যভাবে বলা যায় যে, এমন সময় ছিল যখন ব্যক্তির প্রতিটি ক্ষেত্রে মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার আবশ্যকতা বাস্তবিকভাবে অনুভূত হয়েছিল।

বিংশ শতাব্দী—দ্বিতীয় বিশ্বযুদ্ধের পরবর্তীকালে বিকাশ (1947—1975)

দ্বিতীয় বিশ্বযুদ্ধের পরবর্তীকালে মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষাগুলি অত্যন্ত দ্রুততার সঙ্গে তৈরী করা হয়। প্রায় প্রতিদিনই নতুন নতুন অভীক্ষা তৈরী করার চেষ্টা

করা হয়। এই সময় পর্যন্ত অভীক্ষা তৈরীর ক্ষেত্রে সামগ্রিকভাবে অগ্রগতি লক্ষ্য করা হয়েছিল। 1947 সাল এবং তার পরবর্তী সময়ে অভিক্ষমতা (aptitude) পরিমাপের ক্ষেত্রে এক বিশেষ তৎপরতা লক্ষ্য করা যায়। এই সময় পর্যন্ত এস. আর. এ. যান্ত্রিক অভিক্ষমতা অভীক্ষা (S. R. A. Mechanical aptitude Test), বিনেট যান্ত্রিক তুলনাত্মক অভীক্ষা (Bennett Test of Mechanical Comparison), ভেদবোধতা অভিক্ষমতা অভীক্ষা (Defferential Aptitude Test), সাধারণ অভিক্ষমতা অভীক্ষামালা (General Aptitude Test), মিনিসোটা লিপিক অভীক্ষা (Minnesota Clarical Test), সাধারণ লিপিক অভীক্ষা (General Clarical Test), ফ্লানাগন অভিক্ষমতা-শ্রেণীবিন্যাস অভীক্ষা (Flanagon Aptitude Classification Test) বিশেষভাবে তৈরী করা হয়। এই বছরেই উদ্যোগীদের সাহায্যের জন্য জরগেন্‌সেন (Jurgensen) একটি 'শ্রেণীবিন্যাস সূচী' (Classification Inventory) রচনা করেন। 1948 সালে গিলফোর্ড (Guilford), শ্নীডম্যান (Shneidman) এবং জিমারম্যান (Zimmerman) আগ্রহ সার্ভে (Interest Survay) এবং এডওয়ার্ডস ও কিলপ্যাট্রিক (Edwards and Kilpatrick) ভেদবোধতা মাপনি বিধি (Method of scale discrimination) তৈরী করেন। এক বছর পরে 1949 সালে একটি নতুন বৈ্যক্তিক বুদ্ধি অভীক্ষা প্রস্তুত করা হয়। 1949 সালে ওয়েশলর (Wechsler) 5 বছর থেকে 15 বছর পর্যন্ত ছেলেমেয়েদের বুদ্ধি পরিমাপের জন্য একটি মিশ্রিত ধরনের বুদ্ধি অভীক্ষা তৈরী করেন এবং এই অভিক্ষায় শাব্দিক এবং কর্মনিষ্পাদন দুই প্রকার পদের সংযোজন করা হয়। এই বছরেই উপাদান (factor) বিশ্লেষণের উপর ভিত্তি করে দুটি প্রসিদ্ধ ব্যক্তিত্ব-সূচী—গিলফোর্ড জিমারম্যান (Guilford—Zimmerman) 'মেজাজ সার্ভে' (Temperament Survey) এবং 'থার্স্টন মেজাজ অনুসূচী' (Thurstone temperament schedule) তৈরী করা হয়। এই দুটি অভীক্ষার সাহায্যে ব্যক্তির বিভিন্ন মানসিক সংলক্ষণগুলি পরিমাপ করা যায়। এই বছরে রেমর্স (Remmers) এবং তাঁর সহযোগীরা যুবকদের সমস্যাবলী অনুসন্ধানের জন্য দুটি পর্যবেক্ষণ সূচী 'এস. আর. এ. জুনিয়র সূচী' (S. R. A. Junior Inventory) এবং 'এস. আর. এ. যুবক সূচী' (S. R. A. Youth Inventory) রচনা করেন। তারপর 1950 সালে মুনে এবং গর্ডন (Mune and Gordan) একটি 'সমস্যা পর্যবেক্ষণ সূচী' এবং মাসলো (Maslaw) 'সুরক্ষা-অসুরক্ষা সূচী' (Security-Insecurity Inventory) তৈরী করেন।

বিংশ শতাব্দীর ছয় দশকে অভীক্ষাবলীর পর্যাপ্তরূপে বিকাশ ঘটে। 1953 সালে বেরদী এবং লেটন (Berdie and Layton) উচ্চ বিদ্যালয়ের ছাত্রদের পরামর্শ (Counselling) প্রদান করার জন্য 'মিনিসোটা পরামর্শ সূচী' (Minnesota Counselling Inventory) রচনা করেন। এই বছরেই টেলর (Taylor) 'মিনিসোটা বহু উদ্দেশীয় ব্যক্তিত্ব সূচী'র (Minnesota Multiphasic Personality

Inventory) বিষয়বস্তুর উপর ভিত্তি করে ব্যক্তিত্বের একটি দিক পরিমাপের জন্য 'এংগজাইটি মাপনি' (Personality scale of manisfest anxiety) রচনা করেন। এই সময়ে গর্ডন (Gordon) দুটি সংক্ষিপ্ত ব্যক্তিত্ব সূচী—'গর্ডন ব্যক্তিত্ব পরিচ্ছেদিকা' (Gorden personality profile) এবং 'গর্ডন ব্যক্তিত্ব সূচী' (Gordan Personality Inventory) তৈরী করেন। 1954 সালে রেমণ্ড বি. কেটল (Remond B. cattell) 'ব্যক্তিত্ব উপাদান অভীক্ষা' (Personality Factor Test) প্রস্তুত করেন। 1955 সালে তিনি 'স্নায়ুদৌর্বল্য ব্যক্তিত্ব অভীক্ষা' (Neurotic Personality Factor Test) রচনা করেন। ঐ একই সালে ওয়েশলর (Wechsler) বয়স্কদের জন্য বুদ্ধি অভীক্ষা তৈরী করে বুদ্ধি পরিমাপের জগতে এক অমূল্য অবদান রেখে যান। 1956 সালে আর. বি. কেটলের (R. B. Cattell) 'ষোল ব্যক্তিত্ব উপাদান প্রশ্নাবলী' (Sixteen personality factor questionnaire), গাউশের (Goush) 'কালিফোর্ণিয়া মনোবৈজ্ঞানিক সূচী' (California Psychological Inventory) এবং 'আয়োআ মৌলিক কৌশল' (Iowa basic skills) সম্পর্কিত অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষা (Achievement Test) রচনা করা হয়। 1957 সালে অন্য দুটি অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষা—কালিফোরনিয়া অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক অভীক্ষা (California Achievement Test) এবং এস. আর. এ. উপলব্ধি অনুক্রম (S. R. A. Achievement Series) তৈরী করা হয়। তার পরের বৎসর 1958 সালে 'শিক্ষাগত অগ্রগতি সম্পর্কিত অনুক্রমিক অভীক্ষা' (Sequential test of educational progress) রচিত হয়। 1959 সালে 'মেট্রপোলিটন অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষা' (Metropoliton Achievement Test) নামে একটি প্রসিদ্ধ এবং প্রচলিত অভীক্ষা প্রকাশিত হয়। এই বছরেই মারের (Murray) ব্যক্তিত্ব পরিমাপক সিদ্ধান্তের উপর ভিত্তি করে সর্বপ্রথম 'ব্যক্তিত্ব সূচী' (Personality Inventory) এডওয়ার্ড (Edward) তৈরী করেন। এই সূচী 'ব্যক্তিগত পছন্দ অনুসূচী' (Personal preference schedule) নামে খ্যাত। 1960 সালে প্রসিদ্ধ স্ট্যানফোর্ড সংশোধনের তৃতীয় এবং শেষ সংস্করণ প্রকাশিত হয়। এই বছরেই পোর্টার (Porter) কেটলের (Cattell) সহযোগিতায় 'বালক ব্যক্তিত্ব প্রশ্নাবলী' (Children personality questionnaire) তৈরী করেন। আইজিংকের (Eysenck) 'মাডসলে ব্যক্তিত্ব সূচী' (Mandsley Personality Inventory) এই বছরেই প্রকাশ পায়।

এইভাবে বিংশ শতাব্দীর সপ্তম এবং অর্ধ অষ্টম দশকে (1961—1975) অনেক প্রকারের অভীক্ষা তৈরী এবং মান মূল্যায়নিকরণের কাজ সম্পন্ন করা হয়। এই সময়েই নতুন নতুন সমস্যাবলী উৎপত্তির ফলস্বরূপ অনেক প্রকারের নতুন অভীক্ষা তৈরী করার উৎসাহ দেখা যায়। যদিও সবরকমের অভীক্ষাগুলির উল্লেখ করা এই অল্প পরিসরে প্রায় অসম্ভব, তথাপি প্রসংগত কিছু কিছু বিশেষ ধরনের বহু প্রচলিত অভীক্ষা, ইসাহারা রং অন্ধতা অভীক্ষা (Ishahara Colour Blindness Test), শৈলের রং

পিরামিড অভীক্ষা (Colour Pyramid Test), শেরটরের বহু অভিক্ষমতা অভীক্ষা, য়ার্ন-এর ডক্টরেটী অভীক্ষা, ব্যক্তিত্ব-সম্বন্ধীয় সমষ্টিগত (Group) চল-চিত্র অভীক্ষা, আর্থরের কর্মনিষ্পাদন সম্পর্কিত বিন্দুমাপনি (Arthur's point scale of performance test), গোসল ডেভলপমেণ্টল সিডুল, ওয়েশলারের (Wechsler) বুদ্ধির প্রাথমিক মাপনি, বেণ্ডর গেস্টাণ্ট টেস্ট (Bender gestalt test), গোল্ডষ্টিন অমূর্ত চিন্তন অভীক্ষা, বিমলৌণ্ড সামাজিক পরিপক্কতা মাপনি, ওয়েশলার স্মৃতি মাপনি (Wechsler Memory Scale), ওম্নিবাস ব্যক্তিত্ব সূচী (Omnibus Personality Inventory), মোরের যন্ত্র বিদ্যা এবং ভৌত বিজ্ঞান বিষয়ক অভিক্ষমতা অভীক্ষা (Moor's Engineering and Physical Science Aptitude Test), কর্টনের বহু অভিক্ষমতা অভীক্ষা (Curton Multiple Aptitude Test), রেমণ্ড বি. কেট্টলের শিশুদের জন্য বুদ্ধি মাপনি (Remond B. Cattell Intelligence Scale for Children), সংস্কৃতি মুক্ত বুদ্ধি মাপনি (Culture Free Intelligence Scale)—

মাপনি (Scale) I (4 থেকে 8 বৎসর পর্যন্ত),
মাপনি (Scale) II (8 থেকে 15 বৎসর পর্যন্ত),
মাপনি (Scale) III (15 বৎসর থেকে অধিক)।

জুনিয়র এবং সিনিয়র হাই স্কুল ব্যক্তিত্ব প্রশ্নাবলী (H. S P. Q.), অভিপ্রেরণাত্মক বিশ্লেষণ অভীক্ষা (M. A. T.), উদ্বেগাত্মক মাপনি প্রশ্নাবলী (A. S. Q.), স্নায়ু দৌর্বল্য মাপনি প্রশ্নাবলী (N. S. Q.), ব্যক্তিত্বের রসবোধ অভীক্ষা (Humour Test of Personality), প্রারম্ভিক হাইস্কুল ব্যক্তিত্ব প্রশ্নাবলী (Early High School personality Questionnaire), কণ্টাক ব্যক্তিত্ব উপাদান-সম্বন্ধীয় অভীক্ষা (Contact Personality Factor Test), ষোল ব্যক্তিত্ব উপাদান-সম্বন্ধীয় প্রশ্নাবলী (16 P. F. Questionnaire) প্রভৃতির উল্লেখ এখানে আবশ্যক বলে মনে হওয়ায় লিপিবদ্ধ করা হল।

এইভাবে মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষাবলীর ঐতিহাসিক বিকাশ প্রমাণ করে যে, আজ বিশ্বের প্রায় সব দেশেই মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষাগুলির গুরুত্ব বিশেষভাবে স্বীকৃতিলাভ করেছে। সুতরাং বিভিন্ন সংস্কৃতি, ভাষা, অল্প বয়সের ছোট ছেলেমেয়ে, স্ত্রী-পুরুষ নির্বিশেষে সব বয়সের ব্যক্তি এবং নিরক্ষর ব্যক্তিদের নিয়ে মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষা রচনা করা হচ্ছে। একথা অবশ্য স্বীকার করা যায় যে, আধুনিক মনোবিজ্ঞান বুদ্ধি এবং ব্যক্তিত্বের কিছু কিছু সীমিত অংশ পরিমাপের জন্য অগ্রসর হচ্ছে। আধুনিক মনোবিজ্ঞানী, সমাজ বিজ্ঞানী এবং গবেষণামূলক কাজে নিযুক্ত ব্যক্তিবর্গ নৈরাশ্য (Frustration), উদ্বেগ (Anxiety), সৃজনাত্মকতা (Creativity), আকাংখা স্তর (Level of Aspiration), বিভিন্ন চাহিদা (Needs), অভিপ্রেরণ (Motivation), আত্মপ্রত্যয় এবং প্রকাশন (Self Concept and Disclosure), বিভিন্ন বিদ্যালয় বিষয়ে বস্তুনিষ্ঠ (Objective) এবং নৈদানিক (Diagnostic) অভীক্ষাসমূহ শিক্ষাবিষয়ক পরিস্থিতিতে বিভিন্ন দিকের পরিমাপের জন্য, সামাজিক কর্ম

কৌশলে মানুষের ব্যক্তিগত এবং দলগত আচরণ পরিমাপের জন্য অভীক্ষাগুলির সাহায্য আবশ্যিকভাবে নিয়ে থাকেন। বর্তমান পরিস্থিতি এমন যে আজ আমরা মানুষের আচরণ ধারার পরিমাপ সামাজিক, শিক্ষামূলক এমনকি প্রয়োগাত্মক যে কোন বিষয়েই হোক না কেন—করার জন্য অভীক্ষাগুলির ব্যাপক প্রয়োগ করতে শুরু করেছি। জীবনের এমন কোন ক্ষেত্র নেই যেখানে এই সব অভীক্ষাগুলির প্রয়োগ করা যায় না। এমন দিনের বেশী দেরী নেই যেদিন মনোমিতিবিদরা (psychometricians) মানুষের সব রকমের আচরণ ধারা পরিমাপ করার সাফল্য সার্থকভাবে অর্জন করবে।

প্রাসঙ্গিক গ্রন্থ নির্দেশিকা

Anastasi, N. (1983) : Psychological Testing. New York : Macmillan Publishing Co. Inc.

Boring, E. G. (1969) : History of Experimental Psychology, New York : Appleton-Century-Crofts, Inc.

Harris, C. W. (1960) : Encyclopaedia of Educational Research. New York : Macmillan.

Freeman, F. S. (1965) : Theory and Practice of Psychological Testing. New Delhi : Oxford & I B H Publishing Co.

Udai, Parak and Rao. T. Venkateswara (1974) : Handbook of Psychological and Social Instruments. Good Companions, Baroda (India).

দ্বিতীয় পরিচ্ছেদ

মনোবৈজ্ঞানিক পরিমাপ —পর্যালোচনা
Review of Psychological Measurement

পরিমাপ – জীবনের একটি আবশ্যকতা

আধুনিক জ্ঞান-বিজ্ঞানের ভিন্ন-ভিন্ন বিশিষ্ট ক্ষেত্র থেকে শুরু করে জনসাধারণের দৈনন্দিন জীবনের বিভিন্ন সাধারণ ক্ষেত্র পর্যন্ত নানান ধরনের ব্যক্তিবর্গের কাছে পরিমাপের ব্যবহারিক আবশ্যকতার গুরুত্ব সমানভাবে স্বীকৃতিলাভ করেছে। অত্যন্ত প্রাচীন কাল থেকেই মানুষ বিভিন্ন কঠিন, তরল এবং বায়বীয় পদার্থের অথবা সময় প্রমুখ অমূর্ত বিষয়গুলির পরিমাপের জন্য বিভিন্ন ধরনের মানদণ্ড প্রয়োগ করায় অভ্যস্ত। আধুনিক প্রগতির সঙ্গে সঙ্গে স্থূলের বিভিন্ন উপকরণ এবং বিষয়াবলীর পরিমাপ সূক্ষ্ম এবং বিমূর্ত মানবীয় আচরণ, ভাবনাচিন্তা এবং সামাজিক প্রয়োজনের সঙ্গে সম্পর্ক রেখে কি উপায় সঠিকভাবে করা যায় তার জন্য সমাজের বিভিন্ন স্তরে নিরন্তর প্রয়াস দিন দিন বেড়ে যাওয়ার প্রবণতা তীব্রভাবে লক্ষ্য করা যাচ্ছে। জন্ম থেকে মৃত্যু পর্যন্ত মানুষ নিজের জীবন এবং ব্যবহারের বিভিন্ন দিকের মূল্যায়নের জন্য পরিমাপ ক্রিয়ার প্রয়োগ নিরন্তর চালিয়ে যাচ্ছে। শিশুর জন্ম সময় নির্ধারণ, ওজনের পরিমাপ, কম কিম্বা অধিক মাত্রায় অথবা মাপাঙ্কিত বোতলে তাকে দুধ খাওয়ানো, তার কাপড় জামার মাপ, ভার, উচ্চতা প্রমুখ শারীরিক বিকাশের পরিমাপ, প্রবৃত্তি, মনোযোগ, শিখন এবং স্মরণ প্রক্রিয়া, বৌদ্ধিক যোগ্যতা, সৃজনশীলতা, সদ্ভাব, সামাজিকতা, উদারতা প্রভৃতি ব্যক্তিত্বের বিভিন্ন তথ্যের পরিমাপ থেকে শুরু করে আকাশের গ্রহ নক্ষত্রের গতি, অন্তরীক্ষ যাত্রা সম্বন্ধীয় বিভিন্ন অত্যন্ত সূক্ষ্ম এবং জটিল সমস্যাবলী পরিমাপ করা পর্য্যন্ত—জীবন, আচরণধারা, জ্ঞান-বিজ্ঞান প্রমুখ প্রায় সমস্ত ক্ষেত্রে পরিমাপ ক্রিয়ার প্রয়োগ করা হয়। সময় মাপার জন্য ঘণ্টা, মিনিট, সেকেণ্ড, মিলিসেকেণ্ড, ভার মাপার জন্য কিলোগ্রাম, দূরত্ব মাপার জন্য কিলোমিটার, মিলিমিটার, সেন্টিমিটার, তাপমাপার জন্য ডিগ্রী, ভৌগোলিক স্থিতি মাপার জন্য অক্ষাংশ-দেশান্তর, বৈদ্যুতিক শক্তি মাপার জন্য ভোল্ট; শক্তি মাপার জন্য অশ্বশক্তি (হর্স-পাওয়ার); ধন মাপার জন্য টাকা, পয়সা, পাউণ্ড, শিলিং, দীনার, ডলার প্রমুখ মাপার মূল্যাঙ্কগুলি প্রয়োগ করা হয়। এমন কি ব্যক্তির চরিত্র এবং আচরণও বিভিন্ন আদর্শের (যুক্তি যুক্ত সিদ্ধান্তের) তুলনামূলক পর্য্যালোচনার পরিপ্রেক্ষিতে পরিমাপ করা যায়।

পরিমাপের ঐতিহাসিক এবং দার্শনিক অভিবিন্যাস

যদিও অত্যন্ত প্রাচীন কাল থেকে মানুষ বিভিন্ন প্রকারের পরিমাপ ক্রিয়ার মূল্যাঙ্কগুলি কোন না কোন ভাবে প্রয়োগ করে আসছে তথাপি একটি স্বতন্ত্র বিজ্ঞানের

পরিপ্রেক্ষিতে নির্দিষ্ট অধ্যয়নের দৃষ্টিকোণ থেকে পরিমাপের ইতিহাস বস্তুতঃ একশত বছরের পুরোণ বলে অভিহিত করা যেতে পারে। প্রায় 1850 সাল পর্যন্ত মনোবিজ্ঞানের স্বরূপ মুখ্যতঃ চিন্তনপ্রধান দার্শনিক এবং অপ্রয়োগাত্মক কর্ম-প্রক্রিয়ার মাধ্যমে উদ্‌ঘাটনের চেষ্টা করা হত। সেই সময়ের বিচার বিবেচনার ফলে এইরূপ ধারণা হয়েছিল যে ব্যক্তির আচরণ ধারার বিভিন্ন দিক এবং মানসিক প্রক্রিয়াগুলি মাত্রাত্মক ভাবে পরিমাপ করা যেতে পারে না। কিন্তু বিভিন্ন জ্ঞানেন্দ্রিয় এবং তাদের পারস্পরিক ক্রিয়া-প্রক্রিয়ার যে সব সম্বন্ধ প্রাণীর আচরণ ধারার মধ্যে দেখা যায় বিভিন্ন শারীরতত্ত্ববিদ (Physiologists) এবং ভৌত শাস্ত্রীয়বিদরা (Physicists) প্রয়োগাত্মক পদ্ধতির সাহায্যে সেই সমস্যাগুলির অধ্যয়ন এবং পরিমাপ সম্পন্ন করতে সক্ষম হয়েছিলেন। তাঁরা সংবেদনাত্মক পার্থক্য এবং সরল মৌলিক প্রতিক্রিয়ার গতির উপর ভিত্তি করে ব্যক্তির যোগ্যতার পরিমাপ করেন। পরবর্তীকালে মনোবিজ্ঞান ধীরে ধীরে ভৌত বিজ্ঞান এবং জীব বিজ্ঞানের দ্বারা প্রভাবিত হয়। তার ফলস্বরূপ 1900 সাল থেকে মনোবিজ্ঞান স্বয়ং এক স্বতন্ত্র বিজ্ঞানরূপে প্রকাশ পায়। মনোবিজ্ঞান স্বতন্ত্র বিজ্ঞানরূপে বিবেচিত হওয়ার সঙ্গে সঙ্গে দার্শনিক চিন্তাভাবনার সাথে তার বিরোধ সৃষ্টি হয় এবং জীববিজ্ঞানের প্রেরণায় উদ্‌বুদ্ধ হয়ে মনোবিজ্ঞানীরা প্রয়োগাত্মক পদ্ধতির উপর গুরুত্ব আরোপ করতে থাকে। প্রয়োগাত্মক পদ্ধতি ব্যবহারের সঙ্গে সঙ্গে মনোবিজ্ঞানে বিভিন্ন মানবীয় আচরণ এবং মানসিক ক্রিয়া-প্রক্রিয়াগুলির পরিমাপের বিকাশের উপর নিম্নলিখিত তিনটি তত্ত্ব এবং সমস্যাবলীর বিশেষ প্রভাব পড়ে।

পরিমাপ সম্পর্কীয় সমস্যাবলী

॥ এক ॥ শারীরতাত্ত্বিক এবং প্রয়োগাত্মক মনোবিজ্ঞান সম্বন্ধীয় সমস্যাবলী—

ঊনবিংশ শতাব্দীর পূর্বার্দ্ধে জার্মানী এবং অন্যান্য দেশে শারীরতত্ত্ববিদ এবং মনোবিজ্ঞানীদের দৃষ্টি প্রয়োগাত্মক এবং শারীর বৃত্তিয় মনোবিজ্ঞানের ক্ষেত্রে সক্রিয়ভাবে অনুসন্ধান করার প্রতি আকৃষ্ট হয়। তাঁদের আগ্রহ ইন্দ্রিয়গুলির ব্যবচ্ছেদিক ক্রিয়ার (operations) প্রতি জাগ্রত হয়। তাঁরা দৃষ্টি ও শ্রবণ প্রমুখ বিভিন্ন ইন্দ্রিয়াত্মক সংবেদনগুলির বিস্তারিত পর্যালোচনা করেন এবং সাধারণ ক্রিয়াত্মক প্রতিক্রিয়াগুলির প্রত্যুত্তর সমূহের গতি পরিমাপ সম্পর্কিত অনুসন্ধানের কাজ পরিচালনা করেন। তাঁদের কাজের ফলস্বরূপ 1877 সালে ভুণ্ড (Wundt) বর্তমানে পূর্বজার্মানীর অন্তর্গত লাইপজিক (Leipzig) বিশ্ববিদ্যালয়ে পরীক্ষা-নিরীক্ষার জন্য সর্ব প্রথম মনোবৈজ্ঞানিক প্রয়োগশালা (Laboratory) স্থাপন করেন। শুরুতে প্রয়োগাত্মক মনোবিজ্ঞানের অন্তর্গত কেবল ঐসব প্রতিক্রয়াগুলির পরিমাপ করা সম্ভব হত। তাদের পারস্পরিক সম্পর্ক নির্ণয় করা হত শারীরিক গঠন এবং শারীরবৃত্তের পরিপ্রেক্ষিতে। দৃষ্টি, শ্রবণ, চিন্তা, সংবেগ, প্রত্যুত্তর গতি প্রমুখের পরিমাপ উদাহরণার্থে উল্লেখযোগ্য। কিন্তু ধীরে ধীরে বিজ্ঞানীদের অনুসন্ধান মনোবৈজ্ঞানিক বিষয়াবলী যেমন প্রত্যক্ষীকরণ, শেখার ভাষা,

জটিল মানসিক প্রতিক্রিয়া সময় (reaction time) পরিমাপের প্রতি আকর্ষিত হতে শুরু করে। তার ফলে মনোভৌতিক (Psychophysics) ক্ষেত্রের গুরুত্ব বিশেষভাবে বৃদ্ধি পায় এবং মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষা বিষয়ক পরিমাপ উৎসাহ লাভ করে। এই সব শারীরিক এবং প্রয়োগাত্মক সমস্যাবলীর কারণ নির্ণয় করার জন্য মনোবৈজ্ঞানিক পরিমাপের গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা বিশেষভাবে স্বীকৃতি লাভ করে থাকে।

॥ দুই ॥ **চার্লস ডারউইনের (Charles Darwin) বিবর্তনবাদ (Theory of Evolution) এবং ব্যক্তিগত পার্থক্য সম্পর্কিত সমস্যাবলী**—চার্লস ডারউনের বিবর্তনবাদ সম্পর্কিত বিচারধারা পরিমাপের সমস্যাবলীর উপর বিশেষভাবে গুরুত্ব আরোপ করে। 1859 সালে ডারউইন 'Origin of Species' নামে একটি গ্রন্থ প্রকাশ করেন। ঐ গ্রন্থে তিনি মানুষের জীবনের বিবর্তন সম্বন্ধে নিজের সিদ্ধান্ত লিপিবদ্ধ করেন। তাঁর আলোচনার মূল প্রতিপাদ্য বিষয় হ'ল সমজাতীয় সদস্যদের গুণাবলীর বিচলন নিজেদের মধ্যে ঘটে থাকে। অর্থাৎ সমজাতীয় ব্যক্তিদের মধ্যে বৈ্যক্তিক ভিন্নতা দেখা যায়। তারপরে ডারউইনের কার্যধারা ইংলণ্ডে বিশেষ উৎসাহের সৃষ্টি করে এবং তাঁর গবেষণামূলক পর্যালোচনা মানুষের বিবর্তিত সম্বন্ধ নির্ণয় করার ক্ষেত্রে বিশেষ উপযোগী রূপে বিবেচিত হয়। ডারউনের কাজে প্রভাবিত হয়ে গাল্টন (Galton), কেট্টল (Cattell) প্রভৃতি মনোবিজ্ঞানীদের আগ্রহ বৈ্যক্তিক ভিন্নতা অনুশীলন করার জন্য জাগ্রত হয়। তাঁরা ভৌতিক (Physical) এবং মানসিক (Mental) বিশেষত্বগুলির উপর ভিত্তি করে বৈক্তিক ভিন্নতা অনুশীলনের জন্য মানসিক অভীক্ষা তৈরী করেন। তাছাড়া নিজেদের অনুশীলনে পরিসংখ্যানমূলক বিধি (Statistical Method) প্রয়োগ করার আবশ্যকতাও অনুভব করেন। সুতরাং মনোবৈজ্ঞানিক পরিমাপের অগ্রগতি এবং বিস্তার হওয়ার মূলে যে বৈ্যক্তিক ভিন্নতা সম্পর্কিত বিচারধারার গুরুত্বপূর্ণ প্রভাব বর্তমান তা কোনভাবেই অস্বীকার করা যায় না।

॥ তিন ॥ **অনভিযোজিত এবং বিচ্যুত (deviates) ব্যক্তিদের চিকিৎসা সংক্রান্ত সমস্যাবলী**—অনভিযোজিত, অবিকশিত এবং বিচ্যুত ব্যক্তিদের চিকিৎসার জন্য মনোবৈজ্ঞানিক পরিমাপে সমস্যার সৃষ্টি হয়। অবিকশিত ব্যক্তিবর্গ অর্থাৎ সাধারণ ব্যবহারিক জীবনে সফলতাপূর্বক কাজ করায় অসমর্থ—অল্প বুদ্ধি, বুদ্ধিদৌর্বল্য, হীনবুদ্ধি এবং অনুপযুক্ত ব্যক্তিদের মানসিক চিকিৎসার জন্য মনোবৈজ্ঞানিক অনুসন্ধানের কাজ শুরু হয়, আর এই সব অনুসন্ধানমূলক কাজ অনভিযোজিত ও অবিকশিত ব্যক্তিদের চিকিৎসা সংক্রান্ত সমস্যাবলী পরিমাপের বিকাশ ত্বরান্বিত করতে উল্লেখজনক ভাবে সাহায্য করে। ফলস্বরূপ বিংশ শতাব্দীর প্রারম্ভেই বুদ্ধি পরিমাপ করার প্রচেষ্টার সম্প্রসারণ ঘটে।

বিংশ শতাব্দীতে পরিমাপের বিকাশ

উনবিংশ শতাব্দীতে দৈহিক এবং প্রয়োগাত্মক মনোবিজ্ঞান সম্পর্কিত সমস্যাবলী, বৈ্যক্তিক ভিন্নতার অনুসন্ধান এবং বিচ্যুত ব্যক্তিবর্গের অভিযোজন সম্পর্কিত সমস্যা মনোবৈজ্ঞানিক পরিমাপের আধার-শিলা রূপে বিবেচিত হয়। তার ফলে বিংশ শতাব্দীর

প্রথম বর্ষেই বিভিন্ন মানসিক ক্রিয়াগুলির পরিমাপের জন্য বিভিন্ন মানসিক এবং শিক্ষা বিষয়ক অভীক্ষাবলী তৈরী করা হয় এবং পরিমাপ ক্ষেত্রের বিকাশ খুব দ্রুততার সাথে সাধিত হয়। যদিও এই প্রসঙ্গে বিস্তারিত আলোচনা প্রথম অধ্যায়ে করা হয়েছে, তথাপি এখানে কেবল বিংশ শতাব্দীর প্রথম 75 বছরের বিকাশের ধারাকে পাঁচভাগে ভাগ করে প্রসঙ্গত মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষাগুলির সংক্ষিপ্ত আলোচনা করা হল।

1901 থেকে 1915—প্রায় 1900 সাল থেকে 1915 সালের মধ্যাবধি মনোবৈজ্ঞানিক পরিমাপের অন্বেষণ এবং পদ্ধতিগুলির বিকাশের প্রারম্ভিক অবস্থার উল্লেখ করা হল। এই সময়ের মধ্যেই বিনে (**Binet**) সর্বপ্রথম বুদ্ধি অভীক্ষা তৈরী করেন এবং এই অভীক্ষার ত্রুটি সংশোধনও সাধন করেন। মান নির্ধারিত অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষার (**Achievement Test**) প্রারম্ভিক রচনা এই সময়েই করা হয়। ষ্টোন (**Stone**) গণিত বিষয়ক অভীক্ষা, ওয়ার্কিধম শব্দ বিন্যাস অভীক্ষা, থর্ণডাইক (**Thorndike**) হস্তলেখ পরিমাপ বিষয়ক অভীক্ষা প্রমুখ অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষাবলী তৈরী করেন। ওটিস (**Otis**) এবং অন্যান্য মনোবিজ্ঞানীরা একই সঙ্গে বহু ব্যক্তির বুদ্ধি পরিমাপের জন্য দলগত অভীক্ষা (**Group Test**) প্রস্তুত করার প্রারম্ভিক কাজ শুরু করেন। এছাড়া কর্নীগে ইন্সটিটিউট দ্বারা আগ্রহ পরিমাপ সম্পর্কিত ক্ষেত্রে এবং মুনষ্টার বার্গ (**Münsterberg**) দ্বারা অভিক্ষমতা (**aptitude**) পরিমাপের ক্ষেত্রেও অভীক্ষা তৈরী কাজের অবতারণা এই সময়ে দেখা যায়।

1916 থেকে 1930 সাল—এই সময়ে প্রায় সব রকমের মানসিক পরিমাপ বিষয়ক অভীক্ষাবলী রচনার কাজ যথেষ্ট পরিমাণে শুরু হয়। বিভিন্ন সক্রিয় এবং উৎসাহী অনুসন্ধানকারীরা এই সব অভীক্ষাবলীর বিকাশ সাধনের জন্য সহযোগিতা প্রদান করেন। বিদ্যালয়ে প্রচলিত সমস্ত প্রকার বিষয়ে মান নির্ধারিত অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষাগুলি রচনা করা হয়। এই সময় উডওয়ার্থ (**Woodworth**) সর্ব প্রথম ব্যক্তিত্ব সূচীকে (**Personality Schedule**) প্রশ্নাবলীরূপে প্রকাশ করেন। আজকেও এই ব্যক্তিত্ব সূচী সমস্ত ব্যক্তিত্ব সূচী এবং পত্রগুলির আধার হিসাবে বিবেচিত হয়। তাছাড়া থার্ষ্টন (**Thurstone**) অভিবৃত্তি পরিমাপের ক্ষেত্রে দুটি প্রবিধির—সমদৃষ্ট অন্তর বিধি (**Method of Equal appearing intervel**) এবং যুগ্ম তুলনাত্মক বিধি (**Method of comparative jndgement**) প্রবর্তন করেন।

1931 থেকে 1945 সাল—বাস্তবে এই সময়ের মধ্যে ব্যক্তিত্ব পরিমাপের ক্ষেত্রে উল্লেখযোগ্য কাজের সূচনা দ্রুততার সাথে ঘটে থাকে। রোর্জস (**Roges**), বর্ণরিটার (**Bernreuter**), বেল (**Bell**), মিনিসোটা (**Minnesota**) প্রমুখ বিশ্ববিখ্যাত ব্যক্তিত্ব সূচীগুলি (**Personality Inventories**) তৈরীর কাজ সম্পন্ন করেন। এই সময়েই মারে এবং মোরগান (**Murray and Morgan**) প্রসংগাত্মক বিধি সমীক্ষা (**Thematic Apperception Test**) এবং হার্মন রঁসা (**Hermann Rorschach**) **Ink Blot Test**. এর মত প্রসিদ্ধ প্রক্ষেপী প্রবিধিগুলি সৃষ্টি করেন।

পরিমাপন সম্পর্কীয় সাধারণ সিদ্ধান্ত

পরিমাপনের সাধারণ সিদ্ধান্ত (General theory) হল যে পরিমাপন এবং গণিতের মধ্যে ঘনিষ্ট সম্পর্ক বর্তমান। গণিতের প্রকৃতি বোঝা ব্যতিরেকে আমরা পরিমাপনের প্রকৃতি বুঝতে পারি না। কারণ পরিমাপনের ভিত্তি গণিতের মধ্যেই নিহিত রয়েছে। দার্শনিক বার্টরাণ্ড রাসেলের (Bertrand Russell) মতানুসারে, গণিত হ'ল এমন একটি উচ্চ তার্কিক ভাষা যা বৈজ্ঞানিক চিন্তনের জন্য আবশ্যক হয়। গণিতের সাহায্যে নিম্নপ্রকার সমস্যাবলী সমাধান করা যায়। এমন কি তাদের সম্পর্ক প্রত্যক্ষ ও অপ্রত্যক্ষভাবে পরিমাপ থেকে নির্ণয় করা হয়।

স্বতঃসিদ্ধ এবং প্রমেয় (Postulates and theorems) : গণিতের যে কোন শাখার শুরু স্বতঃসিদ্ধের বিন্যাস থেকে হয়ে থাকে। স্বতঃসিদ্ধ এমন একটি বিষয় যা যে কোন প্রকার প্রমাণ ছাড়াই ঠিকভাবে মেনে নেওয়া হয়। এই মেনে নেওয়া নিয়েই স্বতঃসিদ্ধ এমনভাবে চলে যে, দুটি বিষয়ের মধ্যে কোন না কোন প্রকারের সম্বন্ধ অবশ্য বর্তমান থাকে। এমন কি তার ফলে বস্তুগুলির পর্যায়ক্রমে কোন হেরফের হয় না। উদাহরণ স্বরূপ অ+ব=ব+অ রূপে স্বতঃসিদ্ধ বিষয়টি উল্লেখ করা যেতে পারে। তার উদ্দেশ্য এই হল যে, যদি আমরা দুটি বস্তুর মধ্যে কোন না কোনরূপ পারম্পর্য সম্বন্ধ ব্যক্ত করি তাহলেও পরিণামে কোনরূপ পার্থক্য দেখা যায় না। একটি স্বতঃসিদ্ধ তখনই উপযোগী রূপে বিবেচিত হয় যখন আমরা তার থেকে এবং অন্য এক স্বতঃসিদ্ধের মিশ্রণ থেকে সিদ্ধান্ত করতে পারি। দ্বিতীয়তঃ প্রমেয়র উদ্ভব যৌক্তিক অনুমান (Logical deductions) থেকেই হয়। যদি যুক্তি এবং স্বতঃ-সিদ্ধের মধ্যে সংগতি থাকে তাহলে প্রমেয় ঠিক হয়। এমন কি স্বতঃসিদ্ধও ঠিক হয়। স্বতঃসিদ্ধ থেকে প্রমেয় পর্যন্ত পূর্ণরূপে বিচারের বাস্তবিকতা বর্তমান থাকে, এমন কি তাদের কোনরূপ প্রয়োগাত্মক প্রমাণের আবশ্যক হয় না।

গাণিতিক প্রতিরূপ (Mathematical model) : এই নিরীক্ষণমূলক দুনিয়ায় যেখানে আমরা বসবাস করছি সেখানকার সম্বন্ধে স্বতঃসিদ্ধ এবং প্রমেয় কোনরূপ ব্যাখ্যা প্রদান করে না। কিন্তু মানুষের আচরণ পরিমাপের জন্য গণিতের প্রতিরূপ স্বাভাবিক বিন্যাসের (Normal distribution) সাহায্য নেয় যাতে জৈবিক এবং মনোবৈজ্ঞানিক প্রকৃতি সম্পর্কিত ঘটনাবলী বর্ণনা করা যায়। এই গাণিতিক প্রতিরূপের দ্বারা প্রকৃতিকে প্রায় সঠিকভাবে (approximation) বর্ণনা করার চেষ্টা করা যেতে পারে, শুধু তাই নয়, সঠিকরূপেও (Actual form) করা যায়।

সমাকৃতিকতা (Isomorphism) : প্রকৃতির সংগঠনরীতি নিজের ধর্ম এমনভাবে বজায় রাখে যা গণিতের যৌক্তিক তথ্যের সংগঠন রীতির সাথে পর্যাপ্ত পরিমাণে সমরূপ হয়। এই দুই-এর মধ্যে যে বস্তু নিহিত থাকে তাকে সমাকৃতিকতা (Isomorphism) বলা যায়। কোন স্থানে সমাকৃতিকতা শ্রেষ্ঠরূপে বিবেচিত হলেও অন্যস্থানে নিকৃষ্টরূপে পরিগণিত হয়। যে কোন গণিতীয় তথ্যের প্রকৃতির কোন দিকের উপযোগিতা বিচারের ভিত্তির উপর পরীক্ষিত হয়ে থাকে। উদাহরণস্বরূপ

আমরা যদি কোন দেয় মাপন বিন্যাসে স্বাভাবিক বিতরণ রেখাকে (Normal distribution curve) উপযোগী বলে মনে করি তাহলে আমরা কাই-স্কোয়ার পরীক্ষার (Chi-Square test) দ্বারা তার উপযোগিতার শ্রেষ্ঠত্ব (Goodness of fit) পরীক্ষা করে থাকি। যদি কাই-স্কোয়ারের মান (index) ছোট হয়, তাহলে আমরা এইসব উপাত্তের জন্য স্বাভাবিক রেখার প্রতিরূপ স্বীকার করি ; অস্বীকার করি, যদি কাই-স্কোয়ারের মান (index) বড় হয় এবং আমরা প্রকল্পটি (Hypothesis) স্বাভাবিক রেখার প্রতিরূপ রূপে স্বীকার করি না। যদি আমরা উপযোগিতা (fit) গ্রহণযোগ্য বলে মনে করি, তাহলে উপাত্ত সম্বন্ধে সিদ্ধান্ত এবং তাদের ধর্মগুলির উপর নির্ভরশীল ভবিষ্যৎবাণী করার জন্য আমরা স্বাভাবিক রেখার (Normal Curve) গাণিতিক ধর্মগুলির সুযোগ গ্রহণ করতে পারি। আমরা এরূপ নিশ্চয়তার সঙ্গে করতে পারি যে আমাদের সিদ্ধান্ত ও ভবিষ্যৎ বাণীগুলিতে অতি অল্পই ত্রুটি থাকবে। সিদ্ধান্ত ও ভবিষ্যৎ বাণীগুলি আমাদের উদ্দেশ্য সাধন করবে।

সংখ্যাগুলির প্রকৃতি (The nature of numbers) : ত্রুটি পরিমাপের ভিত্তি হ'ল সংখ্যা। তার জন্য সংখ্যাগুলির প্রকৃতির সম্বন্ধে জানা আবশ্যক। সংখ্যাগুলির এমন কোন সংজ্ঞা নেই যা সমস্ত প্রকারের সংখ্যার ব্যাখ্যা করতে পারে। বার্টরাণ্ড রাসেলের (Bertrand Russell) মতানুসারে সংখ্যা হ'ল সমস্ত শ্রেণীগুলির মধ্যে একটি শ্রেণী (Number is a class of all classes)। এই সংজ্ঞা উদাহরণের সাহায্যে সবচেয়ে ভালভাবে বোঝানো যেতে পারে। কোন প্রকার শ্রেণীর বস্তুগুলি কোন এক শ্রেণীর সঙ্গে মিল থাকে ; কেননা তাদের মধ্যে কোন না কোন ধরনের সামঞ্জস্য পাওয়া যায়—যেমন দুটি মাছ, দুটি লোক, দুটি পেন্সিল, দুটি ধারণা এ সবই কোন এক কারণে এক শ্রেণীতে এসে থাকে। এদের সাধারণ উপাদান হল দুই। সংখ্যাগুলির এই পদ্ধতিকে যা ধনাত্মক, ঋনাত্মক তথা ভিন্ন সংখ্যাকে সংখ্যাগুলি চিহ্নিত করে, মানবীয় পদ্ধতি রূপে অভিহিত করা হয়। এই পদ্ধতিতে কোন সংখ্যাকে সম্পূর্ণ সংখ্যাগুলির অনুপাত হিসাবে অভিব্যক্ত করা যেতে পারে। এইভাবে এই পদ্ধতি সমস্ত পরিমাপে আবশ্যক হয়।

সাধারণভাবে বলা যায় যে, পরিমাপে প্রয়োগ করা হয় এমন সংখ্যাগুলিতে তিন প্রকারের গুণ থাকে—সনাক্তকরণ (Identify) পদ-ক্রম (rank order), চার মূল প্রক্রিয়াগুলির (operations) প্রয়োগ—যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ যা পরিমাপে অত্যন্ত প্রয়োজন হয়। এখানে পরিমাপের মৌলিক স্বতঃসিদ্ধগুলি (Basic postulates) দেওয়া হল। এইগুলির মধ্যে প্রথম তিনটি স্বতঃসিদ্ধ সনাক্তকরণ গুণে সম্পর্কিত হয়, চার এবং পাঁচ স্বতঃসিদ্ধ 'পদ-ক্রম' গুণে সম্পর্কিত এবং শেষের চারটি উপরিলিখিত চার মূল প্রক্রিয়াগুলির প্রয়োগ প্রণালীর দ্বারা সম্পর্কিত হয়। এখানে এই স্বতঃ সিদ্ধগুলিকে নিম্ন প্রকারে প্রস্তুত করা হ'ল—

(i) অ = ব অথবা অ ≠ ব (এখানে সংখ্যা সমান অথবা ভিন্ন হয়)

(ii) যদি অ=ব, তাহলে ব=অ (এখানে সমানের সম্বন্ধ একই হয়; যদি কোন সমানের অংশবিশেষ পরিবর্তিত হয়, তাহলে কোন প্রকার প্রভাব পড়েনা)।

(iii) যদি অ=ব এবং ব=স হয়, তবে অ=স হবে।

(একই বস্তুর সমান অন্য বস্তু তৃতীয় বস্তুর সঙ্গে সাদৃশ্য থাকবে)।

—— —— — — ——

(iv) যদি অ=ব হয় তাহলে ব≯অ।

(দুটি বস্তুর সম্বন্ধ একই হয় না, সুতরাং এদের মধ্যে পারস্পরিক পরিবর্তন করা যায় না)।

(v) যদি অ>ব এবং ব>স হয় তাহলে অ>স হবে।

(এখানে ক্রম বৃত্তাকার হয়)।

— —— — — — — — — — —

(vi) যদি অ=পী (P) এবং ব>ও (O) হয় তাহলে অ+ব>পী (P) হবে।

(এখানে যুক্ত হওয়ার সম্ভাবনার সংকেত রয়েছে)।

(vii) অ+ব=ব+অ

(যে ক্রম অনুসারে বস্তুগুলি যোগ করা হয় তাতে ওদের নিষ্কর্ষের কোন প্রভেদ হয় না)।

(viii) যদি অ=পী (P) এবং ব=কিউ (Q) হয় তাহলে অ+ব=পী+কিউ হবে।

(একই বস্তুগুলি যোগ করার ফলে একে অপর থেকে স্থানান্তরিত হতে পারে)।

(ix) (অ+ব)+স=অ+(ব+স)।

(যোগ করার ফলে ক্রমের মিশ্রণে কোন প্রভেদ থাকে না)।

উপরি উক্ত বিবরণের পরে এখানে প্রসঙ্গত এই কথা বলা যায় যে, মনোবিজ্ঞানে আজ শতাংশ (Centile) পরিমাপ পরিমাপনের এক ভাল উদাহরণরূপে মেনে নেওয়া হয়। 100 ক্রম (rank) স্থানের মধ্যে শতাংশ (Centile) হল একটি স্থান (rank)। P_{80} এবং P_{20}-র অন্তর ফলের অর্থ হ'ল, এই দুই সীমার (limits) মধ্যে 60 শতাংশ ব্যক্তি থাকে।

মানসিক এবং ভৌতিক পরিমাপন

মুখ্যতঃ মনোবৈজ্ঞানিক পরিমাপনকে দু'টি ভাগে ভাগ করা যেতে পারে—মানসিক পরিমাপন এবং ভৌতিক পরিমাপন। মানসিক পরিমাপনের অন্তর্গত বিভিন্ন মানসিক প্রক্রিয়া এবং গুণাবলী যেমন বুদ্ধি, অভিক্ষমতা, অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি, আগ্রহ, যোগ্যতা প্রমুখ মাপন ক্রিয়ার বিষয় জানা যায়, আর ভৌতিক পরিমাপনে ভৌতিক গুণ এবং বিশেষত্বগুলি যেমন ভার, দৈর্ঘ্য, উচ্চতা, দূরত্ব প্রভৃতি পরিমাপ করা হয়। যদিও মানসিক এবং ভৌতিক দুটি পরিমাপে বিশেষ নিয়ম অনুসারে বস্তুগুলিতে সংখ্যা প্রদান করা হয়, তথাপি প্রকৃতির দিক থেকে দুটির মধ্যে পরস্পর বিভিন্নতা দেখা যায়—

(i) উদ্ভবের দৃষ্টিকোণ থেকে মানসিক পরিমাপন শুরু হয় বুদ্ধি দৌর্বল্য সংক্রান্ত সমস্যা নিয়ে এবং ভৌতিক পরিমাপনের প্রারম্ভ প্রয়োগাত্মক মনোবিজ্ঞানের পরিণাম স্বরূপ হিসাবে গণ্য করা যেতে পারে।

(ii) মানসিক পরিমাপনের প্রস্তুতি আপেক্ষিক (relative) ধরনের এবং ভৌতিক পরিমাপনের প্রকৃতি নিরপেক্ষ (absolute) ধরনের হয়, অর্থাৎ মানসিক পরিমাপনে সংখ্যাগুলির নিজস্ব কোন অস্তিত্ব থাকে না, কিন্তু ভৌতিক পরিমাপে সংখ্যার বিশেষ প্রয়োজন হয়। উদাহরণস্বরূপ উল্লেখ্য, যদি মানসিক পরিমাপনের অন্তর্গত অমুক ব্যক্তি কোন বুদ্ধি অভীক্ষায় 60 নম্বর পায় তাহলে তার দ্বারা আমরা কোন বাস্তব তথ্যের সূচনা পাই না, কারণ এই 60 নম্বরের নিজস্ব কোন অস্তিত্ব নেই। এর বিপরীত যদি আমরা ভৌতিক পরিমাপনের অন্তর্গত এই কথা বলি যে, ক, খ থেকে 20 কিলোমিটার দূরে আছে, অথবা এই কাপড় লম্বায় ৬ মিটার, কিম্বা এই ব্যক্তির ওজন ৫০ কিলো, তাহলে এখানে সংখ্যার নিজস্ব অর্থের ব্যাখ্যা করা যায়। সুতরাং ইহা স্পষ্ট যে, মানসিক পরিমাপনে কোন নিশ্চয়তা থাকে না, কিন্তু ভৌতিক পরিমাপনে নিশ্চয়তা থাকে। আমরা ভৌতিক পরিমাপনে এই কথা বলতে পারি যে, এক 30 মিটার লম্বা মাদুর 15 মিটার লম্বা মাদুর এবং 10 মিটার লম্বা মাদুর অপেক্ষা দ্বিগুণ এবং তিন গুণ বড় হয়। কিন্তু মানসিক পরিমাপনে একথা কখনও বলা যায় না। যদি মনোবিজ্ঞান বিষয়ে সাধনা 70 নম্বর এবং মধু 35 নম্বর পায়, তাহলে তার থেকে আমাদের কাছে এই তাৎপর্য প্রকাশ পায় না যে, সাধনা মধুর থেকে দ্বিগুণ নম্বর বেশী পেয়েছে। কিন্তু আমরা কেবল এই কথা বলতে পারি যে, সাধনা মধুর থেকে 35 নম্বর বেশী এবং মধু সাধনার থেকে 35 নম্বর কম পেয়েছে।

(iii) শূন্য বিন্দুর উপর ভিত্তি করেও মানসিক এবং ভৌতিক পরিমাপের মধ্যে পার্থক্য নির্ণয় করা যেতে পারে। ভৌতিক পরিমাপন (measurement) অথবা ভৌতিক মাপনির (scale) অন্তর্গত এক যদৃচ্ছ শূন্য বিন্দু (arbitrary zero point) হয়ে থাকে। কিন্তু মানসিক পরিমাপনে এমন কোন যদৃচ্ছ শূন্য বিন্দু থাকে না যেখান থেকে পরিমাপের কাজ শুরু করা যায়।

(iv) মানসিক এবং ভৌতিক পরিমাপনে পার্থক্য মাত্রায় হয়ে থাকে অন্য কোন ভাবে হয় না। মানসিক পরিমাপক ভৌতিক পরিমাপক থেকে অপেক্ষাকৃত ভাবে অধিক পরিবর্তনশীল হয়। উদাহরণ স্বরূপ, যদি একটি টেবিলের দৈর্ঘ্য আজ মাপা হয় এবং এক বছর পরে আবার তার দৈর্ঘ্য মাপা হয় তাহলেও আমরা সম্পূর্ণ পরিবর্তন কখনই পাব না ; কিন্তু যদি একটি ছেলের বুদ্ধি আজ মাপা হয় এবং এক বছর পরে আবার তার বুদ্ধি মাপা হয় তাহলে আমরা গুরুত্বপূর্ণ পার্থক্য পাব। এই ভাবে অনেক ব্যক্তিত্বের সংলক্ষণ এমন হয় যে, পরিবর্তনশীল সময়ের সঙ্গে সেই সংলক্ষণ পরিবর্তিত হতে থাকে।

(v) ভৌতিক মাপনির চেয়ে মানসিক মাপনি সম্বন্ধে ধারণা লাভ করা অপেক্ষা-

কৃতভাবে কঠিন। কোন ভৌতিক পরিমাপন এত সহজ হয় যে সে সম্বন্ধে বিশ্লেষণ করার কোন প্রশ্নই ওঠে না। উদাহরণার্থে যদি বলা হয় যে, এই দড়ি 6 ইঞ্চি লম্বা; এখানে দৈর্ঘ্যের পরিমাপ সহজেই বোঝা যায় এবং তার বিশ্লেষণের কোন আবশ্যক হয় না। যদিও ভৌতিক পরিমাপনের সমান কোন মানসিক পরিমাপনও বিশ্লেষণের দিক দিয়ে সহজ হয়, তথাপি যদি কোন বিদ্যার্থী গণিত বিষয়ে ভাল ফল করতে না পারে, তাহলে তার এই বিষয়ের পশ্চাৎপদতা সহজেই বোঝা যেতে পারে। আবার কিছু প্রকারের মানসিক পরিমাপন মূখ্যতঃ ব্যক্তিত্ব সম্পর্কিত বিশেষত্বগুলির পরিমাপন এমন হয় যাতে প্রত্যুত্তরের অর্থ সম্বন্ধে সম্পূর্ণভাবে নিশ্চিত হওয়া যায় না। উদাহরণ স্বরূপ, যদি কোন পরীক্ষার্থীকে কালি ছোপানো কার্ড দেখিয়ে প্রশ্ন করা হয় এবং সে যদি প্রত্যুত্তরে ঐ কার্ডের কোন একটি বিশেষ অংশের সঙ্গে প্রজাপতির তুলনা করে তাহলে তাতে স্পষ্টভাবে পরীক্ষার্থীর মানসিক অবস্থা সঠিকভাবে বোঝা যায় না।

পরিমাপন এবং মূল্যায়নে প্রভেদ

(Difference between measurement and evaluation)

পরিমাপন এবং মূল্যায়ন শিক্ষণ ও মনোবিজ্ঞান দুটি বিষয়েই বিস্তারিত ভাবে প্রয়োগ করা যায়। পরিমাপন এবং মূল্যায়নের মধ্যে নিম্নলিখিত প্রভেদ স্পষ্টভাবে দেখা যায়—

(i) পরিমাপনের ক্ষেত্র অত্যন্ত সঙ্কুচিত হয়; কিন্তু মূল্যায়নের ক্ষেত্র অত্যন্ত ব্যাপক হয়। পরিমাপনে কোন ব্যক্তির কেবলমাত্র একটি গুণ পরিমাপ করা যেতে পারে, অপর পক্ষে মূল্যায়নে অনেক প্রকারের গুণ পরিমাপ করা সম্ভব হয়। উদাহরণ স্বরূপ, কোন ব্যক্তির কোন গুণ বিশেষ, যেমন ইংরেজী বলার ক্ষমতা অথবা ইতিহাসে জ্ঞানের পরীক্ষা করাকে পরিমাপন বলে, কিন্তু মূল্যায়নে ব্যক্তির শারীরিক, মানসিক, নৈতিক প্রভৃতি গুণাবলীর পরীক্ষা করা যায়।

(ii) পরিমাপনে সময় কম এবং মূল্যায়নে সময় বেশী লাগে। পরিমাপনে আমরা ব্যক্তির কোন ক্ষেত্রের যোগ্যতা জানার জন্য কেবল একটি মাত্র পরীক্ষা প্রয়োগ করি, কিন্তু পরিমাপনে আমরা কেবলমাত্র একটি পরীক্ষার উপর নির্ভর করি না, পরন্তু ঐ বিষয়ের সম্বন্ধিত কোন কোন পরীক্ষাবলীর প্রয়োগ করে থাকি। উদাহরণ স্বরূপ, যদি আমরা একটি বালকের গণিত বিষয়ের যোগ্যতা পরিমাপ করতে চাই, তাহলে কোন এক গণিত বিষয়ের পরীক্ষণ দ্বারা ঐ বালকের ঐ বিষয়ে যোগ্যতার পরিমাপ করা যেতে পারে, কিন্তু গণিত বিষয়ে যোগ্যতার মূল্যায়ন করতে আমাদের ঐ বালকের আগ্রহ, অভিক্ষমতা, কৌশল আদি বিষয়ে জ্ঞান আহরণ করতে হবে। সুতরাং তাতে আমাদের বেশী সময় ব্যয় করতে হয়।

(iii) পরিমাপনে অর্থের অপব্যয় হয়, কারণ তাতে কেবলমাত্র একটি পরীক্ষণের প্রয়োগ করা হয়। কিন্তু মূল্যায়নে অত্যধিক অর্থের ব্যয় হয়। কারণ মূল্যায়নের জন্য প্রয়োজনীয় পরীক্ষণে অতিরিক্ত বিভিন্ন মূল্যায়ন পদ্ধতি যেমন সাক্ষাৎকার, নিরীক্ষণ,

প্রশ্নাবলী, বিবরণী-পত্র (Cumulative Record Card) প্রভৃতির প্রয়োগ করা যায়।

(iv) পরিমাপনে ব্যক্তির যোগ্যতা সমূহ এবং আচরণ আলাদা আলাদা অংশে অনুশীলন করা যায়। কিন্তু মূল্যায়নে ব্যক্তির যোগ্যতাসমূহ ও আচরণ সামগ্রিকভাবে অনুশীলন করা যেতে পারে। উদাহরণ স্বরূপ, যখন আমরা একটি টেবিল কিনি, তখন তার পরিমাপ দৈর্ঘ্য, উচ্চতা, ও চওড়ার সাহায্য করি, কারণ টেবিলটির বিভিন্ন অংশের স্বরূপ পরিমাপে প্রকাশ পেতে পারে। তার বিপরীত, ঐ টেবিলের মূল্যায়ন করার সময় আমরা টেবিলটি সম্পূর্ণভাবে লক্ষ্য করি। আমরা এমন ভাবে মনোযোগ দিই যেন আমাদের উদ্দেশ্য পূর্ণ হয়, যেন ইহা উপযুক্ত এবং ঠিক হয়, ইহা লম্বা, চওড়া ও উচ্চতায় ঠিক হয় অথবা ঠিক না হয়।

(v) পরিমাপনে ঐসব নিরীক্ষণের এমনও ইঙ্গিত প্রকাশ পায় যা মাত্রাত্মক রূপে প্রদর্শন করা যায়, কিন্তু মূল্যায়নে মাত্রাত্মক ও গুণাত্মক দুই প্রকার নিরীক্ষণের স্থান রয়েছে।

(vi) পরিমাপনে বস্তু কতটা আছে (how much) তার উত্তর এবং মূল্যায়নে বস্তুর কি মূল্য আছে (what value) তার উত্তর পাওয়া যায়। এই ঘড়ি কতটা ভাল তা পরিমাপনের সমস্যা, আর কিরূপ উন্নত ধরনের তা মূল্যায়নের সমস্যা।

পরিমাপনের আবশ্যক তত্ত্ব

পরিমাপনের মূল উদ্দেশ্য হল ব্যক্তিকে মাত্রাত্মক রূপে অনুশীলন করা। যদিও আমরা কোন বিশেষ সময়ে ব্যক্তির সমস্ত গুণাবলীর পরিমাপ করতে পারি না তবুও আমাদের ঐ ব্যক্তির কিছু গুণ বেছে নেওয়ার প্রয়োজন হয়ে থাকে। আমরা ব্যক্তির কেবল সেইসব গুণাবলী চয়ন এবং পরিমাপ করি, যেগুলি ঐ ব্যক্তির বর্তমান অবস্থার পরিপ্রেক্ষিতে সম্পর্কিত হয়ে থাকে। সুতরাং কোনও ক্ষেত্র সম্বন্ধীয় পরিমাপন ক্রিয়ার অন্তর্গত নিম্নলিখিত তিনটি বিষয়ে দৃষ্টি দেওয়া আবশ্যক বলে বিবেচিত হয়।

॥ এক ॥ **গুণটি চেনা এবং সংজ্ঞা আরোপ করা** (Identifying and defining attribute)—কোনও বস্তু বা ব্যক্তিকে পরিমাপ করার আগে সর্বপ্রথম তার গুণাবলী চিনতে হয় এবং এই সবের ব্যাখ্যা করতে হয়। কারণ পরিমাপন ক্রিয়ার অন্তর্গত ব্যক্তি বা বস্তুর সম্পূর্ণ আচরণ অনুশীলন না করে কেবল তাদের কিছু গুণ (attributes) পরিমাপের চেষ্টা করলে ব্যাখ্যা সম্পূর্ণ হয় না। সুতরাং পরিমাপকের সর্বপ্রথম কাজ হল ব্যক্তি বা বস্তুর গুণ চেনা। যেমন, টেবিলের দৈর্ঘ্য, সিগারেটের গন্ধ, সাইকেলের টায়ারের টেকসইতা, বালকের বুদ্ধি, শরীরের তাপমাত্রা, কিশোরের সংবেগাত্মক পরিপক্কতা প্রভৃতি গুণাবলী জানার চেষ্টা করা হয়। তার অতিরিক্ত কোন গুণ চেনার পরে তার সংজ্ঞা বা ব্যাখ্যা করা প্রয়োজন হয় যাতে পরিমাপনের কাজ সহজে সম্পন্ন করা যেতে পারে। অধিকাংশ ক্ষেত্রে আমরা সাধারণ ভৌতিক গুণাবলী যেমন দৈর্ঘ্য, উচ্চতা,

ওজন প্রভৃতির ব্যাখ্যা করার কোন প্রয়োজন বোধ করি না, কারণ প্রায়ই ব্যক্তি তার উদ্দেশ্য বা অর্থ বোঝে। কিন্তু সম্পূর্ণ মানসিক গুণাবলী এবং জটিল ভৌতিক গুণাবলীর সম্বন্ধে এই কথার সত্যতা পূর্ণভাবে মানা যায় না। আমরা কখন কখন এমন মানসিক এবং জটিল ভৌতিক গুণাবলীর পরিমাপ করি; যাদের ব্যাখ্যা ছাড়া আমাদের পরিমাপ ক্রিয়া সম্ভব হয় না। কারণ এইভাবে গুণাবলীর কোন অর্থ বের করা সম্ভব নয়। উদাহরণ স্বরূপ, কোন টায়ারের টেক্সইতার এখানে অনেক অর্থ হতে পারে, এমন টায়ার যা কম ফাটে অথবা এমন টায়ার যা দীর্ঘ সময় যাবৎ ব্যবহারেও নষ্ট হয় না অথবা এমন টায়ার যা কম ফুটো হয় অথবা এই তিন বিশেষত্বের সংমিশ্রিত টায়ার। এই উক্তির তাৎপর্য হল যে, যতক্ষণ পর্য্যন্ত আমরা টায়ারের টেক্সইতার অর্থ নিশ্চিতভাবে না করতে পারি, ততক্ষণ পর্য্যন্ত তার পরিমাপ করা আমাদের পক্ষে কখনও সম্ভব হতে পারে না। এইভাবে কোন মানসিক গুণ যেমন বুদ্ধির পরিমাপ করার আগে জানা প্রয়োজন হয় যে বুদ্ধি সম্বন্ধে জেনে আমাদের কি লাভ হবে? বুদ্ধি কি অমূর্ত বিচারের নাম অথবা বুদ্ধি কি বেছে নেওয়া অথবা পার্থক্য নির্ণয় করার শক্তি? অথবা বুদ্ধি কি অবধানের স্থিতি? অথবা বুদ্ধি কি নতুন পরিস্থিতিতে অভিযোজনের যোগ্যতা? সুতরাং ইহা স্পষ্ট হল যে, কোন বস্তু বা ব্যক্তির গুণের ব্যাখ্যা করার সময়ে আমাদের অনেক রকমের বিচার করতে হয়। এই উক্তি প্রায় সমস্ত মনোবৈজ্ঞানিক প্রত্যয়গুলির সম্বন্ধে প্রযোজ্য। তার জন্য যখনই পরিমাপ কোন বস্তু বা ব্যক্তির গুণের পরিমাপের চেষ্টা করে তখন তার সামনে সর্বপ্রথম সমস্যা হ'ল ঐগুণের স্পষ্ট এবং উপযুক্ত সংজ্ঞা ঠিক করা। অতএব পরিমাপনের প্রথম স্তরের কাজ হ'ল বস্তু বা ব্যক্তির গুণটি চেনা এবং তার সংজ্ঞা ঠিক করা।

॥ দুই ॥ গুণাবলী প্রকাশ পেতে পারে এমন প্রক্রিয়া-বিন্যাস নির্ণয় করা (Determining set of operations by which attributes may be expressed)—পরিমাপনের দ্বিতীয় প্রয়োজনীয় দিক হল এই প্রক্রিয়া-বিন্যাস (Set of operations) ঠিক করা যার মাধ্যমে পরিমাপক গুণাবলীকে অভিব্যক্ত এবং জানার কাজ সম্পূর্ণ করতে পারে। লম্বা পরিমাপের জন্য আমরা অনেকগুলির মধ্যে একটি প্রক্রিয়া যেমন মিটার, টেপ প্রভৃতি প্রয়োগ করি। কিন্তু এখানে ইহা জানা আবশ্যক যে লম্বা এবং দূরত্বের পরিমাপ সর্বদা সমান হয় না। প্রশ্ন ওঠে যে, সূর্য থেকে পূর্ব দিকের দূরত্ব বা ভারত ও আমেরিকার মধ্যে দূরত্ব অথবা একটি ক্ষয়রোগের অত্যন্ত সূক্ষ্ম কীটাণুর দৈর্ঘ্য পরিমাপে আমরা প্রক্রিয়াগুলির প্রয়োগ কিভাবে করব? এই সব প্রশ্নগুলির উত্তরে বলা যায় যে, উপযুক্তভাবে এইগুলি পরিমাপ করার জন্য আমাদের কিছু অপ্রত্যক্ষ, বিস্তৃত এবং উপযুক্ত প্রক্রিয়া নির্ধারিত করতে হয়, যা গুণাবলীর প্রকাশ এবং জানার সম্বন্ধে সহায়ক হয়। এখানে ইহা উল্লেখযোগ্য যে, কোন গুণের সংজ্ঞা ঠিক করা এবং তাতে প্রয়োগ হতে পারে এমন প্রক্রিয়ার মধ্যে আপসে সম্বন্ধ থাকতে পারে। অর্থাৎ গুণের সংজ্ঞা ঠিক করার সময় তাতে প্রযুক্ত হতে পারে এমন সার্থক প্রক্রিয়ার বর্ণনাও করা যায় এবং প্রক্রিয়া

প্রয়োগের আগে ঐ গুণের ক্রিয়াত্মক সংজ্ঞা (functional definition) দেওয়া যায়। অতএব পরিমাপনের অন্তর্গত আমাদের দ্বিতীয় উদ্দেশ্য গুণের ক্রিয়াত্মক বা ক্রিয়াশীল রূপের সংজ্ঞা প্রস্তুত করতে গিয়ে তার প্রয়োগ হতে পারে এমন প্রক্রিয়া-বিন্যাস নির্ধারিত করতে হয়। উদাহরণ স্বরূপ, যদি আমরা কোন বিদ্যালয়ের ছাত্রদের কোন নাগরিকতা গুণের পরিমাপ করতে চাই তাহলে আমাদের সামনে সর্বপ্রথম প্রশ্ন ওঠে যে, ছোটদের ক্ষেত্রে নাগরিকতা গুণের কি প্রয়োজন ? তার জন্য নাগরিকতার এক সর্বসম্মত সংজ্ঞা ঠিক করতে হবে এবং দেখতে হবে যে, ছোটদের মধ্যে তার উপস্থিতি এবং অনুপস্থিতি জানার জন্য কিরূপ প্রক্রিয়ার প্রয়োগ করা যেতে পারে।

॥তিন॥ গুণাবলীর অংশ এবং সমষ্টিকে একক সমূহে (units) মাত্রাংকিত করণ—পরিমাপ প্রক্রিয়ার তৃতীয় স্তরে প্রক্রিয়া সমূহের নিষ্কর্ষকে মাত্রাত্মকভাবে প্রকাশ করা যায়। পরিমাপনে আমাদের সম্বন্ধে অধিকাংশ ক্ষেত্রে এইরূপ প্রশ্ন—কতখানি (how many) এবং কতটুকু (how much) প্রযুক্ত হয়ে থাকে। ভৌতিক গুণের পরিমাপে একক সমূহে সমতা দেখা যায়। যখন আমরা কোন টেবিলের দৈর্ঘ্যের বিষয়ে কথা বলি, তখন আমরা একথা বলি যে, এই টেবিলটি কত ইঞ্চি লম্বা এবং তত ইঞ্চি লম্বা অপর একটি টেবিল তৈরি করতে পারি। কিন্তু মনোবৈজ্ঞানিক গুণাবলীর ক্ষেত্রে এমন কোন একক (unit) সমূহ নেই যাদের দ্বারা ঐ গুলিকে সমানভাবে পারস্পরিক তুলনা করে প্রকাশ করা যেতে পারে। আমরা কি করে একথা বলতে পারি যে, কোন ব্যক্তির গাণিতিক যোগ্যতা জানতে X সমস্যা Y সমস্যার সমান হয় অথবা কোন দুই ব্যক্তি বুদ্ধির দিক থেকে সমান হয়। অতএব সেই গুণাবলী যা শুধু মনোবৈজ্ঞানিক দৃষ্টিকোণ থেকে নির্ধারিত হয় তাতে এমন কিছু পরিভাষা ব্যবহার করতে হয় যা তাদের একক এবং মাত্রাত্মকতা ব্যক্ত করে। এইভাবে পরিমাপের শেষ পর্যায়ে গুণাবলীকে আংশিক অথবা সমষ্টিগত এককসমূহে মাত্রাঙ্কিত করা যায়।

পরিমাপনের সীমা বা ত্রুটি

যদিও আজকের যুগে পরিমাপনকে অত্যন্ত আবশ্যিক ভাবে ব্যবহার করা হচ্ছে, তথাপি কিছু ত্রুটির কারণে পরিমাপন আলোচনার বিষয় হয়ে রয়েছে। তার সর্বপ্রথম ত্রুটি, তার সংকুচিত সীমিত ক্ষেত্রে হয়ে থাকে। একই সময়ে আমরা ব্যক্তির কেবল এক বা কিছু অংশের অনুশীলন করতে পারি। তার দ্বারা ব্যক্তির সম্পূর্ণ আচরণ অনুশীলন করা কখনও সম্ভব হয় না। দ্বিতীয়তঃ পরিমাপনের প্রকৃতি স্থিরকৃত হয় বলে প্রক্রিয়াও জটিল হয়। পরিমাপনে মান নির্ধারিত অভীক্ষার প্রয়োজন হয় এবং সমস্ত ক্ষেত্রে ভাল নির্ভরযোগ্য এবং বৈধ অভীক্ষাবলী পাওয়া প্রায় সম্ভব হয় না। তাছাড়া তৃতীয় ত্রুটি হল যে পরিমাপনের দ্বারা আমরা কোন ব্যক্তি বা প্রক্রিয়ার বিষয়ে কেবল বাহ্যিক আভাষই পেয়ে থাকি। ইহা কোন কিছু নির্ণয় করে না। পরিমাপ কেবল

কোন দিকের সংখ্যা প্রদর্শন করে, কিন্তু ঐ সংখ্যা থেকে আমরা কিরূপ তাৎপর্য পেতে পারি তার ইঙ্গিত পাওয়া যায় না। এইসব ত্রুটিগুলি থাকা সত্বেও পরিমাপ ক্রিয়া ব্যবহারিক জীবনে গুরুত্বপূর্ণ ভাবে প্রয়োগ করা হচ্ছে, যার ফলস্বরূপ আজকের যুগ পরিমাপের যুগ বলে বিবেচিত হয়।

পরিমাপনের বিশেষত্ব

আধুনিক যুগকে পরিমাপনের যুগ বলা হয়। যদিও পরিমাপনের কিছু ত্রুটি আছে, তথাপি যে কোন দৃষ্টিকোণ থেকে তার গুরুত্ব স্বীকার করা যায়। সর্বপ্রথম পরিমাপন যে কোন বস্তুর আংশিক বর্ণনা সম্পূর্ণ নির্ভুলভাবে করে। তার সাহায্যে এই কথা স্পষ্টভাবে বলা যায় যে, কোন বালক গড় বুদ্ধ্যঙ্কের পরিপ্রেক্ষিতে কতটা অধিক উচ্চ বা নিম্নস্থানের অধিকারী হয়। পরিমাপনের দ্বিতীয় বিশেষত্ব হল যে তার দ্বারা আমরা অতি সহজে ফলাফলকে অপরক্ষেত্রে সঞ্চারিত করতে পারি। কারণ তাতে আত্মনিষ্ঠতা (Subjectivity) নির্ণয়ের কোন স্থান নেই। উদাহরণ স্বরূপ, যদি আমরা এই কথা বলি যে একটি অমুক ছাত্রের বুদ্ধি তার বয়সী ছাত্রদের বুদ্ধি থেকে 99 শতাংশ বেশী, তাহলে এই সিদ্ধান্ত সহজে অন্য ব্যক্তিদের বুঝতে সাহায্য করতে পারে। পরিমাপনের অপর একটি সুবিধা হল ব্যক্তির মূল্যায়নে সাহায্য পাওয়া। যদি মাণ নির্ধারিত মাপনি দ্বারা কোন ব্যক্তির আচরণ সম্পর্কিত বিশেষত্বগুলিকে পরিমাপ করা যায়, তাহলে তার ফলাফল বৈধরূপে গ্রহণ করা হয়। শেষে এই কথা বলা যেতে পারে যে আত্মনিষ্ঠ মূল্যায়নের চেয়ে বস্তুনিষ্ঠ মানসিক পরীক্ষণ বেশী মিতব্যয়ী হয়। আত্মনিষ্ঠ বিশ্লেষণ অপেক্ষা বস্তুনিষ্ঠ মানসিক পরীক্ষণ মিতব্যয়ী ও সহজ হয় এবং অধিক নির্ভুল সিদ্ধান্ত প্রদানে সক্ষম হয়।

মনোবৈজ্ঞানিক পরিমাপনের স্তর অথবা মাপনি সমূহ (Scales)

মনোবৈজ্ঞানিক পরিমাপনে বিভিন্ন প্রদত্তগুলিকে চারটি স্তরের অন্তর্ভুক্ত করা হয়। বিষয়সামগ্রী ভৌতিক, সামাজিক অথবা মনোবৈজ্ঞানিক যাই হোক না কেন তাদের পরিমাপ যে কোন স্তরে করা যেতে পারে। নিম্নতম স্তরে পরিমাপ বেশী সহজ হয়, কিন্তু অনেক কম মাত্রায় নির্ভুল হয়। অন্যদিকে উচ্চতম স্তরের পরিমাপে জটিলতা অবশ্য থাকলেও এই পরিমাপ বেশী নির্ভুল (accurate) সিদ্ধান্ত প্রদান করে। বৈজ্ঞানিক দৃষ্টিকোণের পরিপ্রেক্ষিতে পরিমাপনের নির্ভুলতা পরিমাপের চারটি স্তর বা মাপনি সমূহের সাহায্যে নির্ণয় করা যায়—(i) নামসূচক স্তর (Nominal level), (ii) ক্রমসূচক স্তর (Ordinal level) (iii) ব্যাপ্তিসূচক স্তর (Interval level), (iv) অনুপাতিক স্তর (Ratio level)। প্রায়ই পরিমাপন

প্রক্রিয়ায় ব্যক্তি, বস্তু, নিরীক্ষণ, ঘটনা, বিশেষত্ব বা প্রতিক্রিয়া সমূহ মাত্রাত্মক (quantitative) বা আংকিক (numerals) রূপে ব্যক্ত করা যায়। সুতরাং উপরোক্ত মাপনি সমূহের উদ্দেশ্য একই হলেও তাদের পারস্পরিক ভিন্নতা মুখ্যতঃ এই তথ্যের উপর এমনভাবে নির্ভরশীল হয় যে, কোন্ মাপনি বিষয়বস্তুকে মাত্রাত্মক বা আংকিক মূল্য প্রদান করাতে কোন্ বিধির প্রয়োগ করতে হয় এবং ঐ পরিমাপ কোন্ স্তরের হয় তা জানা আবশ্যক হয়ে থাকে। প্রায় প্রত্যেক মাপনি বা স্তরের স্ব-স্ব নিয়ম, বিশেষত্ব, ত্রুটি সমূহ এবং উপযুক্ত পরিসংখ্যানমূলক বিধি আছে।

॥ এক ॥ নামসূচক স্তর বা স্কেল (Nominal level or scale)

যে কোন বিজ্ঞানের ক্ষেত্রেই শ্রেণীবদ্ধ করণ হলো একেবারে প্রাথমিক এবং মৌলিক কার্য। শ্রেণীবদ্ধ করণের অর্থ হলো আমরা বিশেষ একটি বৈশিষ্ট্যের প্রেক্ষিতে আমাদের সংগৃহীত উপাদানগুলোর মধ্যে কোনগুলো 'খুবই এক রকম' এবং কোনগুলো 'খুবই আলাদা' সে সম্বন্ধে জানতে চাই। আমাদের উদ্দেশ্য একই রকম উপাদানগুলোকে একই শ্রেণীর (category) অন্তর্ভুক্ত করা, যাতে দুটি শ্রেণীর মধ্যে তুলনায় প্রতিটি শ্রেণী সমধর্মী (homogeneous) হয়। যেমন ধর্মের প্রেক্ষিতে বিভিন্ন ব্যক্তিকে হিন্দু, মুসলমান, খ্রীষ্টান প্রভৃতি ধর্মীয় সম্প্রদায়ে বিভক্ত করে থাকি। শ্রেণীবদ্ধকরণ বিজ্ঞানের একটি মৌলিক সর্ত।

ব্যাপকতম অর্থে শ্রেণীবদ্ধকরণকে পরিমাপ ক্রিয়ার নিম্নতম স্তর বলা যেতে পারে। চিনবার সুবিধার জন্যই আমরা ইচ্ছানুযায়ী বিভিন্ন শ্রেণীগুলোকে বিভিন্ন নামকরণ করে থাকি। এক্ষেত্রে দুটি পৃথক শ্রেণীর মধ্যে কি সম্পর্ক আছে সে সম্বন্ধে আমাদের কোন ধারণাই থাকে না। যেমন ধর্মের প্রেক্ষিতে হিন্দু ও মুসলিম জনসাধারণকে দুটি পৃথক ধর্মীয় সম্প্রদায়ে ভাগ করা যেতে পারে। কিন্তু এখানে কোথাও কেউ 'উন্নততর' বা 'শ্রেষ্ঠতর' এমন ইঙ্গিত নেই। যদি শ্রেণীসমূহ সর্বসম্বলিত (exhaustive) হয়, অর্থাৎ যদি সকল সংশ্লিষ্ট উপাদনকে ধারণ করে, এবং কোন উপাদান একাধিক শ্রেণীর অন্তর্ভুক্ত না হয়, তাহলেই বুঝতে হবে যে শ্রেণীবিভক্তিকরণে পরিসংখ্যান কার্যপ্রণালী প্রয়োগ করবার মত প্রয়োজনীয় সর্বনিম্ন সংখ্যক শর্তাদি মানা হয়েছে। পরিমাপ ক্রিয়ার এই সর্বাপেক্ষা সহজতম স্তরটিকেই 'নামসূচক স্কেল' (nominal scale) নামে অভিহিত করা হয়। এই প্রকার পরিমাপে কেবল গণনা (counting) করা সম্ভব হয়। তাতে অর্থমেটিক প্রক্রিয়ার (গাণিতিক পরিমাপ ক্রিয়ার) প্রয়োগ কেবল গণনার জন্যই করা যায়। তাতে সমষ্টিগুলি চেনা যায় এমন অঙ্ক, টিক প্রভৃতি যোগ, বিয়োগ, গুণ এবং ভাগ প্রক্রিয়াগুলির দ্বারা কখনই নির্ধারিত করা যায় না। সুতরাং তাতে গণনা ছাড়া কোনপ্রকার পরিসংখ্যানমূলক গণনা প্রয়োগ করা সম্ভব হয় না। এইস্তরে বা স্কেলে সর্বদা কোন বিশেষ দিকের ভিত্তির উপর শ্রেণী বিভক্তি রচনা করা হয়। একারণে তাতে আভ্যন্তরীণ সমধর্মীতা (Internal homogenity) পাওয়া যায়। ডাক বিতরনের জোনাল ক্ষেত্র কলিকাতা-1, কলিকাতা-2, কলিকাতা-3

প্রভৃতি সংখ্যাগুলি নির্ধারণ করার শুরুতে নামসূচক স্তর বা স্কেলের পরিমাণ প্রয়োগ করা হয়। বিধি অনুযায়ী প্রতিসাম্যতা (Symmetry) ও কর্মানুগামীতা (Transitivity) গুণদ্বয় নামসূচক স্কেলের অঙ্গ। প্রতিসাম্যতার অর্থ হচ্ছে ক ও খ এর মধ্যে যে সম্পর্ক বিদ্যমান, খ ও গ এর মধ্যে একই সম্পর্ক বিদ্যমান। কর্মানুগামীতার অর্থ হচ্ছে যদি ক=খ ও খ=গ হয় তাহলে খ=গ হবে। প্রতিসাম্যতা ও কর্মানুগামীতা গুণদ্বয় একত্র করলে যে ফলাফল পাওয়া যাবে তা হলো যদি ক ও খ একই (বা পৃথক) শ্রেণীভুক্ত হয়, তাহলে খ ও ক উভয়েই একই (বা পৃথক) শ্রেণীভুক্ত বলে গণ্য হবে। যদি ক ও গ এবং খ ও গ একই শ্রেণীভুক্ত হয় তাহলে ক ও গ নিশ্চয়ই একই শ্রেণীভুক্ত হবে।

॥ দুই ॥ ক্রমসূচক স্তর বা স্কেল (Ordinal level or scale)

কোন বিশেষ একটি বৈশিষ্ট্যের মাত্রার প্রেক্ষিতে আমরা প্রায়ই বিভিন্ন শ্রেণীসমূহকে ক্রমানুযায়ী (order) সাজাতে পারি। কিন্তু তবুও আলোচ্য শ্রেণীসমূহে উক্ত বৈশিষ্ট্যের সঠিক মাত্রা কতটুকু তা আমাদের পক্ষে বলা সম্ভব নাও হতে পারে। এসব ক্ষেত্রে আমরা একটা চলক (Continuum) স্থির করে নেই এবং তারই ভিত্তিতে শ্রেণীসমূহকে ক্রমান্বয়ে সাজিয়ে থাকি। সম্ভবতঃ এমন সূক্ষ্মভাবে আমরা বিভিন্ন ব্যক্তিদের শ্রেণীবিভাগ করতে পারি যাতে উক্ত মাপকাঠির কোন একটি বিন্দুতে একাধিক ব্যক্তির সমাবেশ না ঘটে। সাধারণতঃ বহুক্ষেত্রে জাতীয় দ্বৈততা অর্থাৎ একই বিন্দুতে একাধিক ব্যক্তিসমাবেশ ঘটে থাকে। এসব ক্ষেত্রে আমরা বিভিন্ন ব্যক্তির মধ্যে পার্থক্য নির্ধারণ করতে ব্যর্থ হই এবং তাদের একই শ্রেণীর মধ্যে ভুলবশতঃ একত্রিত (lumped) করে ফেলি। সামাজিক-আর্থিক মর্যাদা (Socio-economic Status) অনুসারে বিভিন্ন পরিবার সমূহকে আমরা 'উচ্চবিত্ত', 'উচ্চমধ্যবিত্ত', 'নিম্নমধ্যবিত্ত, এবং 'নিম্নবিত্ত' প্রভৃতি শ্রেণীতে বিভক্ত করতে পারি। এমনকি 'উচ্চবিত্ত' ও 'নিম্নবিত্ত' এ দুটি মাত্র শ্রেণীতেও বিভক্ত করতে পারি।

এই স্কেলের পরিমাপে ব্যক্তিবর্গ, ঘটনাবলী, বিশেষত্ব বা প্রতিক্রিয়া সমূহকে কোন গুণ বা লক্ষণের উপর ভিত্তি করে উচ্চতম থেকে নিম্নতম ক্রমানুসারে সাজানো যায়। প্রতিটি বস্তুতে এক ক্রমসূচক সংখ্যা প্রদান করা যায়। উদাহরণ স্বরূপ যখন আমরা কোন কলেজের অমুক শ্রেণীর ছাত্রদের পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বরের উপর ভিত্তি করে প্রথম, দ্বিতীয়, তৃতীয় প্রভৃতি ক্রমানুসারে সাজাই তখন ক্রমসূচক স্কেলের পরিমাপ প্রয়োগ করা হয়।

উল্লিখিত পরিমাপ ক্রিয়া স্বভাবতঃই নামসূচক স্কেলের পরিমাপ ক্রিয়ার চেয়ে বেশ উচ্চস্তরের। কারণ তার দ্বারা আমরা যে শুধু বিভিন্ন লোকদের ভিন্ন ভিন্ন শ্রেণীতে বিভক্ত করতে সক্ষম হই তাই নয়, বরং উক্ত শ্রেণী সমূহকে ক্রমানুসারে সাজাতেও

পারি। পরিমাপ ক্রিয়ায় এ জাতীয় স্তরকেই আমরা ক্রমসূচক স্কেল (ordinal scale) নামে অভিহিত করে থাকি।

একদিক দিয়ে বলতে গেলে ক্রমসূচক স্কেল নামসূচক স্কেলের প্রতিসাম্যতা গুণাবলী ধারণ করা ছাড়াও অপ্রতিসাম্য গুণও (asymetrical) এর মধ্যে রয়েছে। কারণ ক ও খ এর যে বিশেষ সম্বন্ধ বর্তমান তা খ ও ক-এর মধ্যে নাও থাকতে পারে। উদাহরণ স্বরূপ 'অপেক্ষা বৃহত্তর' সম্পর্কটির কথা উল্লেখ করা যেতে পারে। তাকে আমরা অপ্রতিসাম্য বলতে পারি। কারণ এখানে ক>খ হলে খ>ক নাও হতে পারে। যদি ক>খ, খ>গ হয়, তাহলে ক>গ হবে। অতএব এখানে কর্মানুগামীতার (Transitivity) গুণ বর্তমান। বস্তুতঃ উক্ত গুণাবলী থাকার দরুনই আমরা ক, খ ও গ কে কোন বিশেষ একটা চলকের (variable) ভিত্তিতে ক্রমানুসারে সাজাতে পারি। কিন্তু একথা স্বীকার করা অবশ্য প্রয়োজন যে, ক্রমসূচক স্কেল বিভিন্ন উপাদানগুলির মধ্যে পার্থক্যের পরিমাণ সম্বন্ধে কোন তথ্যাবলী যোগায় না। আমরা শুধু জানতে পারি যে, ক, খ অপেক্ষা বৃহত্তর (ক>খ)। কিন্তু কতখানি বা কতটুকু বৃহত্তর তা আমরা বলতে পারি না।

কোন সমষ্টিভুক্ত ব্যক্তিবর্গকে সম্মান দেওয়া যায় এমন স্থিতিতে ক্রমিক স্তর বা স্কেলের প্রয়োগ করা হয়। এইভাবে ব্যবসা, প্রতিষ্ঠা, বেতন প্রভৃতির উপর ভিত্তি করে ব্যক্তিবর্গকে ক্রমিক শ্রেণীবিন্যাসে সাজানো যায়। এই প্রকার মাপনির প্রয়োগে ক্রমবিন্যাস নির্ধারণ করার জন্য প্রায় দুটি বিধির ব্যবহার প্রচলিত আছে।—(i) পংক্তিক্রম বিধি, একটি সহজ পদ্ধতি। এতে বস্তুগুলিকে পংক্তি (rank) ক্রম অনুসারে ক্রমবদ্ধ করে নেওয়া যায়। নিজের রুচি স্বাদের উপর ভিত্তি করে আমরা ফলগুলি এইরূপ ক্রম—আম (1), আঙ্গুর (2), আপেল (3), ডালিম (4), কলা (5), কমলালেবু (6) অনুসারে সাজিয়ে রাখতে পারি। এইভাবে শ্রেণীভুক্ত সমস্ত সদস্যদের ক্রমবিন্যাস নির্ধারণ করার জন্য I, II, III, IV, V............Nth স্থান দেওয়া হয়। অর্থাৎ তাদের এই ক্রমবিন্যাসে রাখা হয়; (ii) দ্বিতীয় বিধি হ'ল যুগ্ম তুলনামূলক বিধি (Paired comparison method); এই পদ্ধতিতে সমষ্টির সমস্ত সদস্য বা শ্রেণীর সমস্ত পদার্থের যুগ্ম বা জোড় রূপে তুলনা করা যায়। কিরূপ সমষ্টিতে কতগুলি জোড় রচনা করা যাবে তার জন্য $nc_2 = \frac{n\ (n-1)}{2}$ সূত্র প্রয়োগের মাধ্যমে করা যায়।

যদিও এই প্রকার পরিমাপের উপযোগিতা অধিকাংশ ভৌতিক, সামাজিক এবং মনোবৈজ্ঞানিক ক্ষেত্রে নির্ধারণ করা যায়, তবুও তার সাহায্যে অত্যধিক পরিশুদ্ধ, নির্ভরযোগ্য ও বৈজ্ঞানিক পদ্ধতি সম্বন্ধে ধারণা করা যায় না। এই স্তরে বস্তুগুলিতে ক্রমিক রূপ দেওয়ার জন্য যে সংখ্যাগুলি আরোপ করা হয় সেগুলিতে পাটিগণিতিক প্রক্রিয়ার (যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ) প্রয়োগ করা যায় না। কিন্তু তাতে ক্রমের উপর নির্ভরশীল পরিসংখ্যানমূলক বিধির উপযুক্ততা রয়েছে। এই

ক্রমসূচক সংখ্যাগুলি থেকে মধ্যমমান (median), শতাংশ (Percentile), ক্রমবদ্ধ সহ-সম্বন্ধ গুণাঙ্কের (rho) গণনাগুলি করা সম্ভব হয়। এইগুলি মনোবৈজ্ঞানিক তথ্যের বর্ণনা করাতে সাহায্য প্রদান করে। এই পরিমাপে দুই ব্যক্তির মধ্যে যে পার্থক্য বর্তমান তা নির্ণয় করা যায়। কিন্তু দুই ব্যক্তির মধ্যে বাস্তবিক পক্ষে কতটুকু পার্থক্য বর্তমান তা এই পরিমাপের দ্বারা নির্ণয় করা যায় না।

॥ তিন ॥ ব্যপ্তিসূচক স্তর বা স্কেল (Interval level or scale)

পরিমাপের তৃতীয় স্তরে ক্রমসূচক স্তরের সমস্ত বিশেষত্বগুলি নিহিত আছে। এই স্তরে দুটি বস্তু, ব্যক্তি বা শ্রেণীর মধ্যে দূরত্ব এবং পার্থক্য সংখ্যার মাধ্যমে জানা যায়। শ্রেণী বিভক্তকারী ও দূরত্বের মাত্রা নির্দেশকারী এই স্তরকে ব্যপ্তিসূচক স্তর বা স্কেল (Interval scale or level) বলা হয়। এই স্তরে প্রত্যেক সংখ্যার পার্থক্য বা দূরত্ব সমান হয়। কিন্তু যে কোন সংখ্যা শূন্য বিন্দু থেকে কতটুকু দূরে অবস্থিত তা এর থেকে জানা যায় না। এমন কি এর সাহায্যে সঠিক শূন্য বিন্দুও (Exact zero point) পাওয়া যায় না। সুতরাং সম দূরত্বের উপর অবস্থিত সংখ্যা এই পরিমাপের স্থির মাপাঙ্ক হিসাবে বিবেচিত হয়। এর গাণিতিক প্রক্রিয়াতে আমরা কেবল সংখ্যাগুলি যোগ কিংবা বিয়োগ করতে পারি। পরিমাপ ক্রিয়ার এই স্তরটির জন্য কোন এক ধরনের বাহ্য পরিমাপ একক (Physical unit of measurement) ঠিক করা প্রয়োজন। উক্ত অনুকৃতিবাচক (replicable) (অর্থাৎ ফলাফল অবিকৃত থাকে) এককটিকে একটি আদর্শ মাপকাটি হিসাবে সবাই গ্রহণ করবে বলে গণ্য করা হয়। কিন্তু এর সবচেয়ে বড় ত্রুটি হ'ল যে এতে সঠিক শূন্য বিন্দু থাকে না। এই পরিমাপের সাহায্যে সাপেক্ষিক পরিমাপ (relative measurement) সম্ভব হয়; কিন্তু নিরপেক্ষ বা নিরংকুশ বা অসাপেক্ষ (absolute or non-arbitrary) পরিমাপ সম্ভব হয় না। একথা সত্য হতে পারে যে, একটি ছাত্র কোন একটি বিষয়ের পরীক্ষায় শূন্য নম্বর পেতে পারে। কিন্তু তার মানে এই নয় যে ঐ ছাত্রের ঐ বিষয়ে কোনরূপ জ্ঞান নেই। এই স্তরের সর্বশ্রেষ্ঠ উদাহরণ হ'ল থার্মোমিটার। মানুষের শরীরের তাপমাত্রা পরিমাপের জন্য সেই থার্মোমিটার উপযোগী হিসাবে বিবেচিত হয়, যাতে 90° থেকে 108° পর্যন্ত চিহ্নিত করা থাকে। যাতে 98° থেকে 99° এর মধ্যে যতটুকু দূরত্ব থাকে ঠিক ততটুকু দূরত্ব থাকে 107° থেকে 108°-র মধ্যে। এমনকি ব্যাপ্তি পরিমাপের একক সমান দূরে অবস্থিত থাকে। থার্মোমিটারে জ্বর পরিমাপে যদি আমরা পারা 96°-র উপর পাই তাহলে তার থেকে জানা যায় যে শরীরের জ্বরের মাত্রা হ'ল শূন্য। কিন্তু একথার অর্থ কখনও এই হয় না যে শরীরের ভিতর তাপমাত্রার অভাব আছে। এইভাবে যখন মনোবৈজ্ঞানিক পরিমাপে কোন ছাত্র কোন প্রকার অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষায় শূন্য নম্বর প্রাপ্ত হয় তখন একথা বলা যেতে পারে না যে ঐ ছাত্রের ঐ বিষয়ে ক্ষমতা একেবারেই নেই। বর্ষ, মাস, সপ্তাহ, ঘণ্টা, মিনিট প্রভৃতির পার্থক্য পরিমাপ উদাহরণস্বরূপ উল্লেখ করা যেতে

পারে। পরিমাপ কার্যে এর পৌণঃপুনিক প্রয়োগ সম্ভবপর। যেমন দৈর্ঘ্যের ক্ষেত্রে গজ, ফুট বা মিটার, সময়ের ক্ষেত্রে সেকেণ্ড, তাপমাত্রার বেলায় সেন্টিগ্রেড ও ফারেনহাইট ডিগ্রী, ওজনের বেলায় পাউণ্ড কিম্বা আয়ের ক্ষেত্রে টাকা প্রভৃতি মাপ-কাঠিরূপে গ্রহণ করা যায়, পক্ষান্তরে বুদ্ধ্যঙ্ক (I. Q) পরিমাপে এমন কোন বাহ্য একক নেই যা মনোবিজ্ঞানী, সমাজবিজ্ঞানী বা শিক্ষাবিজ্ঞানীরা সর্বসম্মতভাবে গ্রহণ করতে পারেন। বলা চলে যে একটি পরিমাপ ক্রিয়া এক অবস্থা থেকে অন্যঅবস্থায় অপরিবর্তিত থাকবে। এই পরিমাপের প্রয়োগ থেকে যে সব অঙ্ক বা সংখ্যা পাওয়া যায় সেইগুলি থেকে অনেক প্রকারের পরিসংখ্যানমূলক অঙ্ক যেমন মধ্যমমান (median), সমক বিচ্যুতি (standard deviation) প্রভৃতি নির্ণয় করা সম্ভব হয়।

॥ চার ॥ আনুপাতিক স্তর বা স্কেল (Ratio level or scale)

ভৌতিক এবং মনোবৈজ্ঞানিক পরিমাপের শেষ ও সর্বোচ্চ স্তর বা স্কেল হ'ল আনুপাতিক স্কেল। এই স্কেলটি অন্যান্য স্কেলগুলির চেয়ে উৎকৃষ্ট, উচ্চস্তরীয় এবং বৈজ্ঞানিক নীতিভিত্তিক হিসাবে বিবেচিত হয়। এই স্কেলে ব্যাপ্তিসূচক স্কেলের সমস্ত বিশেষত্বগুলির সঙ্গে একটি সঠিক শূন্য-বিন্দুও (True zero point) বিদ্যমান থাকে যা অন্য কোন স্কেলে পাওয়া যায় না। তার জন্য এই স্কেলটি ব্যাপ্তিসূচক স্কেলের চেয়ে অধিক নির্ভরশীলরূপে বিবেচিত হয়। অনুপাত স্কেলের সঠিক শূন্য-বিন্দু (True zero point) কোন কল্পিত বিন্দু নয়; তার স্থিতি কোনরূপ গুণ বা বিশেষত্বের শূন্য মাত্রা থেকে নির্ধারণ করা হয়। ভৌতিক পরিমাপে অনেক উদাহরণ এইরূপভাবে উল্লেখ করা যায় যেখানে নিরপেক্ষ শূন্য বিন্দু (absolute zero point) পাওয়া যেতে পারে, যেমন মিটার, মিলিমিটার, কিলোমিটার, লিটার, গ্রাম প্রভৃতি। যখন আমরা কাপড়ের দৈর্ঘ্য, বস্তুর ওজন বা স্থানের দূরত্ব পরিমাপ করে থাকি তখন এসবের স্থিতি শূন্য বিন্দু থেকে শুরু করা যায় যাতে দৈর্ঘ্য, ওজন বা দূরত্বের কোন নিজস্ব অস্তিত্ব থাকে না। বাস্তবে শূন্য ইঞ্চির দৈর্ঘ্য বা শূন্য কিলোমিটারের দূরত্ব বলে কোন দৈর্ঘ্য বা দূরত্ব হয় না। এর জন্য অনুপাত স্কেলে সঠিক শূন্য বিন্দুকেই পরিমাপের প্রারম্ভিক বিন্দুরূপে মেনে নেওয়া হয়। এইরূপ হওয়ার কারণ হ'ল, আমরা দুটি ভিন্ন ভিন্ন দূরত্ব সম্পন্ন স্থানের অনুপাতের হিসাব নিয়ে থাকি আর নিশ্চিতভাবে বলে থাকি যে, 'অ' স্থান 'ক' স্থানের চেয়ে অর্ধেক, দু'গুণ বা তিনগুণ দূরত্ব সম্পন্ন। এইভাবে যদি কোন গুণ বিশেষের মাত্রার উপর ভিত্তি করে রাখী, শশি বা বিভাকে 15, 30, বা 60 নম্বর প্রদান করা হয় তাহলে এই স্কেল অনুসারে এইরূপ ব্যাখ্যা করা যায় যে, রাখীর মধ্যে এই গুণ যে পরিমাণে বিদ্যমান রয়েছে শশির মধ্যে সেই গুণের অস্তিত্ব দ্বিগুণভাবে দেখা যাচ্ছে, আর বিভার মধ্যে তিনগুণ মাত্রায় পাওয়া যায়। সুতরাং এই স্কেলের প্রতিটি মানদণ্ডে দুটি নির্দিষ্ট সংখ্যা দ্বারা পরিমাপিত হয়ে থাকে। তাতে গাণিতিক প্রক্রিয়াগুলির প্রয়োগ কোন নির্দিষ্ট প্রক্রিয়ার মধ্যে সীমাবদ্ধ থাকে না। যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ—সমস্ত প্রকার প্রক্রিয়াগুলির প্রয়োগই এই স্কেলে করা হয়ে থাকে।

প্রাসঙ্গিক গ্রন্থ নির্দেশিকা

Bhattacharyya, S. (1972) : Psychometric and Behaviour Research. New Delhi : Sterling Publication Pvt. Ltd.

Guilford, J. P. (1970) : Psychometric Methods. New York : Mcgrew-Hill.

Helmstadoter, J. C. (1966) : Principle of Psychological Measurement. New York : Mcgrew-Hill.

Throndike, R. L. and Hagen, E. P. (1969) : Measurement and Evaluation in Psychology and Education, New York : Wiley.

Taylor, L. E. (1971) : Tests and Measurements. New York : Prentice-Hall.

তৃতীয় পরিচ্ছেদ

শিক্ষামূলক মূল্যায়ন
(Educational Evaluation)

মূল্যায়নের অভিপ্রায়

আধুনিক কালে মনোবিজ্ঞান ও শিক্ষার ক্ষেত্রে মূল্যায়নের বিশেষ গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকার কথা সর্বজন স্বীকৃত। বর্তমানে এমন কোন বিষয় নেই যার কার্যকারিতা মূল্যায়ন ছাড়াই যাচাই করে নেওয়া যায়। মানুষ মাত্রই তার সমগ্র জীবনের ব্যর্থতা বিনা মূল্যায়নে নির্ধারণ করতে পারে না। জন্ম থেকে মৃত্যু পর্যন্ত গতিশীল মানুষ তার জীবনদর্শনের প্রতিটি ক্ষেত্রে এই প্রক্রিয়ার আবশ্যকতা অনুভব করে থাকে। একটি ছেলে বা মেয়ে সাধারণ ছেলেমেয়েদের তুলনায় কেমন? রাম অঙ্কে কি ধরনের পারদর্শিকতা অর্জন করেছে? রাজীব বিজ্ঞান বিষয়ে কেমন পড়াশুনা করছে? এই শহরের কোন্ স্কুল ভাল? কোন্ অধ্যাপক কেমন পড়ান? শিক্ষা মনোবিজ্ঞানের কোন্ বই সর্বোত্তম? এইরূপ অনেক প্রশ্নের সাহায্যে মূল্যায়নের সত্যতা ও কার্যকারিতা নির্ধারিত হয়ে থাকে। মূল্যায়নের সঠিকত্বের মধ্য দিয়ে এই কথাটি নির্ণয় করা যায়, যেমন কোন্ জিনিষ ভাল আর কোন্ জিনিষ খারাপ (what is good and what is bad)? মূল্যায়নের কাজ খুব সাবধানতা পূর্বক, নিপুণতা ও কুশলতার সঙ্গে করতে হয়। এই কাজ নির্ণয় করার সময়ে প্রভাবিত করতে পারে এমন বিষয়াবলীর বিভিন্ন দিকগুলির প্রতি বিশেষভাবে দৃষ্টি রাখতে হয়। রেমর্স এবং গেজ (Remmers and Gage) এর ভাষায় 'ব্যক্তি বা সমাজ কিম্বা উভয়ের দৃষ্টিভঙ্গির প্রেক্ষিতে যা ভাল বা বাঞ্ছনীয় যে সম্বন্ধে একটি উদ্দেশ্য বা ধারণা মূল্যায়নে অনুমিত হয়'। (Evaluation assumes a purpose or an idea of what is 'good' or 'desirable' from the standpoint of the individual or society or both.)

অন্যভাবে বলা যায় যে, ব্যক্তি ও সমাজ দুই হ'ল মূল্যায়নের আধার। আবার শিক্ষাও এই দুই আধারকে আত্মিকরণ করে গড়ে ওঠে। সুতরাং শিক্ষার মূল্যায়ন করার সময়ে মানুষ আর তার বাতাবরণ এবং সামাজিক পটভূমির অনুধাবন করা আবশ্যকরূপে বিবেচিত হয়ে থাকে। সামাজিক দৃষ্টিকোণ বিচারে শিক্ষার মাধ্যমে মানুষের মধ্যে ভাবধরনের পরিবর্তন বাঞ্ছনীয় হয়। তার বিশ্লেষণ মূল্যায়ন প্রক্রিয়ার সাহায্যে সহজে নিরূপন করা সম্ভব হয়। শিক্ষা সমাজের প্রয়োজনীয়তা ও আশা-আকাঙ্ক্ষার দর্পনরূপে বিবেচিত হয়। আর মূল্যায়ন হল এই দর্পণের কেন্দ্রবিন্দু যার মধ্য দিয়ে শিক্ষা আর সমাজ দুইয়েরই প্রতিছবি অবলোকন করা যায়।

মূল্যায়ন একটি নির্ণয়াত্মক প্রক্রিয়া, যার মাধ্যমে বিষয়বস্তুর উপযোগিতার বিষয়ও

নিরূপন করা সম্ভব হয়। এই নির্ণয় করণে বহুল পরিমাণে বুদ্ধিমত্তা এবং পরিপক্কতার ছাপ অবলোকন করা যায়।

শিক্ষার দৃষ্টিকোণ থেকে বিশ্লেষণ করলে মূল্যায়ন শিক্ষার উদ্দেশ্যের উপর নির্ভরশীল। মূল্যায়ন ও উদ্দেশ্যের পারস্পরিক সম্বন্ধ অত্যন্ত গভীর। মূল্যায়নের সঠিক ব্যাখ্যা করতে গিয়ে বলা যায় যে, শিক্ষার্থী ছাত্র-ছাত্রীরা কতদূর পর্যন্ত শিক্ষার লক্ষ্য লাভ করতে পারবে সেই সীমা নির্ধারণের একটি রীতিবদ্ধ প্রক্রিয়াই হ'ল মূল্যায়ন। (Evaluation may be defined as a systemetic process of determining the extent to which educational objectives are achieved by pupils)। শিক্ষার্থী ছাত্র-ছাত্রীরা শিক্ষার উদ্দেশ্য যতটুকু লাভ করতে পারবে ঠিক ততটুকু পরিবর্তন তাদের মধ্যে হওয়া সম্ভব। তার ফলে ছাত্র-ছাত্রীদের মধ্যে যে ধরনের পরিবর্তন ঘটবে ঠিক সেই ধরনের পরিবর্তন তাদের ব্যবহার ও আচরণে লক্ষ্য করা যাবে। ব্যবহার ও আচরণ কোন্ দিক দিয়ে পরিবর্তিত হবে বা কি পরিমাণে পরিবর্তিত হবে তার উপর ভিত্তি করে বলা যায় যে, অভিজ্ঞতালব্ধ শিক্ষার প্রভাব ছাত্র-ছাত্রীর জীবনে অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ হয়। N. C. E. R. T. 'Concept of Education' নামে যে পুস্তিকা প্রকাশ করে সেই পুস্তিকা অনুসারে মূল্যায়ন প্রক্রিয়ার যে তিনটি বিষয় অবলোকন করা যায় এখানে তার উল্লেখ করা হ'ল—

(1) উদ্দেশ্য প্রাপ্তি সীমার বিস্তৃতি কতদূর পর্যন্ত সম্ভবপর হয় ?

(2) শ্রেণীকক্ষে প্রদান করা শিক্ষালব্ধ অভিজ্ঞতাসমূহ (learning experiences) কতখানি প্রভাব সৃষ্টি করতে পারে ?

(3) কত ভালভাবে শিক্ষার উদ্দেশ্য প্রাপ্তি সম্পন্ন করা যায় ?

এই তিনটি তথ্য মিলে মূল্যায়ন চক্র সম্পূর্ণ করা হয়। মূল্যায়ন প্রক্রিয়াতে শিক্ষার উদ্দেশ্য, শিক্ষালব্ধ অভিজ্ঞতা এবং ব্যবহার পরিবর্তন একে অপরের সঙ্গে সংযুক্ত হয়ে থাকে। তার মধ্যে কোন একটি তথ্যের অভাব ঘটলে মূল্যায়ন অসম্পূর্ণ থেকে যায়। আজ শিক্ষা, শিক্ষণ, পরীক্ষণ, সব কিছুকেই উদ্দেশ্যমুখী করে তৈরী করা হয়। নতুন ধরনের পাঠক্রমও স্বয়ং-সম্পূর্ণভাবে উদ্দেশ্য সম্পৃক্ত হয়ে থাকে। এই উদ্দেশ্যের চয়ন অত্যন্ত সাবধানতাপূর্বক করতে হয়। উদ্দেশ্য চয়নের পিছনে তার প্রাপ্তির জন্য উপযুক্ত শিক্ষালব্ধ অভিজ্ঞতা এবং অন্য বিষয়ও নির্বাচন করতে হয়। এইভাবে প্রত্যেক বিষয়ের পাঠক্রম প্রত্যেক ধরনের শিক্ষার গতিবিধি, প্রত্যেক ধরনের শিক্ষণ এবং পরীক্ষণ উদ্দেশ্য কেন্দ্রিত হয়ে থাকে। শিক্ষাকে উদ্দেশ্যমুখী করাই মূল্যায়নের বাস্তবায়িত অভিপ্রায়।

পরিমাপন এবং মূল্যায়ন

(Measurement and Evaluation)

অনেক সময়েই মূল্যায়নকে ভুলবশতঃ পরিমাপন বলে বিবেচনা করা হয়। পরিমাপন সেইসব পর্যবেক্ষণমূলক তথ্যাবলীর উল্লেখ করে থাকে, যেগুলি সংখ্যার

মাধ্যমে প্রকাশ করা যায় এবং এই তথ্যাবলী কতখানি (how much) মাপা যায় সেই প্রশ্নের উত্তরও পরিমাপনে পাওয়া যায়। মূল্যায়ন পরিমাপের সঙ্গে সঙ্গে পরিমাণাত্মক চিত্রও প্রকাশ করে এবং তথ্যাবলী কতখানি মাপা যায় এই প্রশ্নের সমাধান করা ছাড়াও কত ভালভাবে (how good) মাপা যায় সে প্রশ্নেরও সমাধান করে থাকে। (Measurement refers to observations that can be expressed quantitively and answers that question 'how much'. Evaluation goes beyond the statement of how much, to concern itself with the question 'what value'.) মূল্যায়নে এই কথার উপর বেশী গুরুত্ব আরোপ করা হয় যে, উদ্দেশ্যের প্রাপ্তি কোন্ স্তর পর্যন্ত হয়েছে ; কিম্বা কতটুকু উদ্দেশ্য লাভ করা গেছে। যেমন রজনী কি গণিতের বিভিন্ন রকমের প্রশ্নের উত্তর দিতে পারে ? বাংলা সাহিত্য পড়তে উষার কি আগ্রহ আছে ? তারা কি শব্দকোষ থেকে বিভিন্ন শব্দ ব্যবহার করতে পারে ? তারা কি বিভিন্ন প্রবাদ বাক্য উল্লেখ করতে পারে ? মূল্যায়ন ছাড়া পরিমাপন অসম্পূর্ণ থাকে। যেমন পরিমাপন থেকে বোঝা যায় যে, হর্ষের জন্মকালীন ওজন 7 পাউণ্ড ছিল। মূল্যায়নের মাধ্যমে বোঝা যায় হর্ষের ওজন কত ? হর্ষ কি শক্ত সমর্থ না অশক্ত ? হর্ষের ওজন কি স্বাভাবিক না অস্বাভাবিক ? সুতরাং বলা যায় যে পরিমাপন কোন বস্তু নিচয়ের সংখ্যাত্মক চিত্র প্রকাশ করে, আর মূল্যায়ন পরিমাপের সঙ্গে সঙ্গে পরিমাণাত্মক চিত্রের সম্মিলিত রূপরেখা নির্ধারণ করে থাকে।

মূল্যায়নের সিদ্ধান্ত
(Principles of Evaluation)

মূল্যায়ন একটি বৈজ্ঞানিক এবং রীতিবদ্ধ প্রক্রিয়া। নিম্নলিখিত সিদ্ধান্তগুলি এই প্রক্রিয়ার মাধ্যমে লাভ করা যায়।

॥ এক ॥ যতক্ষণ পর্যন্ত মূল্যায়নের উদ্দেশ্য ভুলে ভরা থাকে, সাবধানতার সঙ্গে পরিভাষিত করা হয় না ততক্ষণ পর্যন্ত মূল্যায়নের উপকরণ চয়ন করা অথবা তার বিকাশ সম্বন্ধে মনোযোগ দেওয়া উচিত নয়। অন্যভাবে বলা যায় যে সর্বপ্রথম মূল্যায়ন সম্বন্ধে একটি স্পষ্ট ধারণা আমাদের মধ্যে সৃষ্টি করতে হবে। তারপর ধারণা এবং উদ্দেশ্য অনুসারে কিভাবে মূল্যায়ন করা যেতে পারে তার জন্য উপযুক্ত উপকরণ চয়ন করতে হবে। যদি উপযুক্ত উপকরণ না পাওয়া যায় তাহলে উপযুক্ত উপকরণ তৈরী করার জন্য যত্ন নিতে হবে।

॥ দুই ॥ যে উদ্দেশ্যের জন্য মূল্যায়ন করা হয় সেই উদ্দেশ্য পূর্ণ করার জন্য মূল্যায়নের উপকরণ প্রয়োগ করতে জানা চাই। মূল্যায়নের জন্য বহুবিধ উপকরণ পাওয়া যায়। এই সব উপকরণের প্রত্যেকটি মূল্যায়নের এক একটি বিশিষ্ট উদ্দেশ্য প্রাপ্তির সহায়ক হয়, আর অন্য প্রকার উদ্দেশ্য প্রাপ্তির অনুকূল হয় না। সুতরাং নিজের নির্ধারিত মূল্যায়নের উদ্দেশ্য অনুসারে মূল্যায়ন উপকরণগুলির প্রয়োগ করা চাই।

॥ তিন ॥ একটি উপকরণের মাধ্যমে কোন ব্যক্তির পূর্ণ মূল্যায়ন সম্ভব হয় না। সুতরাং পূর্ণ মূল্যায়নের জন্য মূল্যায়নের বিভিন্ন পদ্ধতি এবং উপকরণগুলি প্রয়োগ করা চাই।

॥ চার ॥ মূল্যায়নের প্রতিটি পদ্ধতি এবং উপকরণ প্রয়োগ করার সময় এইগুলির উপযোগিতার বিষয় সম্বন্ধে মূল্যায়নকারীর পূর্ণ জ্ঞান থাকা চাই। এইগুলির সঠিক বিশেষত্বসমূহ এবং কার্যকারিতার সীমা সম্বন্ধে ধারণা গঠন করে তাদের উপযোগী করে তোলা চাই।

॥ পাঁচ ॥ মূল্যায়ন, শুধু মূল্যায়নের জন্য নয়, কোন নিশ্চিত উদ্দেশ্য প্রাপ্তির জন্য করতে জানা চাই। সঙ্গে সঙ্গে মূল্যায়নের শেষ (end) কখনও না বুঝে তাতে অপর বস্তু প্রাপ্তির বিষয় মেনে চলা চাই।

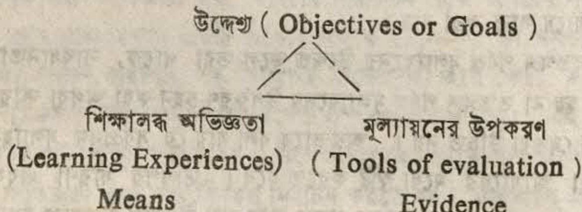
॥ ছয় ॥ মূল্যায়ন করার সময় মুল্যায়নকারীকে অত্যন্ত সাবধানতার সঙ্গে কাজ করা চাই। আর যথা সম্ভব ত্রুটিহীন কাজের জন্য চাই নিজেকে সঠিক ভাবে তৈরী করা এবং কাজের উদ্দেশ্য সম্বন্ধে নিখুঁতভাবে ওয়াকিবহাল হওয়া।

॥ সাত ॥ মূল্যায়ন সংক্রান্ত সিদ্ধান্ত এবং নীতিতত্ত্ব (ethics) সম্বন্ধে সঠিক ধারণা রাখা চাই।

মূল্যায়ন প্রক্রিয়া

(Evaluation Process)

মূল্যায়ন একটি জটিল ক্রিয়া। এই ক্রিয়াকে তিনটি ভাগে বিভক্ত করা যায়। এই তিনটি ভাগ নিম্নাঙ্কিত রেখাচিত্রের সাহায্যে স্পষ্টভাবে বোঝান যায়।



মূল্যায়নের ত্রিভুজাকার প্রক্রিয়া

(Triangular Process of Evaluation)

মূল্যায়ন প্রক্রিয়াতে তিনটি গুরুত্বপূর্ণ দিক রয়েছে—উদ্দেশ্য, শিক্ষালব্ধ অভিজ্ঞতা ও মূল্যায়নের উপকরণ। এইগুলির মধ্যে সবচেয়ে গুরুত্বপূর্ণ হ'ল উদ্দেশ্য। এই তিনটি দিক পারস্পরিকভাবে সম্বন্ধযুক্ত। কোন কোন শিক্ষাবিদ তৃতীয় দিকটি আচরণ পরিবর্তন (Behaviour Change) রূপে চিহ্নিত করেছেন।

মূল্যায়ন প্রক্রিয়ার সোপান
(Steps of Evaluation Process)

পূর্বোক্ত তিনটি দিক মূল্যায়ন প্রক্রিয়ার ভিন্ন ভিন্ন সোপানাবলীর সংকেত নির্দেশ করে।

॥ এক ॥ **উদ্দেশ্যের নির্ধারণ এবং সংজ্ঞা আরোপন (Identifying and defining objectives) ঃ** উদ্দেশ্য নির্ধারিত করার আগে ছাত্র-ছাত্রী, সমাজ, বিষয়বস্তুর প্রকৃতি এবং শিক্ষাস্তর সম্বন্ধে পরিপূর্ণ দৃষ্টি দেওয়া চাই। এই সব তথ্য বা বিষয়াবলী পর্যবেক্ষণ করে মূল্যায়নের উদ্দেশ্যগুলি যাতে স্পষ্টরূপে আচরণ ধারা পরিবর্তন সাধন করতে পারে তার জন্য গুরুত্ব আরোপ করতে হয়। সম্পূর্ণ ধারণা মূল্যায়নকারীর কাছে সুস্পষ্ট হওয়া চাই। তাহলে কি ধরনের পরিবর্তন কতদূর পর্য্যন্ত করা যাবে তা অনুধাবন করা তার পক্ষে অসম্ভব হয়ে পড়বে না। সুতরাং উদ্দেশ্য সমূহ নির্ধারণ এবং সংজ্ঞা আরোপ করার সময় উদ্দেশ্য নির্ধারণ এবং সংজ্ঞা আরোপ করার বিধি সম্বন্ধে পূর্ণ জ্ঞান গঠনের মধ্য দিয়ে মূল্যায়ন কার্যকে এগিয়ে নিয়ে যেতে হয়। উদ্দেশ্য স্থির করার জন্য আচরণ পরিবর্তন এবং বিষয়বস্তু দুটি দিকের উপর গুরুত্ব আরোপ করা আবশ্যক হয়।

॥ দুই ॥ **শিক্ষালব্ধ অভিজ্ঞতা সমূহ সম্পর্কিত পরিকল্পনা (Planning learning experiences) ঃ** যখন উদ্দেশ্য নির্ধারণ করতে যাওয়া হয় তখন শিক্ষালব্ধ অভিজ্ঞতা সম্বন্ধে ধারণা অর্জন করা চাই। শিক্ষালব্ধ অভিজ্ঞতার তাৎপর্য এমন একটি পরিস্থিতি তৈরী করে, যার মাধ্যমে শিক্ষার্থী সঞ্চিত প্রতিক্রিয়া ব্যক্ত করতে পারে। নির্ধারিত উদ্দেশ্যের উপর ভিত্তি করে মূল্যায়নকারীকে শিক্ষালব্ধ অভিজ্ঞতা লাভ করতে হয়। এই ভাবে অভিজ্ঞতার নির্বাচন এবং প্রস্তুতিকরণও করতে হয়।

একটি উদ্দেশ্য লাভ করার জন্য বহু অভিজ্ঞতা সম্বলিত পরিকল্পনা তৈরী করার প্রয়োজন হয়। পরিকল্পনা তৈরী করার সময় শিক্ষার্থীর শিক্ষাস্তর, বয়স, লিঙ্গ, পরিবেশ, অর্থনৈতিক পটভূমি প্রভৃতি কারণগুলি মনে রেখে উপযুক্ত শিক্ষণ সামগ্রী, শিক্ষণবিধি এবং কৌশলের মাধ্যমে অভিজ্ঞতা অধিগমের ব্যবস্থা করা যায়।

॥ তিন ॥ **মূল্যায়নের বিভিন্ন উপকরণের মাধ্যমে প্রমাণ সংগ্রহ করা (Providing evidence through various tools of evaluation) ঃ** মূল্যায়নকারী উদ্দেশ্য এবং শিক্ষালব্ধ অভিজ্ঞতা লাভ করার জন্য পরিকল্পনা তৈরী করার পরে উপকরণগুলির চয়ন এবং বিকাশের দিকে মনোযোগ দেয়, আর এই সব উপকরণগুলি প্রয়োগ করার জন্য ঐ সব প্রমাণগুলি একত্রিত করে থাকে এবং ঐ গুলির উপর ভিত্তি করে প্রত্যাশিত ব্যবহার পরিবর্তনের মূল্যায়ন করায় সক্ষম হয়।

॥ চার ॥ **আচরণ পরিবর্তনের ক্ষেত্রসমূহ (Areas of change in behaviour) ঃ** মূল্যায়নের মাধ্যমে আচার আচরণে পরিবর্তন আসে। এই পরিবর্তন শিক্ষার্থীর

বাচন ভঙ্গিমা, লেখা পড়া, চিন্তাভাবনা প্রভৃতির ক্ষেত্রে ঘটে থাকে। আচরণ পরিবর্তনের সমস্ত ক্ষেত্র সুস্পষ্টরূপে তিনভাগে ভাগ করা যায়—

(ক) জ্ঞানাত্মক পক্ষ (cognitive aspect)

এই বিভাজন জ্ঞানের উদ্দেশ্যের উপর গুরুত্ব প্রদান করে থাকে। Prof. Bloom জ্ঞানাত্মক পক্ষ বিবেচনা করতে গিয়ে নিম্নপ্রকার জ্ঞান এই বিভাজনে সম্মিলিত করেছেন।

(1) বিশেষ তথ্যমূলক জ্ঞান
(2) বিশেষ তথ্যগুলি পাওয়ার জন্য বিভিন্ন নিয়মাবলী সম্পৃক্ত জ্ঞান।
(3) পারস্পরিক শ্রদ্ধা সম্পৃক্ত জ্ঞান।
(4) ঘটনাবলীর জ্ঞান।
(5) পরিমাপ দণ্ড সম্পর্কিত জ্ঞান।
(6) বিধি ও প্রণালী সম্পর্কিত জ্ঞান।
(7) সিদ্ধান্ত ও সামান্যীকরণ সম্পৃক্ত জ্ঞান।

জ্ঞানাত্মক পক্ষে ছয়টি স্তর পাওয়া যায়—প্রত্যাস্মরণ তথা অভিজ্ঞান, বোধ, প্রয়োগ, বিশ্লেষণ, সংশ্লেষণ এবং মূল্যায়ন।

(খ) ভাবাত্মক পক্ষ (affective aspect)—এই পক্ষটি শিক্ষার্থীর আগ্রহ, সংবেগ এবং মনোবৃত্তি দ্বারা সম্বন্ধিত হয়ে থাকে। এই পক্ষেও নিম্নলিখিত ছয়টি স্তর পাওয়া যায়—

(1) আগ্রহ
(2) প্রতিক্রিয়া
(3) অনুমূল্যন
(4) বিচার-বিশ্লেষণ
(5) ব্যবস্থাপন
(6) চরিত্রীকরণ

(গ) ক্রিয়াত্মক পক্ষ (Conative aspect)—এই পক্ষটি মাংসপেশী এবং আঙ্গিক গতির আবশ্যকতার সঙ্গে সম্বন্ধিত হয়ে থাকে। শিক্ষণ প্রক্রিয়ার দৃষ্টিকোণ থেকে এই পক্ষটিকে ছয়টি ভাগে ভাগ করা যায়—

(1) উত্তেজন
(2) কার্যবাহী
(3) নিয়ন্ত্রণ
(4) অভিযোজন
(5) স্বাভাবীকরণ
(6) স্বভাব এবং কৌশল

আচরণে জ্ঞানাত্মক, ভাবাত্মক এবং ক্রিয়াত্মক তিনটি পক্ষই পরস্পর সম্বন্ধযুক্ত হয়ে থাকে। শিক্ষার্থীর আচরণে পরিবর্তনের মূল্যায়ন এই তিন ক্ষেত্রতে পৃথকভাবে কিংবা সম্মিলিতভাবে দুই প্রকারেই করা যেতে পারে।

মূল্যায়নের উপকরণ এবং বিধি প্রণালী

মূল্যায়ন অনেক উদ্দেশ্যেই করা যায়। উদ্দেশ্য অনুসারে উপকরণও বদল করা হয়। মূল্যায়নে বহুবিধ উপকরণ ব্যবহার করা হয়। সুবিধা অনুসারে উপকরণগুলি নিম্নলিখিত চার ভাগে ভাগ করা যেতে পারে—

(1) অভীক্ষা উপকরণ (Testing procedures)

(2) স্বীয় মতামত প্রকাশের উপকরণ (Self-report techniques)

(3) নিরীক্ষণাত্মক উপকরণ (Observational techniques)

(4) প্রক্ষেপী উপকরণ (Projective techniques)

(1) অভীক্ষা উপকরণ—

এই উপকরণ অভীক্ষারূপে পাওয়া যায়। অভীক্ষা হ'ল শুধুমাত্র কার্যাবলীর শ্রেণীবিন্যাস যা একই সময়ে ব্যক্তির আচরণ পরিমাপে ব্যবহার করা হয়। (A test is merely a series of tasks which are used to measure a sample of a person's behaviour at a time.) এই অভীক্ষা ব্যক্তির আগ্রহ, অভিরুচি, অভিবৃত্তি, সীমিতজ্ঞান, অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি, ব্যক্তিত্ব প্রভৃতি মূল্যায়নের জন্য প্রয়োগ করা যায়। এই অভীক্ষা যেমন মৌখিক, প্রয়োগাত্মক অথবা লিখিতরূপে করা যেতে পারে, তেমনি এই পরীক্ষণ বস্তুনিষ্ঠ বা নিবন্ধাত্মক, শিক্ষকনির্মিত, সাধারণ বা প্রমাণসাপেক্ষও হ'তে পারে। এইসব অভীক্ষা নিম্নপ্রকারে দেওয়া যেতে পারে।

(i) লিখিত পরীক্ষার মাধ্যমে

(ii) মৌখিক পরীক্ষার মাধ্যমে

(iii) প্রয়োগাত্মক পরীক্ষার মাধ্যমে

(iv) নিষ্পাদন বা কার্য সম্পাদন পরীক্ষার মাধ্যমে

(v) ব্যক্তি দ্বারা নির্মিত কর্মসূচীর মাধ্যমে

(2) স্বীয় মতামত প্রকাশের উপকরণ—

প্রত্যেক ব্যক্তি নিজের সম্বন্ধে কিছু সূচনার অবতারণা করে থাকে। সে নিজের সম্বন্ধে কি চিন্তা করে? কিভাবে চিন্তা করে? কখন খুশী হয়? কোন্ জিনিস তাকে কষ্ট দেয়? প্রভৃতি দিকগুলি সম্বন্ধে ব্যক্তির মূল্যায়নের জন্য প্রত্যক্ষ বা অপ্রত্যক্ষ রূপে সূচনার অবতারণা করা যেতে পারে। এই সূচনা নিম্নপ্রকার উপকরণগুলির প্রয়োগ দ্বারা একত্রিত করা যেতে পারে।

(i) প্রশ্নাবলী (Questionnaire)

(ii) আত্মকথা (Autobiography)

(iii) ব্যক্তিগত লিপি (Personal Dairy)

(iv) আলোচনা (Discussion)

(v) প্রত্যক্ষ প্রশ্ন (Direct Question)

(vi) সাক্ষাৎকার (Interview)

(3) নিরীক্ষণাত্মক উপকরণ—

ব্যক্তি সম্বন্ধে নিজের নিরীক্ষণ এবং অনুভবের সংকলন বৈজ্ঞানিক বিধির উপর আধারিত হওয়া চাই। নিরীক্ষণের জন্য বিভিন্ন প্রকার উপকরণের সাহায্য নেওয়া যেতে পারে। এই সব উপকরণগুলি প্রয়োগ করার সময়ে এবং তাদের ব্যাখ্যা করার বেলায় কিছুটা সাবধানতার প্রয়োজন হয়। নিম্নলিখিত উপকরণসমূহ এইসব উপকরণগুলির অন্তর্ভুক্ত হয়—

(i) অতীত সংক্রান্ত তথ্য লেখ (Ancedotal Records)
(ii) চেক সূচী (check-list)
(iii) রেটিং স্কেল (Rating scale)
(iv) সমাজমিতি টেক্‌নিক (Sociometric technique)
(v) গেস হু টেক্‌নিক (Guess who Technique)

(4) প্রক্ষেপী উপকরণ—

এই উপকরণগুলির মাধ্যমে ব্যক্তির ব্যক্তিগত সামাজিক অভিযোজন সম্বন্ধিত পক্ষের মূল্যায়ন করা যায়। তাতে ব্যক্তি নিজে সাবধানতা পূর্বক প্রক্ষেপণ করে থাকে। ঐ প্রক্ষেপণের মূল্যায়ন সঠিক সিদ্ধান্ত এবং নিয়মাবলীর মাধ্যমে করা যায়। প্রক্ষেপী উপকরণ সমূহ তিন প্রকারের হয়—(1) পূর্ণ প্রক্ষেপী, (2) অর্ধ প্রক্ষেপী, (3) অপূর্ণ প্রক্ষেপী। নিম্নলিখিত উপকরণ আজকাল যথেষ্ট পরিমাণে ব্যবহার করা হয়।

(i) কালির ছাপের প্রত্যক্ষীকরণ (Perception of Ink Blot)
(ii) বাক্য পূর্তি (Sentence-completion)
(iii) পুতুল খেলা (Doll play)
(iv) চিত্রসমূহের ব্যাখ্যা (Interpretation of pictures)

প্রয়োজন অনুসারে এইগুলির মধ্যে কোন একটি বা অধিক উপকরণ এবং টেক্‌নিকসমূহ মূল্যায়ন প্রক্রিয়ায় প্রয়োগ করা যেতে পারে।

মূল্যায়নের উপযোগিতা
(Utility of Evaluation)

মনোবিজ্ঞান ও শিক্ষার ক্ষেত্রে মূল্যায়ন হ'ল এক গুরুত্বপূর্ণ প্রক্রিয়া। মূল্যায়ন থেকে একথা বোঝা যায় যে, ব্যক্তি কোন বিষয়ে কতটুকু জানে? শিক্ষক শ্রেণীকক্ষে কতটুকু সফলতা অর্জন করে থাকে? শিক্ষক কোন্ শিক্ষণ বিধি প্রয়োগ করতে চায়? শিক্ষক নিজের শিক্ষণ পদ্ধতিকে কিভাবে ছাত্রদের শিক্ষান্তরের সাথে অভিযোজিত করতে চায়? এই প্রকার প্রশ্নগুলির উত্তর পাবার পর শিক্ষক নিজের শিক্ষণ পদ্ধতিকে অধিক পরিমাণে প্রভাবোৎপাদক রূপে চিহ্নিত করতে পারে।

ছাত্র যদি শিক্ষকের কার্যাবলীর ত্রুটিবিচ্যুতি ও সঠিকত্ব নির্দেশ করে দিতে পারে তাহলে সেই ত্রুটি-বিচ্যুতি দূর করতে তিনি যত্নবান হতে পারেন। এইভাবে মূল্যায়ন ছাত্রদের ভাল ছাত্ররূপে গড়ে তুলতে শিক্ষককে প্রেরণা জুগিয়ে থাকে।

মূল্যায়নের মাধ্যমে শিক্ষক শ্রেণীকক্ষের সব ছাত্রদের অগ্রগতি জেনে নিয়ে অভিভাবকদের ছাত্রদের সম্বন্ধে সেই সব তথ্য এবং তাঁর মতামত জানাতে পারেন। অভিভাবকও নিজের নিজের ছেলেদের অগ্রগতি সম্বন্ধে অবহিত হতে পারেন।

মূল্যায়নের মাধ্যমে প্রাপ্ত সিদ্ধান্ত থেকে সব ছাত্রদের সম্বন্ধে জানা যায় যে, ছাত্ররা কোন্ কোন্ বিষয়ে ঠিকমতো অগ্রগতি লাভে অসমর্থ? তাদের সমস্যাবলী কি ধরনের? কোন্ কোন্ বিষয় তাদের অগ্রগতিকে বাধার সৃষ্টি করে এবং ঐগুলি কিভাবে দূর করা যায়? এই ধরনের তথ্যাবলীর মাধ্যমে নির্দেশনকারী (Guidance counseller) ছাত্রদের অধিক পরিমাণে সাহায্য করতে পারেন।

বিদ্যালয়ের কার্যাবলীতে স্বাভাবিকত্ব আনার জন্য মূল্যায়ন অধিক পরিমাণে উপযুক্ত মাপকাঠি রূপে বিবেচিত হয়ে থাকে। পাঠক্রম নির্মাণ, উপযুক্ত পরীক্ষাপ্রণালী, ব্যক্তিগত নির্দেশনা এবং সহপাঠক্রমিক কার্যাবলীর ক্ষেত্রে উপযুক্ত পরিকল্পনা তৈরী করতে মূল্যায়ন সুদৃঢ় পটভূমি সৃষ্টি ক'রে এবং এই সবে অপেক্ষাকৃত পরিবর্তন ও পরিবর্ধন আনার জন্য প্রেরণাও প্রদান করে থাকে।

প্রাসঙ্গিক গ্রন্থ নির্দেশিকা

Dandakar, W. N. (1971) : Evaluation in Schools. Poona : Shri Vidya Prakashan.

Gerberich, J. R., Green. H. A., and Jorgensen A. N. (1962) : Measurement and Evaluation in Modern School. New York : David Mekay Co, Inc.

Kulshristra, S. P. (1975) : Measurement and Evaluation in Guidance and Counselling, Dehradun

Remmers, Gage & Rummel (1967) : A Practical Introduction to Measurement and Evaluation. Delhi : Universal Book Stall.

Remmers & Gage (1955) : Educational Measurement & Evaluation. New York : Harper & Brothers.

Singha (1973) : Modern Educational Testing. Agra : Vinod Pustak Mandir.

Throndike R. L. and Hagen, E. P. (1970) : Measurement and Evaluation. New York : Wiley.

N. C. E. R T. : Concept of Evaluation. New Delhi.

Wrightstone et al (1956) : Evaluation in Modern Education. New York : American Book Co.

চতুর্থ পরিচ্ছেদ

মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষা—বিষয় প্রবেশ (Introduction to Psychological Testing)

মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার আবশ্যকতা (Utility of Psychological Testing)

ব্যক্তি স্বাতন্ত্র্য সংক্রান্ত মনোবিজ্ঞান থেকে মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার উদ্ভব ঘটে। উনবিংশ শতাব্দীর প্রারম্ভে গাল্টন (Galton), কেট্টল (Cattell) প্রভৃতি মনোবিজ্ঞানীরা ব্যক্তিগত পার্থক্যের স্বরূপ, উৎপত্তি এবং সমস্যাবলী নিয়ে গবেষণামূলক আলোচনা শুরু করেন। তাঁদের এই প্রচেষ্টা থেকেই মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষায়ণের আবশ্যকতার গুরুত্ব স্বীকৃত হয়। জীবনের সবদিকেই বিভিন্নতা দৃষ্টিগোচর হয়। ব্যক্তির মানসিক স্তর, ব্যক্তিগত গুণাবলী, যোগ্যতা, সামর্থ, আগ্রহ, অর্জিত জ্ঞান-বিষয়ক উপলব্ধি প্রভৃতি ক্ষেত্রে পার্থক্য অবলোকন করা যায়। তার ফলস্বরূপ ব্যক্তিজীবনে দেখা যায় অভিযোজনমূলক সমস্যার বিকৃতরূপ। সুতরাং এই পরিস্থিতিতে মনোবিজ্ঞানীদের এমন সব যন্ত্র ও উপকরণের আবশ্যক হয় যেগুলির সাহায্যে তাঁরা ব্যক্তিগত ভিন্নতার প্রতিটি দিক অনুসন্ধান করে ব্যক্তিজীবনে অভিযোজনের বিকৃত সমস্যার সামাধান করার জন্য সচেষ্ট হন। অনুসন্ধান করা শুরু হয়, প্রয়োগ কার্য সম্পন্ন করা হয় আর অভীক্ষার প্রয়োগ ধীরে ধীরে হতে থাকে। অভীক্ষায়ণের সহায়তায় ব্যক্তির মানসিক এবং দৈহিক দুটি দিকের পরিমাপ আরম্ভ করা হয়। এই ভাবে সময়ের অগ্রগতির সঙ্গে সঙ্গে যেমন যেমন বৈয়ক্তিক ভিন্নতার জটিল রূপের উপর গুরুত্ব দেওয়া হতে থাকে ঠিক তেমনি ভাবে মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার আবশ্যকতাও অনুভূত হতে থাকে।

মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার অর্থ এবং স্বরূপ (Meaning and Nature of Psychological Testing)

এখন প্রশ্ন হল মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষায়ণ আমাদের কিভাবে সাহায্যে আসে? সাধারণের ভাষায় বলা যায় যে মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষায়ণ ব্যক্তির ব্যবহারিক আচরণ অনুশীলনের এমন এক মাধ্যম যা ঐ ব্যক্তির প্রকৃতি নির্ণয় করতে এবং বোঝাতে সহায়ক হয়। তার সাহায্যে ব্যক্তির বিভিন্ন যোগ্যতার পরিমাপ এবং ব্যক্তিত্ব ও চরিত্রের অনুশীলনও সম্ভব হয়। তার স্বরূপ স্পষ্টরূপে বোঝানোর জন্য আমরা আধুনিক মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষা সম্বন্ধীয় অভিজ্ঞতার প্রতি দৃষ্টি রেখে ঐসব মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার সম্বন্ধে বিচার বিশ্লেষণ করতে পারি।

মনোবিজ্ঞানমূলক শব্দাবলী সম্বন্ধীয় অভিধান (Dictionary of Psychological Terms) অনুসারে "মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষা হল মান নির্ধারিত বা নিয়ন্ত্রিত পরিস্থিতির এমন একটি বিন্যাস (Set) যা ব্যক্তির প্রতিক্রিয়া পাওয়ার জন্য তার সামনে উপস্থিত করা হয়, যার থেকে পরিস্থিতির চাহিদার অনুকূল প্রতিনিধিত্ব আচরণ নির্বাচন করা যেতে পারে ;···বর্তমানে বহুল প্রচলিতভাবে মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষা হিসেবে কিছু বিশেষ পরিস্থিতির বা অবস্থার সমন্বয় করা হয় যেখানে ব্যক্তির বিশেষ কর্মধারা ধরা পড়ে তার সেই বিশেষ কর্মধারা ব্যক্তির বিশেষ কর্মধারা নাও হতে পারে।" ("Psychological test is a set of standardised or controlled occasions for response presented to an individual with design to elicit a representatitive sample of his behaviour when meeting a kind of environment demand·········it is now common usage to include as a test any set of situations or occasions that elicit a characteristic way of acting, whether or not characteristic of individual best performance.")

ক্রনব্যাকের (Cronbach) মতানুসারে "দুই বা অধিক ব্যক্তির আচরণের তুলনাত্মক অনুশীলন করার সুব্যবস্থিত পদ্ধতিই হল অভীক্ষা।" ("A test is a systematic procedure for comparing the behaviour of two or more persons.")

ফ্রিম্যানের (Freeman) ভাষায় "মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষা হল একটি মান নির্ধারিত যন্ত্র যা পরিকল্পিত হয় সম্পূর্ণ ব্যক্তিত্বের এক বা অধিক দিকগুলি শাব্দিক বা অশাব্দিক প্রতিক্রিয়াসমূহের কিংবা অন্যপ্রকার আচরণের মাধ্যমে বস্তুনিষ্ঠভাবে পরিমাপ করার জন্য।"

("A psychological test is a standardised instrument designed to measure objectively one or more aspects of a tolal personality by means of samples of verbal or non-verbal responses or by means of other behaviour.")

এনাস্টেসীর (Anastasi) মতে "মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষা হল আবশ্যিকভাবে আচরণ নমুনার একটি বস্তুনিষ্ঠ এবং মাননির্ধারিত পরিমাপ।"

("A Psychological test is essentially an objective and standardised measure of sample of behaviour.")

মানের (Munn) বিচারে "দলবদ্ধ ব্যক্তিবর্গের বুদ্ধি, ব্যক্তিত্ব, অভিক্ষমতা বা শিক্ষাগত যোগ্যতার পরিপ্রেক্ষিতে ব্যক্তিবিশেষের তুলনাত্মক অবস্থা ব্যক্ত করার একটি পরীক্ষাই হল অভীক্ষা।"

("Test is an examination to reveal the standing of an

individual in the group with respect to intelligence, personality, attitude or achievement.)

টেলারের (Tyler) মতানুসারে "অভীক্ষা হল এমন একটি মাননির্ধারিত পরিস্থিতি যার সাহায্যে ব্যক্তির নমুনামূলক ব্যবহার নির্ণয় করা যায়।"

("A test can be defined as a standardised situation designed to elicit a sample of an individual behaviour.")

উপরিউক্ত সমস্ত প্রকার আলোচনা ও বিচারের পরিপ্রেক্ষিতে একথা স্পষ্টভাবে ব্যক্ত করা যায় যে মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষা এমন একটি বস্তুনিষ্ঠ ও মাননির্ধারিত পরিমাপ যার সাহায্যে সম্পূর্ণ আচরণের বিভিন্ন মনোবৈজ্ঞানিক দিকগুলি, যেমন ক্ষমতাসমূহ, জন্মগত যোগ্যতাবলী, শিক্ষাগত দক্ষতা, আগ্রহ এবং ব্যক্তিত্বের বৈশিষ্ট্যগুলি পরিমাণগত ও গুণগতভাবে অনুশীলন করা যায়। এই অভীক্ষা ব্যক্তি-স্বাতন্ত্র্য বুঝতে এবং সমষ্টির সঙ্গে তুলনা করে তা জানতে সাহায্য করে থাকে। এই প্রতিবেদকের নিজের ভাষায় মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার ব্যাখ্যা এইভাবে ব্যক্ত করা যায়—

"In the hand of a testee, a psychological test is an objective and standardised instrument to measure quantitatively and qualitatively the various psychological aspects, such as abilities, potentialities, achievement, interest and personality characteristics which reveal the behaviour of the individual at a phase in a systematic and scientific fashion. It also involves the study of individual differences and the study of various groups when they are compared."

অভীক্ষা এবং পরিমাপের মধ্যে পার্থক্য

(Difference between Test and Measurement)

অভীক্ষা ও পরিমাপের মধ্যে নিম্নপ্রকার পার্থক্য দৃষ্টিগোচর হয়—

(i) অভীক্ষার ক্ষেত্র সঙ্কুচিত হয়, যখন পরিমাপের প্রয়োগ ব্যাপকভাবে বিভিন্ন মনোবৈজ্ঞানিক অনুসন্ধানে করা যায়।

(ii) অভীক্ষা অধিকতরভাবে মানসিক এবং মনোবৈজ্ঞানিক গুণাবলীর সঙ্গে সম্পর্কিত হয়, যখন পরিমাপে আমরা ভৌতিক গুণাবলীকে (Physical properties) অত্যধিক মাত্রায় অনুশীলন করে থাকি।

(iii) অভীক্ষার মাধ্যমে ব্যক্তির বিষয়ে জানা যায়, যখন পরিমাপে কোন সামান্য প্রশ্নের উত্তর দেওয়ার চেষ্টা করা হয়। কখনও কখনও পরিমাপকে অভীক্ষা রূপেও প্রয়োগ করার চেষ্টা করা হয়।

(iv) অভীক্ষাতে বিভিন্ন প্রকার পদ (Item) একত্রিত করে মান নির্ধারণের (Standardisation) সাহায্যে ঐগুলি প্রয়োগ করা হয়। কিন্তু পরিমাপে বস্তুগুলির (Objects) নিয়মানুসারে সংখ্যার মাধ্যমে পদগুলি পরিভাষিত (define) করা হয়।

(v) অভীক্ষার প্রয়োগে অভীক্ষাকেই উপকরণ হিসাবে ব্যবহার করা হয়, কিন্তু পরিমাপে ভৌতিক এবং মানসিক দুই প্রকার উপকরণই প্রয়োজন হয়।

অভীক্ষায়ণ এবং পরীক্ষণের মধ্যে পার্থক্য

(Difference between testing and experiment)

যদিও অভীক্ষায়ণ এবং পরীক্ষণ দুইই মানুষের আচরণ ব্যাখ্যার জন্য উদ্দীপক এবং প্রতিক্রিয়াকে অন্তর্ভুক্ত করে থাকে, তবু কোনরূপ অনুসন্ধানের উপর ভিত্তি করে উভয়ের মধ্যে কিছু কিছু পার্থক্য দেখা যায়।

(i) অভীক্ষায় আমরা বিভিন্ন মনোবৈজ্ঞানিক দিকগুলি (aspects) যেমন বুদ্ধি, অভিক্ষমতা, আগ্রহ, শিক্ষাগত ক্ষমতা (achievement) প্রভৃতি অধ্যয়ন ও অনুশীলন করে থাকি, কিন্তু পরীক্ষণে কেবলমাত্র বিভিন্ন ক্ষমতাবলীর কার্যকারিতা স্বতন্ত্রভাবে কমানো এবং বাড়ানোর প্রভাব অনুসন্ধান করি।

(ii) মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার উদ্দেশ্য হ'ল ব্যক্তির আচরণের দিকগুলির (aspects) অনুশীলন করা, অর্থাৎ এই অভীক্ষার সাহায্যে ব্যক্তির প্রাসঙ্গিক বিষয়গুলি জানা যায়, কিন্তু পরীক্ষণে কেবল প্রতিক্রিয়াগুলির অধ্যয়নই সম্ভব হয়।

(iii) মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষাগুলি তৈরী করার সময় তাদের মান নির্ধারণ, নির্ভরযোগ্যতা (reliability), বৈধতা (validity) এবং সম্পাদিত কাজের গড় গণনা করতে হয়, কিন্তু পরীক্ষণে এই ধরনের পূর্ব পরিকল্পনা করতে হয় না। পরীক্ষণে কেবল উদ্দীপক এবং শারীরিক পরিবর্তনগুলি নিয়ন্ত্রিত করতে হয়।

(iv) অভীক্ষার ক্ষেত্র পরীক্ষণের ক্ষেত্র থেকে অপেক্ষাকৃত সংকীর্ণ হয়। অভীক্ষার প্রয়োগ কেবল অভীক্ষার উপযোগী এমন সব ব্যক্তিবর্গের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য হয়ে থাকে যাদের জন্যই অভীক্ষাগুলির মান নির্ধারিত করা হয়। ভাষার প্রয়োগ হওয়াতে অভীক্ষাগুলি কেবল ভাষা জানা ব্যক্তিবর্গের উপযোগী হয়, কিন্তু মনোবৈজ্ঞানিক পরীক্ষণ প্রত্যেক পরিস্থিতিতেই ক্রিয়াশীল হয়ে থাকে।

মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার উদ্দেশ্য

(Aims and Objectives of Psychological Test)

মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষাতে নিম্নপ্রকার উদ্দেশ্য প্রকাশ পায় এবং এই কারণে অভীক্ষাগুলি ব্যাপকভাবে প্রয়োগ করা যায়।

॥ এক ॥ শ্রেণীবিন্যাস ও চয়ন (Classification and Selection)

প্রাচীনকাল থেকে দার্শনিক, শিক্ষাবিদ এবং মনোবিজ্ঞানীদের বিচার বিশ্লেষণে বিভিন্ন ব্যক্তিদের মধ্যে যে ধরনের শারীরিক পার্থক্য দেখা যায়, মানসিক শক্তিতেও সেই প্রকার ভিন্নতা পরিদৃষ্ট হয়। দুই ব্যক্তি কখনও একই প্রকার মানসিক যোগ্যতার অধিকারী হয় না, তাদের মধ্যে কোন না কোন প্রকার ভিন্নতা অবশ্যই থাকে। গাল্টন (Galton) অনুসন্ধানের মাধ্যমে এই সিদ্ধান্ত করেছেন যে প্রত্যেক ব্যক্তি মানসিক যোগ্যতা, অভিক্ষমতা, অভিবৃত্তি, আগ্রহ, ব্যক্তিত্ব সম্পর্কিত গুণাবলী প্রভৃতিতে অপর ব্যক্তি থেকে ভিন্ন প্রকার হয়। সুতরাং জীবনের প্রত্যেক ক্ষেত্রে অভীক্ষার উপর ভিত্তি করে ব্যক্তিদের শ্রেণীবিন্যাস করা সম্ভবপর হয়। অভীক্ষার উপর ভিত্তি করে সৈনিক, মানসিক রুগী, ছাত্রছাত্রী এবং কর্মচারীদের শ্রেণীবিন্যাস করা যেতে পারে। অভীক্ষার সাহায্যে ব্যক্তিদের যে কেবল বিভিন্ন শ্রেণীতে ভাগ করা যায় তাই নয় বিভিন্ন ব্যবসা, সেবা এবং শিক্ষা সংস্থানে উপযুক্ত ব্যক্তি নির্বাচন করাও সহজ হয়। কোন্ প্রকার কাজে কোন্ লোক উপযুক্ত শ্রেণীতে পড়ে, ঐ কাজে ঐ ব্যক্তি কি ধরনের সাফল্য অর্জন করবে তার গবেষণামূলক অনুসন্ধান ও মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার কার্যক্রমের অন্তর্গত হয়ে থাকে। সুতরাং মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষা শিক্ষা বিষয়ক, ব্যবসায়িক ও উদ্যোগমূলক কাজে এবং ব্যক্তি নির্বাচনে ব্যাপকভাবে প্রয়োগ করা হয়।

॥ দুই ॥ পূর্ব ইতিহাস (Background)

কখনো কখনো কাজ এবং ব্যক্তির সম্পর্কিত পূর্ব ইতিহাস জানা আবশ্যকরূপে বিবেচিত হয়। সুতরাং মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার দ্বিতীয় উদ্দেশ্য হ'ল ব্যক্তি বা তার কার্যাবলী সম্পর্কিত বিষয়ের পূর্ব ইতিহাস জানা। ব্যক্তির পূর্ব ইতিহাসের তাৎপর্য থেকে আমরা তার বর্তমান ক্ষমতা এবং যোগ্যতা বিচার বিশ্লেষণ করে ভবিষ্যৎ বিষয়ে একটি সিদ্ধান্তে উপনীত হতে পারি। বিভিন্ন মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার মাধ্যমে ব্যক্তির বুদ্ধি, যোগ্যতা, অভিক্ষমতা, আগ্রহ এবং ব্যক্তিত্ব সম্বন্ধীয় গুণাবলী নির্ণয় করা যেতে পারে। উদাহরণস্বরূপ বলা যায় যে, কোন ব্যক্তির অভিক্ষমতা কোন্ ব্যবসায়ের উপযোগী কিংবা রমেশের আগ্রহ বিজ্ঞান বা কলা কোন্ বিষয়ের প্রতি আছে প্রভৃতি সমস্যাবলী সম্বন্ধে জানতে আমাদের পক্ষে এই ব্যক্তি সকলের পূর্ব ইতিহাস জানা আবশ্যক হয়। এইগুলি অভীক্ষার মাধ্যমে প্রকাশ করা যায়। শিক্ষালব্ধ ক্ষমতা সম্পর্কিত অভীক্ষা, অভিক্ষমতা অভীক্ষা এবং বুদ্ধি অভীক্ষার ক্ষেত্রে পূর্ব ইতিহাস জানা বিশেষ গুরুত্ব সহকারে বিবেচিত হয়। এখানে শিক্ষালব্ধ সম্পর্কিত অভীক্ষার মাধ্যমে বলা যায় যে কোন্ ছাত্র বিজ্ঞান সম্বন্ধীয় বিষয়ে উন্নতি করবে বা করবে না, অভিক্ষমতা অভীক্ষার সাহায্যে কোন বিশেষ ব্যবসায়ে কোন্ ব্যক্তি সফলকাম হবে বা হবে না এ সবের অনুসন্ধান করা যায়। এই উদ্দেশ্য লাভ করার জন্য আমরা অভীক্ষার ক্ষেত্রে অভীক্ষার্থীদের পূর্ব ইতিহাস জানা বৈধরূপে বিবেচনা করে থাকি।

॥ তিন ॥ নির্দেশন (Guidance)

ব্যবসা এবং শিক্ষাক্ষেত্রে ব্যক্তিকে পথ নির্দেশ করা মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষায়ণের তৃতীয় উদ্দেশ্য। উদাহরণস্বরূপ বলা যায় যে, একাদশ শ্রেণীতে ভর্তি হবার আগে কোন শিক্ষার্থীকে সঠিক পথের নির্দেশ দিতে চাইলে আমরা তার বুদ্ধি, আগ্রহ, বিভিন্ন শিক্ষণীয় বিষয়ে যোগ্যতা এবং প্রয়োগাত্মক কাজে দক্ষতার প্রতি দৃষ্টি রেখে যদি জানি যে, ঐ শিক্ষার্থীর বুদ্ধি তীক্ষ্ণ, বিজ্ঞান বিষয়ে খুবই আগ্রহী এবং প্রয়োগাত্মক কাজে যথেষ্ট আগ্রহশীল তাহলে তার সম্বন্ধে পথ নির্দেশ করে বলতে পারি যে, ঐ শিক্ষার্থী একাদশ শ্রেণীতে বিজ্ঞান বিষয় নিলে সাফল্য অর্জন করতে পারবে। অভীক্ষায়ণের মাধ্যমে শিক্ষকও নিজের পাঠদান পদ্ধতিতে প্রয়োজনীয় পরিবর্তন সাধন করে শিক্ষাদানের যোগ্যতার উন্নতি বিধান করতে পারবে। এইভাবে ব্যবসা এবং শিক্ষা নির্দেশন প্রদান করার ক্ষেত্রে অভীক্ষায়ণের গুরুত্বপূর্ণ স্থান রয়েছে।

॥ চার ॥ তুলনা (Comparison)

ব্যক্তি স্বাতন্ত্র্যের ফলস্বরূপ ব্যক্তি সর্বদাই মানসিক, শারীরিক এবং মনোবৈজ্ঞানিক গুণাবলীর দিক দিয়ে একে অপর থেকে ভিন্ন হ'য়ে থাকে। এমন কি গোষ্ঠী বা দলগত সমষ্টির মধ্যেও বিভিন্নতা দেখা যায়। সুতরাং ব্যক্তিই হোক বা দলগত সমষ্টিই হোক দুইয়ের তুলনাত্মক অনুসন্ধানের জন্য অভীক্ষার প্রয়োগ আবশ্যক হয়। এই ধরনের তুলনাত্মক গবেষণা কাজের জন্য গাল্টন (Galton) মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার প্রয়োগে পরিসংখ্যানমূলক পদ্ধতি ব্যবহার করেন। এই পরিসংখ্যানমূলক গণনার উপর ভিত্তি করে কোন ব্যক্তির শিক্ষাগত প্রাপ্তাংক সমষ্টির শিক্ষাগত যোগ্যতার সঙ্গে তুলনা করা যায়।

॥ পাঁচ ॥ কারণ নির্দেশন বা নির্ণয়করণ (Diagnosis)

যে সব ব্যক্তি বা ছাত্রছাত্রীকে নানান সমস্যায় সদা বিব্রত থাকতে হয় এবং যারা অন্যান্যদের তুলনায় কমজোরী অভীক্ষায়ণের দ্বারাই এই সংক্রান্ত কারণগুলি নির্ণয় করা সম্ভবপর হয়। শিক্ষার সঙ্গে জড়িত বিভিন্ন দুরূহ অবস্থার সন্ধান ক'রে তাদের কারণগুলিও অভীক্ষায়ণের সহায়তায় নির্ধারণ করা যায়। অতএব অভীক্ষায়ণের প্রয়োগ শিক্ষা নির্দেশনায় সেইভাবে করা হয় যেভাবে থার্মোমিটার, মাইক্রোস্কোপ, এক্স-রে যন্ত্রগুলির প্রয়োগ চিকিৎসা নির্দেশনায় করা হ'য়ে থাকে। এই অভীক্ষার মুখ্য কার্য বিষয় হল পারস্পরিক সম্বন্ধযুক্ত দুরূহ অবস্থার কারণ নির্দেশ করা এবং এই অভীক্ষাকে নির্দেশনাত্মক বা নিদানাত্মক অভীক্ষাও (diagnostic test) বলা হয়। এই অভীক্ষায়ণে শিক্ষা সংক্রান্ত বিষয়গুলির সঙ্গে জড়িত অতিরিক্ত সংবেগাত্মক দুরূহ অবস্থার নির্দেশনা করা যায়। কখন কখন ছাত্র বা ছাত্রী কিংবা কোন বালক বা বালিকা কোন কারণবশতঃ এত বেশী পরিমাণে ভাবপ্রবণ হয়ে পড়ে যে তারা যে কোন বিষয়েও জ্ঞান-দক্ষতা অর্জনে অসমর্থ হয়ে থাকে। সুতরাং এই ক্ষেত্রে শিক্ষকের কর্তব্য হ'ল ঐ সবের কারণগুলি নির্ধারণ করা এবং কারণগুলি দূর করার চেষ্টা করা।

যদি শিক্ষক নিজে নির্দেশনাত্মক অভীক্ষায়ণের মাধ্যমে শিক্ষার্থীর দুরূহ অবস্থার কারণগুলি নির্ধারণ করতে পারেন তাহলে তিনি ঐ শিক্ষার্থীকে শিক্ষণীয় বিষয়ে সঠিক উন্নতির যোগ্য করে তুলতে পারেন ; কিন্তু যথেষ্ট যত্ন ছাড়া ঐ শিক্ষার্থী শিক্ষণীয় বিষয়ে পর্যাপ্ত জ্ঞান লাভ করতে পারে না। এই দুরূহ অবস্থা রোধ করা এবং তা নিবারণ করা এই দুই অবস্থাতেই মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষা অত্যধিক সহায়করূপে বিবেচিত হ'য়ে থাকে।

॥ ছয় ॥ গবেষণামূলক অনুসন্ধান (Research)

মনোবৈজ্ঞানিক এবং শিক্ষামূলক গবেষণা সম্পর্কিত অনুসন্ধানে অভীক্ষা একটি সমাধান সহায়ক যন্ত্র এবং উপকরণের কাজ করে থাকে। অন্যভাবে বলা যায় যে, যেভাবে ভৌতিক বিজ্ঞানে অন্বেষণের জন্য যন্ত্রের আবশ্যক হয় সেইভাবে শিক্ষা সম্পর্কিত সমস্যাসমূহের কারণ এবং মনোবৈজ্ঞানিক সমস্যাবলী অনুসন্ধানে অভীক্ষার প্রয়োজন হয়। অভীক্ষার মাধ্যমে পরীক্ষা-নিরীক্ষার জন্য সকল প্রকার উপাত্ত (data) একত্রিত করা যায়। অভীক্ষার উপর ভিত্তি করে অনুসন্ধানকারী উপাত্ত-গুলির সমষ্টি বিভিন্নভাগে ভাগ করে প্রয়োগ ক'রে থাকে, শিক্ষক শিক্ষার্থীদের বিভিন্ন দলে নিয়ন্ত্রিত করতে পারেন, তাদের মধ্যে তুলনামূলক বিশ্লেষণও করতে পারেন, তাদের রুচি ও অভিরুচির মধ্যে যে সম্বন্ধ বর্তমান থাকে সে কথাও বলতে পারেন—এই সবেরই গুরুত্ব অনুসন্ধানে নির্ধারণ করা যায়।

মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার উপযোগিতা

(Utility of Psychological tests)

আজকে এই বৈজ্ঞানিক এবং যান্ত্রিক শাস্ত্রের (Technology) যুগে মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার উপযোগিতা প্রতিদিনই বেড়ে যাচ্ছে। জটিল সমস্যাবলী সমাধানে এবং মানুষকে উপযোগীরূপে গড়ে তুলতে এই ধরনের অভীক্ষা বিশেষ গুরুত্বপূর্ণ স্থান অধিকার করেছে। কারণ হিসাবে বলা যায় যে আজ জীবনের প্রতিটি দিক এবং ক্ষেত্রে মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার ব্যবহার দৃষ্টিগোচর হচ্ছে। শিক্ষা, উদ্যোগমূলক কার্য, প্রতিরোধমূলক কার্য, চিকিৎসা বিদ্যা, ব্যবসা, সেবামূলক কার্য এবং অনুসন্ধানমূলক কার্যে অভীক্ষার উপযোগিতা ব্যাপকভাবে অনুভূত হচ্ছে।

॥ এক ॥ ব্যক্তি স্বাতন্ত্র্যের অনুশীলন (Study of Individual differences)

বাস্তবে দেখা যায় যে ব্যক্তি স্বাতন্ত্র্য নির্ণয় করণ প্রচেষ্টা থেকেই মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষায়ণের জন্ম হয়েছে। মনোবিজ্ঞানী ফ্রিম্যান (Freeman) পরীক্ষার মাধ্যমে দেখিয়েছেন যে ব্যক্তি সর্বদাই শারীরিক, মানসিক, ব্যক্তিগত এবং ব্যবহারিক গুণাবলীর দিক দিয়ে একে অপর থেকে ভিন্ন হয়। অন্যভাবে বলা যেতে পারে যে,

ব্যক্তির শারীরিক গঠন, বেশভূষা, রূপরঙ্গ, আগ্রহ, বুদ্ধি, অভিক্ষমতা, এবং ব্যবসায়িক যোগ্যতা প্রভৃতি অন্যব্যক্তি থেকে অপেক্ষাকৃতভাবে সর্বদাই ভিন্ন হয়ে থাকে। সুতরাং এই ভিন্নতার জন্য নিজেকে অপরের সঙ্গে খাপ খাইয়ে নিতে ব্যক্তিকে অনেক সময় কষ্টকর অবস্থার সম্মুখীন হতে হয়, আর এই কষ্টকর অবস্থার কারণ নির্ধারণ করতে মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষা উপযোগী হ'য়ে থাকে। এই অভীক্ষার মাধ্যমে ব্যক্তির সম্বন্ধে জানা যায়, তাকে বুঝতে চেষ্টা করা হ'য়ে থাকে এবং তার ক্ষমতা এবং যোগ্যতাবলীর উপর ভিত্তি করে সে যাতে অনুকূল শিক্ষা পেতে পারে এবং সঠিক পেশা বেছে নিতে পারে সেইভাবে তাকে উৎসাহিত করা হয়। এইভাবেই ঐ ব্যক্তি নিজেকে বিভিন্ন অবস্থার সঙ্গে খাপ খাইয়ে নিতে সক্ষম হয় এবং সমাজ ও রাষ্ট্রের উন্নতিবিধানে সহায়ক হয়ে ওঠে। মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষা যে কেবলমাত্র ব্যক্তিস্বাতন্ত্র্য অনুশীলনে সহায়ক হয় তাই নয়, এই অভীক্ষায় একই ব্যক্তি বিভিন্ন পরিস্থিতিতে কিরূপ প্রতিক্রিয়া করে তারও অনুসন্ধান করা যায়। এইভাবে ব্যক্তির বিষয় জানতে এবং তাকে বুঝতে মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষা বিশেষভাবে সহায়ক হয়ে থাকে।

॥ দুই ॥ ব্যক্তিসমষ্টির অনুশীলন (Study of group)

ব্যক্তিকে পরীক্ষা নিরীক্ষার সঙ্গে সঙ্গে ব্যক্তিসমষ্টির মনোবৈজ্ঞানিক, শিক্ষামূলক, সাংস্কৃতিক, সামাজিক, আধ্যাত্মিক, ব্যবসায়িক এবং বৈদ্ধিক অনুশীলনের জন্য মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষা বিস্তৃতভাবে প্রয়োগ করা যায়। এই অভিক্ষায়ণ বুদ্ধিমান ও অশিক্ষিত ব্যক্তিসমষ্টি, বিভিন্ন জাতি, গোষ্ঠী, লিঙ্গগোষ্ঠী, বিভিন্ন বয়সের ব্যক্তিবর্গের বিশেষত্বগুলি প্রকাশ করে থাকে। সুতরাং দুই বা দুইএর অধিক দল সমষ্টির মধ্যে তুলনা করার জন্য এই অভীক্ষা উপযোগী হিসাবে বিশেষ স্বীকৃতি লাভ করেছে।

॥ তিন ॥ শিক্ষামূলক উপযোগিতা (Educational utility)

আজকের এই বিকাশমান এবং প্রগতিশীলযুগে মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার প্রায়োগিক উপযোগিতা শিক্ষার ক্ষেত্রেই সবচেয়ে বেশী করে দেখা যায়। বিদ্যালয়ে ছেলেমেয়েদের শ্রেণী বিন্যাস করা, তাদের আগ্রহ ও ক্ষমতাবলী অনুসারে বিষয়াবলী নির্বাচন করা, শিক্ষার মাধ্যম নির্ধারণ করা, শিক্ষামূলক এবং ব্যবসায়িক নির্দেশন দেওয়া, কোন বিষয়ে উদ্ভূত সমস্যার কারণ নির্ধারণ করা, শিক্ষাদানের মূল্যায়ন করা, উচ্চশ্রেণীর উপযোগী শিক্ষালাভের যোগ্যতা নির্ধারণ করা, বুদ্ধ্যঙ্ক এবং অভিক্ষমতা অনুসারে শিক্ষাপ্রদান করা এবং এই ধরনের বিভিন্ন শিক্ষামূলক সমস্যাবলীর সমাধান করার জন্য আজ শিক্ষাবিদ্, বিদ্যালয় এবং মহাবিদ্যালয়ের প্রধান ও শিক্ষকবৃন্দ বিভিন্ন মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষা, যেমন বুদ্ধি, অভিক্ষমতা, আগ্রহ, বস্তুনিষ্ঠ অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি, কার্য সম্পাদনী ও রোগ নির্ণায়ক অভীক্ষা সমূহের ব্যাপক উপযোগিতার বিষয় বিশেষ গুরুত্বের সাথে স্বীকার ক'রে নিয়েছেন। এইসব অভীক্ষার প্রচলনের ফলে শিক্ষার ক্ষেত্রে উদ্ভূত সমস্যাবলীর প্রাবল্য বহুলাংশে দূর করা সম্ভবও হয়েছে।

॥ চার ॥ উদ্যোগমূলক সংস্থা এবং ব্যবসায়ের ক্ষেত্রে উপযোগিতা
(Utility in Enterprising agencies and Business)

শিক্ষার ক্ষেত্র ছাড়া উদ্যোগমূলক সংস্থা এবং ব্যবসায়ের ক্ষেত্রেও মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার উপযোগিতা বহুল পরিমাণে স্বীকৃতি লাভ করেছে। কোন ব্যবসায়ে কর্মচারী এবং উদ্যোগী ব্যক্তিবৃন্দের নির্বাচন, শ্রেণীবিন্যাস ও পদোন্নতিতে এই অভীক্ষা অত্যন্ত উপযুক্ত বলে বিবেচিত হয়ে থাকে। নিম্ন থেকে শুরু করে উচ্চবুদ্ধি সম্পর্কিত কাজ, লিপিকার থেকে শুরু করে প্রবন্ধক এবং নির্দেশক পর্যন্ত ব্যক্তিগণ নির্বাচনের জন্য এর উপযোগিতা মেনে নেওয়া হয়েছে। যদিও এইকথা নির্বিবাদ সত্য যে, কাজের প্রকৃতি এবং ব্যক্তি দুইই ভিন্ন হওয়া সত্ত্বেও কোন উদ্যোগমূলক সংস্থা বা ব্যবসায়ের সফলতা সম্ভব হয় যদি এই দুই-এর মধ্যে যথাযোগ্য সামঞ্জস্য থাকে। মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষা এই ধরনের সামঞ্জস্য স্থাপন করানোতে সহায়ক হয়, আর এইজন্য উদ্যোগমূলক এবং ব্যবসায়িক ক্ষেত্রে এই অভীক্ষা সফলতাপূর্বক প্রয়োগ করা যায়। আজ এই কারণে বড় বড় কারখানা, মিল এবং অন্যান্য উদ্যোগমূলক সংস্থাতে আবশ্যকতা অনুসারে মনোবিজ্ঞানী নিয়োগ করা হয় যাতে মনোবৈজ্ঞানিক তথ্যের উপযোগিতা অনুসারে এই সব সংস্থাগুলির সমৃদ্ধি ও অগ্রগতি সম্ভব করা যায়।

॥ পাঁচ ॥ সেনাবিভাগে উপযোগিতা (Utility in Army)

সেনাবিভাগেও মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার প্রয়োজনীয়তা স্বীকৃত হয়েছে। প্রথম বিশ্বযুদ্ধের সময় থেকেই মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষায়ণ সেনাবিভাগে অত্যন্ত হিতকর বলে প্রতিপন্ন হয়েছে। তারই সাহায্যে বিভিন্ন প্রকার সৈনিক এবং সেনা অধিকারীদের শ্রেণী বিন্যাস ও নির্বাচন করা যায়। প্রথম এবং দ্বিতীয় বিশ্বযুদ্ধে দু'হাজার সৈনিকদের শ্রেণীবিন্যাস এবং নির্বাচন করার ব্যাপারে মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষা সাফল্যের সঙ্গে প্রয়োগ করা হয়। বুদ্ধি সম্পর্কিত অভীক্ষার উদ্ভব প্রথম বিশ্বযুদ্ধের সময়ে হয়, সেই সময়ে অর্থাৎ 1914 সালে ইংরাজী ভাষা জানা ব্যক্তিদের জন্য আর্মী অলফা (Army Alpha) এবং নিরক্ষর ও ইংরাজী ভাষায় অনভিজ্ঞ ব্যক্তিদের জন্য আর্মী বিটা (Army Bita) অভীক্ষা দুটি তৈরী করা হয়। আজ জল, স্থল এবং বায়ু তিনপ্রকার সেনানীদের ক্ষেত্রে এই অভীক্ষাগুলির প্রয়োগ সংক্রান্ত উপযোগিতা ব্যাপকভাবে স্বীকৃত হচ্ছে। অন্যভাবে বলা যায় যে, মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষায়ণের সহায়তা ছাড়া কোনও ব্যক্তিকে সেনাবিভাগের জন্য নির্বাচন করা যেতে পারে না। এই উদ্দেশ্যে প্রতিরক্ষা মন্ত্রণালয়ে যে সব মনোবিজ্ঞানী নিয়োগ করা হয় তাঁরা সেনানীদের উপযোগী নতুন নতুন অভীক্ষা প্রস্তুত করেন এবং এইগুলি কুশলতার সঙ্গে প্রয়োগ করেন।

॥ ছয় ॥ চিকিৎসার ক্ষেত্রে প্রয়োগ (Clinical application)

ব্যক্তিজীবনের বিভিন্ন সমস্যা যেমন শেখার সমস্যা, ব্যবহারের সমস্যা এবং ব্যক্তিগত সমস্যা যা ব্যক্তির অভিযোজনে বাধার সৃষ্টি করে সেগুলি নিবারণ এবং সমাধান করার

জন্যও মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষা প্রয়োগ করা হয়। এই সব সমস্যার কারণ জানতে এবং এইগুলি দূর করতে এই অভীক্ষায়ণ সহায়ক হয়ে থাকে। তাছাড়া মানসিক রোগীদের কোন লক্ষণ বোঝার জন্যও অভীক্ষায়ণের প্রয়োগ উপযুক্ত বলে বিবেচিত হয়।

॥ সাত ॥ অনুসন্ধান কার্যে প্রয়োগ (Application in research)

সমাজবিজ্ঞানীর অনুসন্ধান কার্যতেও মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষা ব্যাপকভাবে প্রয়োগ করা যেতে পারে। এই অভীক্ষা অনুসন্ধানের জন্য উপাত্তগুলি (Data) একত্রিত করার শ্রেষ্ঠ মাধ্যমরূপে বিবেচিত হয়ে থাকে। সাক্ষাৎকার, প্রশ্নাবলী, ব্যক্তিগত ইতিহাস প্রভৃতি পদ্ধতি অভীক্ষারূপে অনুসন্ধানে সহায়ক হয়। অনুসন্ধান কার্যে এইগুলি নিজেদের উপযোগিতা এতটা বাড়িয়ে নিয়েছে যে অনুসন্ধানের প্রসার এদের উপরই নির্ভর করে থাকে।

॥ আট ॥ ব্যবহারিক জীবনে উপযোগিতা (Utility in practical life)

ব্যবহারিক জীবনের বহু রকমের সমস্যাবলী সমাধানে মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার প্রায়োগিক উপযোগিতা স্বীকার করে নেওয়া হয়েছে। বিভিন্ন প্রকার আদর্শায়িত অভীক্ষাগুলির উপর ভিত্তি করে আমরা বিভিন্ন মানসিক এবং মনোবৈজ্ঞানিক দিকগুলি যেমন বুদ্ধি, শিক্ষাসম্পর্কিত কার্য সম্পাদনের ক্ষমতা, অভিক্ষমতা, যোগ্যতা প্রভৃতি বিষয়াবলী জানতে পারি।

মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার শ্রেণীবিন্যাস
(Classification of Psychological tests)

মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার শ্রেণীবিন্যাস করা এক জটিল সমস্যা : তথাপি বিভিন্ন দৃষ্টিকোণ অনুসারে আমরা সম্পূর্ণভাবে মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার শ্রেণীবিন্যাস করতে পারি। এই সম্পর্কিত পরিলেখ বা খসড়া চিত্র পরপৃষ্ঠায় দেওয়া হল—

মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার শ্রেণীবিন্যাস

- প্রয়োগের উপর ভিত্তি করে
  - (ক) একক ব্যক্তি-সম্পর্কিত অভীক্ষা
  - (খ) দলগত অভীক্ষা
- আদর্শায়নের উপর ভিত্তি করে
  - (ক) আদর্শায়িত অভীক্ষা
  - (খ) শিক্ষক নির্মিত বা অ-আদর্শায়িত অভীক্ষা
- প্রাপ্তাংকের উপর ভিত্তি করে
  - (ক) আত্মনিষ্ঠ অভীক্ষা
  - (খ) বস্তুনিষ্ঠ অভীক্ষা
- প্রকৃতির উপর ভিত্তি করে
  - (ক) গতি সম্পর্কিত অভীক্ষা
  - (খ) শক্তি সম্পর্কিত অভীক্ষা
  - (গ) সার্বিক অভীক্ষা
  - (ঘ) অভীক্ষাংশ
- মাধ্যমের উপর ভিত্তি করে
  - (ক) ভাষাধর্মী বা লিখিত (পেপার পেন্সিল) অভীক্ষা
  - (খ) ভাষা বিহীন বা নিষ্পাদনী অভীক্ষা
  - (গ) বিভিন্ন প্রকারের অভীক্ষা
- সংলক্ষণের উপর ভিত্তি করে
  - যোগ্যতা এবং কৌশলের পরিমাপ
    - বুদ্ধি
    - সৃজনশীলতা
    - অভিক্ষমতা
  - অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষা
    - আদর্শায়িত
    - শিক্ষক নির্মিত
      - নিবন্ধাত্মক
      - বস্তুনিষ্ঠ
      - নির্ণায়ক
      - পূর্বাভাষসূচক
      - পর্যালোচনা মূলক
      - শিক্ষা-মূলক
  - ব্যক্তিত্ব পরিমাপন
    - ব্যক্তিত্বসূচী
      - অভিযোজন
      - চিন্তন
      - মূল্যবোধ
      - আগ্রহ
    - প্রক্ষেপী প্রবিধি
    - অভিপ্রেরণা অভীক্ষা
      - স্বভাব বা মেজাজ পরিমাপক স্কেল বা মাপনি
      - আত্মপ্রত্যয় মাপনি
      - আকাংক্ষা স্তর মাপনি
    - নির্ধারণাত্মক মাপনি বা স্কেল
    - অভিবৃত্তি মাপনি বা স্কেল

এখন এই পরিলেখর পটভূমিকায় বিশদভাবে আলোচনা করা যেতে পারে।

॥ এক ॥ প্রয়োগের উপর ভিত্তি করে

প্রয়োগের উপর ভিত্তি করে যে কোন মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষা একক ব্যক্তি কিংবা সামগ্রিক ব্যক্তি সমষ্টির উপর ব্যবহার করা যেতে পারে। ব্যক্তি সম্পর্কিত অভীক্ষায়ণে একই সময়ে একক ব্যক্তির বিষয়ে অনুশীলন করা যায়। এই প্রকার অভীক্ষায়ণে পরীক্ষক বহু ব্যক্তির সঙ্গে একক ব্যক্তির সঠিক সম্পর্ক স্থাপন করতে পারে। এই সব অভীক্ষাসমূহ প্রয়োগ করার জন্য প্রশিক্ষিত এবং কুশলী পরীক্ষকের প্রয়োজন হয়; কারণ অভীক্ষালব্ধ ফলাফলের মধ্যে নির্ভুল সামঞ্জস্য রাখতে তারাই সহায়ক হয়। এই প্রকার অভীক্ষায় শাব্দিক পদের সঙ্গে ক্রিয়াত্মক পদের সংযুক্তি ঘটে থাকে যার সাহায্যে ব্যক্তির কার্য-পদ্ধতি, গুণাত্মক বিশেষত্বগুলি, সামাজিক এবং সংবেগাত্মক প্রক্রিয়াগুলির নিরীক্ষণ করা সম্ভব হয়। এইজন্য এই অভীক্ষাগুলি ব্যক্তির আচরণ নিবিড়ভাবে অনুশীলন করে থাকে যার জন্য তাদের নির্ভরশীলতা এবং বৈধতা বেশী হয়। ছোট ছেলেমেয়ে, সমস্যামূলক ব্যক্তিবর্গ এবং চিকিৎসা কার্যে এসবের প্রয়োগ সর্বদা হিতকর রূপে বিবেচিত হয়। তার বিপরীত যৌথ অভিক্ষায়ণে একই সময়ে বহু ব্যক্তিকে পরীক্ষা নিরীক্ষা করা যায়। আজকে কর্মব্যস্ত যুগে সময় ও অর্থের সাশ্রয়, প্রশিক্ষিত ব্যক্তিবর্গের ত্রুটিবিচ্যুতির কারণ নির্ণয়ের জন্য আমরা প্রায়ই মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষাবলী সামগ্রিকভাবে প্রয়োগ করে থাকি। এই অভীক্ষাবলী প্রয়োগ করে একদিকে যেমন সময় ও অর্থের সাশ্রয় করা যায় তেমনি এই অভীক্ষার মাধ্যমে লব্ধ ফলাফল বস্তুনিষ্ঠ হয়ে থাকে। আজকের যুগে এই অভীক্ষার প্রয়োগ ব্যক্তি সমষ্টির উপর এমনভাবে করা যায় যাতে কেবল ব্যক্তিগত সমস্যার উন্মোচন করাও সম্ভবপর হয়ে থাকে। যেমন প্রোজেক্টর এবং চলচ্চিত্রের প্রয়োগের মাধ্যমে আমরা একই সঙ্গে কোন ব্যক্তি বিশেষকে কেন্দ্র করে পরীক্ষা নিরীক্ষা করতে পারি।

॥ দুই ॥ আদর্শায়নের উপর ভিত্তি করে

মান নির্ধারণের উপর ভিত্তি করেও অভীক্ষায় শ্রেণীবিন্যাস করা যেতে পারে। কিছু কিছু অভীক্ষা এমন হয় যে সেগুলি মনোবিজ্ঞানী, শিক্ষাবিধ, অনুসন্ধানকারী এবং শিক্ষা ও মনোবিজ্ঞান সম্পর্কিত ব্যুরোর সহায়তায় তৈরী করে এক বৃহৎ দলসমষ্টির উপর প্রয়োগ করা হয় এবং পরে তাদের নির্ভরযোগ্যতা, বৈধতা এবং আদর্শায়িত মান (Norm) নির্ধারণ করা হয়। এই অভীক্ষাগুলিকে মান নির্ধারিত (Standardised) অভীক্ষা আখ্যায় চিহ্নিত করা হয়। তাছাড়া এই সব অভীক্ষাবলী দেখে শিক্ষাবিদ্ এবং ব্যক্তিবিশেষ নিজেদের প্রয়োজন অনুসারে সময় সময় এই ধরনের অভীক্ষা তৈরী করে থাকেন। এই অভীক্ষাবলী মান নির্ধারিত বা শিক্ষক নির্মিত অভীক্ষারূপে সম্বোধিত হ'য়ে থাকে। এই শ্রেণীতে নিবন্ধাত্মক, বস্তুনিষ্ঠ এবং নির্ণায়ক অভীক্ষাবলী সম্মিলিত করা যায়। প্রায়ই এই অভীক্ষাবলীর নির্মাণ স্থানীয় প্রয়োজনে

করা হয়। তার জন্য এদের প্রয়োগ কেবলমাত্র সেই প্রয়োজনে করা যায় যার জন্য এদের নির্মাণ কার্য সম্পন্ন করা হয়।

॥ তিন ॥ প্রাপ্তাংকের উপর ভিত্তি করে

অভীক্ষার আত্মনিষ্ঠ (Subjective) বা বস্তুনিষ্ঠ (Objective) হওয়া নির্ভর করে তার প্রাপ্তাংকের উপর। যদি একটি অভীক্ষায় প্রতিটি ব্যক্তি একটি শিক্ষার্থীর লক্ষ সমান প্রাপ্তাংক লাভ করতে সমর্থ হয় তাহালে ঐ অভীক্ষা সম্পূর্ণভাবে বস্তুনিষ্ঠ হয়, অপর পক্ষে যদি প্রত্যুত্তরের মূল্যায়ন করার জন্য অভীক্ষার প্রাপ্তাংক পরীক্ষকের মতামতের দ্বারা প্রভাবিত হয় তাহলে ঐ অভীক্ষাকে আত্মনিষ্ঠ অভীক্ষা বলা হয়।

॥ চার ॥ প্রকৃতির উপর ভিত্তি করে

প্রকৃতির উপর ভিত্তি করে অভীক্ষাগুলিকে গতি অভীক্ষা (Speed test) এবং শক্তি অভীক্ষায় (Power test) বিভক্ত করা যায়। গতি অভীক্ষাগুলিতে প্রশ্নাবলীর স্তর বিন্যাস সামান্যতম কঠিন হয়ে থাকে। কিন্তু এতে প্রশ্নগুলির সংখ্যা এত বেশী হয় যে কোন অভীক্ষার্থীই সকল প্রশ্নের উত্তর নির্দিষ্ট সময়ের মধ্যে দিতে পারে না। এইভাবে কোন নির্দিষ্ট সময়ের মধ্যে অভীক্ষার্থীরা কতগুলি প্রশ্নের উত্তর দিতে পারে তার উপর ভিত্তি করেই গতির পরিমাপ করা হয়। বিপরীতভাবে শক্তি অভীক্ষাগুলিতে প্রশ্নাবলী কঠিন থেকে কঠিনতম স্তরবিন্যাস ক্রমানুসারে সাজিয়ে রাখা হয়। এই প্রশ্নগুলির উত্তর করার জন্য কোন নির্দিষ্ট সময় থাকে না, কিন্তু তদের দ্বারা কোন নির্দিষ্ট বিষয়ে অভীক্ষার্থীর উত্তর দেওয়ার ক্ষমতা পরিমাপ করা যায়।

প্রকৃতির উপর ভিত্তি করে অভীক্ষাগুলিকে আবার সার্বিক অভীক্ষা (Omnibus test) এবং অভীক্ষাংশ (Sub-test) শ্রেণী দুটিতে ভাগ করা যেতে পারে। সঠিক অভীক্ষার সমস্ত পরীক্ষা একটি নির্দিষ্ট সময়ের মধ্যে শেষ করতে হয়, কিন্তু অভীক্ষাংশ বিভিন্ন অংশে বিভক্ত হয়ে থাকে। অর্থাৎ এই প্রকার অভীক্ষায় কতকগুলি অভীক্ষাংশ একত্রিত করা হয়, যেগুলির রচনা বা পরিকল্পনা স্বতন্ত্রভাবে নির্ধারিত হয়ে থাকে। প্রয়োজনবোধে অভীক্ষাংশের বিভিন্ন অংশ স্বতন্ত্রভাবেও ব্যবহার করা যেতে পারে।

॥ পাঁচ ॥ মাধ্যমের উপর ভিত্তি করে

অভীক্ষায়ণের মাধ্যমের উপর ভিত্তি করে অভীক্ষাগুলিকে পেপার পেন্সিল বা লিখিত এবং সম্পাদনী অভীক্ষা শ্রেণীতে ভাগ করা যেতে পারে। বুদ্ধি অভীক্ষার শ্রেণীবিন্যাস তো প্রায় মাধ্যমের উপর ভিত্তি করেই করা হয়। পেপার প্রেন্সিল বা লিখিত অভীক্ষায় (Paper-pencil test) প্রত্যেক অভীক্ষার্থীকে একটি করে অভীক্ষা পুস্তিকা দেওয়া হয়। এই অভীক্ষা পুস্তিকায় কিছু শাব্দিক এবং অশাব্দিক ধরনের পদ অন্তর্ভূক্ত করা হয়। এই পদগুলির উত্তর দেওয়ার জন্য ঐসব অভীক্ষা পুস্তিকার সঙ্গে উত্তর পত্রও দেওয়া হয়। বর্তমানে এই ধরনের অভীক্ষাগুলির প্রয়োগ

ব্যাপকভাবে করা হয়ে থাকে। সম্পাদনী অভীক্ষাগুলিতে (Performance test) বিভিন্ন বস্তু, চিত্র, যান্ত্রিক উপকরণ,ব্লক, নক্‌শা প্রভৃতি ব্যবহার করা হয়। এই ধরনের অভীক্ষাগুলি দৈনিক ব্যবহারিক জীবনে বিশেষ গুরুত্বপূর্ণ হয়ে থাকে। কিন্তু এই অভীক্ষাগুলির প্রয়োগ একক ব্যক্তিকে নিয়ে করা হয় বলে এদের ব্যবহার খুব কমই করা হয়।

তাছাড়া ভাষার মাধ্যম অনুসারেও অভীক্ষাগুলিকে ভাষাধর্মী এবং ভাষাবিহীন শ্রেণীবিন্যাসে ভাগ করা যেতে পারে। ভাষাধর্মী অভীক্ষায় (Language test) ভাষার ব্যবহার করা হয় ; এই কারণে এই অভীক্ষার প্রয়োগ কেবলমাত্র যারা ঐ ভাষা বোঝে ও জানে তাদের মধ্যেই সীমিত থাকে। এসবের বিপরীত, ভাষা বিহীন অভীক্ষায় (Non-language test) চিত্র, আকৃতি, নক্‌শা প্রভৃতি ব্যবহার করা হয়। ছোট ছোট ছেলে মেয়ে, লেখাপড়া না জানা ব্যক্তি বিশেষ, বিদেশী ভাষায় পারদর্শী ব্যক্তিবর্গ, বধির ও বোবা ব্যক্তিদের অভীক্ষায়ণের জন্য এই অভীক্ষাগুলি তৈরী করা হয়। এই ধরনের অভীক্ষাগুলি পেপার-পেন্সিল এবং সম্পাদনমূলক উভয় প্রকারই হতে পারে।

॥ ছয় ॥ সংলক্ষণের উপর ভিত্তি করে

অভীক্ষাগুলির সবচেয়ে উপযুক্ত এবং সর্বগ্রাহ্য শ্রেণীবিন্যাস সংলক্ষণের উপর ভিত্তি করে করা হয় যাতে এই অভীক্ষাগুলি কোন নির্দিষ্ট সংলক্ষণ (trait) পরিমাপ করতে পারে। আজকে সবরকমের মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষাগুলির শ্রেণীবিন্যাস এই দৃষ্টিকোণ থেকে করা হয়। সেই কারণে প্রায়ই পরিমাপের উপর ভিত্তি করে অভীক্ষাগুলিকে আমরা তিনটি প্রধান শ্রেণীতে ভাগ করে থাকি।

(1) যোগ্যতা এবং কৌশল পরিমাপ সম্বন্ধীয় অভীক্ষা—

এই শ্রেণীতে আমরা সেই সমস্ত অভীক্ষাগুলি একত্রিত করে থাকি যেগুলি ব্যক্তির বিভিন্ন যোগ্যতা পরিমাপ করে। উদাহরণস্বরূপ বুদ্ধি অভীক্ষা, সৃজনাত্মক এবং অভিক্ষমতা অভীক্ষার উল্লেখ করা যেতে পারে।

(ক) বুদ্ধি অভীক্ষা—এই প্রকার অভীক্ষা ব্যক্তির সাধারণ মানসিক যোগ্যতার পরিমাপ করতে গিয়ে তার অভিযোজনেরও ইংগিত দিয়ে থাকে।

যেমন জ্যালোটা (Jalota) সাধারণ মানসিক যোগ্যতা অভীক্ষা (Sadharan Manasik Yogyata Pariksha), জোশী (Joshi) সামান্য মানসিক যোগ্যতা অভীক্ষা (Samanya Manasik Yogyata Pariksha), নাফেডে অশাব্দিক বুদ্ধি অভীক্ষা (Nafede Non-verbal Intelligence test), জোশী এবং ত্রিপাটি অশাব্দিক বা ভাষাবিহীন যৌথ বুদ্ধির অভীক্ষা (Joshi and Tripathi Non-Verbal group test of Intelligence), প্রকাশ নারায়ণ মেহরোত্রা মিশ্রিত প্রকারের যৌথ বুদ্ধি অভীক্ষা (Praksh Narayan Mehrotra Mixed type group test of Intelligence), ভাটিয়া সম্পাদনী অভীক্ষামালা (C. M. Bhatia

Battery of Performance test) প্রভৃতি বিভিন্ন অভীক্ষার উল্লেখ করা যেতে পারে।

(খ) **সৃজনাত্মক অভীক্ষা**—এই অভীক্ষায় ব্যক্তির মৌলিক কৌশল (Basic skills) পরিমাপ করা হয়। তার মাধ্যমে সৃজনাত্মক চিন্তনেরও পরিমাপ করা হয়ে থাকে।

(গ) **অভিক্ষমতা অভীক্ষা**—এই অভীক্ষা বিশেষ ক্ষেত্রে ব্যক্তির বিশেষ যোগ্যতার মূল্যায়ন করে থাকে। উদাহরণস্বরূপ ডঃ এ. এন. শর্মার যান্ত্রিক অভিক্ষমতা অভীক্ষামালার (Mechanical aptitude test battery) সাহায্যে বিভিন্ন যান্ত্রিক যোগ্যতার সম্পর্ক জানা যায়। কিরণ গুপ্তার কারণিক অভিক্ষমতা অভীক্ষার (Clerical aptitude test) সাহায্যে বিভিন্ন কারণিক যোগ্যতার বিষয়ে জানা যেতে পারে।

(2) **অর্জিতজ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষা**—এই অভীক্ষাগুলির শ্রেণী-বিন্যাসের মধ্যে সেইসমস্ত অভীক্ষা একত্রিত করা যায় যেগুলি কোন নির্দিষ্ট সময় পর্যন্ত প্রশিক্ষণ দেওয়ার পরে ব্যক্তির অর্জিত জ্ঞান পরিমাপ করে থাকে। এই শ্রেণীতে ছয় প্রকারের অভীক্ষা অন্তর্ভুক্ত করা হয়।

(ক) **নিবন্ধাত্মক অভীক্ষা**—এই প্রকার অভীক্ষায় একটি নির্দিষ্ট সময় পর্যন্ত কোন বিবরণাত্মক বা ব্যাখ্যাত্মক প্রশ্ন দেওয়া হয়, আর এইসব প্রশ্নের উত্তর নিবন্ধ আকারে পাওয়া যায়।

(খ) **বস্তুনিষ্ঠ অভীক্ষা**—এই অভীক্ষায় প্রশ্নগুলি ছোট ছোট পদের একত্রিত করণের মাধ্যমে গঠিত হয়; আর এই সব প্রশ্নগুলির উত্তর পদগুলির উত্তরের মধ্য দিয়ে জানা যায়।

(গ) **নির্ণায়ক অভীক্ষা**—এই ধরনের অভীক্ষায় কোন বিষয়ে ব্যক্তির অসুবিধা বা ত্রুটির কারণ নির্ণয় ক'রে তা দূর করার চেষ্টা করা হয়।

(ঘ) **পূর্বাভাষসূচক অভীক্ষা**—মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার ক্ষেত্রে যেমন অভি-ক্ষমতা অভীক্ষা (Aptitude test) ব্যক্তির ভবিষ্যৎ ক্ষমতা পরিমাপ করে, তেমনি শিক্ষা-ক্ষেত্রে শিক্ষার্থীদের ভবিষ্যৎ শিক্ষাগত সম্ভাবনা সম্পর্কে পূর্বেই কিছু জানার জন্য এক ধরনের অভীক্ষা ব্যবহার করা হয়। তাদের পূর্বাভাষ অভীক্ষা (Prognostic test) বলা হয়। কোন বিশেষ শিক্ষাগত যোগ্যতা অর্জনের জন্য যে মৌলিক বৈশিষ্ট্যগুলি থাকা প্রয়োজন, এই জাতীয় অভীক্ষার সাহায্যে সেগুলি পরিমাপ করা হয় এবং সেই পরিমাপের ভিত্তিতে শিক্ষার্থীদের ভবিষ্যৎ শিক্ষালব্ধ অভিজ্ঞতা অর্জনের পারদর্শিকতার পূর্বাভাষ দেওয়া যায়। এই জাতীয় অভীক্ষার উদাহরণস্বরূপ রাইটস্টোন ও টুলের (Writestone and Toole) অভীক্ষা বা সাইমণ্ডের (Symond) ভাষার পূর্বাভাষ সূচক অভীক্ষার নাম উল্লেখ করা যেতে পারে।

(ঙ) **পর্যালোচনামূলক অভীক্ষা** (Survey test)—শিক্ষাক্ষেত্রে শিক্ষার্থীদের অগ্রগতি বা পারদর্শিকতা পরিমাপ ছাড়াও শিক্ষণ-ব্যবস্থার কার্যকারিতা পরিমাপ

করার রীতি আছে। কারণ কোন বিশেষ শিক্ষণ-ব্যবস্থা কতটুকু কার্যকরী হয়েছে তার সঠিক মূল্যায়নের উপর পরবর্তী শিক্ষা পরিকল্পনার রচনা নির্ভর করে। এই উদ্দেশ্যে শিক্ষণ-ব্যবস্থা বা শিক্ষণ-প্রক্রিয়ার সঙ্গে সংযুক্ত অন্যান্য বিষয়ের কার্যকারিতা পরিমাপ করা হয়ে থাকে। যে সব অভীক্ষা দ্বারা এই পরিমাপ করা হয়, তাদের পর্যালোচনামূলক অভীক্ষা (Survey test) বলা হয়। এই জাতীয় অভীক্ষা সাধারণতঃ অপেক্ষাকৃত স্বল্প সময়ের ব্যবধানে প্রয়োগ করা হয়ে থাকে। কারণ শিক্ষণ-ব্যবস্থায় যদি কোন ত্রুটি থাকে তা যত তাড়াতাড়ি নির্ধারণ করা যায় ততই ভাল। সাপ্তাহিক, পাক্ষিক বা মাসিক যে সব পরীক্ষা-ব্যবস্থা শিক্ষালয়ে প্রচলিত আছে সেগুলির ফলাফল এই উদ্দেশ্যে ব্যবহার করা যেতে পারে।

এই জাতীয় অভীক্ষাগুলির সাধারণ নাম হল নির্ণায়ক অভীক্ষা (Diagnostic test)। বিভিন্ন পাঠ্য বিষয়ের উপর পৃথক পৃথক নির্ণায়ক অভীক্ষা বর্তমানে তৈরী করা হয়েছে। যেমন পাটিগণিত সম্বন্ধীয় নির্ণায়ক অভীক্ষা (Diagnostic test for mathematics), পঠন সম্বন্ধীয় নির্ণায়ক অভীক্ষা (Diagnostic test for reading)। এই জাতীয় অভীক্ষাগুলিতে সার্বিক প্রাপ্তাংকের (total score) উপর কোন গুরুত্ব আরোপ করা হয় না। শিক্ষার্থীরা বিভিন্ন অভীক্ষা পদগুলির মধ্যে কোন্ গুলি নির্ভুলভাবে সমাধান করতে পারছে এবং কোন্‌গুলি পারছে না তাই বিশ্লেষণ করে দেখা হয় এই অভীক্ষায়। নির্ণায়ক-অভীক্ষাগুলি শিক্ষণ পরিকল্পনা রচনায় বিশেষভাবে সাহায্য করে।

(চ) **শিক্ষামূলক অভীক্ষা** (Educational test)—শিক্ষামূলক অভীক্ষাকে উদ্দেশ্যের পরিপ্রেক্ষিতে শ্রেণী বিভাগ করা হলেও একথা মনে রাখা দরকার, উদ্দেশ্যগুলি পরস্পর নির্ভরশীল। ফলে উদ্দেশ্যের ভিত্তিতে এই শ্রেণীবিভাগ যে চরম, একথা বলা যায় না। কোন অভীক্ষা কেবল শিক্ষার্থীদের পারদর্শিকতা পরিমাপ করে, কোন-অভীক্ষা কেবল ত্রুটি নির্ণয় করে বা কোন অভীক্ষা কেবলই পূর্বাভাস দিতে সক্ষম, একথাও বলা যায় না। প্রকৃতপক্ষে যে কোন শিক্ষামূলক অভীক্ষা সব উদ্দেশ্যগুলিই পূর্ণ করতে পারে। তবে কোন অভীক্ষার ক্ষেত্রে একটি বিশেষ উদ্দেশ্য প্রধান এবং অন্যগুলি গৌণ। তাই পূর্বোক্ত শ্রেণীবিভাগটি বিচার করার সময় অভীক্ষাগুলির মুখ্য উদ্দেশ্যের কথাই বিচার করতে হবে। তাহলে যে কোন একটি অভীক্ষার দ্বারা বিভিন্ন দিক সম্পর্কে ধারণা পাওয়া যেতে পারে।

(3) **ব্যক্তিত্বের বিশেষত্বগুলি পরিমাপ সম্বন্ধীয় অভীক্ষা**—এই শ্রেণীতে অভীক্ষাগুলির এক বিশাল গোষ্ঠীসম্মিলিত হয়ে থাকে। বিভিন্ন প্রকারের ব্যক্তিত্ব সূচী, প্রক্ষেপী প্রবিধি, অন্যান্য ব্যবহারিক বিধি, অভিযোজন সূচী, চিন্তা, নৈরাশ্য এবং স্নায়ুদৌর্বল্য সম্পর্কিত অভীক্ষা, সৃজনাত্মক অভীক্ষা, মূল্যবোধ অধ্যয়ন, আগ্রহ সম্পর্কিত অভীক্ষা, অভিপ্রেরণমূলক অভীক্ষা, এবং বিভিন্ন অভিবৃত্তি মাপনি বা স্কেলের মাধ্যমে ব্যক্তিত্বের বিভিন্ন বিশেষত্বগুলি পরিমাপ ক'রে ব্যক্তিত্বের জটিল স্বরূপ বোঝার বা জানার চেষ্টা করা যায়।

(ক) **ব্যক্তিত্বসূচী**—প্রায়ই এমন এমন ব্যক্তিত্ব পরিমাপক অভীক্ষা পাওয়া যায় যার সাহায্যে ব্যক্তিত্বের এক বা বহুদিকের সংলক্ষণগুলির অনুশীলন করা হয়। তাছাড়া এমন সব ব্যক্তিত্ব সূচী তৈরী করা হয় যেগুলি স্বতন্ত্রভাবে এক বা কোন সংলক্ষণ প্রত্যক্ষভাবে পরিমাপ করে থাকে। উদাহরণস্বরূপ, মাসলোর সুরক্ষা—অসুরক্ষা সূচী (Maslow Security—Insecurity Inventory) ও স্থমেন এবং কোসাল্ট অন্তর্মূখী-বহির্মূখী অভীক্ষার (Neymann andCohlsledt Extroversion-Introversion test) সাহায্যে ব্যক্তিত্বের এক একটি দিকের সংলক্ষণ পরিমাপ করা হয়। কেটলের ষোল ব্যক্তিত্ব প্রশ্নাবলী (Cattell 16P. F. Questionnaire) ব্যক্তিত্বের ষোলটি পক্ষের উপর ভিত্তি করে ভিন্ন ভিন্ন দিকগুলি পরিমাপ করে থাকে। বর্ণরিউটরের ব্যক্তিত্ব সূচী (Bernreuter Personality Inventory) ব্যক্তিত্বের ছয়টি সংলক্ষণ পরিমাপ করে।

(খ) **স্বভাব বা মেজাজ সম্পর্কিত অনুসূচী**—মনোবৈজ্ঞানিকরা ব্যক্তিত্বের স্বভাব বা মেজাজ পরিমাপের জন্য অভীক্ষাবলী তৈরী করেন। এই প্রকার অনুসূচী নির্মাণকারী র্থাষ্টন (Thurstone) এবং গিলফোর্ড—জিমরমন (Guilford—Zimmerman) এর নাম উল্লেখযোগ্য।

(গ) **প্রক্ষেপী প্রবিধি**—ব্যক্তিত্বের কোন কোন পক্ষ (dimension) এরূপ জটিল ও অজ্ঞাত হয়ে থাকে সে তার পরিমাপ করা প্রায় অসম্ভব হয়ে পড়ে। ব্যক্তিত্বের আভ্যন্তরীণ সংগঠনের জটিলতাই হ'ল তার কারণ। এইরূপ জটিল সংলক্ষণগুলি পরিমাপের জন্য মনোবিজ্ঞানীরা বিভিন্ন প্রক্ষেপী প্রবিধি—শব্দানুষঙ্গ অভীক্ষা, চিত্রানুষঙ্গ অভীক্ষা, বাক্যপূর্তি অভীক্ষা, রসাক ইঙ্ক ব্লট অভীক্ষা, কাহিনী—সংবোধন অভীক্ষা (Thematic Apperception Test) এবং শিশুর সংবোধনাত্মক অভীক্ষা (Children Apperception Test) তৈরী করার কার্য সম্পন্ন করেন।

(ঘ) **অন্যান্য ব্যবহারিক বিধি**—কোন ব্যক্তিত্বের সংলক্ষণ এমন হয় যে যার পরিমাপের জন্য কোন প্রকার অভীক্ষার প্রয়োগ প্রায় অসম্ভব হয়ে থাকে। সুতরাং বিভিন্ন ব্যবহারিক বিধি—সাক্ষাৎকার, প্রশ্নাবলী, অনুসূচী, নিরীক্ষণ বিধি, নির্ধারণ মাপনি বা স্কেল, ব্যক্তিগত ইতিহাস বিধি, পরিবেশাত্মক অভীক্ষা, আত্মকথা প্রভৃতির মাধ্যমে ব্যক্তিত্বের পরিমাপ ও মূল্যায়ন করা যেতে পারে।

(ঙ) **আগ্রহ এবং মূল্যবোধ সম্পর্কিত অভীক্ষা**—ব্যক্তিত্ব এবং মূল্যবোধ অনুশীলনের জন্য বিভিন্ন আগ্রহ এবং মূল্যবোধ সম্পর্কিত অভীক্ষাগুলি রচনা করা হয়। ব্যক্তিগত ক্ষেত্রে আগ্রহ পরিমাপের জন্য স্ট্রং এর ব্যবসায়িক আগ্রহ প্রপত্র, আর. পি. সিংএর আগ্রহ প্রপত্র, ব্যবসায়িক এবং শিক্ষার ক্ষেত্রে আগ্রহ বোঝার জন্য লাভ সিংএর ব্যবসায়িক এবং শিক্ষাবিষয়ক আগ্রহসূচী, কুলশ্রেষ্ঠর ব্যবসায়িক এবং শিক্ষাবিষয়ক আগ্রহসূচী এবং বিভিন্ন মূল্যবোধ অধ্যয়নের জন্য আলপোর্ট—ভারনন এর মূল্যবোধ অভীক্ষা, কুলশ্রেষ্ঠর মূল্যঅধ্যয়ন এবং শৌরী এবং ভার্মার ব্যক্তিগত মূল্যবোধ প্রশ্নাবলী বিশেষ উল্লেখযোগ্য।

(চ) **অভিযোজন সূচী**—যেভাবে মনোবিজ্ঞানের আধুনিক পরিভাষায় অভি-যোজনের উপর বিশেষ গুরুত্ব আরোপ করা হয়েছে, ঠিক সেইভাবে ব্যক্তিত্ব পরিমাপের ক্ষেত্রে মানুষের অভিযোজন পরিমাপের জন্য বিভিন্ন অভিযোজন সূচী নির্মাণ করা হয় যাতে ব্যক্তিত্বের সাধারণ অভিযোজন বা বিভিন্ন বিশেষক্ষেত্রে অভিযোজনের মাত্রার ইংগিত পাওয়া যায়। সাধারণ অভিযোজন পরিমাপের জন্য প্রমোদ কুমার এবং এইচ. এস. আস্থানার অভিযোজন সূচী বা বিশেষ ক্ষেত্রে অভিযোজন পরিমাপের জন্য এম. এল. সাক্সেনা, বি. কে. সিওল, এস. ভি. বেংগালী, এ. কে. পি. সিন্‌হা এবং আর. পি. সিং প্রভৃতির অভিযোজন সূচী বিশেষ উল্লেখযোগ্য হিসাবে বিবেচিত হয়।

(ছ) **নৈরাশ্য, চিন্তন, স্নায়ুদৌর্বল্য সম্পর্কিত অভীক্ষা**—আজকে এই কর্ম-ব্যস্ত জীবনে একদিকে যেমন ব্যক্তির কল্পনার ক্ষেত্রে বুদ্ধির আবশ্যকতা রয়েছে তেমনি অপরদিকে তার মনোজগতের বিভিন্ন দিকগুলি—নৈরাশ্য, চিন্তন, স্নায়ুদৌর্বল্য এবং সৃজনাত্মকতার প্রাবল্য বেড়ে যাচ্ছে। সুতরাং এই দিকগুলি পরিমাপের জন্যও মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষাগুলি রচনা করা হয়েছে। নৈরাশ্য পরিমাপের জন্য উদয় পারেক, এন. সি. চৌহান এবং গোবিন্দ তেয়ারী, চিন্তা পরিমাপের জন্য দুর্গানন্দ সিন্‌হা, এ. কে, পি. সিন্‌হা, এল. এন. কে সিন্‌হা, টেলর এবং কেটল, স্নায়ুদৌর্বল্য পরিমাপের জন্য আর. বি. কেটল এবং সৃজনাত্মকতা পরিমাপের জন্য বাক মেহদী, বি. কে. পাসী প্রভৃতির তৈরী অভীক্ষাগুলির সার্থকতা বিশেষভাবে উল্লেখ করা যেতে পারে।

(জ) **অভিবৃত্তি মাপনি বা স্কেল**—ব্যক্তিত্বের কোন কোন দিকের পরিমাপে অভিবৃত্তি স্কেল বা মাপনি অত্যন্ত সহায়ক হয়। তার সাহায্যে আমরা কোন ব্যক্তির পর্যালোচনায় ঐ ব্যক্তির কোন বিশেষ দিক সম্বন্ধে জানতে পারি। যেমন অমুক ব্যক্তির ধার্মিকতা পরিমাপের জন্য আমরা একটি অভিবৃত্তি স্কেল বা মাপনি তৈরী করতে পারি।

এইভাবে আমরা দেখে থাকি যে, মানসিক অভীক্ষাগুলির শ্রেণীবিন্যাস বিভিন্ন দৃষ্টিকোণের উপর ভিত্তি করে করা যেতে পারে। কিন্তু মনোবিজ্ঞানীরা এই শ্রেণী বিন্যাস করণের উপর অত্যধিক গুরুত্ব আরোপ করেন। কেননা এই শ্রেণী বিন্যাস অত্যধিক স্পষ্ট হওয়ার সঙ্গে পরিমাপের অন্তর্নিহিত উদ্দেশ্যে সম্বন্ধিত হয়ে থাকে। মনোবৈজ্ঞানিক পরিমাপের মুখ্য উদ্দেশ্য হ'ল বিভিন্ন মানসিক সংলক্ষণগুলি অধ্যয়ন করা। সুতরাং পরিমাপ করা যায় এমন সংলক্ষণগুলির মৌলিকত্ব মেনে নিয়ে শ্রেণীবিন্যাস করা অত্যন্ত উপযুক্ত এবং ন্যায়সঙ্গত হবে।

প্রাসঙ্গিক গ্রন্থ নির্দেশিকা

Cronbach. L. J. (1970) : Essentials of Psychological Testing. N. Y. : Mc Grew-Hill.

Freeman. F. S (1965) : Theory and Practice of Psychological Testing. New Delhi : Oxford and I BH Publishing Co.

Helmstedotar. J. C. (1966) : Principle of Psychological Measurement. New York : Mc Grew-Hill.

Nunnelly. J. C. (1981) : Psychometric Theory. New Delhi : Tata Mc Grew-Hill.

Tayler. L. E. (1971) : Tests and Measurments. New York : Prentice-Hall.

পঞ্চম পরিচ্ছেদ

নির্দেশনায় মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষাগুলির আবশ্যকতা এবং উপযোগিতা
(Need and uses of Psychological Tests in guidance)

সর্বস্তরের ছেলেমেয়েদের কিংবা ছাত্র-ছাত্রীদের গুণাবলীর উন্মেষের জন্য অভিক্ষমতা (aptitude), আগ্রহ (interest), যোগ্যতা (ability), কুশলতা (skill) প্রভৃতির সার্বিক মূল্যায়ন করা আবশ্যক বলে বিবেচিত হ'য়ে থাকে। সার্বিক মূল্যায়ন আদর্শ মান নির্ধারিত বা প্রামাণীকৃত অভীক্ষাগুলির সাহায্যে নির্ধারণ করা সহজ হয়। এই অভীক্ষাগুলির রচনা বিজ্ঞানসম্মত পদ্ধতি অবলম্বনে করা হয় বলে এইগুলির প্রয়োগাত্মক ফলাফল অধিকাংশে নির্ভুল হ'য়ে থাকে। মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষা এবং পরিস্থচীগুলি (Psychological tests and inventories) ছেলেমেয়েদের বা ছাত্রছাত্রীদের মানসিক এবং দৈহিক গুণাবলী পরিমাপ এবং মূল্যায়ন করায় সবচেয়ে অধিক প্রভাবশালী এবং নির্ভরশীল মাধ্যম রূপে স্বীকৃত হয়। এই অভীক্ষাগুলির প্রয়োগাত্মক ফলাফল যোগ্যতার স্থচনা নির্দেশ করে এবং তার উপর ভিত্তি ক'রে উপযুক্ত ছেলেমেয়েদের জন্য শিক্ষামূলক এবং পেশাগত পরিকল্পনা রচনা করার ক্ষেত্রে নির্দেশনা (Guidance) এবং পরামর্শ (Counselling) দেওয়ায় ফলপ্রদ বলে বিবেচিত হ'য়ে থাকে। ছাত্র নিজেই নিজের যোগ্যতার পরিচয় জানতে পারে এবং সে নিজের প্রয়োজনের অনুকূল আগ্রহ, অভিক্ষমতা, ব্যক্তিত্ব প্রভৃতি বিকাশের জন্য তৎপর হ'য়ে থাকে।

শিক্ষক এবং উপদেষ্টাদের কাছে মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষাগুলি বিশেষ উপযোগী হ'য়ে থাকে। এইগুলির উপর ভিত্তি ক'রে ছাত্রছাত্রীদের পথনির্দেশ (Guidance) করা যেতে পারে। পরন্তু পথ নির্দেশের জন্য উপযুক্ত মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষা এবং পরিস্থচী নির্বাচন করা প্রয়োজন হয়। সঠিক বিশ্লেষণ এবং পথ নির্দেশের জন্য বুদ্ধির সক্রিয়তা সম্পর্কে সম্যক ধারণারও আবশ্যক হয়। বুদ্ধি সম্পর্কিত আদর্শায়িত অভীক্ষা-বলী প্রয়োগের মাধ্যমে এই ধারণা লাভ করা সহজ হয় এবং এইভাবে প্রাপ্ত উপাত্তসমূহ (data) সর্বাপেক্ষা অধিক বস্তুনিষ্ঠ (Objective) এবং নির্ভরশীল (Reliable) হয়। তার ফলে প্রাপ্ত উপাত্তের সাহায্যে ছাত্র-ছাত্রী বা ছেলেমেয়েদের মনোমত বিকাশ, অগ্রগতি, অনগ্রসরতা প্রভৃতি সম্বন্ধে জ্ঞান লাভ করা সহজ হয়। সাধারণতঃ শিক্ষক স্বীয় নিরীক্ষণ এবং ছেলেমেয়েদের আচরণ থেকে ছেলেমেয়েদের সম্বন্ধে ধারণা লাভ করে থাকেন। পরন্তু এই প্রকার কর্ম সংক্রান্ত বিধি থেকে প্রাপ্ত ধারণার সত্যতা প্রামাণীকৃত অভীক্ষার দ্বারা নির্ধারণ করে নিতে পারেন। কিছু

কিছু ছাত্রছাত্রীর আচরণ থেকে তাদের যোগ্যতা বা অযোগ্যতার সম্বন্ধে অনুমান করা শক্ত হলেও অভীক্ষার সাহায্যে তা জানা সহজ হয়।

মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার উপযুক্ততা নিম্নরূপ—

॥ এক ॥ **অর্জিত জ্ঞানের স্তর এবং অগ্রগতির মূল্যায়ন**—বিভিন্ন বিষয়ে অধ্যয়ন করার যোগ্যতা শিক্ষার্থী কতটুকু অর্জন করেছে? কোন্ বিষয়ে তার অগ্রগতি কতটুকু হয়েছে? কোন্ বিষয়ে কতদূর পর্যন্ত সে সম্পূর্ণ শিখেছে, আর কোন্ বিষয়ে সে কম দক্ষ হিসাবে বিবেচিত হয়েছে? প্রভৃতি প্রশ্নগুলির সঠিক উত্তর অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষার সাহায্যে সহজেই নির্ধারণ করা যেতে পারে।

॥ দুই ॥ **অভিক্ষমতার মূল্যায়ন**—বিভিন্ন বিষয় বা কাজের জন্য বিভিন্ন অভিক্ষমতার আবশ্যক হয়। সাধারণতঃ বালক-বালিকাদের অভিক্ষমতা সম্পর্কে জ্ঞান শুধুমাত্র অবলোকন ক'রে জানা যেতে পারে না। উপযুক্ত অভিক্ষমতা বিষয়ক অভীক্ষা থেকে অভিক্ষমতাগুলির মূল্যায়ন করা সহজ হয়। অভিক্ষমতা বিষয়ক অভীক্ষার ফলাফলের উপর ভিত্তি করে অধ্যয়নের জন্য বিকল্প বিষয়সমূহ নির্বাচন বা বৃত্তি নির্বাচনের জন্য পরামর্শ দেওয়া যেতে পারে। প্রাপ্ত প্রদত্ত থেকে ভবিষ্যতে সফলতার ভবিষ্যৎবাণী করা যেতে পারে।

॥ তিন ॥ **আগ্রহের মূল্যায়ন**—বিদ্যালয় এবং মহাবিদ্যালয় ছাত্র-ছাত্রীদের ভিন্ন ভিন্ন প্রকার আগ্রহের মূল্যায়ন করার জন্য আগ্রহ পরিসূচীসমূহ (Interest inventories) তৈরী করা হয়। আগ্রহসমূহ জানার পর তাদের বিকাশের জন্য উপযুক্ত সুযোগ এবং উৎসাহ দেওয়া যেতে পারে। আগ্রহপূর্ণ বিষয় এবং কাজ নির্ধারণের উপর সফলতা লাভ করার পূর্ণ সম্ভাবনা বর্তমান থাকে। আগ্রহের উপর ভিত্তি ক'রে ছাত্র-ছাত্রীরা নিজেদের অধ্যয়ন এবং বৃত্তির যোগ্যতা স্থির ক'রে নিতে পারে।

॥ চার ॥ **সমস্যাবলীর মূল্যায়ন**—বিভিন্ন প্রকার সমস্যাবলীর জন্য ভিন্ন ভিন্ন প্রকারের উপযুক্ত সমীক্ষা নির্বাচন করা যেতে পারে। সমস্যার কারণ এবং নিবারণের ধারণা অভীক্ষাগুলি প্রয়োগের মাধ্যমে প্রাপ্তাংকের উপর ভিত্তি করে লাভ করা যেতে পারে।

॥ পাঁচ ॥ **অভিযোজনের পরিমাপ**—সামাজিক বিকাশ, সামাজিক এবং সংবেগাত্মক পরিপক্কতা, বিভিন্ন ছাত্র-ছাত্রীর অভিযোজনের স্তর, অভিযোজনের কাঠিন্য প্রভৃতি সম্বন্ধে অভিযোজন পরিসূচী (Adjustment inventories) থেকে ধারণা করা যেতে পারে। পরিসূচী থেকে প্রাপ্ত ফলকে ভিত্তি ক'রে অভিযোজনের জন্য পরামর্শ দেওয়া যেতে পারে।

॥ ছয় ॥ **মানসিক যোগ্যতার মূল্যায়ন**—প্রত্যেক ক্ষেত্রে সফলতার জন্য আলাদা আলাদা ধরনের মানসিক যোগ্যতা আবশ্যক হয়। বিভিন্ন বিষয়সমূহ অধ্যয়ন এবং বৃত্তির জন্য বিশেষ মানসিক যোগ্যতাসম্পন্ন হওয়া চাই, যেমন গাণিতিক প্রবণতা, তার্কিক যোগ্যতা, যুক্তির ক্ষমতা, ভাষা সম্পর্কিত প্রবণতা, সমস্যা সমাধানের

যোগ্যতা, সাধারণ বৌদ্ধিক ক্ষমতা প্রভৃতি। বুদ্ধি অভীক্ষার উপর ভিত্তি ক'রে মানসিক যোগ্যতা মূল্যায়নের মাধ্যমে উপযুক্ত বিষয় অধ্যয়নের জন্য ছাত্র-ছাত্রীদের নির্বাচন করা যেতে পারে। বিশেষ মানসিক যোগ্যতার অনুকূল বৃত্তির জন্যও পরামর্শ দেওয়া যেতে পারে। অবিকশিত বা অর্ধ-বিকশিত মস্তিষ্কসম্পন্ন বালক-বালিকাদের সনাক্তকরণ এবং সমুচিত পরামর্শ দেওয়ার জন্য বুদ্ধি অভীক্ষা বিশেষভাবে উপযোগী হ'য়ে থাকে।

॥ সাত ॥ **অভিবৃত্তির পরিমাপ**—সমুচিত বিকাশের জন্য সদর্থক অভিবৃত্তি-সমূহ (attitudes) আবশ্যক হয়। অভিবৃত্তি মাপনি বা স্কেলের দ্বারা ছাত্র-ছাত্রীদের বিভিন্ন বিষয় বা বৃত্তির প্রতি অভিবৃত্তি জানা যেতে পারে। অভিবৃত্তি মাপনি থেকে প্রাপ্ত প্রদত্তের উপর ভিত্তি করে অভিবৃত্তিসমূহে পরিবর্তন এবং বাঞ্ছিত অভিবৃত্তির বিকাশ ঘটানো সহজ হয়।

॥ আট ॥ **প্রতিভার মূল্যায়ন**—প্রায়ই ছাত্র-ছাত্রীরা নিজেদের প্রতিভা সম্বন্ধে অনভিজ্ঞ হ'য়ে থাকে। যদি তাদের স্ব স্ব প্রতিভা সম্বন্ধে ওয়াকিবহাল করানো যায় তাহলে তাদের প্রতিভার বিকাশ সাধন করা সহজ হয়। প্রত্যেক ছাত্র-ছাত্রীর মধ্যে কোন-না-কোন রূপ প্রতিভা, সৃজন কুশলতা বা বিশেষ যোগ্যতা অবশ্যই থেকে থাকে। কেবল পরিমাপ এবং মূল্যায়নের দ্বারা এইগুলির অস্তিত্ব সম্বন্ধে তাদের ওয়াকিবহাল করানো আবশ্যক হয়।

॥ নয় ॥ **বিকাশের মূল্যায়ন**—শিক্ষার উদ্দেশ্য ছাত্র-ছাত্রীদের ব্যক্তিত্ব, সামাজিক কর্মকুশলতা, বুদ্ধি, সংবেগ, নৈতিকতা, চরিত্র প্রভৃতি বিকাশে সহায়তা দেওয়া। কোন্ ছাত্র কোন্ ক্ষেত্রে কতটুকু অগ্রগতি লাভ করে, আর কোন্ ছাত্র কতখানি পিছিয়ে আছে এই সবের মূল্যায়ন উপযুক্ত অভীক্ষার দ্বারা করা যেতে পারে। প্রাপ্ত উপাত্ত অনুসারে বিকাশের জন্য উপযুক্ত পরামর্শ দেওয়া যেতে পারে।

॥ দশ ॥ **অনুসন্ধানের উপযোগিতা**—শিক্ষা এবং বৈজ্ঞানিক বিধিকে অধিক কার্যকরী করার জন্য সময় সময় অনুসন্ধান, বিশ্লেষণ এবং প্রয়োগের উপর গুরুত্ব আরোপ করা হয়। এই প্রকার অনুসন্ধান, বিশ্লেষণ এবং প্রয়োগে অভীক্ষাগুলি বিশেষ সহায়ক হয়।

অভীক্ষায়ণমূলক কার্যক্রম
(Testing Programme)

বিদ্যালয়ে মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষায়ণের একটি সুনিয়োজিত পরিকল্পনা থাকা উচিত। কার্যক্রমের পরিকল্পনার ক্ষেত্র শুরুতেই তৈরী করে নেওয়া উচিত। পরিকল্পিত কার্যক্রম ছাত্র-ছাত্রীদের বহুমুখী বিকাশের জন্য বিশেষ উপযোগী হয়। অভীক্ষায়ণের কার্যক্রমে পাঁচটি মুখ্য অংশ আছে—

॥ এক ॥ পরীক্ষা দেওয়া,

॥ দুই ॥ মূল্যায়ন করা,

॥ তিন ॥ উপাত্ত সম্পর্কিত সংখ্যার বিশ্লেষণ করা,

॥ চার ॥ প্রাপ্ত ফল অনুসারে পথের নির্দেশ দেওয়া এবং

॥ পাঁচ ॥ অনুবর্তী বা সংশ্লিষ্ট বিষয়সমূহ বিশ্লেষণ করা।

অভীক্ষায়ণের কার্যক্রমের জন্য যাঁরা পরীক্ষা যথাযথভাবে নিয়ে থাকেন তাঁদের অভীক্ষাসমূহের নির্বাচন সাবধানতার সঙ্গে করা উচিত। নির্বাচন করার সময় নিম্নলিখিত বিষয়গুলি মনে রাখা উচিত—

॥ এক ॥ বিদ্যালয় এবং ছাত্র-ছাত্রীদের প্রয়োজনীয়তা মনে রেখে অভীক্ষাসমূহ নির্বাচন করা উচিত।

॥ দুই ॥ অভীক্ষায়ণ ছাত্র-ছাত্রীদের বয়স, শিক্ষা পর্যাবরণ প্রভৃতির অনুকূল হবে, অর্থাৎ যে সকল ছাত্র-ছাত্রীদের উপর অভীক্ষা প্রয়োগ করতে হবে তাদের উপযোগী আদর্শায়িত অভীক্ষা নির্বাচন করা উচিত। ইংলণ্ড এবং আমেরিকায় তৈরী অভীক্ষাসমূহ ভারতীয় ছাত্র-ছাত্রীদের উপযোগী হয় না এবং তাদের উপর প্রয়োগ করাও উচিত নয়। কারণ এইসব অভীক্ষার প্রয়োগাত্মক ফলাফল নির্ভরযোগ্য এবং বৈধ হয় না।

॥ তিন ॥ অভীক্ষাসমূহ প্রয়োগ করার নিয়মাবলী শিক্ষক এবং পরামর্শদাতাদের সঠিকভাবে জানতে হবে। তার জন্য তাদের অভীক্ষা প্রয়োগের নিয়মাবলী সম্বন্ধে শিক্ষা নিতে হবে।

॥ চার ॥ অভীক্ষায়ণের সম্বন্ধে ছাত্র-ছাত্রীদের পূর্বাহ্নে জানাতে হবে।

॥ পাঁচ ॥ অভীক্ষায়ণের সময় সীমা নির্দিষ্ট হবে এবং ছাত্র-ছাত্রীদের এই সম্বন্ধে পূর্বেই জানিয়ে দিতে হবে।

॥ ছয় ॥ অভীক্ষায়ণের কক্ষ শান্ত এবং প্রশস্ত হবে। অভীক্ষার্থীদের দূরে দূরে বসানোর জন্য ঐ কক্ষে পর্যাপ্ত স্থান থাকবে। ঐ কক্ষ যথেষ্ট পরিমাণে খোলা-মেলা হবে এবং আলো-বাতাসের ব্যবস্থা থাকবে। বসার জন্য আরামদায়ক বেঞ্চ বা চেয়ার টেবিলের ব্যবস্থা রাখতে হবে। ব্লাক-বোর্ডের ব্যবস্থা থাকবে।

॥ সাত ॥ দলগত বা যৌথ অভীক্ষা (Group test) ছোট ছোট দলে ভাগ করে নিতে হবে। এক এক দলে 25 থেকে 30 এর বেশী ছাত্র-ছাত্রী থাকবে না।

॥ আট ॥ অভীক্ষায়ণের নিয়মাবলী ছাত্র-ছাত্রীদের ভালভাবে বুঝিয়ে দিতে হবে। কখন শুরু করতে হবে, কখন শেষ করতে হবে, অভীক্ষাপত্রের উপযোগিতা এবং উত্তরপত্রে লেখার জায়গা প্রভৃতি নিয়মাবলী পরীক্ষা শুরু হওয়ার আগেই অভীক্ষার্থীদের ভালভাবে বুঝিয়ে দিতে হবে।

॥ নয় ॥ অভীক্ষা সম্বন্ধীয় নির্দেশ স্পষ্ট ও জোরালো গলায় দিতে হবে। অভীক্ষা শুরু হওয়ার আগে পরীক্ষককে নিশ্চিত হতে হবে যে, সব পরীক্ষার্থী নির্দেশ ভালভাবে বুঝতে পেরেছে।

॥ দশ ॥ কেবলমাত্র একটি পরীক্ষা ফলের উপর ভিত্তি করে পথনির্দেশ করা সঙ্গত হবে না। কম করে দুটি পরীক্ষা ফলের মধ্যে তুলনা ক'রে দেখতে হবে। তার সঙ্গে পরীক্ষা বহির্ভূত যে সব নিয়মাবলী আছে যে সব থেকে প্রাপ্ত উপাত্তের

সাহায্য নিতে হবে। ছাত্র-ছাত্রীদের নির্দেশ দেওয়ার আগে অন্য ক্ষেত্র থেকে প্রাপ্ত উপাত্তের বিশ্লেষণ ক'রে নির্দেশ দিতে হবে।

অভীক্ষায়ণমূলক কার্যক্রম থেকে নিম্নলিখিত সুবিধাগুলি পাওয়া সহজ হয়।

॥ এক ॥ নির্দেশন কার্যক্রম (Guidance programme) বাস্তব উপাত্তের সঙ্গে মিলে গেলে পরামর্শ (counselling) দেওয়া সহজ হয়।

॥ দুই ॥ সময় ও পরিশ্রম বাঁচে।

॥ তিন ॥ আগ্রহ ও যোগ্যতানুসারে বিষয় এবং কাজের মধ্যে মিল হলে বিকাশ এবং অগ্রগতির পূর্ণ সম্ভাবনা বাস্তবায়িত হওয়া সম্ভবপর হয়।

॥ চার ॥ সময়মত পরীক্ষার ফল জানাতে পারলে ছাত্র-ছাত্রীকে তৈরী করা সহজ হয়।

॥ পাঁচ ॥ পরিকল্পিত কার্যক্রম ছাত্র-ছাত্রীদের এবং বিদ্যালয়ের অগ্রগতির সহায়ক হয়।

নির্দেশনা (Guidance) এবং পরামর্শের (counselling) উপযোগী অভীক্ষায়ণের রূপরেখা নিম্নরূপভাবে করা যেতে পারে।

॥ এক ॥ কার্য—বিভিন্ন পাঠক্রমে ছাত্র-ছাত্রীদের শ্রেণীবিন্যাস করা।

অভীক্ষা—(1) বুদ্ধি অভীক্ষা
(2) অভিক্ষমতা অভীক্ষা
(3) আগ্রহ পরিসূচী
(4) অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষা

॥ দুই ॥ কার্য—সহপাঠক্রমের কর্মধারায় ছাত্র-ছাত্রীদের শ্রেণীবিন্যাস করা।

অভীক্ষা—(1) বুদ্ধি অভীক্ষা
(2) অভিক্ষমতা অভীক্ষা
(3) আগ্রহ পরিসূচী

॥ তিন ॥ কার্য—অভিযোজনে সহায়তা করা।

অভীক্ষা—(1) অভিযোজন অভীক্ষা
(2) ব্যক্তিত্ব অভীক্ষা

॥ চার ॥ কার্য—উচ্চশিক্ষার জন্য পরামর্শ দেওয়া।

অভীক্ষা—(1) বুদ্ধি অভীক্ষা
(2) অভিক্ষমতা অভীক্ষা
(3) শিক্ষণীয় বিষয়ে আগ্রহ সম্পর্কিত অভীক্ষা

॥ পাঁচ ॥ কার্য—ব্যবসা বা পেশা নির্বাচন হেতু পরামর্শ দেওয়া।

অভীক্ষা—(1) বুদ্ধি অভীক্ষা
(2) অভিক্ষমতা অভীক্ষা
(3) ব্যবসা সম্পর্কিত আগ্রহ পরিসূচী
(4) ব্যক্তিত্ব অভীক্ষা

॥ ছয় ॥ কার্য—সমস্যামূলক ছাত্র-ছাত্রীর সমস্যা নিবারণহেতু পরামর্শ।

অভীক্ষা—(1) বুদ্ধি অভীক্ষা
(2) অভিযোজন পরিসূচী
(3) ব্যক্তিত্ব অভীক্ষা

॥ সাত ॥ কার্য—শিক্ষণীয় বিষয়ে পিছিয়ে পড়া ছাত্র-ছাত্রীদের জন্য পরামর্শ।

অভীক্ষা—(1) বুদ্ধি অভীক্ষা
(2) অভিযোজন পরিসূচী
(3) অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষা
(4) বিষয়বস্তু সম্পর্কিত নৈদানিক অভীক্ষা

॥ আট ॥ কার্য—সর্বাঙ্গীণ বিকাশের জন্য পথনির্দেশ।

অভীক্ষা—(1) বুদ্ধি অভীক্ষা
(2) ব্যক্তিত্ব অভীক্ষা
(3) অভিযোজন পরিসূচী
(4) অভিবৃত্তি মাপনি বা স্কেল

॥ নয় ॥ কার্য—বিভিন্ন কাজের উপযোগী করে তৈরী করা।

অভীক্ষা—(1) বিশেষ মানসিক যোগ্যতা অভীক্ষা
(2) আগ্রহ পরিসূচী
(3) অভিবৃত্তি মাপনি বা স্কেল

॥ দশ ॥ কার্য—ব্যক্তির বিশ্লেষণের জন্য।

অভীক্ষা—(1) বুদ্ধি অভীক্ষা
(2) ব্যক্তিত্ব অভীক্ষা
(3) অভিযোজন পরিসূচী
(4) অভিক্ষমতা অভীক্ষা
(5) আগ্রহ পরিসূচী

॥ এগার ॥ কার্য—অনুসন্ধানাত্মক কাজের জন্য।

অভীক্ষা—বিষয় অনুসারে উপযোগী অভীক্ষা, সূচী বা পরিসূচী নির্বাচন করতে জানা উচিত।

বুদ্ধি অভীক্ষা

(Intelligence Test)

নির্দেশনা (guidance) এবং পরামর্শ (counselling) দেওয়ায় বুদ্ধি অভীক্ষার একটি বিশেষ স্থান আছে। বুদ্ধি অভীক্ষাগুলিকে সাধারণ বুদ্ধি অভীক্ষা, বিশেষ বুদ্ধি অভীক্ষা, মানসিক অভীক্ষা, মানসিক যোগ্যতা অভীক্ষা প্রভৃতি নামে অভিহিত করা হয়। আর্থর জোন্সের (Arthur Jones) মতে "প্রত্যেক অভীক্ষা

কোন-না-কোনরূপ মানসিক যোগ্যতা পরিমাপ করে।" যেমন বিদ্যালয়ের বিষয় সম্পর্কিত অভীক্ষা কেবলমাত্র বিষয়ের অগ্রগতি বা অর্জিত জ্ঞানের অভীক্ষারূপে চিহ্নিত হয় না। মানসিক যোগ্যতা নির্ণয় করার অভীক্ষা রূপেও চিহ্নিত করা হয়; কারণ এই অভীক্ষা মানসিক যোগ্যতাও পরিমাপ করে থাকে। পরন্তু যে অভীক্ষা মানসিক যোগ্যতা পরিমাপ করার জন্য তৈরী করা হয় সেই অভীক্ষাকে মানসিক অভীক্ষা বা বুদ্ধি অভীক্ষা বলা হয়।

পথনির্দেশে (guidance) বুদ্ধি অভীক্ষা উপযোগী করার আগে নিশ্চিত হওয়া প্রয়োজন হয় যে কি ধরনের মানসিক যোগ্যতা এই অভীক্ষা পরিমাপ করে থাকে। সাধারণতঃ বুদ্ধি অভীক্ষা জন্মগত মানসিক ক্ষমতা, সামাজিক যোগ্যতা এবং পরিবেশের অনুকূল নিজের আচরণে পরিবর্তন সাধনের ক্ষমতার পরিমাপ করার দৃষ্টিকোণ থেকে তৈরী করা হয়। বুদ্ধি অভীক্ষা কেবল মাত্র বর্তমান মানসিক যোগ্যতা বা ব্যবহারিক ক্ষমতা পরিমাপ করে তাই নয়, এই অভীক্ষা ভবিষ্যতে পরিবর্তন সাধন করার ক্ষমতাও পরিমাপ করে থাকে। দু'টি বালকের বুদ্ধি যোগ্যতার পার্থক্য থেকে শুধুমাত্র এটাই জানা যায় না যে বর্তমানে ঐ দুজনের মধ্যে কতখানি পার্থক্য বর্তমান। পরন্তু ভবিষ্যতে ঐ দু'জনের মধ্যে কতখানি পার্থক্য থাকবে তাও জানা যায়। বুদ্ধি অভীক্ষা থেকে অভিযোজনের ক্ষমতা বা সমস্যার সমাধান করার যোগ্যতার মূল্যায়ন করা যায় না; কিন্তু ভবিষ্যতে বিভিন্ন পরিস্থিতিতে অভিযোজনের ক্ষমতা বা সমস্যার সমাধান করার যোগ্যতা জানা যায়। সাধারণতঃ বুদ্ধি অভীক্ষা কেবল বর্তমান পরিস্থিতিতে কার্য সম্পাদন করার কৌশলের মূল্যায়ন করে থাকে। অভীক্ষায় যত প্রকার যোগ্যতা বা কার্যক্ষেত্র থাকবে ঐ অভীক্ষা কেবল ঐ সব ক্ষেত্রে ব্যক্তির বৌদ্ধিক যোগ্যতা পরিমাপ করতে সমর্থ হবে। বুদ্ধি অভীক্ষা তার্কিক যোগ্যতা, গাণিতিক প্রবণতা, যুক্তি ক্ষমতা, প্রয়োগমূলক বিচারকরণ, ভেদাভেদ বোঝার যোগ্যতা, সমস্যা সমাধান করণের ক্ষমতা, দ্রুত সিদ্ধান্ত নেওয়ার যোগ্যতা, বিভিন্ন পরিস্থিতিতে অভিযোজনের যোগ্যতা, নেতৃত্ব দেওয়ার ক্ষমতা প্রভৃতি পরিমাপ করে থাকে।

বুদ্ধি অভীক্ষার ফল মানসিক বয়স (**Mental age**) বা বুদ্ধ্যঙ্ক (**Intelligence Quotient**) রূপে পাওয়া যায়। মানসিক বয়স একটি ছেলের তুলনাত্মক যোগ্যতা নির্দেশ করে। আর বুদ্ধ্যঙ্ক মানসিক বয়স এবং জন্মগত বয়সের সম্পর্ক নির্দেশ করে। তার থেকে একটি ছেলের প্রাপ্তংকের সঙ্গে অন্যান্য ছেলেদের ঐ অভীক্ষায় প্রাপ্তাংকের মধ্যে যে সম্বন্ধ বর্তমান থাকে সে বিষয়ে ধারণা লাভ করা যেতে পারে। তার থেকে জানা যায় যে একটি ছেলের প্রাপ্তাংক ঐ বয়সের অন্যান্য ছেলেদের প্রাপ্তাংক থেকে কতখানি কম, সমান বা বেশী। যদি তার বুদ্ধ্যঙ্ক 100 হয় তাহলে তার বৌদ্ধিক যোগ্যতা তার বয়সী সাধারণ ছেলেমেয়েদের সমান হবে। যদি তার বুদ্ধ্যঙ্ক 110 হয় তাহলে তার বৌদ্ধিক যোগ্যতা অন্যান্য সাধারণ ছেলে-মেয়েদের চেয়ে বেশী হবে, আর যদি বুদ্ধ্যঙ্ক 90 হয়, তাহলে তার বৌদ্ধিক যোগ্যতা

অন্য সমবয়সী সাধারণ ছেলে মেয়েদের তুলনায় কম হবে। বুদ্ধ্যঙ্ক তুলনাত্মক বৌদ্ধিক যোগ্যতার সূচক।

নির্দেশনা (guidance) এবং পরামর্শ (counselling) দেওয়ায় বুদ্ধি অভীক্ষা সর্বাপেক্ষা অধিক উপযোগী হয়। পরন্তু বুদ্ধি অভীক্ষায় প্রাপ্ত অঙ্কের বিশ্লেষণ সাবধানতার সঙ্গে করা উচিত। কিছু ব্যক্তি বুদ্ধ্যঙ্ককে মানসিক যোগ্যতার মান হিসাবে গ্রহণ করে থাকে। কিন্তু বুদ্ধ্যঙ্ককে এইভাবে গ্রহণ করা ভুল হয়। যেমন 140 বুদ্ধ্যঙ্ক সম্পন্না ছ'বছরের একটি মেয়ে 125 বুদ্ধ্যঙ্ক সম্পন্না বার বছরের অন্য একটি মেয়ের মানসিক যোগ্যতার সমান হতে পারে না, আর তেমনি ছ'বছরের মেয়ে বার বছরের মেয়ের সমান সমস্যামূলক প্রশ্ন সমাধান করতে পারে না। মানসিক বয়স মানসিক যোগ্যতার সূচক, আর বুদ্ধ্যঙ্ক ভাবী মানসিক যোগ্যতার (ability expectancy) সূচক। বুদ্ধ্যঙ্কের অঙ্ক থেকে অনুমান করা যেতে পারে যে যদি ভবিষ্যতে একটি ছেলে উপযুক্ত পরিবেশ এবং প্রশিক্ষণ পায় তাহলে সে তার মানসিক যোগ্যতার বিকাশ সাধন করতে পারে।

ওয়েলম্যান, স্কীলস এবং অন্যান্য (Wellman, Skeels and others) মনোবিজ্ঞানীরা প্রয়োগাত্মক কাজের উপর ভিত্তি ক'রে এই সিদ্ধান্ত করেছিলেন যে উপযুক্ত শিক্ষা, পারিবারিক পরিবেশ, সামাজিক স্তর, সুস্বাস্থ্য, পুষ্টি এবং সুখাদ্য, চিন্তামুক্ত জীবন, প্রভৃতি থেকে একটি নির্দিষ্ট বয়স পর্যন্ত বুদ্ধ্যঙ্কের বিকাশ সম্ভব হয়। টি. ই. ম্যাকমুলিন (T. E. McMullin) নির্দেশনার জন্য বুদ্ধ্যঙ্ককে ব্যবহারের উপযোগী করে একটি নিয়ম তৈরী করেন। তাঁর মতানুসারে বার বছর বয়সের বালকের বুদ্ধি পরীক্ষা করে যে প্রাপ্তাংক পাওয়া যায় তা অন্য বয়সের বালকদের প্রাপ্তাংকের সঙ্গে তুলনা না করে ঐ একই বয়সের বালকের প্রাপ্তাংকের সঙ্গে তুলনা করতে হয়। এই বিধিকে "বয়স ভিত্তিক সম্পাদনী আদর্শমান" (age performance norm) রূপে অভিহিত করা হয়। বার বছর বয়সের বালকদের সম্পূর্ণ প্রাপ্তাংগুলিকে শতাংশ আদর্শমানে (centile norm) রূপান্তরিত করে নিতে হয়। এই শতাংশ আদর্শমান থেকে প্রত্যেক বার বছর বয়সের বালকের বৌদ্ধিক যোগ্যতা তুলনা করতে হয়।

মনোবিজ্ঞানীদের অভিমত অনুসারে দেশ, দল, শ্রেণী, চরিত্র, লিঙ্গ, জাতি, জন্ম সময়ে পিতামাতার বয়স, বিশেষ দিন বা মাসে জন্ম হওয়া প্রভৃতির সঙ্গে মানসিক যোগ্যতার কোন সম্বন্ধ নেই। হলিংওয়ার্থের (Hollinworth) অভিমত হল যে, 125 থেকে 155 পর্যন্ত বুদ্ধ্যঙ্ক বিশিষ্ট বালক বালিকাদের ব্যক্তিত্বের বিকাশ তাদের থেকে কম বুদ্ধ্যঙ্ক বিশিষ্ট বালক-বালিকাদের অপেক্ষা ভালভাবে সংঘটিত হয় এবং তারা বিভিন্ন পরিস্থিতিতে সাফল্যের সঙ্গে অভিযোজন করার ক্ষমতা বেশী পরিমাণে লাভ করে থাকে। বুদ্ধ্যঙ্কের উপর ভিত্তি করে বিদ্যালয়ের কাজের সাফল্য তিন ভাবে প্রকাশ করা যেতে পারে।

॥ এক ॥ **বিদ্যালয়ে অধ্যয়ন কাল**—জি. এ. ফিনগোল্ড (G. A. Feingold) নিজের পরীক্ষা-নিরীক্ষার উপর ভিত্তি করে বলেছিলেন যে 110 এর বেশী বুদ্ধ্যঙ্ক

বিশিষ্ট ছাত্র-ছাত্রীরা নিজেদের শিক্ষা সম্পূর্ণ ক'রে বিদ্যালয়-মহাবিদ্যালয় ত্যাগ করে ; কিন্তু 94 থেকে কম বুদ্ধ্যঙ্ক বিশিষ্ট ছাত্র-ছাত্রীরা নিজেদের শিক্ষা বৌদ্ধিক যোগ্যতা কম হওয়ার দরুণ সম্পূর্ণ করতে পারে না। 95 থেকে 110 বুদ্ধ্যঙ্ক বিশিষ্ট ছাত্র-ছাত্রীদের অধ্যয়ন সম্পূর্ণ করার জন্য অন্যান্য পরিস্থিতির উপর নির্ভর করতে হয়।

॥ দুই ॥ **পরীক্ষাতে সাফল্য**—কোন পরীক্ষাতে একই সঙ্গে সব ছাত্র-ছাত্রীদের সমানভাবে সাফল্যলাভ করা সম্ভব হয় না। অনেক বিষয়ে সমান হওয়া সত্ত্বেও অকৃতকার্য ছাত্র-ছাত্রীদের অকৃতকার্যতার মূল কারণ তাদের বুদ্ধ্যঙ্ক কম হওয়া। এল. এন. দুবে (**L. N. Dubey**) এক পরীক্ষা-নিরীক্ষায় দেখিয়েছেন যে, এক বার্ষিক পরীক্ষায় একবার অকৃতকার্য শতকরা 64 জন ছাত্র-ছাত্রীর বুদ্ধ্যঙ্ক 98 এর কম পাওয়া যায়, আর দ্বিতীয় বার অকৃতকার্য ছাত্র-ছাত্রীদের বুদ্ধ্যঙ্ক 94 এরও কম ছিল।

॥ তিন ॥ **শিক্ষালব্ধ জ্ঞান**—অনেক পরীক্ষায় দেখা গেছে যে, মানসিক যোগ্যতা অভীক্ষায় প্রাপ্ত উচ্চ প্রাপ্তাঙ্ক অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষায় প্রাপ্ত উচ্চ প্রাপ্তাঙ্কের সঙ্গে ঘনিষ্ঠভাবে সম্পর্কিত হ'য়ে থাকে। অর্থাৎ বেশী বুদ্ধ্যঙ্ক বিশিষ্ট ছাত্র-ছাত্রীদের শিক্ষালব্ধ জ্ঞান বেশী হয়ে থাকে। তারা জটিল এবং অমূর্ত বিষয়াবলীর অধ্যয়নেও সাফল্যলাভ ক'রে থাকে।

ডগলস এবং হল্যাণ্ড (**Douglas and Holland**) এর অভিমত হল যে ; বুদ্ধ্যঙ্কের উপর ভিত্তি করে পথনির্দেশ করার সময় ছেলেমেয়েদের অন্যান্য বিষয়াবলী, যেমন অভিজ্ঞতা, আগ্রহ, পারিবারিক পটভূমি, বয়স, স্বাস্থ্য, সামাজিক-আর্থিক স্তর প্রভৃতিও বিচার করা প্রয়োজন হয়।

বুদ্ধি অভীক্ষার উপযোগিতা

(Suitability of Intelligence test)

মনোবৈজ্ঞানিক তত্ত্বের দিক থেকে বুদ্ধি বা মানসিক ক্ষমতা অপরিবর্তনীয় হলেও আমরা তাকে পরোক্ষভাবে পরিমাপ করি। ফলে বুদ্ধি অভীক্ষাগুলির অন্তর্গত সমস্যাবলী সমাধান ক্ষমতা অনেক ক্ষেত্রে শিক্ষার দ্বারা প্রভাবিত হয়। এই বাস্তব অবস্থার কথা চিন্তা ক'রে মনোবিজ্ঞানীরা বলেছেন, বুদ্ধি মানুষের বিভিন্ন কর্মসম্পাদনে সাহায্য করে। শিক্ষা ব্যক্তির কর্মসম্পাদন ক্ষমতার উন্মেষ ঘটায় বলে পরোক্ষভাবে বুদ্ধির সঙ্গে তার একটা যোগসূত্র আছে। সেই কারণে বুদ্ধি অভীক্ষার ফলাফলকে শিক্ষাগত মূল্যায়নের ক্ষেত্রে ব্যবহার করা সম্ভব। কারণ শিক্ষার্থীর বুদ্ধি সম্পর্কিত ধারণা শিক্ষাক্ষেত্রে আমাদের বিভিন্ন ধরনের গুরুত্বপূর্ণ সিদ্ধান্ত গ্রহণে সাহায্য করে। যেমন—

॥ এক ॥ বিভিন্ন প্রকার পাঠক্রমের জন্য ছাত্র-ছাত্রীদের শ্রেণী বিন্যাস করা।

॥ দুই ॥ বিভিন্ন শ্রেণী কক্ষে ছাত্র-ছাত্রীদের শ্রেণীবিন্যাস করা।

॥ তিন ॥ বিশেষ স্তরের বিদ্যালয়ে প্রবেশাধিকারের সুযোগ দেওয়া।

॥ চার ॥ ছাত্র বৃত্তির জন্য ছাত্র-ছাত্রীদের নির্বাচন করা।

॥ পাঁচ ॥ স্বল্পবুদ্ধি, সাধারণ বুদ্ধি, তীক্ষ্ণ বুদ্ধিবিশিষ্ট বালকবালিকাদের বৌদ্ধিক যোগ্যতা অনুসারে পাঠক্রম নির্বাচন করার জন্য নির্দেশনা দেওয়া।

॥ ছয় ॥ বিশেষ মানসিক যোগ্যতা সম্পন্ন বালক-বালিকাদের সনাক্তকরণের পর তাদের বিকাশের জন্য সাহায্য করা।

॥ সাত ॥ মানসিক যোগ্যতা অনুসারে পেশা নির্বাচনের জন্য নির্দেশনা দেওয়া।

॥ আট ॥ প্রতিভাশালী বালকদের প্রতিভা নির্ধারণ করার পর তাদের অগ্রগতি-মূলক বিকাশের জন্য সাহায্য দেওয়া।

॥ নয় ॥ শিক্ষামূলক বিষয়ে কম উপলব্ধি সম্পন্ন ছাত্র-ছাত্রীদের বৌদ্ধিক যোগ্যতার অনুকূল জ্ঞান লাভ করার জন্য সমুচিত পরামর্শ দেওয়া।

॥ দশ ॥ নিজের বৌদ্ধিক যোগ্যতার অনুসারে বিশেষ পরিস্থিতিতে অভিযোজন করার ক্ষমতার বিকাশ সাধনের জন্য সঠিক পথের নির্দেশ দেওয়া।

ব্যক্তিত্ব অভীক্ষা
(Personality Test)

পরিবেশের প্রভাব এবং জন্মগত প্রতিভার মধ্যে পারস্পরিক সম্বন্ধ থেকে উৎপন্ন প্রাণবন্ত সম্পূর্ণ আচরণ ধারাই হল ব্যক্তিত্ব। ব্যক্তির বর্তমান এবং ভবিষ্যৎ আচরণ কিরূপ হবে তারই সূচক হল ব্যক্তিত্ব। ব্যক্তির অন্তর্জাত প্রতিভা, কর্মক্ষমতা, অন্তঃপ্রেরণা, আগ্রহ, আকাঙ্খা, সংবেগাত্মক অভিবৃত্তি এবং বাহ্যিক আচরণের সম্মিলিত সংগঠন ব্যক্তিত্বের অন্তর্গত হ'য়ে থাকে। এই কারণে ব্যক্তিত্বে মানুষের সমস্ত শারীরিক এবং মানসিক লক্ষণ এবং যোগ্যতাবলী নিহিত থাকে। ব্যক্তিত্ব সম্পর্কিত গুণাবলী একে অপর থেকে এতবার উল্লেখ করা হয়েছে যে এইগুলিকে পৃথক করা সম্ভব হয় না। সাধারণতঃ ব্যক্তি বিভিন্ন পরিস্থিতিতে অপর ব্যক্তির সঙ্গে যেভাবে ব্যবহার ক'রে সেই ব্যবহার প্রকাশের মধ্য দিয়ে তার ব্যক্তিত্বের তাৎপর্য বোঝা যায়। মুখ্যতঃ এই হল সামাজিক মিথস্ক্রিয়া (social interaction)। মানুষের অন্তরে এমন কিছু আছে যে কারণে সে এক বিশেষ প্রকার আচরণ করে, অপরকে প্রভাবিত করে, পরিবেশ এবং নিজের আভ্যন্তরীণ অবস্থার মধ্যে অভিযোজন করতে সক্ষম হয়।

ব্যক্তিত্বের মধ্যে ব্যক্তির গুণ এমনভাবে নিহিত থাকে যে, বিভিন্ন পরিস্থিতিতে তার আচরণের মধ্য দিয়ে যার আভাস পাওয়া যায়। যেমন তৎপরতা, নির্ভরযোগ্যতা, কর্মকুশলতা, সহযোগিতা, ধৈর্য প্রভৃতি গুণ যদি কোন এক পরিস্থিতিতে দেখা যায় তাহলে আশা করা যেতে পারে যে সেইগুণ অন্য পরিস্থিতিতেও ফলপ্রদ রূপে দেখা দেবে। সাধারণতঃ ব্যক্তি কেমন ভাবে নিজেকে প্রকাশ করে, কিভাবে বেশভূষা করে, কিভাবে কথাবার্তা বলে, কেমনভাবে চলাফেরা করে, কিভাবে কাজ করে, কাজে কি ধরনের কৌশল প্রদর্শন করে, কতখানি ধৈর্য ধরে, কিভাবে সমস্যাবলীর

সমাধান করে, কিভাবে নিজের বন্ধুবান্ধবের সঙ্গে আচরণ করে এই সবই হল ব্যক্তির ব্যক্তিত্বের সূচক।

ব্যক্তিত্ব অভীক্ষা
(Personality test)

ব্যক্তিত্ব পরিমাপে নিম্নলিখিত পরিমাপকগুলি ব্যবহার করা হয়।

॥ এক ॥ প্রশ্নাবলী (Questionnaire)

॥ দুই ॥ পরিসূচী (Inventory)

॥ তিন ॥ নির্ধারণ মাপনি বা স্কেল (Rating scale)

॥ চার ॥ প্রক্ষেপী অভীক্ষা (Projective test)

॥ এক ॥ **প্রশ্নাবলী** (Questionnaire)—ব্যক্তিত্বের বিভিন্ন সংলক্ষণগুলি পরিমাপের জন্য অনেক প্রকারের প্রশ্নাবলী তৈরী করা হয়েছে। যেমন সংবেগাত্মক পরিপক্কতা, সামাজিক কৌশল, ভীরুতা, নির্ভয়তা, নিরাশা, আত্মবিশ্বাস, সুজনতা, অনুশাসন প্রভৃতি। এই প্রশ্নাবলী থেকে ব্যক্তির বিচার-বিশ্লেষণ, তার আচরণ, ভাব, অভিরুচি প্রভৃতির সঙ্গে সম্পর্কিত প্রশ্নের সাহায্যে সোজাসুজিভাবে জিজ্ঞাসা করে করা হয়। প্রশ্নগুলির উত্তরের উপর নির্ভর করে ব্যক্তিত্ব এবং অভিযোজনের পরিমাপ করা হয়।

উদাহরণ—(1) আপনার অন্ধকারে যেতে ভয় করে কি ? হাঁ, না

(2) আপনার নিজের বিদ্যালয় কি খারাপ লাগে ? হাঁ, না

(3) স্টেজে উঠতে কি আপনি ঘাবড়িয়ে যান ? হাঁ, না

(4) আপনি কি নতুন বন্ধুত্ব করার সময়ে প্রসন্নতা অনুভব করেন ? হাঁ, না

॥ দুই ॥ **পরিসূচী** (Inventory)—পরিসূচীগুলি স্বয়ং নির্ধারণ মাপনি বা স্কেলের সমান হয়। তাদের সাহায্যে ব্যক্তি নিজের বাহ্যিক আচরণ এবং আভ্যন্তরীণভাবের মূল্যায়ন নিজেই করে থাকে। পরিসূচীগুলির সাহায্যে ব্যক্তি স্বয়ং নিজের সম্বন্ধে, অপরের সম্বন্ধে, নিজের পরিবেশ সম্বন্ধে, আত্মভাবনা, চিন্তা, দুঃখ, নিরাশা, লজ্জা, ভয়, ঈর্ষা, ইচ্ছা প্রভৃতি সম্বন্ধেও ওয়াকিবহাল হতে পারে। পরিসূচীগুলির সাহায্যে ব্যক্তির আভ্যন্তরীণ সংলক্ষণগুলি পরিমাপ করা যায় যা সাধারণতঃ বাহ্যিক নিরীক্ষণের মাধ্যমে করা যেতে পারে না।

ব্যক্তিত্ব পরিসূচী পাঁচ প্রকারের হয়। যেমন—

(1) বিশেষ লক্ষণগুলি অনুসন্ধানকারী পরিসূচী—যেমন, প্রগতিশীল—ঐতিহ্যগত বিচার ধারা, আত্মবিশ্বাস—আত্মভীরুতা প্রভৃতি।

(2) বিভিন্ন পরিবেশে অভিযোজন পরিমাপকারী পরিসূচী—যেমন, পরিবার, বিদ্যালয়, সমাজ প্রভৃতি।

(3) মনঃরোগ সম্বন্ধে প্রত্যক্ষ ধারণা লাভ করা সম্পর্কিত পরিসূচী—যেমন মনোবিকৃতি, সংভ্রান্তি (mystification), মনোবিক্ষিপ্ততা, প্রভৃতি।

(4) রোগের উপসর্গ সম্পৃক্ত দলগোষ্ঠীর শ্রেণীবিন্যাস করা সম্পর্কিত পরিসূচী—যেমন মনঃ শারীরিক অসুস্থতা, সাধারণ অসুস্থতা প্রভৃতি।

(5) ব্যক্তিত্বের গুণাবলী সম্পর্কিত পরিসূচী—যেমন আগ্রহ, অভিবৃত্তি, মূল্যবোধ প্রভৃতি।

ব্যক্তিত্বের পরিসূচীগুলি কোন ব্যক্তিত্বের একটি সংলক্ষণ বা বহু সংলক্ষণগুলি (traits) পরিমাপের জন্য তৈরী করা হয়। সংলক্ষণের অর্থ হল ব্যক্তির এক ধরনের আচরণ বা প্রত্যুত্তরের তৎপরতা যা ঐ ব্যক্তি বিশেষ পরিবেশে প্রদর্শন ক'রে থাকে। যেমন শ্রেণীকক্ষে একটি ছাত্র প্রশ্নের উত্তর তৎপরতা এবং উৎসাহের সঙ্গে দিয়ে থাকে। তাতে তার আত্ম-বিশ্বাসের লক্ষণগুলি পরিলক্ষিত হয় যা তার ব্যক্তিত্বের একটি সংলক্ষণ। এইভাবে ব্যক্তিত্বের সংলক্ষণগুলি পরিমাপের জন্য পরিসূচীগুলি কার্যকরী করা যায়।

উদাহরণ—(1) তোমার সবসময় ভাল ঘুম হয়।
সবসময়, কখন-কখন, কখনই নয়

(2) অপর বালক তোমাকে নিজের সঙ্গে খেলতে দেয়।
সবসময়, কখন-কখন, কখনই নয়

(3) নতুন ব্যক্তিদের সঙ্গে কথা বলতে তোমাকে ঘাবড়িয়ে যেতে হয়।
সবসময়, কখন-কখন, কখনই নয়

(4) কোন নতুন কাজ করতে তোমার অকৃতকার্যতার ভয় লাগে।
সবসময়, কখন-কখন, কখনই নয়

কোনও ব্যক্তির অনুভূতি, বয়স, শিক্ষা প্রভৃতি দ্বারা প্রভাবিত হ'য়ে ব্যক্তিত্ব সম্বন্ধীয় গুণ, অভিবৃত্তি, বিচার ধারা প্রভৃতিতে পরিবর্তন ঘটে থাকে। এইজন্য পরিসূচীর সাহায্যে প্রাপ্ত ফলের মধ্যেও পার্থক্য দেখা যায়। মনোবিজ্ঞানীদের কাজ হ'ল এই পরিসূচীগুলির উপযোগিতা সময় সময় যাচাই করে নেওয়া।

॥ তিন ॥ **নির্ধারণ মাপনি বা রেটিং স্কেল**—এক ব্যক্তি অন্য ব্যক্তির সম্পর্কে এসে তার উপর নিজের প্রভাব বিস্তার করে। তার পরিমাপ নির্ধারণ মাপনি বা রেটিং স্কেলের সাহায্যে করা যেতে পারে। অন্য ব্যক্তি ঐ ব্যক্তির আচরণ, গুণ, ক্ষমতা, বুদ্ধি, অভিবৃত্তি, দক্ষতা, সামাজিক কৌশল প্রভৃতি নিজের দৃষ্টিকোণ এবং অনুভূতির উপর ভিত্তি করে মূল্যায়ন করে। শিক্ষক, পরামর্শদাতা, অভিভাবক, বন্ধু বা অন্য ব্যক্তি যারা প্রত্যক্ষভাবে ছাত্র-ছাত্রীদের সংস্পর্শে আসে তারা তাদের মূল্যায়ন করতে পারে। মূল্যায়নের মূল ভিত্তি হল ব্যক্তিগত অনুভূতি এবং দৃষ্টিকোণ। কোন এক ছাত্রের মূল্যায়ন একের অধিক ব্যক্তিদের দ্বারা করা উচিত। তাতে কোন এক ব্যক্তির ব্যক্তিগত প্রভাব পড়ে না।

ব্যক্তিত্বের বিভিন্ন সংলক্ষণগুলির পরিমাপের জন্য নির্ধারণ মাপনি বা স্কেল তৈরী

করা যায়। যেমন, বৌদ্ধিক যোগ্যতা, সহযোগিতা, সামাজিকতা, পরিশ্রম, সততা, সংবেগাত্মক নিয়ন্ত্রণ, নিজেকে জাহির করার প্রবণতা, কর্মপটুতা, সহৃদয়তা, কর্তব্যনিষ্ঠা, সময়ানুবর্তিতা প্রভৃতি সংলক্ষণগুলি এই মাপনি দ্বারা পরিমাপ করা যায়। মাপনি বা স্কেলে সাধারণতঃ সংলক্ষণগুলির সীমা দেখানোর জন্য দুই থেকে সাতটি বিকল্প রাখা যায়। নির্ণয় কর্তাকে ব্যক্তির যোগ্যতা বা গুণের সীমার উপর ভিত্তি করে এই দেয় বিকল্পগুলির কোন একটি বিকল্প চিহ্নিত করতে হয়। অঙ্কিত চিহ্নের উপর ভিত্তি ক'রে তার সংলক্ষণগুলি পরিমাপ করা যায়।

উদাহরণ—নতুন কাজ শেখার যোগ্যতা।

(1) খুব পরিশ্রম করে শিখতে হয়
(2) ধীরে ধীরে শিখতে হয়
(3) সাধারণ গতিতে শিখতে হয়
(4) সাধারণ গতি অপেক্ষা তাড়াতাড়ি শিখতে হয়
(5) খুব দ্রুততার সঙ্গে এবং সোজাসুজিভাবে শিখতে হয়

নির্ধারণ মাপনিগুলি অভীক্ষা নয় এবং এই মাপনিগুলি বস্তুনিষ্ঠ অভীক্ষার সমান হয় না। তার ফলে তাদের নির্ভরযোগ্যতা (reliability) অন্যান্য মনোবৈজ্ঞানিক উপকরণগুলির সমান হ'তে পারে না।

নির্ধারণ মাপনিগুলির সাহায্যে ছাত্রের আচরণ এবং ব্যক্তিত্ব সম্পর্কিত সংলক্ষণগুলির বর্ণনা বিচারকমণ্ডলীর দ্বারা পাওয়া যায়, যারা ঐ ছাত্রকে অবলোকন করার সুযোগ পায়। নির্ধারণ মাপনিগুলির উপর ছাত্র সম্বন্ধে বিচারকমণ্ডলীর পূর্ব ধারণা, অভিবৃত্তি, মূল্য, কাজ করার মানদণ্ড প্রভৃতির প্রভাব পড়ে। তাছাড়া একইভাবে বিচারকের মনোবৃত্তি, স্বভাব এবং পরিমাপ করার সময় মানসিক স্থিতিরও প্রভাব পড়ে। এই কারণে কোন এক ছাত্রের ব্যক্তিত্ব সম্পর্কিত সংলক্ষণগুলির মূল্যায়ন করার জন্য অধিক বিচারকমণ্ডলীর সাহায্যে নির্ধারণ মাপনিগুলি আবশ্যিকভাবে প্রয়োগ করা উচিত।

॥ চার ॥ **প্রক্ষেপী অভীক্ষা** (Projective test)—বর্তমান সময়ে ব্যক্তিত্ব সম্পর্কিত বিভিন্ন সংলক্ষণগুলির মূল্যায়নের জন্য প্রক্ষেপী অভীক্ষাগুলির গুরুত্ব বিশেষভাবে বেড়ে গেছে। প্রায় পঞ্চাশটি বিভিন্ন প্রকার প্রক্ষেপী অভীক্ষার উদ্ভব হয়েছে। প্রক্ষেপী অভীক্ষায় অর্থহীন, অস্পষ্ট, অব্যবস্থিত বিষয়বস্তু ব্যক্তির সামনে তৈরী করা হয়। ব্যক্তিকে নিজের মনোভাবের অনুকূল এই বিষয় বস্তুর অর্থ প্রকাশ করতে হয়। ব্যক্তি এই আভাস পায় না যে পরীক্ষক তার উত্তরগুলির অর্থ কিভাবে বিশ্লেষণ করবে। এই কারণে সে নির্ভয়ে এবং নিঃসঙ্কোচে নিজের ভাব, অনুভূতি, অন্তর্দ্বন্দ্ব প্রভৃতি অভীক্ষার মাধ্যমে প্রকাশ ক'রে দেয়।

ব্যক্তিত্বের মূল্যায়নের জন্য প্রশ্নাবলী, পরিসূচী প্রভৃতির চেয়ে প্রক্ষেপী অভীক্ষাকে বেশী উপযোগী এবং কার্যকরীরূপে গণ্য করা হয়। তার কারণ হল—

(1) প্রশ্নাবলী বা পরিসূচী উত্তর করার সময় ছাত্র-ছাত্রীরা সতর্ক হ'য়ে উত্তর

করতে পারে, কিন্তু প্রক্ষেপী অভীক্ষার উত্তর দেওয়ার সময় সতর্ক হওয়ার কোন অবকাশ থাকে না।

(2) পরিসূচী বা প্রশ্নাবলীর উত্তর ভুলে ভরে যেতে পারে, কিন্তু প্রক্ষেপী অভীক্ষার উত্তরে কোন উত্তর ভুল বা সঠিক না হওয়ার সম্ভাবনা থাকে না।

(3) প্রক্ষেপী অভীক্ষা পরীক্ষা-নিরীক্ষার মধ্য দিয়ে ব্যক্তির আন্তরিক ভাবানুভূতি প্রকট করায় অধিক সফল হয়।

(4) প্রক্ষেপী অভীক্ষার মাধ্যমে ব্যক্তির বহুবিধ মানসিক সংলক্ষণগুলি জানা যেতে পারে যা প্রশ্নাবলী বা পরিসূচীর দ্বারা জানা যেতে পারে না।

প্রক্ষেপী অভীক্ষার রকম ফের
(Varieties of Projective test)

সাধারণতঃ চার প্রকারের প্রক্ষেপী অভীক্ষা পাওয়া যায়। যেমন,

(1) রর্সা ইঙ্ক ব্লট অভীক্ষা (Rorschach Ink Blot test)

(2) থিমাটিক অ্যাপারসেপশন অভীক্ষা (Thematic Apperception test)

(3) কেন্ট ও রোজানোফের শব্দানুষঙ্গ অভীক্ষা (Kent and Rosanoff Word Association test)

(4) বাক্যপূর্তি অভীক্ষা (Sentence Completion test)

(1) রর্শা ইঙ্ক ব্লট অভীক্ষা—হারম্যান রর্শার (Hermann Rorschach) তৈরী রর্শা অভীক্ষা ব্যক্তিত্বের মূল্যায়ন করার উপযোগী অভীক্ষারূপে স্বীকৃত। এই অভীক্ষায় দশটি কালির ছোপ দেওয়া কার্ড আছে। এই অভীক্ষার নিয়মাবলী সহজ হয়। ব্যক্তিকে এক একটি কার্ড দেখিয়ে বলা হয় যে এই সব কার্ডগুলিতে ভিন্ন প্রকারের চিত্র, বস্তু, স্থান প্রভৃতি দেখা যায়, তুমি যা কিছু দেখ তার বর্ণনা কর। ব্যক্তি যা কিছু দেখে বা যে ভাব তার মনে আসে সেগুলি সে বর্ণনা করে যায় এবং পরীক্ষক সেইসব উত্তরগুলি লিখে যায়। প্রত্যুত্তরের প্রতিক্রিয়া সময়কালও (reaction time) পরীক্ষককে লিখে রাখতে হয়। উত্তর দেবার সময় অভীক্ষার্থীর চেহারার পরিবর্তন, শারীরিক হালচাল, মুখের সাহায্যে উচ্চারিত শব্দ প্রভৃতিও লিখে রাখা হয়।

রর্শা অভীক্ষার মূল্যায়ন করা কঠিন কাজ। পরীক্ষককে এই কাজে প্রশিক্ষিত হওয়া চাই। এই অভীক্ষায় ব্যক্তির অন্তঃদশা, মানসিক দ্বন্দ্ব, আভ্যন্তরীণ উত্তেজনা, নৈরাশ্য বা ভয় ভাবনা, অধীরতা, অস্থিরতা প্রভৃতির ধারণা লাভ করা যায়। পি. ব্যারন (P. Barron) রর্শা অভীক্ষার সাহায্যে ব্যক্তির চরিত্র এবং সৃজনাত্মক যোগ্যতার মূল্যায়ন করার নিয়মাবলী উদ্ভব করেন। রর্শা অভীক্ষা মানসিক রোগ সনাক্তকরণের জন্য বিশেষ স্বীকৃতিলাভ করেছে। অভিযোজন পরিমাপেও এর উপযোগিতা অনস্বীকার্য।

(2) থিমাটিক অ্যাপারসেপশান অভীক্ষা (Thematic Apperception Test, T.A.T.)—মর্গান এবং মারে (Morgan and Murray) দ্বারা সৃষ্ট এই অভীক্ষা ব্যক্তিত্বে বহুবিধ মানসিক সংলক্ষণগুলির মূল্যায়ন করার জন্য উপযুক্ত কার্যকরী অভীক্ষা-

রূপে স্বীকৃত হয়েছে। তাতে কুড়িটি ছবির কার্ড আছে। প্রতিটি ছবিতে এক ব্যক্তিকে বিভিন্ন অবস্থায় দেখা যায়। অভিক্ষার্থীকে ছবি দেখিয়ে একটি কাহিনী তৈরী করতে বলা হয়। তাকে বলা হয় যে, ছবি দেখে বল ব্যক্তিটি কে? কি চিন্তা করছে? ছবিটির পটভূমির সঙ্গে তার সম্বন্ধ কি? অন্য ব্যক্তি বা বস্তুর সম্বন্ধে তার চিন্তা-ভাবনা কি? প্রভৃতি। সাধারণতঃ ছবিতে সম্পৃক্ত ব্যক্তিতে ব্যক্তি নিজের সাদৃশ্য স্থাপন ক'রে নিজের ভাব, অভিবৃত্তি, ইচ্ছা, বিচার, ভয়, উত্তেজনা, দ্বন্দ্ব, দুর্বলতা, আবশ্যকতা, ঘৃণা প্রভৃতি ছবির কাহিনীর মধ্য দিয়ে প্রকাশ করিয়ে দেয়।

রর্শা অভীক্ষার সমান টি. এ. টি.-র মূল্যায়ন করাও কঠিন কাজ। পরীক্ষককে এই অভীক্ষার নিয়মাবলী সম্বন্ধে প্রশিক্ষিত হ'তে হয়।

টি. এ. টি.-র অনুকরণে পরবর্তীকালে বহু অভীক্ষা তৈরী করা হয়েছে। এইসব অভীক্ষাগুলির মধ্যে ব্লাকের (Bellak) তৈরী শিশুদের জন্য থিমাটিক অ্যাপারসেপশান টেস্ট (Children Apperception Test, C. A. T.) বিশেষ উল্লেখযোগ্য। সি. এ. টি. অভীক্ষার কার্ডগুলিতে মানুষের ছবির পরিবর্তে বিভিন্ন ধরনের প্রাণীর ছবি ছাপা থাকে। অভীক্ষাটি মূল টি. এ. টি.-এর মত প্রয়োগ করা হয় এবং তাৎপর্য নির্ণয় করা হয়। টি. এ. টি. এবং সি. এ. টি. ছাত্র-ছাত্রীদের মানসিক রোগ, উদ্‌বিগ্নতা এবং মানসিক উত্তেজনা প্রভৃতি পরিমাপের জন্য ব্যবহার করা যেতে পারে।

(3) **শব্দানুষঙ্গ অভীক্ষা** (Word Association Test)—মানসিক অসুস্থতার পরিমাপের জন্য শব্দানুষঙ্গ অভীক্ষা বিশেষ গুরুত্বপূর্ণ। অভীক্ষায় সংবেগাত্মক জটিলতা, অধীরতা, মানসিক উত্তেজনা, অস্থিরতা প্রভৃতির মূল্যায়ন করা যেতে পারে। এই অভীক্ষায় 100টি সাধারণ শব্দ আছে এবং এইগুলিকে উদ্দীপক হিসাবে ব্যবহার করা হয়। পরীক্ষক শব্দসূচী থেকে এক একটি শব্দ বলে যায় বা দেখায় এবং অভীক্ষার্থীকে শব্দ শুনে বা দেখে মনে আনা ভাবকে অপর শব্দ দ্বারা সঙ্গে সঙ্গে প্রকাশ করতে হয়। তাতে কোন ভ্রান্ত বা সঠিক উত্তর থাকে না। তাছাড়া অভীক্ষার্থী প্রতিটি শব্দ শুনে বা দেখে তার প্রত্যুত্তরের জন্য যে সময় সে নেয় তাও লিপিবদ্ধ করা হয়। এই সময়কে প্রতিক্রিয়ার সময় (reaction time) বলা হয়। পরবর্তীকালে অভীক্ষার্থীর প্রতিক্রিয়াগুলিকে সংখ্যামূলক বা স্কোর মান দেওয়া হয়। তাছাড়া প্রতিক্রিয়ার সময়ও বিশ্লেষণ ক'রে দেখা হয়, কোন ক্ষেত্রে তা বেশী হয়েছে কিনা। কারণ প্রতিক্রিয়ার সময় বেশী হলে বুঝতে হবে অভীক্ষার্থী ঐক্ষেত্রে তার প্রকৃত স্বতঃস্ফূর্ত শব্দের পরিবর্তে অন্য শব্দ বসিয়েছে বা বলেছে। অর্থাৎ ঐ শব্দ বা ধারণাকে কেন্দ্র করে তার মানসিক সংগঠনে ভাবজট (Complex) সৃষ্টি হয়েছে। শব্দগুলির উত্তর হ'তে পাওয়া প্রতিক্রিয়ামূলক শব্দগুলি থেকে অভীক্ষার্থীর মানসিক স্থিতির ধারণা পাওয়া যায়।

উদাহরণ—টেবিল, অধ্যাপক, বাগীচা, পিতা, রাত্রি, যুদ্ধ প্রভৃতি।

(4) **বাক্যপূর্তি অভীক্ষা** (Sentence Completion Test)—এই অভীক্ষায় অভীক্ষার্থীকে অর্ধসমাপ্ত লেখা বাক্যতালিকা সমন্বিত পুস্তিকা দেওয়া হয়। তাকে

ঐসব বাক্যগুলি সম্পূর্ণ করতে হয়। সমস্ত বাক্য সম্পূর্ণ করার জন্য অত্যন্ত কম সময় দেওয়া হয়। এই কারণে অভীক্ষার্থীকে তাড়াতাড়ি বাক্যপূর্তি করতে হয়। প্রাপ্ত উত্তরগুলি থেকে অভীক্ষার্থীর অভিবৃত্তি, বিচার, ভাব, ইচ্ছা প্রভৃতি জানা যেতে পারে। এই অভীক্ষার মূল্যায়নের জন্যও পরীক্ষকের প্রশিক্ষণের প্রয়োজন হয়।

উদাহরণ—(1) আমি চিন্তা করি যে আমার……

(2) যখন আমি দুঃখিত তখন আমি ……

(3) এতে আমার রাগ হয় যখন……

(4) আমি চিন্তিত হই যখন……

(5) আমার আশা হয় যে……

উপযোগিতা

মানুষকে মানুষরূপে গড়ে তুলতে হ'লে তার ব্যক্তিত্বের বিকাশ সাধন করা প্রয়োজন। শিক্ষার অন্যতম উদ্দেশ্য হ'ল শিক্ষার্থীর ব্যক্তিত্বের বিকাশ ঘটানো। তাই কোন শিক্ষা পরিকল্পনা কার্যকরী করার পর পরিমাপ করে দেখা প্রয়োজন যে ঐ পরিকল্পনা শিক্ষার্থীর ব্যক্তিত্বের বিকাশে সহায়তা করেছে কিনা। মনোবিজ্ঞানীরা ব্যক্তিত্ব পরিমাপের জন্য বিভিন্ন ব্যক্তিত্ব অভীক্ষা তৈরী করেছেন। এই পরিমাপকগুলির উপযোগিতা নিম্নরূপ :

(1) ব্যক্তিত্ব অভীক্ষার সাহায্যে ব্যক্তির ব্যক্তিত্ব সম্পর্কিত বিকাশের ধারা জানা যায়।

(2) স্বভাব সম্বন্ধীয় গুণ এবং যোগ্যতাসমূহ জানা যায়।

(3) পরামর্শদাতা এইসব অভীক্ষা থেকে প্রাপ্ত উপাত্তের উপর ভিত্তি ক'রে সঠিক পথ নির্দেশ করতে পারে।

(4) অভিযোজন সম্পর্কিত ধারণা করা বা অভিযোজনের জন্য পরামর্শ দেওয়া যেতে পারে।

(5) সমস্যামূলক বালকের জীবন-বৃত্ত অনুশীলন করতে ব্যক্তিত্ব অভীক্ষা বিশেষ ফলপ্রদ হয়।

(6) অবাঞ্ছিত সামাজিক অপগুণগুলি দূর করার জন্য সহায়তা দিতে পারে।

(7) বিভিন্ন ব্যবসায়ের জন্য ব্যক্তিত্ব অনুসারে ব্যবসা সংক্রান্ত নির্দেশনা দেওয়া যেতে পারে।

(8) ব্যক্তিত্ব অভীক্ষার সাহায্যে ব্যক্তির বিভিন্ন ক্ষেত্রে সাফল্য সম্বন্ধে ধারণা করা যেতে পারে।

অভিক্ষমতা অভীক্ষা
(Aptitude Test)

অভিক্ষমতায় ব্যক্তির জন্মগত এবং অর্জিত যোগ্যতাবলী এবং কৌশলের সংযোগ আছে। এই কথা থেকে বোঝা যায় যে, ব্যক্তির বর্তমান প্রকৃতি কেমন ধরনের হয়

এবং ভবিষ্যতে তার মধ্যে কোন্ ধরনের দক্ষতা এবং নিপুণতা প্রকাশ পেতে পারে। এল. এন. ডাউনিং (L. N. Downing) এর মতানুসারে অভিক্ষমতা হ'ল কিভাবে একজন ব্যক্তি কোন কাজে তার প্রতিভা প্রদর্শন ক'রে থাকে। যেমন সংগীত, তর্ক বিতর্ক, যন্ত্রবাদন, সাহিত্য, অঙ্ক, যন্ত্র সম্বন্ধীয় দক্ষতা প্রভৃতি। সাধারণতঃ এই প্রতিভা-সমূহ জন্মগত হলেও পরিবেশ এবং সুযোগ অভিক্ষমতার বিকাশের উপর প্রভাব বিস্তার ক'রে থাকে। আধুনিক মনোবিজ্ঞানে বিশুদ্ধ ক্ষমতার চেয়ে অভিক্ষমতার উপর বেশী গুরুত্ব আরোপ করা হয়। কারণ এই ক্ষমতা ব্যক্তিজীবনে কি ধরনের প্রতিভা আছে তা নির্দেশ ক'রে থাকে। তাই 'ক্ষমতা' (ability) শব্দটির পরিবর্তে 'অভিক্ষমতা' (aptitude) শব্দটিও আধুনিক মনোবিজ্ঞানে বেশী ব্যবহৃত হয়। 'অভিক্ষমতা' (aptitude) কথার প্রকৃত তাৎপর্য হল 'শিখনের প্রস্তুতি' (readiness to learn)। এই শব্দটির দ্বারা দু'টি ধারণাকে একত্রিত করা হয়েছে। অভিক্ষমতা = ক্ষমতা + ক্ষমতার সফলতার সম্ভাবনা ; অর্থাৎ অভিক্ষতা হল ক্ষমতা এবং ক্ষমতার সফলতার সম্ভাবনা। মনোবিজ্ঞানী ডবলু. ভি. বিংহাম (W. V. Bingham) বলেন যে "It is a condition symptomatic of a person's fitness, one essential aspect is his readiness to acquire proficiency, his potential ability and another is his readiness to develop an interest in exercising his ability." অর্থাৎ প্রবণতা হল ব্যক্তির যোগ্যতার একটি নির্দেশক। তার একটি বৈশিষ্ট্য হ'ল—ব্যক্তির নিজস্ব সুপ্ত দক্ষতা অনুযায়ী প্রশিক্ষণ ভিত্তিক উন্নয়নের প্রস্তুতি এবং অপর বৈশিষ্ট্য হ'ল—ক্ষমতাটি প্রয়োগের আগ্রহজনিত প্রস্তুতি। সাধারণভাবে বলা যায় যে, 'অভিক্ষমতা' হ'ল ব্যক্তির অন্তর্নিহিত এমন কতকগুলি বৈশিষ্ট্যের সমষ্টি যেগুলি যথাযথ প্রশিক্ষণের প্রভাবে তাকে বিশেষধর্মী কোন জ্ঞান, কৌশল অথবা উন্নত আচরণ সম্পাদনের কৌশল অর্জনে সাহায্য করে। বিংহাম (Bingham) অভিক্ষমতার উপযোগিতা পূর্বানুমানের (prognosis) অর্থে প্রকাশ করেন। তাঁর মতানুসারে কোন ক্ষেত্রে সমুচিত প্রশিক্ষণ ছাড়া সফলতা পাওয়ার জন্য অভিক্ষমতা আবশ্যক হয়। এতে তিনটি তত্ব নিহিত আছে। যেমন—

॥ এক ॥ কৌশল শেখার যোগ্যতা

॥ দুই ॥ শেখার তৎপরতা

॥ তিন ॥ কাজে সন্তোষলাভ

অভিক্ষমতা থাকলে যেমন কোনও কাজ করতে আনন্দ পাওয়া যায় তেমনি সঙ্গে সঙ্গে পরিবেশের সঙ্গে অভিযোজন করার যোগ্যতাও ভালভাবে প্রকাশ পায়। এই কারণে অভিক্ষমতার অর্থ দক্ষতা থেকেও বেশী পরিমাণে গুরুত্বপূর্ণ। এর তাৎপর্য হ'ল কাজের উপযুক্ততা (fitness for job)। তার থেকে আমরা সফলতার আশা (success expendancy) করতে পারি। অভিক্ষমতার মধ্যে বুদ্ধি, কার্যক্ষমতা, যোগ্যতা, ব্যক্তিত্ব প্রভৃতি অনেক গুণ সম্মিলিত হ'য়ে থাকে।

উপযোগিতা

অভিক্ষমতা অভীক্ষার ফলাফল নানা রকমের গুরুত্বপূর্ণ সিদ্ধান্ত গ্রহণে সাহায্য করে। যেমন—

॥ **এক** ॥ অভিক্ষমতা অভীক্ষাবলী থেকে প্রাপ্তফলের মাধ্যমে শিক্ষণীয় বিষয়ে এবং বৃত্তিতে শিক্ষার্থী ভবিষ্যতে কিরূপ সাফল্যলাভ করবে সে সম্বন্ধে ধারণা করা যেতে পারে। অভীক্ষাগুলির ফলাফল বিচারে তাকে সেইভাবে নির্দেশনাও দেওয়া যেতে পারে।

॥ **দুই** ॥ শিক্ষাবিষয়ক অভিক্ষমতা অভীক্ষাগুলি থেকে বিকল্প বিষয় এবং পাঠ-ক্রমের জন্য ছাত্র-ছাত্রীদের শ্রেণীবিন্যাসকরণে সাহায্য পাওয়া যায়।

॥ **তিন** ॥ অভিক্ষমতা অভীক্ষা শিক্ষাবিষয়ক পরিকল্পনা রচনা করার সহায়ক হয়।

॥ **চার** ॥ পেশা এবং ব্যবসা নির্বাচনে অভিক্ষমতা অভীক্ষার উপর নির্ভর ক'রে পরামর্শ দেওয়া যেতে পারে।

॥ **পাঁচ** ॥ অভিক্ষমতা অভীক্ষা থেকে ছাত্র-ছাত্রীরা নিজেদের দক্ষতা, কৌশল এবং যোগ্যতা সম্বন্ধে ধারণা লাভ করে এবং তারা এইগুলির বিকাশের জন্য আগ্রহান্বিত হয়।

॥ **ছয়** ॥ অভিক্ষমতা অভীক্ষার উপর ভিত্তি ক'রে ছাত্র-ছাত্রীদের বিভিন্ন গুণাবলী বিকাশের জন্য পরামর্শ দেওয়া যেতে পারে।

॥ **সাত** ॥ অভিযোজনায় সাধারণ ছেলেমেয়েদের অভিক্ষমতা অভীক্ষাগুলি দ্বারা পরিমাপ করে পরামর্শ দেওয়া যেতে পারে।

॥ **আট** ॥ এই অভীক্ষাগুলির সাহায্যে শিক্ষালাভে কম দক্ষতা সম্পন্ন ছাত্র-ছাত্রীদের অভিক্ষমতার অনুকূল দক্ষতা বিকাশে সাহায্য করা যেতে পারে।

॥ **নয়** ॥ এই অভীক্ষাগুলির ফলাফল বিচার ক'রে অভিক্ষমতার অনুকূল নিজস্ব ব্যবসার (self employment) জন্য ব্যক্তি বিশেষকে উৎসাহ দেওয়া যেতে পারে।

॥ **দশ** ॥ অভিক্ষমতা অভীক্ষাগুলির উপর ভিত্তি ক'রে ছাত্র-ছাত্রীদের সর্বাঙ্গীন বিকাশে সহায়তা করা যেতে পারে।

আগ্রহ অভীক্ষা

(Interest Inventory)

আগ্রহ ব্যক্তির এমন এক মানসিক সংবেদন যার বশীভূত হয়ে সে তার আগ্রহের অনুকূল কাজ করায় উৎসাহিত হয়ে থাকে। কোন বস্তু, ব্যক্তি বা কাজে আগ্রহ থাকার অর্থ হল যে, সে ঐসব বিষয়গুলি আত্মকরণে সফল হয়। এল. জে. ডিউই (L. J. Dewey) বলেন যে কাজের দ্বারা নিজের থেকে ঐ বিষয়গুলি আত্মস্থ করে নেওয়াই হ'ল সঠিক আগ্রহ। আগ্রহ কোন রহস্যময়ী প্রাকৃতিক শক্তি নয় যা জন্ম সূত্রে পাওয়া যায়। আগ্রহ পরিবেশ থেকে উৎপন্ন এক প্রকার ইচ্ছা যা কোন কাজ স্বতঃপ্রণোদিত হ'য়ে করাতে সহায়ক হয়। এম. সি. ম্যাকডুগ্যালের

(McDougall) ভাষায় "আগ্রহ হ'ল সুপ্ত মনোযোগ আর মনোযোগ হ'ল আগ্রহের ক্রিয়াত্মক রূপ।" অর্থাৎ আগ্রহ মনোসংযোগ ঘটাতে বিশেষ সহায়ক হয়। আর মনোসংযোগ সহকারে কাজ করলে কাজে অধিক সফলতা সহজে এবং নিশ্চিতরূপে পাওয়া যায়।

মনোবৈজ্ঞানিক দৃষ্টির পরিপ্রেক্ষিতে আগ্রহ হ'ল এমন একটি সংবেদন যার সাহায্যে কাজ সিদ্ধ হ'য়ে থাকে। আগ্রহ হলে কঠিন কাজও সহজ বলে মনে হয়। আগ্রহপূর্ণ কাজে ধ্যান ধারণা এবং মন অধিক পরিমাণে নিবিষ্ট হ'য়ে থাকে। এই কারণে কোন কাজে মনোযোগের জন্য আগ্রহ প্রয়োজন হয়। কোন ছেলে বা মেয়ের কোন্ বিষয় বা কাজের প্রতি কতখানি আগ্রহ আছে তার পরিমাপ এবং মূল্যায়ন আগ্রহ অভীক্ষা থেকে জানা যায়। মনোবিজ্ঞানী গুড (Good) আগ্রহ অভীক্ষাকে ব্যক্তির পছন্দ-অপছন্দ পরিমাপের এক বিধিরূপে ব্যবহার করার কথা বলেছেন।

আগ্রহ অভীক্ষা থেকে ব্যক্তির আগ্রহ সমূহের ধারণা করা যায়। অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংক থেকে কোন কাজ বা বিষয়ের প্রতি কম বা বেশী আগ্রহ সম্বন্ধে জানা যায়। বিভিন্ন বিষয় বা ব্যবসায়ের প্রতি আগ্রহ পরিমাপের জন্য বহুবিধ আগ্রহ অভীক্ষা বা পরিসূচী তৈরী করা হয়েছে।

উদাহরণ

(1) গণিত বিষয় আমার ভাল লাগে। হাঁ না

(2) গণিতে সুদ কষার অঙ্কে আমার দ্বিধাজনিত ভয় সবসময়ই থাকে। হাঁ না

(3) অবসর সময়ে গণিতের অঙ্কগুলি প্রথমেই সমাধান করে থাকি। হাঁ না

উপযোগিতা

আগ্রহ সম্পর্কিত অভীক্ষার উপযোগিতার উল্লেখ নিম্নলিখিতভাবে করা যায়।

॥ **এক** ॥ এই অভীক্ষা ছাত্র-ছাত্রীদের আগ্রহ পরিমাপে সাহায্য করে থাকে।

॥ **দুই** ॥ ছাত্র-ছাত্রীরা তাদের আগ্রহের অনুকূল বিষয় বা কাজ নির্বাচনে এই অভীক্ষাবলীর মাধ্যমে সহায়তা লাভে সক্ষম হয়।

॥ **তিন** ॥ আগ্রহের অনুকূল কাজের পরিকল্পনা তৈরীর ক্ষেত্রে এই অভীক্ষা সহায়তা করে।

॥ **চার** ॥ বিষয় কার্যে সফলতার জন্য আগ্রহ বাড়াতেও এই অভীক্ষার সাহায্য পাওয়া যায়।

॥ **পাঁচ** ॥ সহপাঠক্রম কার্যাবলী চয়নে এই অভীক্ষা সাহায্য করে।

॥ **ছয়** ॥ আগ্রহ সম্বন্ধে ধারণা লাভ করার পর তার বিকাশ হেতু প্রয়োজনীয় পরিবেশ তৈরী করতে এই অভীক্ষার সাহায্য পাওয়া যায়।

॥ **সাত** ॥ অপ্রয়োজনীয় আগ্রহ দূর করতে এই অভীক্ষা সাহায্য করে থাকে।

॥ **আট** ॥ যে পেশা বা ব্যবসায়ে ব্যক্তির আগ্রহ থাকে সেই পেশা বা ব্যবসা অবলম্বন করতে এই অভীক্ষা তাকে সাহায্য করে।

॥ **নয়** ॥ এই অভীক্ষা অধিক পরিমাণে মনোযোগ দেওয়ার জন্য আগ্রহ বাড়াতে সহায়তা করে থাকে।

॥ **দশ** ॥ জীবনে সফলতার জন্য মনোরঞ্জক আগ্রহগুলি বিকশিত করতে এই অভীক্ষা সাহায্য দানে সক্ষম হয়।

অভিবৃত্তি অভীক্ষা
(Attitude Test)

অভিবৃত্তি এবং আগ্রহ একে অপরটির সঙ্গে সম্পর্কিত শব্দ। আগ্রহ এক প্রকার অভিবৃত্তি যা কোন ব্যক্তিকে কোন ক্ষেত্রে কাজ করতে প্রেরণা দিয়ে থাকে। এই ধরনের সদর্থক অভিবৃত্তি (positive attitude) কাজ করার আগ্রহ বাড়িয়ে দেয় এবং নদর্থক অভিবৃত্তি (negative attitude) ঐ কাজ করতে বাধার সৃষ্টি করে। অভিবৃত্তি হ'ল তৎপরতার বোধক। অভিবৃত্তি থাকলে ব্যক্তি কোন কাজ উৎসাহ সহকারে করতে পারে।

পরিবেশ এবং অনুধাবন থেকে অভিবৃত্তি সমূহ অর্জন করা যায়। কিছু কিছু অভিবৃত্তি পরিবার, সমাজ বা অন্য প্রভাবশালী ব্যক্তিদের মাধ্যমে অপরের কাছে পৌছিয়ে দেওয়া যায়। কোন কোন বালকের শৈশব থেকেই খেলা, বিদ্যালয়, শিক্ষক, পুস্তক, ব্যক্তি, কাজ প্রভৃতির প্রতি অভিবৃত্তি প্রকাশ পায়। সদর্থক অভিবৃত্তি মনোসংযোগের সহায়ক হয়। যদি কোন বালকের মনে অধ্যয়নের প্রতি অভিবৃত্তি প্রকাশ পায় তাহলে সে দ্রুতগতিতে এবং কম পরিশ্রমে অধিক জ্ঞান লাভ করতে পারে। সদর্থক অভিবৃত্তি সমস্ত শক্তিগুলিকে একত্রিত করে কাজ করার জন্য প্রেরণা দিয়ে থাকে। তাতে কাজ করার ক্ষমতাও বেড়ে যায়। অনুকূল অভিবৃত্তি কাজ করার সফলতার জন্য প্রয়োজন হয়। বিষয়, শিক্ষক এবং বিদ্যালয়ের প্রতি অনুকূল অভিবৃত্তি সম্পন্ন ছাত্র-ছাত্রীরা শিক্ষামূলক কাজে সর্বদা সাফল্য লাভ করতে সক্ষম হয়।

শিক্ষার ক্ষেত্রে অকৃতকার্যতার একটি কারণ হ'ল শিক্ষার প্রতি সদর্থক অভিবৃত্তির অভাব। জি. ডবলু. ডেনমার্কের (G. W. Denemark) মত হল যে শিশুদের শৈশব থেকে শিক্ষার প্রতি সদর্থক অভিবৃত্তি বিকশিত করা উচিত। এইভাবে বিদ্যালয়ের কাজ, অনুশাসন, সমাজ, দেশ প্রভৃতির প্রতি অভিবৃত্তিগুলি বিকশিত করা যেতে পারে।

অভিবৃত্তি অভীক্ষা বালক-বালিকাদের অভিবৃত্তিগুলির বিকাশ এবং বিকাশের সীমা পরিমাপে বিশেষ উপযোগী হয়। অভিবৃত্তি অভীক্ষা নিম্নলিখিত আধারের উপর ভিত্তি করে তৈরী করা হয়।

॥ **এক** ॥ কোন বিতর্কমূলক বিষয়ের প্রতি অভিবৃত্তির পরিমাপ।

॥ **দুই** ॥ কোন বিষয়ের পক্ষে বা বিপক্ষে অভিবৃত্তির পরিমাপ।

॥ **তিন** ॥ কোন বিষয়ের প্রতি অভিবৃত্তির সীমার পরিমাপ।

অভিবৃত্তি অভীক্ষাতে কোন এক বিষয় বা বিষয়াবলীর সঙ্গে সম্বন্ধিত উক্তি দেওয়া হয়। উক্তির সংগে কতকগুলি বিকল্প শব্দ দেওয়া থাকে। সেগুলির মধ্য থেকে একটি বেছে নিতে হয়।

উদাহরণ

(1) ছেলেমেয়েদের এক সাথে পড়াশুনা করাতে কোন ক্ষতি হয় না।
সম্পূর্ণভাবে একমত, একমত, একমত নই, সম্পূর্ণভাবে একমত নই

(2) অন্তর্জাতীয় দ্বন্দ্ব থেকেই সামাজিক বিকাশ হ'য়ে থাকে।
সম্পূর্ণভাবে একমত, একমত, একমত নই, সম্পূর্ণভাবে একমত নই

এইভাবে বিভিন্ন বিষয়ের উপর তৈরী করা অভিবৃত্তি অভীক্ষা ছাত্র-ছাত্রীদের অভিবৃত্তিগুলি পরিমাপের জন্য যথার্থভাবে ব্যবহার করা যেতে পারে।

উপযোগিতা

॥ **এক** ॥ অভিবৃত্তি অভীক্ষা থেকে ছাত্র-ছাত্রীদের কোনও বিষয়, বস্তু, ব্যক্তি, স্থান প্রভৃতির প্রতি অভিবৃত্তি সম্বন্ধে ধারণা লাভ করা যায়।

॥ **দুই** ॥ অবাঞ্ছনীয় অভিবৃত্তিগুলি দূর করা এবং বাঞ্ছনীয় অভিবৃত্তিগুলি বিকশিত করায় অভিবৃত্তি অভীক্ষাগুলি থেকে সাহায্য পাওয়া যায়।

॥ **তিন** ॥ সদর্থক অভিবৃত্তিগুলি বিকশিত করে ছাত্র-ছাত্রীদের সুনাগরিকরূপে তৈরী করতে অভিবৃত্তি অভীক্ষাগুলি বিশেষ উপযোগী হতে পারে।

অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষা

(Achievement Test)

আদর্শায়িত (standardised) অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষাগুলির সাহায্যে ছাত্র-ছাত্রীদের বিভিন্ন বিষয় সম্পর্কিত যোগ্যতা বা অযোগ্যতার পরিচয় জানা যেতে পারে। শিক্ষক নির্মিত অভীক্ষাগুলি থেকে প্রাপ্ত উপাত্তের উপর ভিত্তি করে নিজের অধ্যাপনার কার্যক্রম তৈরী করতে এবং নিয়মাবলী নির্ধারণ করতে সাহায্য পাওয়া সহজ হয়। ছাত্র-ছাত্রীর বিভিন্ন বিষয়ে কৃতকার্যতার স্তর (level of accomplishment) হ'ল 'অর্জিত জ্ঞানের' তাৎপর্য। অভীক্ষার মাধ্যমে পাওয়া অর্জিত জ্ঞানের স্তর পরিসংখ্যার সাহায্যে প্রকাশ করা যায় এবং তার থেকে যোগ্যতার অর্থ বোঝা বা ব্যাখ্যা করা সহজ হয়।

শিক্ষক নির্মিত অভীক্ষাগুলির তুলনায় আদর্শায়িত অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষা অধিক পরিমাণে উপযোগী এবং ফলপ্রদ হয়। কারণ এইগুলির সাহায্যে নিম্ন-লিখিত উপকার পাওয়া যায়।

॥ **এক** ॥ বিষয়-বস্তুর সম্পূর্ণ শ্রেণী বিন্যাস করার কারণে পরিপূর্ণভাবে বিষয় সম্পর্কিত ধারণার মূল্যায়ন করা সহজ হয়।

॥ **দুই** ॥ প্রতিটি বিষয়ের প্রশ্নের একই উত্তর পাওয়ার কারণে মূল্যায়নও একই প্রকার হ'য়ে থাকে।

॥ **তিন** ॥ বিষয় সম্পর্কিত জ্ঞানের সঠিক মূল্যায়ন করা যায়।

॥ **চার** ॥ বিভিন্ন স্থানে, বিভিন্ন সময়ে এবং বিভিন্ন ব্যক্তিদের দ্বারা যে পরীক্ষা গ্রহণ করা হয় তার নির্দেশ একই প্রকার হয়ে থাকে।

এই প্রকারের অর্জিত জ্ঞান-বিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষা পরীক্ষা-নিরীক্ষার মাধ্যমে তৈরী করা যায়। বিভিন্ন ক্ষেত্র, বিভিন্ন ছাত্র-ছাত্রী এবং বিভিন্ন স্তরের বিদ্যালয় থেকে এই অভীক্ষাগুলির যে প্রয়োগাত্মক ফল পাওয়া যায় তার সাহায্যে এই অভীক্ষাগুলির আদর্শমান (norm) নির্ধারণ করা হয়। আবার বয়স অনুসারে বয়স ভিত্তিক আদর্শমান (age norm) তৈরী করা যায়। এই প্রকার অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষা থেকে আমরা আশা এবং অর্চনা নামে দুই ছাত্রীর অর্জিত জ্ঞানের তুলনা শ্রেণী কক্ষে অন্যান্য মেয়েদের সঙ্গে করতে পারি কিংবা শ্রেণী কক্ষ 'ক' এবং শ্রেণী কক্ষ 'খ'-এর ছাত্র-ছাত্রীদের অগ্রগতির মূল্যায়ন করতে পারি।

শ্রেণী কক্ষে যে পাঠক্রম পড়ান হয় তার মূল্যায়ন করার জন্য সাধারণ পরীক্ষার সঙ্গে সঙ্গে শিক্ষক নির্মিত অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষারও বৈধতা নির্ণয় করা উচিত। অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষার সাহায্যে বিভিন্ন শ্রেণী কক্ষে বা বিদ্যালয়ের ছাত্র-ছাত্রীদের শিক্ষামূলক প্রগতির মূল্যায়ন করা যেতে পারে এবং প্রাপ্ত ফল থেকে এই কথা জানা যেতে পারে যে কোন্ বিষয়ে সবচেয়ে উচ্চমানের বিদ্যালব্ধ যোগ্যতা প্রকাশ করতে পারে বা পারে না।

উপযোগিতা

শিক্ষামূলক মূল্যায়নের ক্ষেত্রে যে বিভিন্ন ধরনের অভীক্ষা ব্যবহার করা হয় তার মধ্যে তুলনামূলক বিচারে সংখ্যাগত দিক থেকে অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষার (achievement test) সংখ্যাই বেশী। তার কারণ, অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষাগুলি প্রত্যক্ষভাবে শিক্ষাগত মূল্যায়নের সঙ্গে সম্পর্কযুক্ত। তাছাড়া শিক্ষা এবং মনোবিজ্ঞানের ক্ষেত্রে যে সমস্ত পরিমাপ কৌশল ব্যবহার করা হয়ে থাকে, তাদের দিক থেকে বিচার করলে দেখা যায় যে অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষার সংখ্যাই বেশী। তাই শিক্ষাগত মূল্যায়ন প্রক্রিয়ার সঙ্গে প্রত্যক্ষভাবে এই জাতীয় অভীক্ষা সম্পর্কযুক্ত বলে তার প্রয়োজনীয়তা বিশেষ গুরুত্বপূর্ণ বলে স্বীকৃত হ'য়ে থাকে। এই অভীক্ষার উপযোগিতার কয়েকটি দিক এখানে উল্লেখ করা হল।

॥ **এক** ॥ অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষা কোন শিক্ষার্থীর শিক্ষামূলক যোগ্যতা পরিমাপ করে। এই পরিমাপের ভিত্তিতে সিদ্ধান্ত করা যেতে পারে যে শিক্ষার্থী পরবর্তী কালে কিরূপ শিক্ষামূলক অভিজ্ঞতা অর্জন করতে পারবে।

॥ **দুই** ॥ এই অভীক্ষার সাহায্যে ছাত্র-ছাত্রীদের বিভিন্ন বিষয়ে দক্ষতা এবং দুর্বলতার ধারণা করা যায়।

॥ **তিন** ॥ শিক্ষামূলক পরিকল্পনা (educational planning) রচনার ক্ষেত্রে এই অভীক্ষা সাহায্য করে।

॥ **চার** ॥ শিক্ষার্থীর বিষয় সম্বন্ধীয় বিশেষ যোগ্যতার ধারণা এই অভীক্ষার মাধ্যমে জানা যায়।

॥ **পাঁচ** ॥ শিক্ষার্থীদের ভর্তির ব্যাপারে এই অভীক্ষা আমাদের সাহায্য করে থাকে। এই অভীক্ষার উপযোগিতা এখানে দ্বিমুখী। **প্রথমতঃ** এই অভীক্ষার ভিত্তিতে উপযুক্ত শিক্ষার্থী বিদ্যালয়ে নির্বাচন করা যায়। **দ্বিতীয়তঃ** নব নির্বাচিত শিক্ষার্থীর জন্য কি ধরনের শিক্ষা-ব্যবস্থা হবে তা নির্ধারণ করতে এই অভীক্ষা সাহায্য করে থাকে।

॥ **ছয়** ॥ সঠিকভাবে বিদ্যালয়ের কাজ করার তৎপরতা নির্ধারণে এই অভীক্ষার মাধ্যমে সাহায্য পাওয়া যায়।

॥ **সাত** ॥ এই অভীক্ষার মাধ্যমে বিষয়বস্তু নির্বাচন এবং তদ্‌অনুযায়ী ছাত্র-ছাত্রীদের তৈরী করতে সাহায্য পাওয়া যায়।

॥ **আট** ॥ শিক্ষার্থীদের শ্রেণীবিন্যাস, উত্তরণ (promotion) প্রভৃতি কাজে এই অভীক্ষা সাহায্য করে থাকে।

॥ **নয়** ॥ শিক্ষামূলক নির্দেশনায় (educational guidance) এই অভীক্ষা সাহায্য করে।

॥ **দশ** ॥ অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষার দ্বারা অনেক ক্ষেত্রে শিক্ষার্থীদের বিশেষ বিশেষ শিক্ষাগত ত্রুটি নির্ণয় করা সম্ভব হয়। কাজেই এই অভীক্ষার নির্ণায়ক মূল্য (diagnostic value) আছে।

॥ **এগার** ॥ এই জাতীয় অভীক্ষাগুলি সংশোধনমূলক শিক্ষা পরিকল্পনা (remedial teaching programme) রচনায় বিশেষভাবে সাহায্য করে।

॥ **বার** ॥ এই অভীক্ষার প্রাপ্তাংক শিক্ষার্থীকে শিক্ষণে অনুপ্রাণিত করে। অভীক্ষাগুলি শিক্ষার্থীদের নিজের সফলতা সম্পর্কে ধারণা দেয়। আর এই সফলতার ধারণা পরবর্তী পর্যায়ে কাজে অনুপ্রেরণা যোগায়।

॥ **তের** ॥ এই অভীক্ষা শিক্ষকদের নিজস্ব পাঠদান-পদ্ধতি ও অন্যান্য কৌশলের মূল্যায়নে সাহায্য করে। এই অভীক্ষার ফলাফলের ভিত্তিতে শিক্ষক তার পদ্ধতিগুলির যথার্থতা বিচার করতে পারেন।

॥ **চোদ্দ** ॥ এই অভীক্ষাগুলির সাহায্যে শিক্ষার্থীদের যোগ্যতানুসারে সামগ্রিকভাবে তৈরী করা যেতে পারে।

অভিযোজন পরিসূচী

(Adjustment Inventory)

প্রতিটি শ্রেণীকক্ষে অভিযোজনে অক্ষম কিছু কিছু ছাত্র-ছাত্রী প্রায়ই দেখা যায়। এই সব ছাত্র-ছাত্রীরা শ্রেণী কক্ষের অনুশাসন ভঙ্গ করে এবং সঙ্গে সঙ্গে তারা তাদের

অবাঞ্ছনীয় ব্যবহারে অন্যান্য ছাত্র-ছাত্রী এবং শিক্ষকদের বিরক্তির উদ্রেক ঘটিয়ে থাকে। তাছাড়া এমন কিছু কিছু ছেলেমেয়ে দেখা যায় যাদের বাহ্যিক ব্যবহার দেখে শান্ত-শিষ্ট বলে মনে হলেও তারা নিজেদের মনের দিক দিয়ে দুঃখী, এলোমেলো ভাবাপন্ন এবং মানসিক উদ্বেগগ্রস্থ হয়। তাদের আচরণ দেখে তাদের আভ্যন্তরীণ মনোভাব বোঝা অত্যন্ত কঠিন হয়।

শিক্ষকের দৃষ্টিতে চৌর্যবৃত্তি, বেইমানী, অনুশাসনহীনতা, শালীনতাবর্জিত কাজ, লিঙ্গীয় অপরাধমূলক কাজে জড়িত ছাত্র-ছাত্রী সবচেয়ে অধিক সমস্যামূলক এবং অভিযোজনে অক্ষম ছাত্র-ছাত্রীরূপে বিবেচিত হয়। মনোবিজ্ঞানীরা অসামাজিক বলতে তাদের বোঝান যারা দুঃখী, অধীর, নিরাশাগ্রস্থ, দুষ্টপ্রকৃতিসম্পন্ন, বদলা নেওয়ার ভাবনায় চিন্তিত, উদাসী, সংকোচগ্রস্থ, লাজুক প্রকৃতি, সংবেদনশীল, ঈর্ষাপরায়ণ, দিবাস্বপ্নাসক্ত, ভয়ভীত, অস্থির প্রভৃতি। তাঁরা এইসব ছেলেমেয়েদেরই অধিক অভিযোজনে অক্ষম এবং দুশ্চিন্তার কারণ বলে মনে করে থাকেন।

শিক্ষক এবং পরামর্শদাতার গুরুত্বপূর্ণ কাজ হ'ল অভিযোজনে অক্ষম ছেলেমেয়েদের সমাজগ্রাহ্য সঠিক পথের নির্দেশ দেওয়া। সাধারণতঃ যে সব ছেলেমেয়ে বা শিক্ষার্থী বিপথগামী তাদের বাহ্যিক আচরণ দেখে সহজে সনাক্ত করতে পারা যায় না। এই সব ছেলেমেয়ে বা শিক্ষার্থীদের সনাক্তকরণের বিধিবলী হল—

(ক) পর্যবেক্ষণ (Observation)
(খ) সাক্ষাৎকার (Interview)
(গ) সমাজমিতি (Sociometry)
(ঘ) ব্যক্তি অধ্যয়ন (Case study)
(ঙ) মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষা (Psychological test)
(চ) নির্ধারণ মাপনি (Rating scale)
(ছ) অভিযোজন পরিসূচী (Adjustment Inventory)

মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষা এবং পরিসূচীগুলির সাহায্যে অপসঙ্গতিমূলক বা বিপথগামী ছেলেমেয়ে বা শিক্ষার্থীদের সনাক্তকরণ সহজে করা যেতে পারে। বিদেশে তৈরী হেগারটি অলসন উইকম্যান বিহেভিয়র রেটিং সিডুল (Haggerty Olson Wickman Behaviour Rating Schedule), বেল অভিযোজন পরিসূচী (Bell Adjustment Inventory) এবং মনী সমস্যামূলক চেক লিষ্ট (Mooney Problem Check-List) সমস্যামূলক এবং অপসঙ্গতিসম্পন্ন ছেলে মেয়েদের এবং শিক্ষার্থীদের সনাক্তকরণের জন্য যথেষ্ট পরিমাণে উপযোগী বলে বিবেচিত হয়ে থাকে।

ভারতবর্ষেও অনেক প্রকারের অভিযোজন অভীক্ষা এবং পরিসূচী তৈরী করা হয়েছে। এই পরিমাপকগুলির সাহায্যে ছাত্র-ছাত্রীদের বিভিন্ন ক্ষেত্রে, যেমন পরিবার, সমাজ, বিদ্যালয়, সংবেগ প্রভৃতিতে অভিযোজনের পরিমাপ সহজে করা যেতে পারে।

উদাহরণ—

(1) সহপাঠীদের মধ্যে আনন্দের উদ্রেগ হয়।	হাঁ	না
(2) শ্রেণীকক্ষের পরিবেশ কষ্টকর মনে হয়।	হাঁ	না
(3) শিক্ষককে ভাল লাগে না।	হাঁ	না
(4) পড়াশুনা ভারস্বরূপ মনে হয়।	হাঁ	না
(5) ছুটির দিন বেশী ভাল লাগে।	হাঁ	না

উপযোগিতা

॥ **এক** ॥ অভিযোজন অভীক্ষা এবং পরিস্থচীগুলি ছাত্র-ছাত্রী এবং ব্যক্তি অভিযোজনে সাহায্য করে। কারণ এই পরিমাপকগুলির সাহায্যে অপসঙ্গতির কারণগুলি নির্ণয় ক'রে অভিযোজনের জন্য পরামর্শ দেওয়া যায়।

॥ **দুই** ॥ এই অভীক্ষাগুলি সমস্যামূলক ছেলেমেয়েদের সমস্যার কারণগুলি দূর করতে সাহায্য করে।

॥ **তিন** ॥ ঘটনাবহুল পরিস্থিতির সঙ্গে যাতে ভালভাবে অভিযোজন করা যায় এমন ক্ষমতা বিকাশে এই অভীক্ষাগুলি সাহায্য করে।

॥ **চার** ॥ এই অভীক্ষাগুলির সাহায্যে শিক্ষার্থীদের রোগও নির্ধারণ করা সম্ভব হয়। বর্তমানে হাসপাতালে মানসিক রোগ নির্ণয়ের জন্য এই পরিমাপকগুলি ব্যবহার করা হয়। শিক্ষকও শ্রেণীকক্ষে এগুলিকে প্রাথমিকভাবে একই উদ্দেশ্যে কাজে লাগাতে পারেন।

নির্দেশনাত্মক পরামর্শদানে অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংকের ব্যবহারিক উপযোগিতা

(Uses of Test-results in Counselling)

পরীক্ষা শেষ হওয়ার পরে সকল ছাত্র-ছাত্রীই পরীক্ষার ফলাফল জানতে উৎসুক হয়ে থাকে। কিন্তু এমন প্রশ্ন প্রায়ই ওঠে যে অন্যান্য বিষয়ের পরীক্ষার ফলের মত মনোবৈজ্ঞানিক পরীক্ষার ফলও কি ছাত্র-ছাত্রীদের জানিয়ে দেওয়া উচিত? শিক্ষাবিদ এবং মনোবৈজ্ঞানিকদের অভিমত হল যে এইরূপ পরীক্ষার ফল পরিসংখ্যানমূলক অংকের মাধ্যমে জানানোতে লাভের চেয়ে ক্ষতির সম্ভাবনা বেশী হ'য়ে থাকে। যেমন, যদি বুদ্ধি পরীক্ষার পরে ছাত্র বা তার অভিভাবককে বুদ্ধ্যঙ্ক, শতাংশ র‍্যাঙ্ক (percentage rank) বা বুদ্ধি স্তর বলে দেওয়া যায় তাহলে তাদের উপর প্রতিকূল প্রভাব পড়তে পারে। তার জন্য সংখ্যার পরিবর্তে পরীক্ষার ফল বর্ণনাত্মক শৈলীর মাধ্যমে জানিয়ে দিতে হয়, যার ফলে তারা তা বুঝতে পারবে এবং তার থেকে তাদের সংবেগাত্মক ভাবে কোনরূপ ক্ষতিও হবে না। যেমন, কোন এক শ্রেণীকক্ষের ছাত্র বুদ্ধি অভীক্ষার পর পরামর্শদাতাকে জিজ্ঞাসা করল, "মহাশয়, আমার পরীক্ষা কেমন হয়েছে?" "আমি কি মহাবিদ্যালয়ে অমুক বিষয়গুলিতে সাফল্যলাভ করতে পারব?"

দক্ষ পরামর্শদাতা ছাত্রকে এই কথা বলবেন না যে তোমার বুদ্ধ্যঙ্ক হল 120 বা শতাংশ 95। তিনি বলতে পারেন যে, তুমি পরীক্ষায় খুব ভাল করেছ, তোমার পরীক্ষার ফল থেকে বোঝা যায় যে, তোমার অমুক বিষয়গুলিতে সাফল্যলাভ করার যোগ্যতা আছে। সাধারণতঃ ছাত্র বা অভিভাবকের সংখ্যায় কোন আগ্রহ থাকে না, পরন্তু তারা এইটুকুই জানতে চান যে, অমুক বিষয়সমূহ বা পাঠক্রম শেখার যোগ্যতা আছে কি নেই। কারণ পরীক্ষা থেকে প্রাপ্ত উপাত্ত ঐ কথাই প্রকাশ করে যে ছাত্রটির শিক্ষালব্ধ অভিক্ষমতা উচ্চস্তরের। এইজন্য তাকে নিশ্চিতভাবে তার উপযোগী শিক্ষা পরিকল্পনা কার্যকরীভাবে পরিবর্তনের পরামর্শ দেওয়া যেতে পারে।

কোন পরীক্ষার ফল বলার সময় পরামর্শদাতাকে নিজের মনোভাব যেমন, প্রসন্নতা, দুঃখ, নৈরাশ্য প্রভৃতি প্রকাশ না করাই বাঞ্ছনীয়। তাতে ছাত্রদের উপর খারাপ প্রভাব পড়তে পারে। যদি ছাত্রদের বলা যায় যে, "তোমাদের পরীক্ষার ফল খুব খারাপ, নিরাশ হয়েছি, তোমরা অমুক ছাত্রদের চেয়ে কম নম্বর পেয়েছ বা তোমাদের পরীক্ষার ফল দেখে খুবই প্রসন্নতালাভ করেছি" তাহলে তাদের মনে হীনমন্যতা বা অহঙ্কারবোধের উদ্রেক হতে পারে। তাছাড়া পরীক্ষা ফলের ভিত্তিতে তারা কতখানি ভাল বা খারাপ তার উল্লেখ করা ঠিক নয়, তবে এইভাবে বলা উচিত হবে যেন তার নিজের মধ্যে নৈরাশ্য বা আত্মগ্লানির উদ্রেগ না হয় বা নিজেকে সবজান্তা বলে জাহির করতে না পারে।

পরীক্ষাফলের প্রভাব সংবেদনশীলতার উপর না পড়াই ভাল। পরামর্শদাতা একটি মেয়েকে 'প্রগ্রেসিভ মেটিক্স' বুদ্ধি অভীক্ষায় 92 শতাংশ পাওয়ায় উৎসাহিত করার উদ্দেশ্যে যদি বলেন যে তোমার বৌদ্ধিক যোগ্যতা দেখে মনে হয় যে তুমি বিদ্যালয়ের বিষয়গুলিতে ভাল নম্বর পাবে। তাহলে তার মনে এই ধারণার সৃষ্টি হবে যে তার মধ্যে বিষয়াবলী সম্বন্ধীয় যতটুকু যোগ্যতা বা অভিক্ষমতা আছে ঠিক সেই অনুপাতে সে সন্তোষপ্রদ শিক্ষালব্ধ জ্ঞানার্জন করে নি। যদি সে আর একটু পরিশ্রম করতে পারে তাহলে সে তার শ্রেণী কক্ষের উপযোগী শিক্ষালব্ধ জ্ঞানার্জনের পরিসীমা বাড়াতে পারবে।

পরামর্শদাতা অপর একটি মেয়ে যে বুদ্ধি অভীক্ষায় 46 শতাংশ নম্বর পেয়েছে তাকে পরামর্শ দেওয়ার উদ্দেশ্যে এই কথা বলতে পারেন যে তুমি পরীক্ষায় অমুকের চেয়ে ভাল ফল করেছ। আবার উৎসাহিত করার উদ্দেশ্যে বলতে পারেন কিছুটা কঠিন পরিশ্রম করে শিক্ষালব্ধ জ্ঞানার্জনের যোগ্যতা বাড়িয়ে তুলতে পারো কিংবা প্রয়োজন অনুসারে তিনি তাকে অধ্যয়ন বিধি পরিবর্তন করার পরামর্শও দিতে পারেন।

বুদ্ধি অভীক্ষার ফলের চেয়ে কোন ছাত্র বা ছাত্রীকে তার শিক্ষালব্ধ পরীক্ষার ফল জানানো সহজ। বুদ্ধি অভীক্ষায় কম নম্বর পেলে সে নিজেই সহজে নিরাশ হয়ে পড়ে। যখন সে জানতে পারে যে সে অল্প বুদ্ধি বা ক্ষীণ বুদ্ধিসম্পন্ন তখন তার মধ্যে হীনমন্যতা বোধের চিন্তা বেড়ে যায়। কিন্তু শিক্ষামূলক জ্ঞানার্জনের পরীক্ষায় কম

নম্বর পেলেও সে অধিক পরিশ্রম করার উদ্দেশ্যে দৃঢ়প্রতিজ্ঞ হয়ে থাকে। স্বল্প জ্ঞানার্জনের কারণ বংশগতির সঙ্গে সম্বন্ধিত না হয়ে পরিবেশের সঙ্গে সম্বন্ধিত হয়ে থাকে। যদি পরিবেশের মধ্যে পরিবর্তন আনা যায় তাহলে জ্ঞানার্জন করার যোগ্যতা বেড়ে যেতে পারে।

পরীক্ষার ফল জানানোর সময় ছাত্র বা ছাত্রী যে শ্রেণীতে পড়ে সেই শ্রেণীর সমবয়সী ছাত্র বা ছাত্রীদের সঙ্গে তুলনা করা শ্রেয়। যেমন একটি নতুন ভর্তি হওয়া ছাত্র বা ছাত্রীর কাছে তুমি অন্যান্য ছাত্র বা ছাত্রীর তুলনায় বেশী নম্বর পেয়েছে জানতে চাওয়া অপেক্ষা এইভাবে জিজ্ঞাসা করা উপযুক্ত হবে যে নতুন ভর্তি হওয়া ছাত্র বা ছাত্রীরা যে নম্বর পেয়েছে তার চেয়ে তোমার নম্বর কি বেশী? অনুরূপভাবে চোদ্দ বছর বয়সের ছাত্রের অভিভাবককে এই ছাত্রটির মানসিক বয়স ষোল বছর বলার পরিবর্তে এইভাবে বলা বেশী উচিত হবে যে, আপনার ছেলে তার সমবয়সী ছেলেদের চেয়ে বেশী বুদ্ধিমান।

দক্ষ পরামর্শদাতার পক্ষে প্রায়োগিক (technical) শব্দাবলী ব্যবহার না করাই ভাল। সেই কারণে পরীক্ষার ফল সর্বদা সাধারণের বোধগম্য ভাষায় সদর্থকভাবে তৈরী করতে হয়। যেমন, পেশাগত অভিক্ষমতা অভীক্ষার (Professional Aptitude Test) উপর ভিত্তি করে এই কথা বলা উচিত হবে যে, যন্ত্র সম্বন্ধীয় পেশায় তুমি সম্পূর্ণভাবে অকৃতকার্য হবে কিন্তু সামাজিক পেশায় কম পরিশ্রমে তুমি অধিক সাফল্য লাভ করতে পারবে।

আগ্রহ অভীক্ষা থেকে প্রাপ্ত উপাত্ত ব্যাখ্যা করার সময় পরামর্শদাতাকে ছাত্রের অতীত অভিজ্ঞতা এবং পরিবেশ মনে রাখতে হয়। তার কারণ হ'ল তার মধ্যে বিভিন্ন ধরনের আগ্রহ বিকশিত হয়ে থাকে। জে. ডারলে এবং টি. হাগেনা (J. Darlay and T. Hagenah)-র মত হ'ল যে, আগ্রহ অভীক্ষা থেকে লব্ধ ফল জানানোর সময় আগ্রহের সঙ্গে সম্পর্কিত পেশা বা ব্যবসার বিষয় উল্লেখ না করে কেবলমাত্র আগ্রহগুলির বর্ণনা করতে হয়। যেমন, ছাত্রকে এই কথা বলা উচিত হবে না যে, তোমার ওকালতি, সামাজিক কর্মকর্তা কিংবা হিসাব পরীক্ষকের কাজে আগ্রহ আছে, বরং এইভাবে বলা উচিত হবে যে, তোমার সামাজিক বা অঙ্কের কাজে আগ্রহ আছে।

আগ্রহ অভীক্ষা থেকে প্রাপ্ত ফল অভিভাবকদের জানানোর সময় এ সম্পর্কে যে মনোবিজ্ঞানী এবং শিক্ষাবিদদের মধ্যে মতভেদ আছে তার উল্লেখ না করাই ভাল। কারণ সকলেই কেবলমাত্র নিজ নিজ ছেলেমেয়েদের আগ্রহ সংক্রান্ত অভীক্ষার ফলই জানতে উৎসুক হয়ে থাকে। জে. এইচ. রিস্ক (J. H. Risks) এর অভিমত হল যে প্রত্যেক অভিভাবকের অভীক্ষার ফল জানার অধিকার আছে। কারণ ছেলেদের লালন-পালন, বিকাশ সাধন এবং শিক্ষা প্রদানের সম্পূর্ণ অধিকারী হলেন তাঁরাই। তাঁরা ছেলেমেয়েদের তদারক তখনই নির্বাহ করতে পারেন যখন নিজ নিজ সন্তান-

সন্ততি সম্বন্ধে পূর্ণ উপাত্ত সংগ্রহে তাঁরা সক্ষম হন। ডি. উল্‌ফলে (D. Wolffle) উদাহরণ সহকারে বলেন যে যখন পরামর্শদাতা দেখেন কোন একটি প্রতিভাশালী ছাত্রের মধ্যে কোন উচ্চ আকাঙ্ক্ষা নেই তখন তিনি সেই প্রতিভাশালী ছাত্রের সঙ্গে মিশে তার প্রতিভার সঠিকত্ব নির্ধারণ করে তার অভিলাস এবং উচ্চ আকাঙ্ক্ষা পূরণ করার জন্য প্রেরণা দিতে সাহায্য করতে পারেন। এই কারণে অভিভাবককে আবশ্যকতা অনুসারে পরীক্ষার ফল জানানো উপযোগী হয়ে থাকে।

কোন ছাত্র বা ছাত্রীকে শিক্ষাগত ব্যবসায়িক কিংবা ব্যক্তিগত ক্ষেত্রে নির্দেশনা দেওয়ার সময় কেবল একটি পরীক্ষার উপর ভিত্তি করে না দেওয়াই শ্রেয়। তার জন্য ঐ বিষয় সম্পর্কিত পরীক্ষা থেকে প্রাপ্ত উপাত্ত বিশ্লেষণ ক'রে নির্দেশনা এবং পরামর্শ দিতে হয়।

প্রাসঙ্গিক গ্রন্থ নির্দ্দেশিকা

Anastasi, N. (1982) : Psychological Testing New York · (Mcmillan Co.)

Freeman, F. S. (1962) : Theory and Practice of Psychological Testing. New York. Holt, Rinehart.

Kline, P. (1976) : Psychological Testing. London : Malaby Press.

Stodola Quentin & others, (1982) : Basic Educational Tests and Measurement. London : Thomson Press.

ষষ্ঠ পরিচ্ছেদ

উত্তম মনোবৈজ্ঞানিক এবং শিক্ষা সম্বন্ধীয় অভীক্ষার লক্ষণ বা বৈশিষ্ট্য
(Criteria of Good & Psychological and Educational Tests)

প্রায়ই আমাদের নিজেদের দৈনন্দিন জীবনে যখনই কোন নতুন বস্তু বা পদার্থ তৈরী করতে হয় তখন আমাদের সর্বদা লক্ষ্য রাখতে হয় যেন ঐ বস্তু বা পদার্থ খুবই উত্তম বলে বিবেচিত হতে পারে। স্বাভাবিকভাবে প্রশ্ন ওঠে যে উত্তম বলতে আমরা কি বুঝি এবং এ সম্বন্ধে আমাদের ধারণাই বা কি? সাধারণভাবে বলা যেতে পারে যে, যদি একটি বস্তু সেই সমস্ত প্রয়োজনীয়তা পূর্ণ করে যেগুলি তার মধ্যে বর্তমান রয়েছে এবং ঐ বস্তু সেই উদ্দেশ্য সিদ্ধ করে যার জন্য তাকে তৈরী করা হয় তাহলেই সেই বস্তুকে উত্তম বলা যায়। এইভাবে কোন বস্তু ভাল বা মন্দ সে সম্পর্কে গ্রাহ্য লক্ষণগুলির উপর ভিত্তি করে বলা যেতে পারে। এই প্রকার তর্ক বা বিচার মনোবৈজ্ঞানিক এবং শিক্ষা সম্বন্ধীয় অভীক্ষাগুলির সম্পর্কেও সত্য। কোন্ ধরনের নির্মিত মনোবৈজ্ঞানিক এবং শিক্ষা সম্বন্ধীয় অভীক্ষা কেমন হয়? এই প্রশ্নের উত্তর পাওয়া যায় যদি অভীক্ষাটি বিভিন্ন বিশেষত্বগুলির উপর ভিত্তি ক'রে রচনা করা হয়। সুতরাং যদি কোন মনোবিজ্ঞানী, শিক্ষাবিদ বা অনুসন্ধানকারী জানতে চায় যে তার অভীক্ষা উত্তম অভীক্ষা রূপে বিবেচিত হোক, তাহলে উত্তম অভীক্ষার মধ্যে যে সব বিভিন্ন লক্ষণগুলি বা বৈশিষ্ট্যগুলি থাকে সেগুলির সূক্ষ্ম বিশ্লেষণ করা প্রয়োজন। তাছাড়া শিক্ষার্থীর বা কোন ব্যক্তির সার্বিক মূল্যায়নের বৈধতা নির্ভর করে অভীক্ষার পরিমাপ ক্ষমতার (measuring efficiency) উপর। সুতরাং যে কোন ভাবেই আমরা অভীক্ষাকে মূল্যায়নের কাজে লাগাই না কেন, তার পরিমাপ-ক্ষমতা বিচার না ক'রে তাকে কাজে লাগানো যাবে না। অভীক্ষার এই পরিমাপ-ক্ষমতা নির্ভর ক'রে কতকগুলি কারণ বা উপাদানের (factor) উপর। এই উপাদান বা শর্তগুলিকে বলা হয় উত্তম অভীক্ষার বৈশিষ্ট্য (characteristics of good test)।

অ্যামেরিকান সাইকোলজিক্যাল অ্যাসোসিয়েসন (American Psychological Association) 1954 সালে এ সম্পর্কে একটি পুস্তিকা প্রকাশ করেন। পরে ঐ সংস্থা 1966 সালে অপর একটি পুস্তিকাও প্রকাশ করেন। এই পুস্তিকায় উত্তম অভীক্ষার লক্ষণ বা বৈশিষ্ট্যগুলি সম্পর্কে উল্লেখ করা হয়েছে। এখন আমরা উত্তম মনোবৈজ্ঞানিক এবং শিক্ষা সম্বন্ধীয় অভীক্ষার লক্ষণগুলি ব্যাখ্যা করার পূর্বে এই জাতীয় অভীক্ষার স্বরূপ আলোচনা করবো।

উত্তম অভীক্ষার অর্থ
(Meaning of Good test)

লেখকের বিচারে "একটি উত্তম মনোবৈজ্ঞানিক বা শিক্ষা সম্বন্ধীয় অভীক্ষা আবশ্যিকভাবে উদ্দেশ্য সম্পৃক্ত আদর্শায়িত যন্ত্র যা ব্যক্তির আচরণকে বস্তুনিষ্ঠতা এবং

ব্যাপকতা সহকারে নিরীক্ষণ ক'রে থাকে। সময়, অর্থ এবং ব্যক্তির দৃষ্টিকোণ থেকে এই অভীক্ষা সর্বদা মিতব্যয়ী এবং প্রয়োগ, মূল্যায়ন এবং বিশ্লেষণের দৃষ্টিকোণ থেকে সুগম হয়ে থাকে। সমস্ত ক্ষেত্রে তার ফলাফল সহজে নির্ণয় করা যায়, ব্যাখ্যা করা যায় এবং গ্রহণযোগ্য হয়। তার প্রতিটি পদের পার্থক্য নির্ণায়ক ক্ষমতা বা ভেদবোধকতাও অধিক হয়। তার বিভিন্ন নির্দিষ্ট আদর্শ মান, যেমন, বয়স সম্পর্কিত আদর্শ মান, লিঙ্গ সম্বন্ধীয় আদর্শ মান, শিক্ষা সম্বন্ধীয় আদর্শ মান প্রভৃতি নির্ধারিত করা যায়। তাছাড়া এই অভীক্ষা অত্যধিক নির্ভরযোগ্য এবং বৈধ হ'য়ে থাকে।" "A good psychological or educational test is essentially a purposeful standardised tool of observing the sample of individual behaviour objectively and comprehensively. It is always economical in relation to time, money and the person engaged ; easy to administer, score and interpret, and acceptable to all circumstances Its item has a highly discriminative value with various fixed norms such as age norm, sex norm, educational norm, with all these it must be highly reliable and valid."

উত্তম মনোবৈজ্ঞানিক বা শিক্ষা সম্বন্ধীয় অভীক্ষা সম্পর্কিত উল্লেখিত পরিভাষ্যের মাধ্যমে আমরা তার সমস্ত বিশেষত্বগুলি বা লক্ষণগুলির সন্ধান পেয়ে থাকি। যদি কোন অভীক্ষাতে উপরিউক্ত বিশেষত্বগুলি পাওয়া যায় তাহলে নিঃসন্দেহভাবে ঐ অভীক্ষাকে একটি 'উত্তম মনোবৈজ্ঞানিক বা শিক্ষা সম্বন্ধীয় অভীক্ষা' রূপে চিহ্নিত করা যেতে পারে। এই পরিভাষ্যের উপর ভিত্তি ক'রে বলা যেতে পারে যে, কোন উত্তম মনোবৈজ্ঞানিক বা শিক্ষা সম্বন্ধীয় অভীক্ষাতে নিম্নলিখিত বিশেষত্বগুলি থাকা উচিত।

॥ **এক** ॥ উত্তম অভীক্ষা উদ্দেশ্যমূলক এবং প্রয়োজনভিত্তিক হওয়া চাই।
॥ **দুই** ॥ এই অভীক্ষা আদর্শায়িত হওয়া চাই।
॥ **তিন** ॥ ব্যক্তির সম্পূর্ণ আচরণের প্রতিনিধিত্বমূলক হওয়া চাই।
॥ **চার** ॥ বস্তুনিষ্ঠ হওয়া চাই।
॥ **পাঁচ** ॥ ব্যাপকভাবে বিশ্লেষিত হওয়া চাই।
॥ **ছয়** ॥ প্রয়োগ, মূল্যায়ন এবং বিশ্লেষণের দৃষ্টিতে সুগম হওয়া চাই।
॥ **সাত** ॥ পার্থক্য-নির্ণায়ক ক্ষমতা সমন্বিত বা ভেদবোধক হওয়া চাই।
॥ **আট** ॥ সমস্ত পরিস্থিতিতে অভীক্ষার ফলাফল সহজে নির্ণয় করা চাই, ব্যাখ্যা করা চাই এবং গ্রাহ্য হওয়া চাই।
॥ **নয়** ॥ নির্দিষ্ট আদর্শমান সমন্বিত হওয়া চাই।
॥ **দশ** ॥ নির্ভরযোগ্য হওয়া চাই।
॥ **এগার** ॥ বৈধ হওয়া চাই।

উত্তম অভীক্ষার লক্ষণগুলি
(Criteria of good test)

এখন আমরা উত্তম অভীক্ষার এই সব লক্ষণ বা বিশেষত্বগুলি বিশ্লেষণের মাধ্যমে উল্লেখ করবো। এই লক্ষণ বা বিশেষত্বগুলি মুখ্যতঃ দুটি শ্রেণীতে ভাগ করা যায়—(1) ব্যবহারিক লক্ষণ এবং (2) বিশেষ কলা-কৌশল সমন্বিত লক্ষণ। প্রথম লক্ষণগুলিতে অভীক্ষার উদ্দেশ্য, ব্যাপকতা, মিতব্যয়িতা, সুগমতা এবং সর্বগ্রাহ্যতা ধারণায় রাখা হয়; আর দ্বিতীয় লক্ষণগুলিতে অভীক্ষার বস্তুনিষ্ঠতা, কাঠিন্যমান, ভেদবোধকতা, নির্ভরযোগ্যতা, বৈধতা, আদর্শায়ন এবং আদর্শমান জানা যায়। এখানে এই কথা স্মরণযোগ্য যে, অভীক্ষায় এই সমস্ত বিশেষত্বগুলি একে অপরের উপর নির্ভরশীল হ'য়ে থাকে। উদাহরণস্বরূপ বলা যায় যে, যদি একটি অভীক্ষা অধিক নির্ভরযোগ্য হয় তাহলে নিশ্চিতভাবে তার বৈধতা অধিক হবে। নিম্নলিখিত লেখ চিত্রের মাধ্যমে এই লক্ষণগুলি স্পষ্টভাবে উল্লেখ করা যায়—

উত্তম অভীক্ষা

ব্যবহারিক লক্ষণ (Practical criteria)	বিশেষ কলাকৌশল সমন্বিত লক্ষণ (Technical criteria)
(1) উদ্দেশ্য (Purposiveness)	(1) বস্তুনিষ্ঠতা (Objectivity)
(2) ব্যাপকতা (Comprehensiveness)	(2) কাঠিন্যমান (Difficulty)
(3) মিতব্যয়িতা (Economical)	(3) ভেদবোধক (Discriminative)
(4) সুগমতা (Easiness)	(4) নির্ভরযোগ্য (Reliable)
(5) সর্বগ্রাহ্যতা (Acceptability)	(5) বৈধ (Valid)
(6) প্রতিনিধিমূলক (Representativeness)	(6) আদর্শমান (Norm)

উত্তম অভীক্ষার ব্যবহারিক লক্ষণগুলির (practical criteria) বিশদ আলোচনা নিম্নলিখিতভাবে করা যায়।

॥ এক ॥ **উদ্দেশ্য (Purposiveness)**—উত্তম অভীক্ষার সর্বপ্রথম বিশেষত্ব হ'ল যে অভীক্ষার সঠিক একটি উদ্দেশ্য নির্ধারিত হ'য়ে থাকবে। অর্থাৎ, উত্তম অভীক্ষার নির্মাণ যখনই সম্ভব হবে তখন নির্মাণ কর্তার সামনে কোন উদ্দেশ্য, লক্ষ্য বা সমস্যা অবশ্যই থাকবে। অমূর্ত পরিস্থিতিতে অভীক্ষার রচনা কখনই সম্ভব হতে পারে না। কারণ অভীক্ষা সব সময়ই হ'ল উদ্দেশ্য পূর্তির একটি সাধনমাত্র। যখন উদ্দেশ্য থাকে না, তখন সাধনেরই বা আবশ্যকতা কি থাকে? এইজন্য কোনও অভীক্ষা তৈরী করার সময় পূর্ব সমস্যা, লক্ষ্য বা উদ্দেশ্য নির্ধারণ করা অত্যন্ত আবশ্যক হয়।

॥ **দুই** ॥ **ব্যাপকতা (Comprehensiveness)**—উত্তম অভীক্ষার দ্বিতীয় বিশেষত্ব হল ব্যাপকতা যার উদ্দেশ্য হবে যে অভীক্ষাতে সেই সব পদ বা প্রশ্ন স্থান পাবে যেগুলি অভীক্ষা সম্পর্কিত ক্ষেত্রের সমস্ত দিকগুলি পরিমাপ করতে পারবে। অর্থাৎ, অভীক্ষাটি বিস্তৃতভাবে আচরণ ধারা পর্যবেক্ষণ করতে পারবে। অন্যভাবে বলা যেতে পারে যে অভীক্ষাটির প্রয়োগ এমন ব্যাপক হওয়া উচিত যেন অভীক্ষাটি স্বীয় লক্ষ্য পূর্ণ করতে পারে। তাতে সেই সমস্ত দিকের সঙ্গে সম্বন্ধিত প্রশ্নগুলির স্থান থাকা চাই যেগুলি পরিমাপ করা যায়। উদাহরণস্বরূপ বলা যেতে পারে যে, একটি গণিত সম্পর্কিত অভীক্ষা তৈরী করার সময় শিক্ষককে এমন প্রচেষ্টা করতে হয় যাতে তিনি উত্তর নির্ধারণ করা যেতে পারে এমন বিভিন্ন প্রকার সমস্যামূলক প্রশ্ন নির্বাচন করতে পারেন। একইভাবে কোন সাহিত্য বিষয়ে রচিত অভীক্ষাতে কাহিনী, উপন্যাস, কবিতা, গদ্য, ব্যাকরণ, নিবন্ধ প্রভৃতি ক্ষেত্র থেকে প্রশ্নগুলি একত্রিত করতে হয়। তৈরী করার সময় বুদ্ধি অভীক্ষায় সংখ্যা, সমস্যা, অমূর্তবস্তু, স্মৃতি, শব্দ সম্পর্কিত বিভিন্ন প্রকারের প্রশ্নগুলি যা বিভিন্ন ধরনের যোগ্যতা পরিমাপ করে সম্মিলিতভাবে সংযোজন করা হয়। এই ধরনের অভীক্ষার সাহায্যে ব্যক্তির ব্যাপক আচরণ ধারা সমুচিতভাবে অনুশীলন করা সম্ভব হয়। কিন্তু এখানে এই কথা উল্লেখযোগ্য হবে যে অভীক্ষার প্রয়োগ ব্যাপক হওয়া চাই। অবশ্য সাধারণভাবে এই কথা বলা যত সহজ, ব্যবহারিক দিক দিয়ে ঠিক ততটা কঠিন। কেন না আজ পর্য্যন্ত এই দিকটি প্রকাশ করতে পারে এমন কোন ফর্মুলা বা সূত্র বের করা যায় নি যা কোন অভীক্ষার ব্যাপকতাকে প্রয়োগ সার্থকতার দিক দিয়ে নিশ্চিতভাবে নির্ধারণ করতে পারে।

॥ **তিন** ॥ **মিতব্যয়িতা (Economical)**—মিতব্যয়িতা উত্তম অভীক্ষার একটি মুখ্য আবশ্যিক লক্ষণ। কেন না আজকের কর্ম ব্যস্ত বৈজ্ঞানিক এবং উদ্যোগ-মূলক যুগে মিতব্যয়ী হওয়া আমাদের জীবনে অত্যন্ত আবশ্যিক হয়ে উঠেছে। এই আবশ্যিকতা আমাদের জীবনের প্রত্যেকটি ক্ষেত্রে আজ সমভাবে প্রযোজ্য। তারই জন্য এমন একটি উত্তম মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার প্রয়োজন যা সর্বভাবে মিতব্যয়ী হবে। অর্থাৎ স্বল্প ব্যয় এবং পরিশ্রমে সামাজিক চাহিদা অনুযায়ী ব্যক্তির যোগ্যতা পরিমাপ করা সম্ভব হবে। সুতরাং সময়, অর্থ, ব্যক্তির চাহিদা ও যোগ্যতার পরিপ্রেক্ষিতে অভীক্ষার নির্মাণ কার্য সাধন করা উচিত। ব্যাপকতার দৃষ্টিতে অভীক্ষার পদ বা প্রশ্নাবলীর সংখ্যা এমন পর্যাপ্ত হওয়া উচিত যাতে তাদের প্রয়োগকালীন বেশী সময় যেন অযথা ব্যয়িত না হয়। তাছাড়া অভীক্ষার বিষয় সামগ্রী এমন হওয়া চাই যে এসবের রচনায় অত্যধিক অর্থ যেন ব্যয় করার প্রয়োজন না হয় এবং রচনা-কারীর ব্যক্তিগত প্রয়োজনীয়তাও যেন বিশেষভাবে গুরুত্ব না পায়। কারণ আজকের জটিলতম পরিস্থিতিতে ব্যক্তির কাছে সময়ের গুরুত্ব, আর্থিক স্বাচ্ছন্দ এবং অন্যান্য ব্যক্তিদের সহযোগিতার সর্বদা প্রয়োজন হয়। কাজেই যদি কোন অভীক্ষা রচনা করার ক্ষেত্রে এই তিনটি ব্যবহারিক অবস্থার (practical criteria) অনুকূল হয় তাহলে নিশ্চিতভাবে অভীক্ষাটি উত্তম অভীক্ষারূপে চিহ্নিত হবে। তাছাড়া বিভিন্ন

পরিস্থিতিতে অনেক সময় বহু ব্যক্তি বা শিক্ষার্থীর যোগ্যতা একত্রে স্বল্প সময়ে পরিমাপ করা প্রয়োজন হয়। এই কাজের ফলস্বরূপ বর্তমানে এক ধরনের অভীক্ষা ব্যবহার করা হয়, তাদের দলগত অভীক্ষা (Group Test) বলা হয়। বর্তমানে এই ধরনের অভীক্ষার বহুল প্রচলন বিশেষভাবে প্রয়োজন হয়। এই অভীক্ষার পুস্তিকা পুনঃ ব্যবহারের যোগ্য করা যায় বলে সময় ও অর্থের যথেষ্ট সাশ্রয় হয়। যদিও ব্যক্তির ব্যক্তিগত ত্রুটি নির্ণয়ের জন্য ব্যক্তিগত অভীক্ষার ব্যবহার সময় সময় প্রয়োজন হয়, তবু দলগত অভীক্ষার ব্যবহারিক গুরুত্ব কোনভাবে অস্বীকার করা যায় না। কাজেই ব্যক্তি ও শিক্ষার্থীর যোগ্যতার মূল্যায়ন এবং ত্রুটি নির্ণয়ের মাধ্যম হিসাবে একক ব্যক্তিগত এবং দলগত উভয় অভীক্ষা রচনার সময় অর্থ এবং ব্যক্তির সহযোগিতা প্রয়োজন হয় ব'লে মিতব্যয়িতা অন্যতম বিশেষত্ব রূপে বিবেচিত হ'য়ে থাকে। সুতরাং উত্তম অভীক্ষা (ব্যক্তিগত কিংবা দলগত) প্রতিটি দিক দিয়ে মিতব্যয়ী হবে।

॥ **চার** ॥ **সুগমতা (Easiness** —উত্তম অভীক্ষার অন্য এক বিশেষত্ব হ'লো যে, এই অভীক্ষা প্রয়োগ, প্রাপ্তাংক প্রাপ্তি এবং বিশ্লেষণের দিক দিয়ে সর্বদা সুগম হ'য়ে থাকে। এই অভীক্ষা এত সহজ হয় যে, সমস্ত প্রকার জ্ঞানের পরিমাপ করা এর সাহায্যে সম্ভব হ'তে পারে। এই অভীক্ষা তৈরী করাতে এই লাভ হয় যে, এর প্রয়োগের মাত্রাতে কোন কঠিন বিষয় বিশ্লেষণ করা সহজ হয়। এইজন্য মনোবিজ্ঞানী এবং অনুসন্ধানকারী এমন অভীক্ষা তৈরী করতে চান যে, যার প্রয়োগ পরিস্থিতি অনুযায়ী করা যেতে পারে। এই অভীক্ষার প্রয়োগ সংক্রান্ত নির্দেশ স্পষ্ট এবং সংক্ষিপ্ত হওয়া চাই যাতে অভীক্ষার্থীরা ঐ নির্দেশ সহজে বুঝতে পারে। অভীক্ষার ভাষাও কোনভাবে তাদের কাছে দুর্বোধ্য হবে না। কারণ যতক্ষণ পর্যন্ত অভীক্ষার্থীরা অভীক্ষার নির্দেশাবলী পুংখ্যানুপুংখভাবে বুঝতে না পারবে ততক্ষণ পর্যন্ত তারা এই অভীক্ষার প্রশ্নাবলীর উত্তর করতে অসমর্থ হবে। তাছাড়া এই অভীক্ষার মূল্যায়নবিধি এবং বিশ্লেষণও সুগম হ'য়ে থাকে। উত্তম অভীক্ষার আর একটি বিশেষত্ব হ'ল যে এই অভীক্ষার পদগুলির মূল্যায়ন দ্রুততা, সরলতা এবং দক্ষতার সংগে করা যেতে পারে। তার ফলস্বরূপ অধিকাংশ আদর্শায়িত অভীক্ষার মূল্যায়ন নির্ধারণ করার সময় সুবিধাজনকভাবে উত্তরের জন্য স্থিরীকৃত সূচী বা প্রাপ্তাংকসূচী (Key) কিংবা প্রাপ্তাংক টেনসিল প্রয়োগ করা হয়। তাছাড়া ম্যানুয়েল বা অভীক্ষা সম্পর্কিত পুস্তিকায় অভীক্ষার ফল নির্ণয় করার নির্দেশাবলীও স্পষ্ট ক'রে দিয়ে রাখা হয়। সুতরাং উত্তম অভীক্ষার প্রাপ্তাংকের জন্য আবশ্যক হলো এমন প্রাপ্তাংক সূচী তৈরী করা যাতে অভীক্ষার প্রাপ্তাংক সহজ, নিখুঁত ও বস্তুনিষ্ঠভাবে নির্ণয় করা যেতে পারে। আজকে এই বিজ্ঞানের যুগে যন্ত্র বা কম্পুটারের সাহায্যেও প্রাপ্তাংক নির্ণয় করা সম্ভব হচ্ছে। তাছাড়া অভীক্ষার বিশ্লেষণ বিধিও অত্যন্ত স্পষ্ট হয়। বিশ্লেষণ বিধি এমন হয় যে, প্রত্যেক ব্যক্তি তার প্রাপ্তাংককে একইভাবে বিশ্লেষণ করতে পারে, অর্থাৎ বিশ্লেষণ বিধি বস্তুনিষ্ঠ হয়। এই আলোচনা থেকে

এই কথাই স্পষ্টভাবে বোঝা যায় যে উত্তম অভীক্ষা প্রয়োগ, প্রাপ্তাংক এবং বিশ্লেষণ এই তিনের দৃষ্টিকোণ থেকে সুগম হ'য়ে থাকে।

॥ পাঁচ ॥ **সর্বগ্রাহ্য (Acceptable)**—উত্তম অভীক্ষার আর একটি বিশেষত্ব হলো তার সর্বগ্রাহ্যতা বা সর্বস্বীকৃতি। অভীক্ষাটি এমন হবে যে তার প্রয়োগ সেই সমস্ত ব্যক্তিবর্গ এবং পরিস্থিতিতে সর্বদা করা যেতে পারবে যাদের উপর ভিত্তি ক'রে অভীক্ষাটির মান নির্ধারণ করা হ'য়ে থাকে। উদাহরণ স্বরূপ টারম্যান-মেরীল বুদ্ধি অভীক্ষা, ভেক্সলার-বেলভিউ বুদ্ধি অভীক্ষা প্রভৃতি উল্লেখ করা যেতে পারে।

॥ ছয় ॥ **প্রতিনিধিত্বমূলক (Representative)**—একটি উত্তম অভীক্ষা তার ব্যবহারিক বিশেষত্বের দিক দিয়ে এমন হবে যে, ব্যক্তির আচরণের যে সব দিকগুলি এই অভীক্ষা পরিমাপ করবে সেই সব দিকগুলির মূল্যায়নের জন্য পরিমাপ-যন্ত্রের প্রতিনিধিরূপে এই অভীক্ষা ব্যবহার করা যাবে। অর্থাৎ ব্যক্তির আচরণের যে যে দিকগুলি পরিমাপের জন্য এই অভীক্ষা তৈরী করা হয় সেই দিকগুলি বিশেষভাবে মূল্যায়ন করা হলো তার অন্যতম বিশেষত্ব। বহু ব্যক্তির আচরণ থেকে নমুনা নিয়ে এই অভীক্ষা, পরিমাপ-যন্ত্রের প্রতিনিধিরূপে সেই আচরণগুলি পরিমাপ করে।

উত্তম অভীক্ষার বিশেষ কলাকৌশল (technical criteria) সমন্বিত লক্ষণগুলির বিশদ আলোচনাও নিম্নভাবে করা যেতে পারে।

॥ এক ॥ **বস্তুনিষ্ঠতা বা নৈর্ব্যক্তিকতা (Objectivity)**—উত্তম অভীক্ষার আবশ্যিক বিশেষত্ব হলো যে অভীক্ষাটি প্রত্যেক দৃষ্টিকোণ থেকে নৈর্ব্যক্তিক হবে। অর্থাৎ এই অভীক্ষা যদি বিভিন্ন ব্যক্তি একই সংলক্ষণ পরিমাপ করার জন্য ব্যবহার করে, তাহ'লে প্রত্যেকের ক্ষেত্রে একই প্রকার পরিমাপ মূল্য পাওয়া যাবে। যেমন যদি একটি উত্তম বুদ্ধি অভীক্ষা একটি বার বছর বয়সের ছেলের উপর প্রয়োগ ক'রে তার বুদ্ধ্যঙ্ক 110 পাওয়া যায় এবং এক বছর পরে ঐ একই অভীক্ষা ঐ ছেলেটির উপর আবার প্রয়োগ ক'রে তার বুদ্ধ্যঙ্ক 110 পাওয়া যায়, তাহলে অভীক্ষাটি অবশ্যই নৈর্ব্যক্তিক হবে। যে কোন একটি আদর্শ পরিমাপ-যন্ত্রের ক্ষেত্রে এই একই নীতি প্রযোজ্য হবে। যেমন, একটি লাঠির দৈর্ঘ্য মাপার জন্য যদি বিভিন্ন ব্যক্তি একটি স্কেল বা মাপনি ব্যবহার ক'রে একই দৈর্ঘ্য পায়, তাহলে বোঝা যাবে যে, পরিমাপটি সঠিক হয়েছে ; এক্ষেত্রে কোন ব্যক্তিই তার নিজস্ব পর্যবেক্ষণের ত্রুটি আরোপ করেনি। কিন্তু যদি দেখা যায় যে একজন ব্যক্তি 1·5 মিটার লাঠিটি মাপতে গিয়ে 1·4 মিটার মেপেছে, তা'হলে বুঝতে হবে তার পর্যবেক্ষণে কোন ত্রুটি আছে। মূলতঃ ভৌত পরিমাপের ক্ষেত্রে এই ধরনের ত্রুটি দৈহিক কারণে ঘটে থাকে। অনেক সময় প্রাকৃতিক নিয়মেও ঘটে থাকে। এই ধরনের ত্রুটিকে সহজে নির্ধারণ করা যায়। যদি কোন ব্যক্তির ক্ষেত্রে এই ধরনের ঘটনা দেখা যায়, তা'হলে বলতে হবে যে তার প্রাপ্ত পরিমাপটি নৈর্ব্যক্তিক নয়। শিক্ষাবিষয়ক ও মনোবৈজ্ঞানিক পরিমাপের ক্ষেত্রে এই ধরনের ত্রুটি বেশী হওয়ার সম্ভাবনা থাকে। কারণ এখানে কোন পরীক্ষক উত্তর পত্রের কোন

প্রশ্নের উত্তরের একটি বিশেষ অংশের উপর গুরুত্ব আরোপ করতে পারেন। আবার অপর একজন পরীক্ষক ঐ বিশেষ অংশের উপর অপেক্ষাকৃত কম গুরুত্ব আরোপ করে থাকেন। সুতরাং যদি কোন বিশেষ পরিমাপের ক্ষেত্রে লক্ষ্য করা যায় যে, বিভিন্ন পরীক্ষক একই রকম প্রাপ্তাংক মান (score value) আরোপ করেছেন, তাহলে একথা বলা যাবে যে, প্রাপ্ত পরিমাপের মধ্যে পরীক্ষকগণ নিজস্ব কোন ব্যক্তিগত প্রভাব আরোপ করেননি। অর্থাৎ পরিমাপটি নৈর্ব্যক্তিক (objective) হয়েছে। অন্য দিক থেকে বলা যায় যে, কোন অভীক্ষা একই ব্যক্তির উপর প্রয়োগ ক'রে বিভিন্ন পরীক্ষক যদি একই প্রাপ্তাংক পায়, তাহলে সেক্ষেত্রে অভীক্ষাটি নৈর্ব্যক্তিক হবে। অর্থাৎ বিভিন্ন পরীক্ষক দ্বারা প্রযুক্ত কোন অভীক্ষার একই প্রাপ্তাংক পাওয়ার বা পরিমাপ করার সম্ভাব্য মাত্রাকে বলা হয় অভীক্ষার নৈর্ব্যক্তিকতা। "The objectivity of a test is the degree to which equally competent experimenters obtain the same result." অর্থাৎ যদি কোন অভীক্ষা সম্পূর্ণভাবে নৈর্ব্যক্তিক হয়, তাহলে তার সাহায্যে যে কোন পরীক্ষক একজন অভীক্ষার্থীর পারদর্শিতার মান বা মানসিক বৈশিষ্ট্যের মাত্রা নৈর্ব্যক্তিকভাবে পরিমাপ করতে পারে। যে কেউ এই অভীক্ষা ব্যবহার করুক না কেন, প্রত্যেকের প্রাপ্ত পরিমাপের মধ্যে সাদৃশ্য থাকবে।

অভীক্ষার নৈর্ব্যক্তিকতা দু'টি বিষয়ের উপর নির্ভর করে। প্রথমতঃ যে স্তরের জন্য অভীক্ষা তৈরী করা হবে, সেই স্তরের অভীক্ষার্থীদের উপযোগী প্রশ্নগুলি অভীক্ষার মধ্যে অন্তর্ভুক্ত হবে। দ্বিতীয়তঃ অভীক্ষার অন্তর্গত সমস্ত প্রশ্নের সঠিক উত্তরও নির্ধারিত থাকবে। এই প্রশ্নগুলির অধিকাংশ দেখলে মনে হয় যে একই প্রশ্নের অনেক উত্তর। তাতে অভীক্ষার নৈর্ব্যক্তিকতার ক্ষেত্রে অভীক্ষার্থীদের ব্যক্তিগত অভিপ্রায়ের প্রভাব লক্ষ্য করা যায়। কাজেই অভীক্ষার পদ বা প্রশ্নগুলির উত্তর এমনভাবে করতে হবে যে কেবল একটি প্রশ্নের একটি মাত্র উত্তরই সম্ভব হ'তে পারে। যদি এইরূপ না হয়, তাহলে অভীক্ষাটি বৈধ হবে না, এমন কি অভীক্ষাটি শুদ্ধতার সঙ্গে এবং সঠিকভাবে যে যোগ্যতা পরিমাপ করতে চায় সেই যোগ্যতা পরিমাপ করা যাবে না। এই কারণে অভীক্ষা পুস্তিকায় (Test Manual) প্রশ্নগুলি একত্রিত করার আগে এমন বিচার বিশ্লেষণ ক'রে নিতে হবে যে, একটি প্রশ্নের উত্তর অভীক্ষার্থীরা কতভাবে দিতে পারে। যদি কোন প্রশ্নের একের অধিক উত্তর হওয়ার সম্ভাবনা থাকে, তাহলে সেই প্রশ্ন বাদ দিতে হয় ; কারণ তাতে অভীক্ষার নৈর্ব্যক্তিকতা অটুট থাকে। তাছাড়া অভীক্ষার প্রয়োগ এবং মূল্যায়ন নৈর্ব্যক্তিকভাবে করা উচিত। তার জন্য অভীক্ষার সঠিক উত্তর সূচী তৈরী করে নিতে হয়। এই উত্তর সূচী অনুসারে প্রতিটি প্রশ্নের জন্য অভীক্ষার্থীদের কাছ থেকে যে উত্তর পাওয়া যায় তার মূল্যায়ন ক'রে সঠিক প্রাপ্তাংক নির্ধারণ করতে হয়। তাতে পরীক্ষকের ব্যক্তিগত মতামতের কোন মূল্য থাকে না। কাউকে পক্ষপাত বশতঃ কম বা বেশী নম্বর প্রদান করা যায় না। এখানে উল্লেখযোগ্য যে, যদি কোন অভীক্ষার সাহায্যে নৈর্ব্যক্তিকভাবে

প্রাপ্তাংক পাওয়া না যায়, তাহলে অভীক্ষাটির নির্ভরযোগ্যতা বহুল পরিমাণে কম হবে। এমন অভীক্ষায় আজ যদি একটি অভীক্ষার্থীর প্রাপ্তাংক 40 হয় তাহলে হয়ত একমাস পরে ঐ অভীক্ষায় ঐ অভীক্ষার্থীর প্রাপ্তাংক 40 নাও হতে পারে। এমন কি যদি অভীক্ষায় নৈর্ব্যক্তিকতা না থাকে তাহ'লে অভীক্ষার প্রয়োগলব্ধ মূল্যায়নে ব্যক্তিগত মতের প্রভাব অবশ্যই বেশী পরিমাণে প্রকাশ পাবে। কাজেই প্রত্যেক দৃষ্টিকোণ থেকে অভীক্ষাকে নৈর্ব্যক্তিকভাবে তৈরী করতে হয়। নৈর্ব্যক্তিক অভীক্ষার উপর প্রয়োগ এবং মূল্যায়ন নির্ধারণকারীর চিন্তাধারা, আশা-আকাঙ্খা, বিচার-বিশ্লেষণ, পছন্দ এবং অপছন্দের কোন প্রভাব পড়ে না। এই অভীক্ষার সঠিক এবং ত্রুটিপূর্ণ প্রশ্নগুলির অবস্থিতি সহজেই বোঝা যেতে পারে। ব্যক্তিগত অভীক্ষা অপেক্ষা দলগত অভীক্ষায় নৈর্ব্যক্তিকতার জন্য অত্যধিক খেয়াল রাখতে হয়। এই কারণে ব্যক্তিগত অভীক্ষার প্রয়োগ যেমন দক্ষ এবং প্রশিক্ষিত ব্যক্তি করতে পারে তেমনি দলগত অভীক্ষার প্রয়োগ এবং মূল্যায়ন অতি সাধারণ ব্যক্তির দ্বারাও করা যেতে পারে।

॥ **দুই** ॥ **পার্থক্য নির্ণায়কতা** (Discriminative)—এক উত্তম মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার গুরুত্বপূর্ণ লক্ষণ হলো তার পার্থক্য নির্ণায়কতা। পার্থক্য নির্ণায়কের তাৎপর্য হলো পার্থক্য নির্ধারণের শক্তি যা যে কোন দিক দিয়ে দুটি শ্রেণীর পার্থক্য সুস্পষ্টভাবে প্রকাশ করে। কোনও সমষ্টি বা দলের মধ্যে কোন্ ব্যক্তি উচ্চ যোগ্যতা সম্পন্ন বা কোন্ ব্যক্তি স্বল্প যোগ্যতার অধিকারী, কোন্ কাজ ব্যক্তির পছন্দমাফিক বা অরুচিকর অথবা কোন গাণিতিক অভীক্ষায় এক ব্যক্তি 90 নম্বর পায় আবার অপর কোন ব্যক্তি ঐ অভীক্ষায় 10 নম্বর পায় এসবের ইংগিত এই পার্থক্য নির্ণায়কতা থেকে পাওয়া যেতে পারে। অন্যভাবে বলা যেতে পারে যে, পার্থক্য নির্ণায়কতার দ্বারা অন্তিম দলগুলির (extreme groups) বিশ্লেষণাত্মক অনুশীলন সম্ভব হয়। সুতরাং মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষায় পার্থক্য নির্ণায়কতা থাকা আবশ্যক হয়, অর্থাৎ অভীক্ষা তখনই পার্থক্য নির্ণায়ক হবে যখন তার প্রত্যেকটি পদ বা প্রশ্নের পার্থক্য নির্ণয় করার ক্ষমতা থাকবে। এখন প্রশ্ন হলো কিভাবে জানা যেতে পারে অভীক্ষার কোন্ পদ পার্থক্য নির্ণায়ক হবে বা হবে না। সাধারণ নিয়ম অনুসারে যদি কোন প্রশ্ন বা পদ উচ্চ বা নিম্ন যোগ্যতাসম্পন্ন ব্যক্তিদের মধ্যে শতকরা 50 জন সমাধান করতে পারে তাহলে সেই প্রশ্ন বা পদ পার্থক্য নির্ণায়ক রূপে বিবেচনা করা যায়। আর এইরূপ পদ বা প্রশ্নই অভীক্ষার মধ্যে অন্তর্ভুক্ত করা যেতে পারে। কিন্তু যদিও কোন পদ বা প্রশ্নের কাঠিন্য স্তর (difficulty level) বা পার্থক্য নির্ণায়ক মান (discriminative value) জানা যেতে পারে এমন কোন বৈজ্ঞায়িক নিয়ম নেই, তবুও মনোবিজ্ঞানীদের দৃষ্টিতে কোন অভীক্ষার প্রতিটি পদের পার্থক্য নির্ণায়কমান বৈজ্ঞানিক নিয়ম অনুসারে আমাদের নির্ধারণ করতে হয়। এই নিয়ম অনুসারে অভীক্ষার্থীরা অভীক্ষার প্রতিটি পদে যে প্রাপ্তাংক পায় সেই প্রাপ্তাংকগুলি উচ্চ থেকে নিম্নমান অনুসারে সাজিয়ে নিতে হয়, তারপর দেখতে হয় যে উচ্চ যোগ্যতাসম্পন্ন ব্যক্তিসমষ্টি প্রতি একশত ব্যক্তিদের মধ্যে কতগুলি প্রশ্নের নির্ভুল উত্তর দিয়েছে এবং প্রতি একশত

ব্যক্তিদের মধ্যে কতগুলির ভুল উত্তর দিয়েছে। এইভাবে নিম্নযোগ্যতাসম্পন্ন ব্যক্তি-সমষ্টি প্রতি একশত ব্যক্তিদের মধ্যে কতগুলি প্রশ্নের নির্ভুল উত্তর দিয়েছে এবং কতগুলির উত্তর ভুল করেছে তাও নির্ধারণ করতে হয়। এখানে মনে রাখতে হয় যে, কোন পদের পার্থক্য নির্ণায়ক মান সমষ্টির উচ্চতম এবং নিম্নতম শ্রেণীর উপর ভিত্তি ক'রে জানা যায়। এই ক্ষেত্রে মধ্যবর্তী শ্রেণীর প্রাপ্তাংকগুলির কোন উপযোগিতা থাকে না। উদাহরণস্বরূপ ধরা যাক, কোন বুদ্ধি অভীক্ষায় 'অ' পদ বা প্রশ্নের পার্থক্য নির্ণায়ক মান আমরা জানতে চাই। যদি আমরা ঐ পদ বা প্রশ্ন 150 জনের এক ব্যক্তি সমষ্টির উপর প্রয়োগ করি তাহলে আমরা দেখতে চেষ্টা করব যে ঐ ব্যক্তি সমষ্টির এক তৃতীয়াংশ বা 50 জন উচ্চ যোগ্যতাসম্পন্ন এবং অপর এক তৃতীয়াংশ বা 50 জন নিম্ন যোগ্যতাসম্পন্ন ব্যক্তিদের মধ্যে প্রতি একশত জনের মধ্যে কতজন ঐ প্রশ্নের বা পদের সঠিক উত্তর বা ভুল উত্তর করেছে। ধরা যাক, ঐ 'অ' পরীক্ষণ পদে উচ্চযোগ্যতা সম্পন্ন 50 জন ব্যক্তিদের মধ্যে শতকরা 70 জন নির্ভুল এবং শতকরা 30 জন ভুল উত্তর দিয়েছে ; আর নিম্ন যোগ্যতা সম্পন্ন 50 জন ব্যক্তিদের মধ্যে শতকরা 25 জন নির্ভুল এবং শতকরা 75 জন ভুল উত্তর দিয়েছে। এই অবস্থায় আমরা ঐ 'অ' পরীক্ষণ পদের পার্থক্য নির্ণায়ক মান নিম্নলিখিত সূত্রের সাহায্যে নির্ধারণ করতে পারি—

$$D = \frac{P_1 - P_2}{\sqrt{\frac{P_1Q_1}{N_1} + \frac{P_2Q_2}{N_2}}}$$

এখানে,

D = পার্থক্য নির্ণায়ক মান

P_1 এবং P_2 = নির্ধারিত নির্ভুল উত্তর

Q_1 এবং Q_2 = নির্ধারিত ভুল উত্তর

N_1 = উচ্চতম দলসমষ্টির এক তৃতীয়াংশ (1/3)

N_2 = নিম্নতম দলসমষ্টির এক তৃতীয়াংশ (1/3)

প্রতি একশত জনের পরিপ্রেক্ষিতে উপরিউক্ত 'অ' পরীক্ষণ পদটি নিম্নরূপ হবে। এই সূত্র অনুসারে পদটির পার্থক্য নির্ণায়ক মান নির্ধারণ করা যায়।

পরীক্ষণ পদ 'অ'

দলসমষ্টি (N) = 150

শ্রেণী	উচ্চতম	মধ্যম	নিম্নতম
সংখ্যা	50 (N_1)	50	50 (N_2)
নির্ভুল সমাধান	শতকরা 70 জন	শতকরা 48 জন	শতকরা 25 জন
ভুল সমাধান	শতকরা 30 জন	শতকরা 52 জন	শতকরা 75 জন

সূত্রানুসারে সমাধান করার পর 'অ' পরীক্ষণ পদের পার্থক্য নির্ণায়ক মান নিম্নরূপ হবে।

এখানে, $P_1=70, \quad P_2=25$
$Q_1=30, \quad Q_2=75$
$N_1=50, \quad N_2=50$

$$\text{অতএব } D=\frac{70-25}{\sqrt{\frac{70\times30}{50}+\frac{25\times75}{50}}}$$

$$=\frac{45}{\sqrt{\frac{2100}{50}+\frac{1875}{50}}}$$

$$=\frac{45}{\sqrt{42+37\cdot5}}=\frac{45}{8\cdot92}=5\cdot45$$

এখানে পরীক্ষণ 'অ' পদের পার্থক্য নির্ণায়ক মান হল 5·45। যদি কোনও পদের পার্থক্য নির্ণায়কমান 1·96 এর বেশী হয় তাহলে ঐ পদ পার্থক্য নির্ণায়ক হবে, আর অভীক্ষায় ঐ পদ অন্তর্ভুক্ত করা যাবে। কারণ 5·45 পার্থক্য নির্ণায়ক মান 1 96 অপেক্ষা যথেষ্ট পরিমাণে অধিক। এইভাবে সম্পূর্ণ অভীক্ষার প্রতিটি পদের পার্থক্য নির্ণায়ক মান নির্ধারণ করা যায়। যদি অভীক্ষার সমস্ত পদ পার্থক্য নির্ণায়ক হয়, তাহলে অভীক্ষাটি নিশ্চিতভাবে পার্থক্য নির্ণায়ক হবে। উত্তম অভীক্ষায় এই হলো অপর একটি প্রায়োগিক বা টেকনিক্যাল সংলক্ষণ।

॥ তিন ॥ **নির্ভরযোগ্যতা (Reliability)**—এক উত্তম মনোবৈজ্ঞানিক বা মানসিক অভীক্ষার সবচেয়ে গুরুত্বপূর্ণ বিশেষত্ব হলো তার নির্ভরযোগ্যতা। নির্ভর যোগ্যতার তাৎপর্য হলো যে, অভীক্ষার পুনঃপুনঃ প্রয়োগের ফলে ব্যক্তির কোন বৈশিষ্ট্য একইভাবে পরিমাপ করা যাবে। অর্থাৎ পরিমাপের সামঞ্জস্যপূর্ণ স্থিরতাই হলো নির্ভরযোগ্যতা (Reliability is the consistency of measurement)। যদি একজন শিক্ষার্থী কোন গাণিতিক অভীক্ষায় 25 নম্বর পায় এবং বেশ কিছু দিন পরে সেই অভীক্ষায় আবার প্রায় একই নম্বর পায় তাহলে বলা যেতে পারে যে, অভীক্ষাটি নির্ভরযোগ্য হয়েছে। বিপরীতভাবে যদি কোন অভীক্ষা বিভিন্ন সময়ে প্রয়োগ করার পরে ভিন্ন ভিন্ন ফল প্রদান করে তাহলে ঐ অভীক্ষাকে নির্ভরযোগ্য বলা যাবে না। কারণ এইরূপ অভীক্ষা ব্যক্তি বা ব্যক্তিসমষ্টির সঠিক স্থিতি সম্বন্ধে আমাদের অবগত করাতে পারে না। কোন মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা বিভিন্নবিধি—পুনঃ পরীক্ষণ বিধি (test-retest method), সমান্তরাল অভীক্ষা বিধি (parallel test method), অন্তর্দ্বিখণ্ডিত বিধি (Intra-split-half method), অন্তর্পদীয় খণ্ডিত বিধি (Inter-split-half method), ভেদাংক বিশ্লেষণ (analysis of variance) এবং পরিমাপের আদর্শ ত্রুটি (standard error of measurement) দ্বারা নির্ণয় করা যেতে পারে। অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতাকে

প্রভাবিত করতে পারে এমন সব বিভিন্ন প্রকার কারণ হলো বয়সের প্রসার, দলসমষ্টির প্রসার, প্রাপ্তাংকের প্রসার, অভীক্ষার দৈর্ঘ্য, অভ্যাস, সময়ান্তর প্রভৃতি। নির্ভরযোগ্যতার প্রতিটি দিকের বিস্তৃত আলোচনা পরবর্তী পরিচ্ছেদে করা হয়েছে।

॥ চার ॥ **বৈধতা (validity)**—অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতার সঙ্গে সঙ্গে তার বৈধতা নির্ণয় করা প্রয়োজন হয়। অভীক্ষার বৈধতা থেকে নিশ্চিতভাবে বলা যায় যে অভীক্ষা সেই উদ্দেশ্য পূরণ করে যার জন্য অভীক্ষা তৈরী করা হয়। যদি অভীক্ষা থেকে উদ্দেশ্য পূরণ করা সম্ভব হয় তাহলে আমরা অভীক্ষাটিকে বৈধ বলে চিহ্নিত করতে পারি, অন্যথায় অবৈধ হিসাবে অভীক্ষাটি চিহ্নিত হ'য়ে থাকে। সুতরাং উত্তম মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার বিশেষত্ব হলো যে, অভীক্ষাটি অবশ্যই বৈধ হবে। অভীক্ষার বৈধতা কয়েক প্রকার হ'য়ে থাকে। যেমন, যুক্তি-নির্ভর (logical), বিষয়বস্তুনির্ভর (content), সংগঠনমূলক (construct), পরীক্ষামূলক (empirical), ভবিষ্যদ্বাণী সম্ভাব্যতামূলক বা পূর্বাভাষমূলক (predictive), সহ-অবস্থানমূলক (concurrent) এবং উপাদানমূলক (factorial) বৈধতা। বিভিন্ন অভীক্ষার বৈধতা বিভিন্নভাবে নির্ণয় করা যায়। আভ্যন্তরীণ (internal) এবং বাহ্য (external) নির্ণায়কসমূহ (criteria) প্রয়োগ ক'রে বৈধতা নির্ণয় করা হয়। বৈধতা নির্ধারণ করার জন্য সঠিক বিধির প্রয়োগ আবশ্যক হয়। তাছাড়া প্রতিগমন (regresion), ভবিষ্যদ্বাণী (prediction), এক্সপেক্‌টেনসী তালিকা এবং কাট্‌ ও স্কোরের দ্বারাও অভীক্ষার বৈধতা নির্ধারণ করা যায়। পরবর্তী পরিচ্ছেদে অভীক্ষার বৈধতার সমস্ত দিকের বিস্তারিত আলোচনা করা হয়েছে।

॥ পাঁচ ॥ **আদর্শায়ন (Standardisation)**—উত্তম অভীক্ষার আদর্শায়ন হলো অন্যতম একটি বৈশিষ্ট্য। আদর্শায়নের অর্থ হলো অভীক্ষাটিতে সঠিক তুল্যাঙ্কমান বা নর্ম স্থাপন করা। এই আদর্শায়নের জন্য অভীক্ষাটিকে বহু ব্যক্তি সমষ্টির উপর প্রয়োগ ক'রে সেই সমষ্টির প্রাপ্তাংকের গড় নির্ধারণ করতে হয়। তার প্রয়োগ এবং মূল্যায়ন সকল স্তরে একই রূপ হয়। সি. ভি. গুডের (C V. Good) মতে "আদর্শায়িত অভীক্ষা বলতে আমরা বুঝি যে এই অভীক্ষার বিষয়বস্তু অভিজ্ঞতার উপর ভিত্তি ক'রে চয়ন করা হয়, তার একটি নির্ধারিত তুল্যাঙ্কমান বা নর্ম থাকে, তার প্রয়োগ এবং মূল্যায়ন একই নিয়মাবলীর মাধ্যমে নির্ধারণ করা যায় এবং তার মূল্যায়নে সাপেক্ষ নৈর্ব্যক্তিক বিধির প্রয়োগ করা হয়।" তার থেকে আমরা দেখি যে, অভীক্ষাটির তুল্যাঙ্কমান নির্ধারণের জন্য কিছু সঠিক প্রক্রিয়া আছে। তার নির্দেশাবলী সাবধানতা সহকারে একই ধরনের শব্দাবলীর সাহায্যে লিপিবদ্ধ করা হয়, প্রয়োগের সময়সীমাও সঠিকভাবে নিরীক্ষণ করতে হয়। তাতে কোনরূপ পক্ষপাতের সম্ভাবনা থাকে না। অন্যভাবে বলা যায় যে, এই ধরনের অভীক্ষার তুল্যাঙ্কমান নির্ধারণে ব্যক্তির বয়স, লিঙ্গ, আর্থ-সামাজিক অবস্থা, অভিজ্ঞতা প্রভৃতি বিবেচনা করা যেতে পারে। সুতরাং এই সমস্ত লক্ষণগুলির

পরিপ্রেক্ষিতে উত্তম অভীক্ষার তুল্যাঙ্কমান নির্ধারণ করা হয়। তুল্যাঙ্কমান নির্ধারণ করা হয় নি এমন একটি অভীক্ষার কোনরূপ মূল্য থাকে না।

॥ ছয় ॥ **আদর্শ তুল্যাঙ্কমান (Norm)**—একটি উত্তম মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার সবচেয়ে গুরুত্বপূর্ণ বিশেষত্ব হলো যে, অভীক্ষাটির সঠিক তুল্যাঙ্কমান থাকবে। কারণ প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক বা স্কোরের তাৎপর্য নির্ণয় কোন নির্দিষ্ট দলের পরিপ্রেক্ষিতে করা হ'লেও সমস্যা থেকে যায়। তখনই সমস্যার প্রকৃত সমাধান সম্ভব হয় যখন দলটিকে আদর্শ দলে পরিবর্তিত করা যায় এবং ঐ দলগত মানটিকে চরম বা আদর্শ তুল্যাঙ্কমান বা প্রাসঙ্গিক মান (reference value) হিসাবে বিবেচনা করা যায়। বিভিন্ন রাশি-বৈজ্ঞানিক কৌশল প্রয়োগ (application of statistical technique) ক'রে এই ধরনের প্রাসঙ্গিক মান নির্ণয় করা সম্ভব। যখন কোন অভীক্ষার এই ধরনের ক্ষেত্রে প্রাসঙ্গিক মান নির্ধারণ করা হয় তখন অভীক্ষাটিকে আদর্শায়িত অভীক্ষা (standardised test) বলা হয়। যে প্রক্রিয়াতে এই প্রাসঙ্গিক মান নির্ণয় করা হয় সেই প্রক্রিয়াকে আদর্শায়ন (standardisation) বলা হয় এবং ঐ প্রাসঙ্গিক মানটিকে বলা হয় নর্ম বা আদর্শ মান (norm or standard value)। অন্যভাবে বলা যায়, আদর্শ মান হলো কোন বিশেষ দলসমষ্টির ব্যক্তির গড় কার্য বা নিষ্পাদনের একক (unit)। এই এককের সাহায্যে অমুক কোন ব্যক্তির স্থান দলসমষ্টির মধ্যে কোথায় হবে এবং অন্যান্য ব্যক্তিদের তুলনায় তার স্থিতিই বা কিরূপ হবে—এই সব প্রশ্নের সমাধান করা সহজ হয়। এই তুল্যাঙ্কমান বিপুল ব্যক্তি সমষ্টির উপর অভীক্ষা প্রয়োগ ক'রে নির্ধারিত করা হয়। সাধারণভাবে বয়স ভিত্তিক আদর্শ তুল্যাঙ্কমান (age norm), শ্রেণী ভিত্তিক আদর্শ তুল্যাঙ্কমান (grade norm), শতাংশ আদর্শ তুল্যাঙ্কমান (percentile or centile norm), আদর্শ প্রাপ্তাংক মান (standard score norm) টি-প্রাপ্তাংক বা স্বাভাবিকৃত আদর্শ প্রাপ্তাংক আদর্শ তুল্যাঙ্কমান (T-score or Normalised standard score norm) নির্ণয় করা যায়। আবার এই তুল্যাঙ্কমানের সাহায্যে কোন অভীক্ষায় প্রাপ্ত ব্যক্তির মূল প্রাপ্তাংকগুলির (raw scores) বিশ্লেষণ করা হয়। আদর্শ তুল্যাঙ্কমানের বিস্তারিত আলোচনা পরবর্তী অধ্যায়ে করা হয়েছে।

প্রয়োগের দিক থেকে উত্তম অভীক্ষার বৈশিষ্ট্যাবলী (Characteristics of good test from the standpoint of applicability)—অভীক্ষার গুণাগুণ বিচারের ক্ষেত্রে তার প্রয়োগের বিষয়ও ভাবতে হয়। অভীক্ষা বহুভাবেই প্রয়োগ করা হয়। যেমন, শিক্ষাগত এবং বৃত্তিমূলক নির্দেশনা, শিক্ষার্থীর যোগ্যতা অনুসারে বিষয় নির্বাচন, চিকিৎসাশাস্ত্র ও কারিগরী বিষয়ের জন্য যোগ্য ছাত্র-ছাত্রী বাছাই করণ, শিক্ষাক্ষেত্রে পশ্চাৎপদ বিদ্যার্থীর ত্রুটি অনুশীলন, প্রতিভাবান ছাত্র-ছাত্রী সনাক্ত-করণ প্রভৃতি বিভিন্ন ক্ষেত্রে অভীক্ষা প্রয়োগ করা হয়। ক্ষেত্র অনুযায়ী যখন অভীক্ষা

প্রয়োগ করতে হয় তখন অনেক প্রকারের অসুবিধা দেখা দিতে পারে। সেগুলি বিবেচনা করেই অভীক্ষা নির্বাচন এবং প্রয়োগ করতে হয়। এই কারণে উত্তম অভীক্ষার লক্ষণগুলি সম্বন্ধে বিশেষভাবে জ্ঞান লাভের প্রয়োজন হয়। পূর্বে উত্তম অভীক্ষার ব্যবহারিক এবং বিশেষ কলা কৌশল সমন্বিত লক্ষণ বা বৈশিষ্ট্যাবলী সম্বন্ধে আলোচনা করা হয়েছে। এখানে সেই সব বৈশিষ্ট্য বা লক্ষণগুলির উল্লেখ করা হয়েছে, প্রয়োগের দিক থেকে যেগুলিকে উত্তম অভীক্ষার বৈশিষ্ট্য বা লক্ষণ হিসেবে বিবেচনা করা যেতে পারে। এরকম কয়েকটি লক্ষণ নীচে উল্লেখ করা হ'ল।

॥ ক ॥ **প্রয়োগের স্বাচ্ছন্দ্য** (**Ease of administration**)—উত্তম অভীক্ষা ব্যবহার করা সহজ হয়। অভীক্ষার প্রয়োগ-পদ্ধতি যত সহজ হবে, অভীক্ষার ব্যবহারকারীর পক্ষে কাজের তত সুবিধা হবে। যে অভীক্ষায় অভীক্ষাপদগুলির বিন্যাস (organisation of item) সরল, যে অভীক্ষায় অভীক্ষাংশের (sub-test) সংখ্যা কম, যে অভীক্ষায় পরিমাপযোগ্য বৈশিষ্ট্য অপেক্ষাকৃত কম, সেই অভীক্ষা পরীক্ষকের পক্ষে পরিচালনা করা সহজ। এক কথায় সেই অভীক্ষাকে উত্তম হিসাবে বিবেচনা করা যাবে, যেটিকে সহজে অভীক্ষার্থীদের উপর প্রয়োগ করা যায়।

॥ খ ॥ **প্রয়োগকালের স্বল্প সময়** (**Shorter time for administration**)—যে অভীক্ষা প্রয়োগ করতে দীর্ঘ সময় আবশ্যক হয়, সেই অভীক্ষা পরীক্ষক এবং অভীক্ষার্থী উভয়ের কাছে বিরক্তিকর বলে মনে হয়। তাছাড়া যে অভীক্ষা প্রয়োগের জন্য দীর্ঘ সময় দরকার হয় তার নির্ভরযোগ্যতাও কম হয়। কারণ এই দীর্ঘ সময় ধরে পারিপার্শিক অবস্থাকে আয়ত্বে রাখা খুবই অসুবিধাজনক হয়। তাই মনোবিজ্ঞানী ও শিক্ষাবিদদের মতে উত্তম অভীক্ষার প্রয়োগকাল 20 থেকে 60 মিনিটের মধ্যে হওয়া বাঞ্ছনীয় বলে বিবেচিত হয়।

॥ গ ॥ **মান নির্ধারণের সরলতা** (**Ease of scoring**)— পরীক্ষা ব্যবস্থার একটি প্রধান অসুবিধা হলো পরীক্ষার উত্তরপত্রগুলির মূল্যায়নের জটিলতা। এখানে প্রত্যেক ক্ষেত্রে মূল্যায়নের জন্য প্রতিটি প্রশ্নের উত্তর বিশেষভাবে বিচার-বিবেচনা করতে হয়। এই কাজ অনেক সময়ই বোঝা স্বরূপ মনে হয়। তাই যে অভীক্ষার মান নির্ধারণের পদ্ধতি যত সহজ ও সরল হয়, সেই অভীক্ষা পরীক্ষকের কাছে তত বেশী গ্রহণযোগ্য হয়। এই কাজে সাহায্য পাওয়ার জন্য বর্তমানে আদর্শায়িত অভীক্ষায় আদর্শমান নির্ণয় সূচী (standard scoring key) থাকে। তাই মান নির্ণয়ের সরলতা এবং মান নির্ণয় সূচীর লভ্যতা উত্তম অভীক্ষার অন্যতম উদ্দেশ্য।

॥ ঘ ॥ **সমতুল্য অভীক্ষার লভ্যতা** (**Availability of equivalent test**)—মনোবৈজ্ঞানিক বা মানসিক এবং শিক্ষামূলক অভীক্ষার ক্ষেত্রে কোন পরিমাপকেই চরম হিসাবে বিবেচনা করা যায় না। কোন অভীক্ষা কতটা নিখুঁত বা নির্ভুলভাবে কিংবা সঠিকভাবে কোন মানসিক বা শিক্ষাগত বৈশিষ্ট্য পরিমাপ করতে পেরেছে তা বিচার-বিশ্লেষণ করা প্রয়োজন হয়। এই কাজের জন্য ঐ অভীক্ষার

একটি সমতুল্য অভীক্ষা অভীক্ষার্থীদের উপর প্রয়োগ করা আবশ্যক হ'য়ে থাকে। সুতরাং যে সব অভীক্ষার সমতুল্য অভীক্ষা আছে, সেইসব অভীক্ষাকেই উত্তম অভীক্ষা হিসাবে বিবেচনা করা হয়।

॥ ঙ ॥ **স্বল্প ব্যয় (Low cost)**—মনোবিজ্ঞান ও শিক্ষাবিজ্ঞানের অন্যতম উদ্দেশ্য হল মানুষকে তার নিজস্ব ক্ষমতা ও বৈশিষ্ট্য সম্বন্ধে সচেতন করে তোলা। সুতরাং এই কাজ যাতে অল্প ব্যয়ে করা যায়, সেদিকে বিশেষভাবে লক্ষ্য রাখা প্রয়োজন। যদি বেশী খরচের জন্য সকলকে এই সুযোগ থেকে বঞ্চিত করা হয়, তাহলে সামাজিক দিক থেকে অন্যায় করা হবে। তাই অভীক্ষা এমন হওয়া আবশ্যক যাতে অল্প ব্যয়ে সকলে তার সুযোগ গ্রহণ করতে সক্ষম হয়। যে অভীক্ষা তৈরী করা বা সংগ্রহ করা ব্যয়সাধ্য এবং প্রয়োগ করাও কষ্ট সাপেক্ষ, সে অভীক্ষা নির্বাচন করা বাঞ্ছনীয় নয়।

সুতরাং যে সব মানসিক ও শিক্ষাগত অভীক্ষায় পূর্বোক্ত বৈশিষ্ট্যসমূহ বর্তমান, সেইসব অভীক্ষা উত্তম অভীক্ষারূপে বিবেচিত হ'য়ে থাকে এবং এইসব অভীক্ষাগুলি মানসিক ও শিক্ষাগত সংলক্ষণগুলি পরিমাপের জন্য বিশেষভাবে ব্যবহার করা উচিত। উত্তম অভীক্ষা নির্বাচনের সময় নিম্নলিখিত বৈশিষ্ট্যগুলি বিশেষভাবে লক্ষ্য রাখা প্রয়োজন।

॥ ক ॥ অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা (Reliability of test)

॥ খ ॥ অভীক্ষার বৈধতা (Validity of test)

॥ গ ॥ অভীক্ষার নৈর্ব্যক্তিকতা (Objectivity of test)

॥ ঘ ॥ অভীক্ষার আদর্শায়ন (Standardisation of test)

॥ ঙ ॥ অভীক্ষার প্রয়োগ ব্যবস্থা (Arrangement for administration of test)

॥ চ ॥ অভীক্ষার প্রয়োগকালের স্বল্পতা (Shorter time of administration of test)

॥ ছ ॥ অভীক্ষার মান নির্ণয়ের সরলতা (Ease of scoring)

॥ জ ॥ অভীক্ষার সমতুল্য প্রতিরূপের লভ্যতা (Availability of equivalent test)

॥ ঝ ॥ অভীক্ষার স্বল্প ব্যয় (Low cost of test)

প্রাসঙ্গিক গ্রন্থ নির্দেশিকা

Anastasi, A. (1968) : Psychological Testing. N.Y.: Macmillan Co.

Cronbach, L. J. (1966) : Essentials of Psychological Testing. N. Y. : Harper & Row.

Freeman, F. S. (1976) : Theory and Practice of Psychological Testing. New Delhi : Oxford & IBH Publishing Co.

Gerberich, J. R., Greene, H. A. & Jorgensen, A. N. (1962) : Measurement and Evaluation in the Modern schools. N. Y. : David Mckay Co. Mursell, J. L (1956) : Psychological Testing. London : Longman, Green & Co.

সপ্তম পরিচ্ছেদ

পরিমাপের ত্রুটি বিচ্যুতি (Errors of Measurement)

ত্রুটি হওয়া বা ভুল করা এক স্বাভাবিক ধর্ম। আমরা আমাদের দৈনন্দিন জীবনে কতই না ভুল করি। কিছু ভুল তো আমরা আমাদের স্বভাবের কারণে করি, আবার কিছু ভুল আকস্মিক পরিস্থিতির বশে ক'রে থাকি। এই কথা বলার উদ্দেশ্য হলো যে, কোনও তত্ত্বের শুদ্ধতা যতখানি থাকা আবশ্যক হয় ঠিক ততখানি ত্রুটিও আবার তাতে থাকতে পারে। কারণ কোন কিছুই নিজে থেকে পূর্ণ হয় না। সুতরাং নিঃসন্দেহে এই কথা বলা যেতে পারে যে, জীবনের যে কোনও কাজে অবশ্যই ত্রুটি থেকে থাকে। তবে যদি সাবধানতা সহকারে ঐ কাজ করা যায় তাহলে ভুল কমই হতে পারে।

উপরি উক্ত বক্তব্য পরিমাপের সম্বন্ধেও প্রযুক্ত হ'তে পারে। পরিমাপ ভৌতিক, মানসিক অথবা মনোবৈজ্ঞানিক যাই হোক না কেন স্বাভাবিকভাবে তা ত্রুটিমুক্ত হয় না। তবে একথা ঠিক ভৌতিক বস্তুগুলির পরিমাপে যেখানে ত্রুটির মাত্রা কম হয় সেখানে মানসিক বা মনোবৈজ্ঞানিক তথ্য সকলের পরিমাপে ত্রুটির মাত্রা তুলনামূলকভাবে অধিক হয়। কারণ এদের স্বরূপ অপেক্ষাকৃত ভাবে জটিল হয়। যদি আমরা 'অ' 'ব' 'ম' 'দ' চার ব্যক্তিদের কোনও টেবিল পরিমাপের জন্য বলি, তা হলে আমরা দেখি যে একটি 66 ইঞ্চি টেবিল 'অ' $64\frac{1}{2}$ ইঞ্চি, 'ব' 65 ইঞ্চি, 'ম' 67 ইঞ্চি এবং 'দ' 63 ইঞ্চি মাত্রাতে পরিমাপ করলো, টেবিলটি একটি ভৌতিক পদার্থ, আর তার পরিমাপেও চার ব্যক্তি পৃথক পৃথক ভাবে পরিমাপ ক'রে ভিন্ন ভিন্ন মাত্রাতে ভুল করলো। এই প্রকার ভুলের মাত্রা প্রায়ই সাধারণ গাণিতিক গণনার মাধ্যমে নির্ণয় করা যায়। কিন্তু এর বিপরীত মানসিক দিকগুলির (mental dimensions) এবং মনোবৈজ্ঞানিক তথ্যগুলির পরিমাপ করা যতটা জটিল হয় ঠিক ততটাই তাদের পরিমাপের সংগে সম্বন্ধিত ত্রুটি নিরূপণ করাও কঠিন হয়। কারণ এতে ব্যক্তির নিজস্ব মতামত ছাড়াও আকস্মিক কোনও কারণ (chance factor) থাকতে পারে। এর সংগে সম্বন্ধিত ত্রুটি সকল বিভিন্ন পরিসংখ্যানমূলক পরিমাপের মাধ্যমে নির্ণয় করা যায়।

এখন প্রশ্ন হলো যে, পরিমাপ সম্পর্কিত ত্রুটি থেকে কি উদ্দেশ্য সাধিত হয়? সাধারণভাবে বলা যেতে পারে যে, যখন আমরা ব্যক্তির কোন কাজ থেকে প্রাপ্ত স্বাভাবিক (actual) প্রাপ্তাংক এবং তার উত্তর থেকে পাওয়া প্রাপ্তাংকের মধ্যে যে পার্থক্য পাই সেই পার্থক্যকে আমরা পরিমাপের ত্রুটি রূপে গণ্য ক'রে থাকি। যেমন 120 বুদ্ধ্যঙ্ক বিশিষ্ট বালক যদি কোন বুদ্ধি অভীক্ষার পরিমাপে 105 বুদ্ধ্যঙ্কের অধিকারী ব'লে বিবেচিত হয় তাহলে বলা যাবে যে, ঐ অভীক্ষা নির্ভরশীল নয়। এখানে আমরা যে পার্থক্য পেয়ে থাকি তাকেই পরিমাপ বা অভীক্ষার ত্রুটি ব'লে বিবেচনা করা যায়। অন্য এক উদাহরণের সাহায্যে এই প্রত্যয়কে অধিক স্পষ্টরূপে

প্রকাশ করা যেতে পারে। ধরা যাক, একটি বাংলা পরীক্ষায় একজন বিদ্যার্থী 100 নম্বরের মধ্যে 60 নম্বর পেল আবার কিছুদিন পরে একই বাংলা পরীক্ষা দেওয়ার পর তাতে সে 100 নম্বরের মধ্যে 40 নম্বর পেল। এই 20 নম্বরের পার্থক্যকে পরীক্ষা ত্রুটি বা পরিমাপের ত্রুটি বলা হয়। পরিমাপের ত্রুটি (Error of Measurement)-কে নিম্ন শব্দাবলীর মাধ্যমে প্রকাশ করা যেতে পারে—

"The amount by which any specific measurement differs from the individual's hypothetical "true" score in the quality being measured is said to be error of measurement. Since no measurement is perfect, each has included in it some component of error."

এখানে উল্লেখযোগ্য হলো যে, পরিমাপের ত্রুটির সংগে অভীক্ষার নির্ভরশীলতার বিপরীতধর্মী সম্বন্ধ বর্তমান। পরিমাপের ত্রুটি যত কম হয় অভীক্ষা ততই নির্ভরশীল হয়। সুতরাং পরিমাপের ত্রুটির উপর ভিত্তি ক'রে কোন অভীক্ষার নির্ভরশীলতার মূল্যায়ন করা যেতে পারে। যদি অভীক্ষা রচনাকারী নিজের সৃষ্ট অভীক্ষাকে নির্ভরশীল করতে চায় তাহলে তাকে পরিমাপের ত্রুটিগুলি গভীর ও সূক্ষ্মভাবে অবশ্যই অনুশীলন করতে হবে। পরিশেষে একথা বলা যথেষ্ট হবে যে, পরিমাপ সম্বন্ধীয় ত্রুটিগুলি হলো এমন সব ত্রুটি যেগুলি উপাত্ত (data) একত্র করার সময় প্রায়ই সৃষ্ট হ'য়ে থাকে।

পরিমাপ সংক্রান্ত ত্রুটিগুলির প্রকারভেদ

(Types of measurement errors)

মনোবিজ্ঞানীরা মুখ্যতঃ পরিমাপের ত্রুটিগুলিকে দু'টি শ্রেণীতে বিভক্ত করেছেন (এক) আকস্মিক ত্রুটিসমূহ (Accidental or Chance errors) এবং (দুই) নিয়মানুগ বা পক্ষপাতমূলক ত্রুটিসমূহ (Systemetic or Biased errors)।

॥ এক ॥ **আকস্মিক ত্রুটিসমূহ (Accidental or Chance errors)** – দুর্ঘটনা জনিত বা আকস্মিক কোন কারণে পরিমাপের ক্ষেত্রে যে সকল ত্রুটি সৃষ্টি হয় সেইগুলিকে আকস্মিক ত্রুটি বলা হয়। আকস্মিক ত্রুটিসমূহ যে কোন সময়েই উৎপন্ন হ'তে পারে ; যেমন, নমুনায়নের (Sampling) মানদণ্ড অকস্মাৎ বুঝতে না পারা, পরীক্ষা চলাকালীন সময়ে হঠাৎ গণ্ডগোল হওয়া, পরীক্ষার সময় পরীক্ষার্থীদের শারীরিক কষ্ট হওয়া প্রভৃতি এই সব ত্রুটি যা প্রায়ই পরিমাপের সমগ্র ফলাফলকে ত্রুটিযুক্ত করে দেয়। এই প্রকার ত্রুটিগুলির মাত্রা কখনও কম আবার কখনও বেশী হ'য়ে থাকে। কারণ এইগুলি প্রায়ই আকস্মিক তত্ত্বের (Chance theory) দ্বারা প্রভাবিত হয়। এই ত্রুটিগুলির দিক নির্দেশ সর্বদা একই প্রকার হয় না ; কখনও এদের নির্দেশ ধণাত্মক হয়, আবার কখনও ঋণাত্মক হয়। এই ত্রুটিগুলির ফলস্বরূপ প্রায় দেখা যায় যে, পরীক্ষার্থীদের নম্বর কখন বেড়ে যায়, আবার কখন কমে যায়। এইপ্রকার ত্রুটিগুলির একটি

বিশেষত্ব এইরূপ হলো যে, যখন পরিমাপের কোন চেষ্টা করা যায় তখন এই ত্রুটিগুলি স্বাভাবিকভাবে দূরীভূত হয়।

এই ধরনের ত্রুটিগুলি আবার পরীক্ষাতে দেখা যায় বলে এইগুলিকে অভীক্ষাকেন্দ্রিক ত্রুটি বলা হয়। কারণ অভীক্ষাগুলির সমস্ত পদ বা **Item** অভীক্ষার সুষ্ঠু উদ্দেশ্য সাধনের জন্য স্বাভাবিকভাবে নির্বাচিত হ'য়ে থাকে এবং যে জনসমষ্টির জন্য অভীক্ষাগুলি তৈরী করা হয় সেই জনসমষ্টির সকলের উপর এদের প্রয়োগ সম্ভবপর হয় না ব'লে কোন অভীক্ষাই সম্পূর্ণভাবে ত্রুটিহীন হয় না। একই জনসংখ্যা থেকে নেওয়া দু'টি নির্বিচারী নমুনা (**random sample**) সমস্ত সম্ভাবনার কিছু কিছু মাত্রাতে আকস্মিক তত্ত্বের কারণে ভিন্ন হয়। সুতরাং এদের ওপর একই অভীক্ষা প্রয়োগ করার ফলে এদের অভীক্ষালব্ধ ফলাফলের মধ্যে যে পার্থক্য পাওয়া যায়, সেই পার্থক্যকে ঐ অভীক্ষার আকস্মিক ত্রুটি বলা হয়। এই প্রকারের ত্রুটি অভীক্ষাকেন্দ্রিক হ'য়ে থাকে ; কারণ তাতে বিভিন্ন প্রকারের জনসংখ্যার অনুকূলে অভীক্ষার পদগুলিকে চিহ্নিত করা যায় না।

দ্বিতীয় প্রকার আকস্মিক ত্রুটি হলো বিদ্যার্থীকেন্দ্রিক ত্রুটি। এই ত্রুটি সেই ছাত্রের সম্পর্কে প্রযোজ্য হ'য়ে থাকে যার ওপর অভীক্ষা প্রয়োগ করা হয়। অভীক্ষার প্রয়োগকালীন সময় পর্যন্ত ছাত্রদের স্বাস্থ্য, তাদের অভিপ্রেরণা, মনোবল, সংবেগাত্মক অস্থিরতা, কার্যক্ষমতা প্রভৃতিতে যে পার্থক্য থাকে সে সবই পরীক্ষার ফলাফলের ক্ষেত্রে গুরুত্বপূর্ণ পার্থক্য সৃষ্টি ক'রে থাকে।

তৃতীয় প্রকার আকস্মিক ত্রুটি হলো ফলাফলের মূল্যায়ন সংক্রান্ত ত্রুটি। প্রায়ই ছাত্রদের প্রত্যুত্তর মূল্যায়ন করার জন্য পরিমিত সংখ্যাতে নির্ণায়ক পাওয়া যায় না। তার সাহায্যে মূল্যায়ন করাতে অসুবিধার সংগে সংগে পরিমাপ ত্রুটির আধিক্য বেড়ে যায়। নৈর্ব্যক্তিক অভীক্ষার সংগে সম্পর্কিত এই প্রকার ত্রুটির সম্ভাবনা বহুলাংশে কম হয়, কিন্তু নিবন্ধাত্মক অভীক্ষাতে ছাত্রদের প্রত্যুত্তরের মূল্যায়নে আকস্মিক তত্ত্বের (**chance theory**) সম্ভাবনা মুখ্য স্থান পেয়ে থাকে। তার জন্য এই ত্রুটির মাত্রাও বেশী হয়।

॥ দুই ॥ **নিয়মানুগ বা পক্ষপাতমূলক ত্রুটি (Systemetic or Biased errors)**— যখন পরিমাপের ক্ষেত্রে পরীক্ষকের বা অভীক্ষকের ব্যক্তিগত মতামতের (personal equation) উপর অধিক পরিমাণে গুরুত্ব দেওয়া হয় তখন যে ত্রুটিসমূহ সৃষ্টি হয়, সেই ত্রুটিগুলিকে আমরা নিয়মানুগ বা পক্ষপাতমূলক ত্রুটি বলতে পারি। এই ত্রুটিগুলি সর্বদা একই রকম হ'য়ে থাকে। তার জন্য কখন কখন অত্যন্ত ক্ষতিকারক পরিণাম সৃষ্টি হ'তে পারে। এইপ্রকার ত্রুটিগুলির সৃষ্টি প্রায়ই ত্রুটিপূর্ণ বিচার, ভুল সিদ্ধান্ত, ব্যক্তিগত পক্ষপাত, প্রাচীন ধ্যান ধারণা, পূর্বধারণা, ভুলভাবে পরীক্ষার প্রয়োগ প্রভৃতি থেকে হ'য়ে থাকে। এই ত্রুটিগুলির বিশেষত্ব হলো যে, তাদের নিরসন কখন হতে পারে না।

সর্বপ্রথমে ব্যক্তিগত ত্রুটিগুলি নিয়মানুগ বা পক্ষপাতমূলক ত্রুটিগুলির অন্তর্গত

হ'য়ে থাকে। অনুসন্ধানকারীর অসতর্কতার কারণে এই ত্রুটিগুলি উৎপন্ন হয়। উদাহরণস্বরূপ থার্মোমিটার, স্টপওয়াচ, প্রভৃতি দেখার সময়ে যে ভুল হয়, সারণী বা নির্দেশ ভুলভাবে পড়তে যে ত্রুটি হয়, পরীক্ষা বা অভীক্ষা সংক্রান্ত ম্যানুয়েল সঠিকভাবে না দেখার ফলে যে ত্রুটি হয় প্রভৃতি সবই পক্ষপাতমূলক ত্রুটির অন্তর্গত হ'য়ে থাকে। ব্যক্তিগত ত্রুটির আরও একটা দিক হলো যে, অতি দ্রুততার সংগে স্টপওয়াচ চালু করা বা অতি বিলম্বে বন্ধ করা, যার প্রভাব প্রয়োগ বা অভীক্ষার ফলের ওপর পড়ে। সুতরাং তাতে অভীক্ষার মূল উদ্দেশ্য নষ্ট হ'য়ে যায়। এই ব্যক্তিগত ত্রুটিগুলি প্রায়ই একের অধিক অনুসন্ধানকারীদের অনুসন্ধানমূলক ফলাফলের উপর ভিত্তি ক'রে শুদ্ধ করা যেতে পারে।

দ্বিতীয়তঃ, নিয়মানুগ ত্রুটিগুলি ভুলবশত হ'য়ে থাকে। ভুলে প্রায়ই সময়ের হেরফের হ'য়ে থাকে, এমন কি দেখে লেখার সময় যেমন ·1 এর পরিবর্তে 1 লেখা, 0·1 এর বদলে ·01 লেখা, ঋণাত্মক (−) চিহ্নের স্থানে ধনাত্মক (+) চিহ্ন লেখা প্রভৃতি। এই ত্রুটিগুলির প্রভাব প্রয়োগকালীন সময়ের উপর কিংবা অভীক্ষাগুলির প্রয়োগলব্ধ ফলাফলের উপর বিশেষ ভাবে পড়ে। এইগুলি দূর করার জন্য নিরীক্ষণ ক'রে লেখার সময় এবং ফলাফল নির্ণয় বা গণনা করার সময় প্রয়োগকর্তা বা পরীক্ষণকর্তাকে বিশেষভাবে সাবধান হ'তে হয়।

তৃতীয়তঃ, নিয়মানুগ ত্রুটিগুলি হলো নির্ধারণযোগ্য ত্রুটি। সামাজিক বিজ্ঞানে অধ্যয়ন সামগ্রী মুখ্যতঃ মানুষই হ'য়ে থাকে এবং মানুষের কোন্ আচরণ কতখানি বাহ্য বা অন্তঃস্থ উপাদানগুলির দ্বারা প্রভাবিত হয় তা নির্ধারণ করা প্রায়ই সম্ভব হয় না। পরিমাপকারী ঐ সমস্ত উপাদানগুলি থেকে যেগুলি বিশেষভাবে প্রভাবশালী ব'লে মনে ক'রে থাকে সেগুলিকে নিয়ন্ত্রিত ক'রে নিতে পারে। তাছাড়া আরও অনেক উপাদানই অনিয়ন্ত্রিত থেকে যায় এবং ঐগুলি আচরণধারাকে কোন না কোনভাবে প্রভাবিত করে। এই অনিয়ন্ত্রিত উপাদানগুলির মধ্যে কতকগুলি উপাদান এমন হতে পারে যেগুলি আমরা অমুক আচরণের উপর প্রভাবশালী বলে মেনে নাও নিতে পারি, কিন্তু আবার ঐগুলি ঐ আচরণকে অন্য কোন মাত্রাতেও প্রভাবিত করতে পারে। এই অনিয়ন্ত্রিত উপাদানগুলির কারণে যে ত্রুটিগুলি হয় সেগুলোকে আমরা নির্ধারণযোগ্য ত্রুটি বলি। এই উপাদানগুলিকে বেশী পরিমাণে নিয়ন্ত্রিত ক'রে এই ত্রুটি কমিয়ে আনা যেতে পারে।

পরিমাপসংক্রান্ত ত্রুটিগুলিকে উপরিউক্ত ভাবে শ্রেণীবিন্যাস করা ছাড়া অন্য আর একভাবে তাদের শ্রেণীবিন্যাস করা যায়। মারসেলের (Mursell) মতানুসারে আচরণধারার বিশেষত্বগুলি পরিমাপে চার প্রকার ত্রুটি পাওয়া যায় এবং প্রতিটি পরীক্ষণের অন্তর্গত বিভিন্ন বিশেষত্ব এই চার প্রকার ত্রুটি দ্বারা প্রভাবিত হ'য়ে থাকে। এখানে আমরা পরিমাপ সম্পর্কিত চার প্রকার ত্রুটির উল্লেখ করবো। যেমন, (এক) তাৎপর্য নির্ণয় সংক্রান্ত ত্রুটি (Error of interpretation),

(দুই) পরিবর্তনশীল ত্রুটি (Variable error), (তিন) ব্যক্তিগত বা পর্যবেক্ষণমূলক ত্রুটি (Personal error বা Error of observation) এবং (চার) ধ্রুবক বা স্থায়ী ত্রুটি (Constant error)।

॥ এক ॥ **তাৎপর্য নির্ণয় সংক্রান্ত ত্রুটি (Error of interpretation)**— আচরণগত বিশেষত্বগুলির পরিমাপে প্রায়ই দু'টি ত্রুটি দেখা যায়—

প্রথমতঃ এই ধরনের পরিমাপে কোন নিরপেক্ষ শূন্যবিন্দু (absolute zero point) হয় না। দ্বিতীয়তঃ, এই কথার কোন নিশ্চয়তা নেই যে পরিমাপে সম্পূর্ণ প্রসারের এককগুলি সমান হয়। এই দুই কারণে পরিমাপে কোন ব্যক্তিদ্বারা প্রাপ্ত পরীক্ষণ-লব্ধ সংখ্যা বা স্কোরের কোন অর্থ করা যায় না যতক্ষণ পর্যন্ত না সেইগুলির ব্যাখ্যা অন্য ব্যক্তির সাহায্যে করা সম্ভব হয়।

এই প্রকার ত্রুটিগুলির জন্য পরীক্ষণকারী প্রায়ই জানতে পারে না যে, কোন ব্যক্তি দ্বারা প্রাপ্ত সংখ্যা বা স্কোরের ব্যাখ্যা কোন্ ব্যক্তির সাহায্যে করা যাবে কিংবা এক ব্যক্তির প্রাপ্তাঙ্ক বা ফলাফল কোন্ প্রকার দল বা সমষ্টির কার্যধারা বা নিষ্পাদনের সংগে সমন্বিত হবে। এই অবস্থাতে বিভিন্ন পরীক্ষাকারী এই সব প্রাপ্তাংক বা ফলাফলের অনুপযুক্ত (inappropriate) অর্থ ক'রে থাকে এবং ত্রুটিপূর্ণভাবে ঐগুলির ব্যাখ্যা ক'রে। এইগুলিকেই তাৎপর্য নির্ণয় বা বিবেচনাত্মক বা ব্যাখ্যা সংক্রান্ত ত্রুটি (Error of interpretation) বলা হয়। এইরূপ বিবেচনাত্মক ত্রুটিগুলি হলো সেই ত্র'টি যেগুলি দু'টি কারণগুলির মধ্যে কোন একটি কারণ ভুল ক'রে বোঝার ফলস্বরূপ হ'য়ে থাকে—(1) ব্যক্তিকে কোন্ প্রকার দল বা সমষ্টির সংগে তুলনা করা হল; আর (2) ব্যক্তি বা সমষ্টির কার্যাবলী বা নিষ্পাদনের মধ্যে কিভাবে তুলনা অভিব্যক্ত করা হল। উদাহরণস্বরূপ, যদি কোন পরীক্ষাতে মাধ্যমিক বিদ্যালয়ের ছাত্ররা যে ফললাভ করে, সেই ফলকে উচ্চমাধ্যমিক ছাত্রদের পরীক্ষা সংক্রান্ত ফলের সংগে বা অষ্টম শ্রেণীর ছাত্রদের পরীক্ষার ফলের সংগে তুলনা করা হয় তাহলে আমরা ফলাফল ব্যাখ্যা বা বিবেচনা করার সময় গুরুত্বপূর্ণ পার্থক্য পেয়ে থাকি। এইভাবে আগে থেকে কোন কিছু বলার সময় পার্থক্য পাওয়া যায়।

এই প্রকার ত্রুটিগুলি অভীক্ষার মান নির্ধারণ প্রক্রিয়ার সংগে জড়িত থাকে। মান নির্ধারণ করার উদ্দেশ্য হলো অভীক্ষাকে সার্বিকভাবে সমষ্টির পরিপ্রেক্ষিতে ব্যাখ্যা করা এবং এই সমস্ত সমষ্টির দ্বারা প্রাপ্ত ফলাফল বা অংকের রেকর্ড রাখা। কারণ এই রেকর্ডে অভীক্ষার আদর্শ তুল্যাঙ্কমান বা নর্ম তৈরী করে রাখা হয়। আদর্শ তুল্যাঙ্কমান সমন্বিত কোন অভীক্ষা প্রয়োগের পর কোন সমষ্টি বা দলের স্থিতি এই তুল্যাঙ্কমানের সাহায্যে প্রদান করা যেতে পারে। তাছাড়া ঐ দলের ব্যাখ্যা বিভিন্ন বিষয়াবলী, যেমন ব্যবসা, ভৌগোলিক ক্ষেত্র, লিঙ্গ, আয়ু, বিদ্যালয় গ্রেড এবং এই সবের কোন কোন বিষয়ের সংমিশ্রণ সহযোগে করা যেতে পারে। এর মুখ্য উদ্দেশ্য হলো যে, কোন ব্যক্তির অভীক্ষালব্ধ ফলাফল ঐ ব্যক্তির উপযুক্ত দলের উপাত্তের (data) সংগে তুলনা করা।

এই প্রকারের ত্রুটিগুলি কমিয়ে আনার জন্য পরীক্ষককে মান নির্ধারণ প্রক্রিয়ার সময় বিশেষ মনোযোগ দিতে হয়। কোনও ব্যক্তির পরিসংখ্যা ব্যাখ্যা করার জন্য এইরূপ দুটি দল বিবেচনা করা আবশ্যক হয় যাতে ঐ ব্যক্তির পরিসংখ্যাকে এই দুই দলের যে কোনও একটির পরিসংখ্যার সংগে তুলনা করা যায়। প্রথম দল এমন দল হবে যার মধ্যে ব্যক্তি নিজেই একক হিসেবে উপস্থিত থাকবে। ঐ দলে ব্যক্তির কর্ম সম্পাদন ও যোগ্যতার তুলনা অন্য ব্যক্তিদের সংগে নির্ভুলভাবে করা যাবে। দ্বিতীয় দল এইরূপ হবে যাতে ঐ ব্যক্তি অর্থবহ হয়; উদাহরণস্বরূপ বলা যেতে পারে যে, যদি একটি কলেজ ছাত্রের আগ্রহ পরিসূচীর প্রয়োগ মাধ্যমে তার শিক্ষাগত যোগ্যতার পরিমাপ লব্ধ প্রাপ্তাংক অপর একটি কলেজের তার সমধর্মী ছাত্রদের উপর ঐ একই পরিসূচী প্রয়োগ করে লব্ধ প্রাপ্তাংকের সংগে তুলনা করা হয় তাহলে ঐ ছাত্রের শিক্ষাগত যোগ্যতার ব্যাখ্যায় ত্রুটি খুবই কম হয়। বিবেচনাত্মক বা ব্যাখ্যা সংক্রান্ত ত্রুটি সমূহ সম্বন্ধে শেষ সমস্যা হলো যে, ব্যক্তির পরিসংখ্যা বা এই ব্যক্তি সম্বন্ধীয় সুব্যবস্থিত দলের (normative groups) মূল পরিসংখ্যা সমূহ মানসিক বয়স সম্পর্কিত পরিসংখ্যা, বুদ্ধ্যঙ্ক, শতাংশ বিন্দু, তুল্যাঙ্কমান বা নর্ম বা অন্য কোন প্রকারের পরিবর্তিত পরিসংখ্যায় (derived scores) পরিবর্তিত ক'রে উভয়ের মধ্যে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক (coefficient of correlation) নির্ণয় করতে হয়। তাতে ব্যাখ্যা সংক্রান্ত ত্রুটির মাত্রা খুবই কম হয়।

॥ দুই ॥ পরিবর্তনশীল ত্রুটি (Variable error)—মনোবৈজ্ঞানিক পরিমাপে অপর প্রকার ত্রুটিগুলিকে পরিবর্তনশীল ত্রুটি নামে অভিহিত করা যায়। এইগুলি বিভিন্ন কারণে অশুদ্ধতা বা অকস্মাৎ তত্ত্বের (chance theory) ফলস্বরূপ উৎপন্ন হয়। উদাহরণস্বরূপ, আজ, কাল বা পরশু তিনদিন যদি আমরা মাপনী বা স্কেলের সাহায্যে কোনও একটি টেবিলের দৈর্ঘ্য মাপি তাহলে আমরা প্রতিটি অবস্থাতে পরিমাপে কিছু না কিছু পার্থক্য পাবো। এই প্রকার ত্রুটি মানসিক অভীক্ষায়ও পাওয়া যায়। এইরূপ ত্রুটি ভৌতিক পদার্থ সকল পরিমাপে অপেক্ষাকৃত ভাবে অধিক মাত্রায় পাওয়া যায়। যেমন একটি ত্রুটিপূর্ণ ঘড়ি কখনও দ্রুত চলে, আবার কখন আস্তে চলে। ফলে, তার সাহায্যে সঠিক সময়ের পরিমাপ করা চলে না। পরীক্ষা করার সময় হঠাৎ পেন্সিল ভেঙ্গে যাওয়া, কোনও প্রকারের শব্দ শুনতে বাধ্য হওয়া, কোনভাবে শরীর খারাপ হওয়া বা খারাপ বোধ হওয়া, পরীক্ষকের অশুদ্ধ নির্দেশ দান প্রভৃতি কারণসমূহে প্রভাবিত ব্যক্তিদের পরীক্ষা-লব্ধ পরিসংখ্যার মধ্যে পার্থক্য অবশ্যই দেখা যায়। এমন স্থিতি অকস্মাৎ অশুদ্ধতার কারণেই হ'য়ে থাকে। এইগুলিকেই পরিবর্তনশীল ত্রুটি (variable error) বলা হয়। এই ত্রুটিগুলির মাত্রা এক ব্যক্তি থেকে অপর ব্যক্তির মধ্যে ভিন্ন রূপ হতে পারে। আবার একই ব্যক্তিকে দুটি ভিন্ন ভিন্ন সময়ে পরিমাপ করলে ত্রুটির মাত্রা কম হ'তে পারে। যেমন একই অভীক্ষা যদি এক দল ছাত্রের উপর বার বার প্রয়োগ ক'রে একই রকম ফল পাওয়া যায় তাহলে বলা যেতে

পারে যে অভীক্ষাটির মধ্যে পরিবর্তনশীল ত্রুটি নেই। অভীক্ষার এই গুণকে নির্ভর-যোগ্যতা (Reliability) বলা হয়। পরিমাপের এই প্রকার ত্রুটি নির্ভর-যোগ্যতার মাত্রার উপর ভিত্তি ক'রে নির্ণয় করা হয়।

॥ তিন ॥ **ব্যক্তিগত বা পর্যবেক্ষণমূলক ত্রুটি (Personal Errors or Error of observation)**—পরিমাপে তৃতীয় প্রকারের যে ত্রুটি দেখা যায় তাকে ব্যক্তিগত বা পর্যবেক্ষণমূলক ত্রুটি বলা হয়। ব্যক্তিগত ত্রুটিগুলি আত্মনিষ্ঠ উপাদানের (Subjective element) দ্বারা প্রভাবিত হয়ে থাকে। উদাহরণ স্বরূপ যদি কোন মোটরগাড়ীতে বসা চার ব্যক্তিকে গাড়ীর মিটার পড়তে বলা হয় তাহলে সম্পূর্ণ সঠিকভাবে মিটারের রিডিং পড়তে চার ব্যক্তির মধ্যে পার্থক্য আমরা পরিণামে দেখতে পাবো। একইভাবে যদি ঐ একই বিষয় দুই ব্যক্তি সঠিকভাবে নিরীক্ষণ করে তাহলেও দেখা যাবে যে তারা ভিন্ন ভিন্ন ভাবে তাদের মতামত প্রকাশ করছে। কারণ তারা কোনও বস্তু বা সম্পাদিত কার্য কেবল নিজের অভিমতের পরিপ্রেক্ষিতে দেখে থাকে। আবার যদি এক পরীক্ষার্থীকে দু'জন পরীক্ষক দ্বারা পরীক্ষা করা হয় কিংবা সেই পরীক্ষার্থীকে একই অভীক্ষা দ্বারা দু'টি ভিন্ন সময়ে পরীক্ষা করা হয় তাহলে পরীক্ষা নেওয়ার পর পরীক্ষার ফলাফলে যথেষ্ট পার্থক্য দেখা যায় যা পরীক্ষকের ব্যক্তিগত বা পর্যবেক্ষণমূলক ত্রুটিই প্রকাশ করে। কারণ ব্যক্তির ব্যক্তিগত অভিমত ব্যক্তির নিরীক্ষণে সময় সময় পার্থক্য সৃষ্টি ক'রে থাকে। এই কারণে আচরণের বিশেষত্বগুলি পরিমাপের সময় ব্যক্তিগত ত্রুটিগুলি সম্বন্ধে বিশেষ মনোযোগ দিতে হয়। পরীক্ষণ এবং পরিমাপের ক্ষেত্রে নৈর্ব্যক্তিকতা দ্বারা এই ত্রুটি কম করার চেষ্টা করা যেতে পারে।

॥ চার ॥ **ধ্রুবক বা স্থায়ী ত্রুটি (Constant error)**—যদি ভুল পরিমাপক যন্ত্র নির্বাচন করা হয় কিংবা নির্ভুলভাবে পরিমাপক যন্ত্র ব্যবহার না করা হয় তাহলে যে ত্রুটি ঘটে থাকে তাকে স্থায়ী ত্রুটি (constant error) বলা হয়। ভুল বশতঃ পরিমাপক যন্ত্র নির্বাচন সাধারণতঃ মনোবৈজ্ঞানিক এবং শিক্ষামূলক পরিমাপের ক্ষেত্রেই ঘটে থাকে। অনেক সময় শিক্ষাগত এবং মানসিক বৈশিষ্ট্যগুলি পরিমাপের জন্য নির্ভুল ও সঠিক অভীক্ষা নির্বাচন করা সম্ভব হয় না। কারণ অভীক্ষাগুলির প্রকৃতি প্রায়ই সমরূপ হওয়ায় এই বিভ্রান্তি ঘটে থাকে। কিন্তু ভৌত বস্তুগুলি পরিমাপের ক্ষেত্রে সাধারণতঃ এধরণের ভুল হয় না। কারণ যে পরিমাপক যন্ত্রের সাহায্যে ভৌত বস্তুগুলি পরিমাপ করা হয় সেই পরিমাপক যন্ত্র সর্বদা বৈধরূপে গ্রাহ্য হয়। পক্ষান্তরে স্থায়ী ত্রুটি দূর ক'রে ব্যক্তির শিক্ষাগত ও মানসিক বৈশিষ্ট্যগুলি পরিমাপ করতে হ'লে বৈধ অভীক্ষা নির্বাচন করা প্রয়োজন। তবে বৈধ অভীক্ষা নির্বাচন করা ছাড়া আর একটি কারণে স্থায়ী ত্রুটি হতে পারে। সেটি হ'ল ভুলভাবে অভীক্ষার প্রয়োগ। উদাহরণস্বরূপ যখন কোন যন্ত্রে উৎপন্ন তাপ পরিমাপ করার সময় একটি থার্মোমিটারকে ঐ যন্ত্রের কাছে রাখা হয় এবং থার্মোমিটারটিকে কোন ব্যক্তির

গায়ে স্পর্শ করানো না যায় তখন যে তাপমাত্র পাওয়া যাবে তা কখনো ঐ ব্যক্তির প্রকৃত তাপমাত্রা হবে না। ফলে পরিমাপে কিছু ত্রুটি থেকে যাবে। এক্ষেত্রে প্রতিবারে একই রকম ভুল হবে। এই জাতীয় ভুলকে স্থায়ী ত্রুটি বলা হয়। যে পদ্ধতিতে মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষামূলক অভীক্ষাসমূহের স্থায়ী ত্রুটি দূর করা যায়, তাকে অভীক্ষার বৈধতা (validity) বলা হয়। যে শিক্ষাগত যোগ্যতা বা মানসিক বৈশিষ্ট্য পরিমাপ করার উদ্দেশ্যে অভীক্ষা ব্যবহার করা হয় এবং অভীক্ষাটি যদি তা নির্ভুলভাবে সম্পাদন করতে পারে তাহলে অভীক্ষাটিকে বৈধ অভীক্ষা (valid test) বলা হবে।

এখানে সাধারণতঃ যে চারটি ত্রুটির বিষয় উল্লেখ করা হ'ল তাদের পরিপ্রেক্ষিতে একটি উত্তম অভীক্ষা আবশ্যিকভাবে আদর্শায়িত (standardised), নির্ভরযোগ্য (reliable), নৈর্ব্যক্তিক (objective) এবং বৈধ (valid) হবে। কিভাবে মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষামূলক অভীক্ষাগুলির বিভিন্ন ত্রুটিগুলি দূর ক'রে অভীক্ষা-গুলিকে উত্তম অভীক্ষায় পর্যবসিত করা যায় পরবর্তী পরিচ্ছেদে সে সম্বন্ধে আলোচনা করা হয়েছে। এখানে আদর্শ বা উত্তম অভীক্ষার বৈশিষ্ট্য আলোচনা প্রসঙ্গে তার চারটি বৈশিষ্ট্য যে স্মরণ রাখা প্রয়োজন তা তালিকাকারে উল্লেখ করা হ'ল।

সারণী 7.1

ত্রুটির প্রকৃতি, দূরীকরণের মাধ্যম ও উত্তম অভীক্ষার বৈশিষ্ট্য

ত্রুটির প্রকৃতি	দূরীকরণের মাধ্যম	উত্তম অভীক্ষার বৈশিষ্ট্য
তাৎপর্য নির্ণয় সংক্রান্ত ত্রুটি	অভীক্ষার আদর্শায়ন	আদর্শায়ন (Standardisation)
পরিবর্তনশীল ত্রুটি	অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা নির্ণয়	নির্ভরযোগ্যতা (Reliability)
ব্যক্তিগত বা পর্যবেক্ষণ-মূলক ত্রুটি	অভীক্ষার নৈর্ব্যক্তিকতা নির্ণয়	নৈর্ব্যক্তিকতা (Objectivity)
স্থায়ী ত্রুটি	অভীক্ষার বৈধতা নির্ণয়	বৈধতা (Validity)

পরিসংখ্যানমূলক ত্রুটি সমূহ
(Statistical Errors)

পরিমাপের যে ত্রুটিগুলির বিষয় পূর্বে উল্লেখ করা হয়েছে সেই ত্রুটিগুলি নির্ধারণ করার জন্য যে গণনা করতে হয় রাশি বিজ্ঞানের নিয়মানুসারে তার জন্য পরিসংখ্যান (statistics) ব্যবহারের প্রয়োজন হয়। এই পরিসংখ্যানগুলি প্রয়োগ করার সময় যে ত্রুটিগুলি ঘটে থাকে সেইগুলিকে পরিসংখ্যানমূলক ত্রুটি বলা হয়।

পরিসংখ্যানমূলক ত্রুটিগুলিকে দুইভাগে ভাগ করা হয়।

(এক) বর্ণনাত্মক পরিসংখ্যানমূলক ত্রুটির (Errors of Descriptive Statistics) অন্তর্গত হলো আদর্শ ত্রুটি (Standard error) এবং সম্ভাব্য ত্রুটি (Probable error)।

(দুই) সিদ্ধান্তমূলক ত্রুটির (Inferential errors) অন্তর্গত হলো প্রথম প্রকারের ত্রুটি (Type-I error) এবং দ্বিতীয় প্রকারের ত্রুটি (Type-II error)।

॥ এক ॥ **বর্ণনাত্মক পরিসংখ্যানমূলক ত্রুটি** (**Errors of Descriptive Statistics**)

বর্ণনাত্মক পরিসংখ্যানমূলক ত্রুটি মূলতঃ দু'টি বিধির মাধ্যমে জানা যায়—আদর্শ ত্রুটি (Standard error) এবং সম্ভাব্য ত্রুটি (Probable error)। আদর্শ ত্রুটি এবং সম্ভাব্য ত্রুটির মধ্যে একটি নির্দিষ্ট সম্বন্ধ আছে। আদর্শ ত্রুটি প্রাপ্তাংকের শ্রেণী-প্রসারের উপর অত্যধিক নির্ভরশীল হয়। এই ত্রুটিগুলি সমক বিচ্যুতির (SD) গণনায় জানা যায়। যদি সমকবিচ্যুতিতে (SD) শ্রেণী-প্রসারের পরিসংখ্যা এবং গড়ের মধ্যে পার্থক্য বেশী হয় তাহলে ঐ পার্থক্যের প্রসারও বেশী হবে। সুতরাং এইভাবে নির্ণয় করা মানের (measure) সমকবিচ্যুতি (SD) অশুদ্ধ হবে। এই অবস্থাতে সম্ভাব্য ত্রুটির (Probable error) গণনা করা হয়। আদর্শ ত্রুটি এবং সম্ভাব্য ত্রুটি নির্দেশ করে যে, প্রাপ্ত উপাত্তে কতখানি ত্রুটি আছে বা ত্রুটির সম্ভাবনা কতটুকু আছে। এই ত্রুটিগুলি গণনা করার পরে জানা যেতে পারে যে, এই ত্রুটিগুলি অপ্রত্যাশিত (chance) কারণের জন্য হয় অথবা চলের (variable) পরিবর্তনশীলতার ফলস্বরূপ হয়। যদি এই ত্রুটিগুলি অপ্রত্যাশিত কারণে হয় তা হলে প্রায়ই এই ত্রুটিগুলি কম হবে। কিন্তু যদি এই ত্রুটিগুলি চলের পারস্পর্য পার্থক্যের ফলস্বরূপ হয়, তাহ'লে প্রায়ই এই ত্রুটিগুলি বেশী হবে। ত্রুটি কম বা বেশী হওয়া অনুসন্ধানের প্রকৃতি এবং প্রয়োগের দ্বারা জানা ফলাফল ব্যবহারের উপর নির্ভর করে। কখনো 5% পর্যন্ত ত্রুটিকে অপ্রত্যাশিত (chance) কারণ হিসাবে স্বীকার ক'রে নেওয়া হয়, আবার 1% পর্যন্ত ত্রুটিকেও স্বীকার ক'রে নেওয়াতে আপত্তি করা হয়।

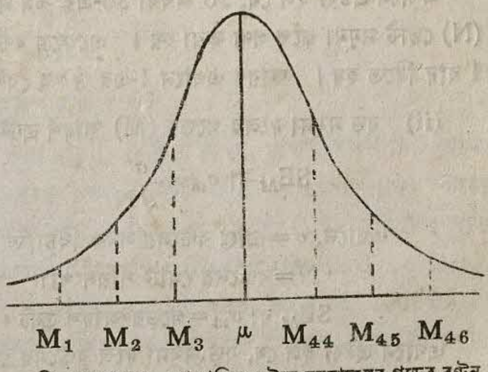
(অ) আদর্শ ত্রুটি (Standard error)

শিক্ষামূলক ও মনোবৈজ্ঞানিক পরীক্ষা-নিরীক্ষার ফলে যে তথ্য পাওয়া যায় সেই তথ্যগুলির তাৎপর্য নির্ণয় ক'রে সার্বজনীন অর্থে বিবেচনা করতে হয়। কিন্তু বাস্তবে পরিমাপের ক্ষেত্রে যে তথ্যগুলি পাওয়া যায় সেগুলি অনেক সময় সার্বজনীন অর্থে বিবেচনা করতে অসুবিধা দেখা দেয়। ধরা যাক, আমরা নবম শ্রেণীর ছাত্রের বিজ্ঞান বিষয়ের স্বাভাবিক বা গড় পারদর্শিতা বিজ্ঞান বিষয়ক একটি অভীক্ষার সাহায্যে পরিমাপ করতে চাই। এখন এই কাজ করতে হ'লে সমস্ত বিদ্যালয়ের যত ছাত্র আছে তাদের উপর অভীক্ষাটি প্রয়োগ করতে হয়। কিন্তু বাস্তবে এই কাজ বিশেষ পরিশ্রম সাধ্য বলে অনেক ক্ষেত্রে তা কার্যকরী করতে অসুবিধার সৃষ্টি হয়। এই অসুবিধা দূর করার জন্য সাধারণতঃ রাশিবিজ্ঞানের এক ধরনের বিশেষ কৌশল গ্রহণ করা হয়। এই কৌশল ব্যবহার ক'রে প্রথমে নমুনা দল নির্বাচন করতে হয় এবং পরে সেই নমুনাদলের বৈশিষ্ট্য পরিমাপ ক'রে তাকেই সামগ্রিক পরিমাপের নির্দেশক হিসাবে বিবেচনা করা হয়। এই কাজ করতে গিয়ে গণনাতে সাধারণভাবে কিছুটা ভুল দেখা দিতে পারে। এই ভুল দূর করার জন্য নমুনাদলের (sample) কোন বৈশিষ্ট্যের পরিমাপকে সাধারণের (population) ক্ষেত্রে পরিমাপ হিসাবে কতটা গ্রহণ করা নির্ভরযোগ্য তা নির্ধারণ করতে হয়। তার জন্য পরিসংখ্যার নির্ভরযোগ্যতায় (Raliability of Statistics) যে সূচক ব্যবহার করা হয় তাকে পরিমাপের আদর্শ ত্রুটি (Standard error of measurement) বলে।

রাশিবিজ্ঞানে যে সব পরিমাপক (measures) ব্যবহার করা হয়, যেমন গড় (Mean), মধ্যমমান (Median), সমকবিচ্যুতি (Standard deviation), সহ-সম্বন্ধ গুণাংক (Coefficient of correlation) প্রভৃতি, সে সবের গণনাতে কিছু না কিছু ত্রুটি থেকে থাকে। এই ত্রুটিগুলি দূর না করে পরিমাপ সম্বন্ধীয় কোন সিদ্ধান্ত নির্ভুলভাবে করা যায় না। এ সম্বন্ধে আলোচনা করতে হলে প্রথমেই কয়েকটি বিষয় সম্পর্কে আমাদের পরিষ্কার ধারণা থাকা আবশ্যক। পরিসংখ্যানে সামগ্রিক জনসংখ্যা (Population) বলতে মানুষ বা জনসমষ্টি বোঝায় না। যে কোন পরিমাপের ক্ষেত্রে একগুচ্ছ (Set) পরিমাপকে সামগ্রিক জনসংখ্যা (Population) বলা হয়। অর্থাৎ যে পরিপূর্ণ পরিমাপগুচ্ছের পরিপ্রেক্ষিতে সিদ্ধান্ত গ্রহণ করা হয় তাকে বলা হয় সামগ্রিক জনসংখ্যা (Population)। (A population may refer to the complete set of observation (measure) about which we would like to draw conclusion)। এই ধারণা থেকে সামগ্রিক জনসংখ্যা বলতে বোঝায় কতকগুলি পরিমাপ। যেমন, আমরা যদি দশ বছর বয়সের ছেলেদের দৈর্ঘ্য পরিমাপ করতে চাই, তাহলে ঐ উচ্চতার পরিমাপগুলি সামগ্রিক জনসংখ্যা হবে। এই সামগ্রিক জনসংখ্যার ক্ষেত্রে যে পরিসংখ্যানগুলি পাওয়া যায় তাদের বলা হয় পরামাণ বা প্যারামিটার (Parameter)। বাস্তবে আদর্শ সামগ্রিক পরিমাপ সম্ভবপর হয় না ব'লে

স্বাভাবিক বণ্টনের (Normal Distribution) পরিপ্রেক্ষিতে গণনা করা হয়। কারণ এই বণ্টনের নিয়মের উপর ভিত্তি ক'রে যে কোন পরিমাপের উপর আস্থা স্থাপন করা যায়।

যেহেতু সামগ্রিক জনসংখ্যা (Population) নিয়ে কাজ করা প্রায় অসম্ভব ও বিশেষ পরিশ্রম সাধ্য হয়, সেইহেতু জনসমষ্টির থেকে যে কোন একটি অংশ নির্বাচন ক'রে কাজ করতে হয়। এই নির্বাচিত অংশকে বলা হয় নমুনা (Sample)। (A Sample is simply a selected part of the population)। অন্যদিকে নমুনা হ'ল একগুচ্ছ (set) পরিমাপ বা স্কোর (A sample is a set of measure or score)। এখন যদি প্রত্যেকটি নমুনার পরিপ্রেক্ষিতে একটি স্ট্যাটিস্টিক বা পরিসংখ্যা নির্ণয় করা যায়, তাহলে সেগুলি কখনও প্রকৃত পরামাণ (Parameter) থেকে বেশী বা কম হবে। একটি জনসংখ্যা থেকে যতগুলি নমুনা পাওয়া যায় তাদের প্রত্যেকটির একটি করে গড় পাওয়া যাবে। পরিসংখ্যানের নিয়ম অনুযায়ী এই নমুনা দলের গড়গুলিও স্বাভাবিক বণ্টনের নিয়ম মেনে চলবে। যদি জনসংখ্যা থেকে 1নং, 2নং, 3নং, 4নং প্রভৃতি এরকম 50টি নমুনা দল নির্বাচন করা হয় তাহ'লে তাদের গড়গুলি $M_1, M_2, M_3, M_4 \cdots M_{50}$ স্বাভাবিক বণ্টনের নিয়ম মেনে চলবে, যার গড় হবে জনসংখ্যার গড় (Population mean) বা μ। ফলে নমুনা দলগুলির গড়ের একটি বণ্টন পাওয়া যাবে। নীচের স্বাভাবিক বণ্টনের চিত্র সংখ্যা 7.1-এর সাহায্যে বোঝানো হয়েছে। অনুরূপভাবে, যে কোন পরিসংখ্যার কথা বলা যেতে পারে। ফলে এই বণ্টনের যে সমকবিচ্যুতি (Standard deviation) পাওয়া যাবে তার দ্বারা বোঝা যাবে যে, কোন বিশেষ পরিমাপ পরামাণ থেকে কতটুকু দূরে অবস্থিত থাকবে। অর্থাৎ কোন্ কোন্ নমুনার পরিমাপকে জনসংখ্যার পরিমাপ হিসেবে বিবেচনা করতে গি'য়ে কি পরিমাণ ত্রুটি হচ্ছে তা এই বিচ্যুতির দ্বারা বোঝানো যায়। এই বিচ্যুতি বোঝানোর জন্য নমুনা পরিসংখ্যার (Sample Statistics) বণ্টনের সমকবিচ্যুতিকে (Standard deviation) সূচক হিসাবে ব্যবহার করা হয়। একেই পরিমাপের আদর্শ ত্রুটি (Standard error of measurement) বলা হয়। (Standard deviation of the distribution of a Statistic is called the standard error of that statistics)



চিত্র সংখ্যা 7.1—স্বাভাবিক বণ্টনে নমুনাদলের গড়ের বণ্টন

সুতরাং আদর্শ ত্রুটি এমন একটি মান যার সাহায্যে জানা যায় যে, কোন নমুনার

গড় (M), সমক বিচ্যুতি (SD) প্রভৃতি ঐ নমুনার মূল জনসংখ্যার বাস্তবিক মান থেকে কতটা কম বা বেশী। আদর্শ ত্রুটির মান কোন নমুনার (sample) স্বরূপ বোঝানোর জন্য প্রয়োজন হয়। আদর্শ ত্রুটি থেকে জানা যেতে পারে যে, নির্বাচিত নমুনা মূল জনসংখ্যার কতটা নিকটে আছে। কোন নমুনার আদর্শ ত্রুটির মান যত কম হবে ঐ নমুনা মূল জনসংখ্যার প্রতিনিধিরূপে তত বেশী পরিমাণে গ্রাহ্য হবে এবং ঐ নমুনার (sample) পর্য্যালোচনা থেকে জানা সিদ্ধান্তও মূল জনসংখ্যার সত্যতাকে তত বেশী ক'রে প্রকাশ করতে পারবে। উত্তম নমুনার আদর্শ ত্রুটি সাধারণতঃ কম হয়। বিভিন্ন প্রাপ্তাংকের বা স্কোরের আদর্শ ত্রুটি নির্ণয় করার জন্য বিভিন্ন সূত্র বা পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়। এখানে এমনি সব পদ্ধতিগুলি আলোচনা করা হয়েছে।

॥ **এক** ॥ **গড়ের আদর্শ ত্রুটি** (**Standard error of Mean**)—নমুনা দলের পরিসংখ্যা থেকে প্রাপ্ত বণ্টনের গড়ের আদর্শ ত্রুটি নির্ণয় করা হয়।

(i) ছোট নমুনা দলের গড়ের (M) আদর্শ ত্রুটির (SE) সূত্র হল—

$$SE_M \text{ বা } \sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{N-1}}$$

এখানে, σ = প্রাপ্ত বণ্টনের সমক বিচ্যুতি

N = বণ্টনের মোট পরিসংখ্যা

SE_M বা σ_m = গড়ের আদর্শ ত্রুটি

এখানে দ্রষ্টব্য হল যে, 30 অথবা 30-এর কম নমুনা বণ্টনের মোট পরিসংখ্যাকে (N) ছোট নমুনা রূপে গণ্য করা হয়। এক্ষেত্রে বণ্টনের মোট পরিসংখ্যা (N) থেকে 1 বাদ দিতে হয়। কারণ এখানে 1-এর গুরুত্ব বেশী বলে বিবেচনা করা হয়।

(ii) বড় নমুনা দলের গড়ের (M) আদর্শ ত্রুটি (SE) সূত্র হল—

$$SE_M \text{ বা } \sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

এখানে, σ = প্রাপ্ত বণ্টনের সমক বিচ্যুতি

N = বণ্টনের মোট পরিসংখ্যা

SE_M বা σ_m = গড়ের আদর্শ ত্রুটি

এখানে দ্রষ্টব্য হল যে, বড় নমুনা দলে বণ্টনের মোট পরিসংখ্যা (N) থেকে 1 বাদ দেওয়া হয় না। কারণ বড় নমুনা দলের পরিসংখ্যায় 1-এর গুরুত্ব কম হয়।

বিশেষভাবে একটা বিষয় এখানে লক্ষ্য করা যায় যে, যদিও 'σ' চিহ্ন দ্বারা জনসংখ্যার সমক বিচ্যুতি বোঝানো হয়, তথাপি পূর্বের সূত্র দ্বয়ে 'σ' চিহ্ন জনসংখ্যার সমক বিচ্যুতি বোঝালেও নমুনা দলের আদর্শ ত্রুটি নির্ণয় করার জন্য এই 'σ' মানকেই গ্রহণ করা হয়। সাধারণতঃ নমুনা দলের সমক বিচ্যুতিকে 's' চিহ্ন দ্বারা নির্দেশ করা হ'লেও 'σ' চিহ্নকে 'S' চিহ্নের পরিবর্তিত মান রূপে ব্যবহার করায় পরিসংখ্যানে কোন বিধি নিষেধ লক্ষ্য করা যায় না।

এই আদর্শ ত্রুটির পরিমাপের সাহায্যে প্রাপ্ত গড়কে জনসংখ্যার (population) গড়রূপে বিবেচনা করা কতটা নির্ভরযোগ্য হবে তা নির্ধারণ করা যায়। এখানে একথা বলা যায় যে, আদর্শ ত্রুটি হ'ল এক ধরণের সমক বিচ্যুতি। এটি হ'ল জনসংখ্যা থেকে নেওয়া বিভিন্ন নমুনা দলের গড় বণ্টনের সমক বিচ্যুতি (standard deviation of sample means)। ফলে স্বাভাবিক বণ্টনের নিয়ম অনুযায়ী যদি 100টি নমুনা দল (sample) জনসংখ্যা (population) থেকে গ্রহণ করা হয়, তাহলে তাদের গড়গুলির মধ্যে 68টি (68·26%) $\pm\sigma_m$ এর মধ্যে থাকবে। এই নিয়ম অনুসারে 95টি নমুনার গড় (sample means) $\pm 2\sigma_m$ (প্রকৃত পক্ষে $\pm 1{\cdot}96\ \sigma_m$) এর মধ্যে থাকবে। অন্যভাবে বলা যায় যে, কোন বিশেষ নমুনা দলের গড় (mean) শতকরা 95 ভাগ থেকে $\pm 1{\cdot}96\sigma_m$ সীমার বাইরে হবে না। উদাহরণের মাধ্যমে বিষয়টি বোঝানো যেতে পারে।

ধরা যাক, একটি শহরে কোন বিদ্যালয়ে 200 জন নবম শ্রেণীর ছাত্রের উপর বিজ্ঞানের একটি অভীক্ষা প্রয়োগ করে দেখা গেল তাদের প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের গড় 50·2 এবং সমক বিচ্যুতি 9·8। এই গড় সংখ্যাকে সব নবম শ্রেণীর ছাত্রের পারদর্শিকতা হিসাবে বিবেচনা করলে তা কতটা নির্ভরযোগ্য হবে ?

গড়ের আদর্শ ত্রুটির সূত্র অনুযায়ী $\sigma_m = \dfrac{\sigma}{\sqrt{N}}$

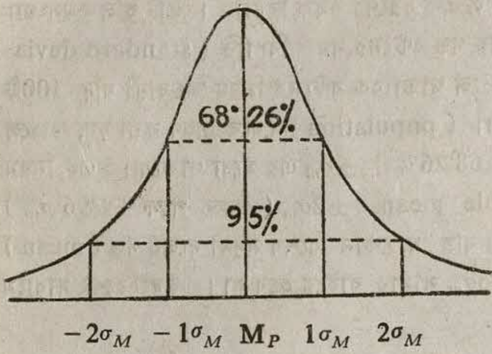
এখানে, $\sigma_m = \dfrac{9{\cdot}8}{\sqrt{200}} = \dfrac{9{\cdot}8}{14{\cdot}1421} = {\cdot}69$

∴ প্রাপ্ত গড় (50·2)-এর আদর্শ ত্রুটি = ·69

একটি জিনিষ এখানে লক্ষ্য করা যায়। সেটি হ'ল যে, গড়ের আদর্শ ত্রুটি নমুনা দলের গড়ের উপর নির্ভর করে না। আদর্শ ত্রুটি নমুনা দলের প্রাপ্তাংক বণ্টনের সমক বিচ্যুতির (σ) সমানুপাতী এবং বণ্টনের প্রাপ্তাংক সংখ্যার (N) বর্গমূলের ব্যস্ত অনুপাতী (standard error varies directly with the standard deviation of the distribution and inversely with the square root of the number)। নমুনা দলের সমকবিচ্যুতিকে প্রত্যক্ষভাবে নিয়ন্ত্রণ করা সহজসাধ্য নয়। তাই আদর্শ ত্রুটি কমাতে হলে $\sqrt{N}$-এর মান বাড়াতে হয়। অর্থাৎ নমুনা দলে প্রাপ্তাংকের সংখ্যা (N) যত বেশী হবে, আদর্শ ত্রুটি তত কম হবে। নমুনা দলের আয়তন যত বেড়ে যাবে, ত্রুটি তত কম হবে।

যে কোন স্বাভাবিক বণ্টনে (যেমন চিত্র সংখ্যা 7·2-তে দেখানো হয়েছে) দেখা যায় যে, শতকরা 68·26 প্রাপ্তাংক $M\pm1\sigma$ প্রসারের মধ্যে এবং শতকরা 95 প্রাপ্তাংক $M\pm1{\cdot}96\sigma$ ($M\pm2\sigma$) প্রসারের মধ্যে থাকে। এখন প্রাপ্ত গড় (Mean = 50·2) একটি নমুনা দলের প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের গড়। যদি ঐ শহরের সকল

ছাত্রের উপর অভীক্ষাটি প্রয়োগ করা সম্ভব হয়, তাহলে সকল ছাত্রের অভীক্ষা লব্ধ প্রাপ্তাংকের একটি গড় পাওয়া যায়। একে গড় প্রাপ্তাংক (Mean score) বা জনসংখ্যার গড় (Population Mean) বলা হয়। ধরা যাক, যদি এই গড় $= M_p$ হয়,তাহলে ঐ জনসংখ্যা থেকে যতগুলি নমুনা দল গঠন করা হোক না কেন, ঐ সব নমুনা দলের গড়গুলি M_p এর দু'দিকে স্বাভাবিক বণ্টনের নিয়মে বিস্তৃত থাকবে (চিত্র সংখ্যা 7.2)। আর এই গড়-গুলির বণ্টনের সমক বিচ্যুতি হবে σ_m বা ·69। তাহলে বলা যেতে পারে যে, $M_p \pm$ ·69 প্রসারের মধ্যে শতকরা 68·26 ভাগ নমুনা দলের গড় থাকবে এবং $M_p \pm 1·96 \times ·69$ বা $M_p \pm 1·35$ প্রসারের মধ্যে শতকরা 95 ভাগ নমুনা দলের গড় থাকবে।



চিত্র সংখ্যা 7.2—স্বাভাবিক বণ্টনে শতকরা হিসেবে জনসখ্যার প্রাপ্তাংকের (Population Scores) প্রসার

সুতরাং $M_p \pm 1·35$ এর মধ্যে শতকরা 95 ভাগ নমুনাদলের গড় থাকা উচিত। অর্থাৎ নির্দিষ্ট বিদ্যালয়ের নবম শ্রেণীর ছাত্রদের প্রাপ্ত গড় প্রাপ্তাংক 50·2-কে ঐ বছরের নবম শ্রেণীতে পাঠরত সকল ছাত্রের গড় পারদর্শিকতা হিসাবে গ্রহণ করলে মাত্র শতকরা পাঁচবার (100 − 95) এমন ভুল হ'তে পারে যাতে ঐ মান ±1·35 একক বা 1·35 এর বেশী বা 1·35 এর কম হ'তে পারে। অর্থাৎ শতকরা 95 ভাগ ক্ষেত্রে ±1·35 পরিসরের মধ্যেই মান পাওয়া যাবে। অতএব শতকরা 5% নির্ভরযোগ্যতার স্তরে ঐ মানটিকে সার্বিক হিসাবে গ্রহণ করা যেতে পারে।

॥ দুই ॥ মধ্যমমানের আদর্শ ত্রুটি (Standard error of Median or Mdn)—মধ্যমমানের আদর্শ ত্রুটি (Standard error) দু'ভাবে নির্ণয় করা যায়। একটি ক্ষেত্রে নমুনাদলের সমকবিচ্যুতির ভিত্তিতে, অন্যটিতে নমুনাদলের বণ্টনের চতুর্থাংশ বিচ্যুতির (Quartile deviation) ভিত্তিতে। মধ্যমমানের আদর্শ ত্রুটি সাধারণতঃ গড়ের (Mean) আদর্শ ত্রুটির $1\frac{1}{4}$ গুণ হয়। অর্থাৎ গড়ের আদর্শত্রুটিকে 1·25 দিয়ে গুণ করলে ঐ বণ্টনের মধ্যমমানের আদর্শত্রুটি পাওয়া যায়।

(i) SE_{Mdn} বা $\sigma_{Mdn} = \frac{1·25\sigma}{\sqrt{N}}$ (সমক বিচ্যুতি থেকে আদর্শ ত্রুটি নির্ণয়ের পদ্ধতি)

(ii) SE_{Mdn} বা $\sigma_{Mdn}=\frac{1.858Q}{\sqrt{N}}$ (চতুর্থাংশ বিচ্যুতি থেকে আদর্শ ত্রুটি নির্ণয় পদ্ধতি)

॥ তিন ॥ **সমক বিচ্যুতির আদর্শ ত্রুটি (Standard error of standard deviation or σ)**—গড়ের আদর্শ ত্রুটি নির্ণয় করার মতই সমক বিচ্যুতির আদর্শ ত্রুটি নির্ধারণ করা হয়। এই উদ্দেশ্যে নিম্নলিখিত সূত্রের সাহায্য গ্রহণ করা হয়।

SE_{σ} বা $\sigma_{\sigma}=\frac{\sigma}{\sqrt{2N}}$ (এখানে, σ = বণ্টনের সমক বিচ্যুতি এবং N = প্রাপ্তাংকের মোট সংখ্যা)

অনেক সময় এই ত্রুটি নির্ণয় করার জন্য নিম্নলিখিত সূত্রটি ব্যবহার করা হয়।

SE_{σ} বা $\sigma_{\sigma}=\frac{.71\sigma}{\sqrt{N}}$ (এখানে σ = বণ্টনের সমক বিচ্যুতি এবং N = প্রাপ্তাংকের মোট সংখ্যা)

॥ চার ॥ **চতুর্থাংশ বিচ্যুতির আদর্শ ত্রুটি (Standard error of Quartile deviation or Q)**—সমক বিচ্যুতি বা চতুর্থাংশ বিচ্যুতির যে কোন একটি মান থেকে চতুর্থাংশ বিচ্যুতির আদর্শ ত্রুটি নির্ণয় করা যায়। নিম্নলিখিত যে কোন একটি সূত্রের সাহায্যে এই ত্রুটি নির্ধারণ করা হয়।

(i) SE_Q বা $\sigma_Q=\frac{.786\sigma}{\sqrt{N}}$ (এখানে, σ = বণ্টনের সমক বিচ্যুতি এবং N = প্রাপ্তাংকের মোট সংখ্যা)

(ii) SE_Q বা $\sigma_Q=\frac{1.17Q}{\sqrt{N}}$ (এখানে, Q = বণ্টনের চতুর্থাংশ বিচ্যুতি এবং N = প্রাপ্তাংকের মোট সংখ্যা)

॥ পাঁচ ॥ **শতকরা হারের আদর্শ ত্রুটি (Standard error of percentage)**—মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষাবিষয়ক পরিমাপের ক্ষেত্রে অনেক সময় কোন বিষয় সম্বন্ধে সিদ্ধান্ত গ্রহণ করার জন্য শতকরা সঠিক উত্তরের হারকে ভিত্তি হিসাবে গ্রহণ করা হয়। যখন কোন অভীক্ষার একটি প্রশ্ন নির্বাচন করা হয়, তখন শতকরা কতজন ঐ প্রশ্ন সঠিকভাবে উত্তর করতে পারে তা নির্ধারণ ক'রে প্রশ্নটি নির্বাচন করা হয়। এক্ষেত্রে নমুনাদল ব্যবহার করা হয়। এখন সম্পূর্ণ জনসংখ্যার (population) হার হিসাবে নমুনাদলের হারকে ধরলে, কতটা নির্ভরযোগ্য হবে, তা

বোঝাবার জন্য শতকরা হারের আদর্শ ত্রুটি নির্ণয় করতে হয়। এই ত্রুটি নির্ণয় করার জন্য নিম্নলিখিত সূত্র ব্যবহার করা হয়।

$$SE_{\%} \text{ বা } \sigma_{\%} = \sqrt{\frac{PQ}{N}}$$

এখানে, P = যে শতকরা হারের আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয় করা হচ্ছে। অর্থাৎ যে বৈশিষ্ট্যটি পরিমাপ করা হচ্ছে তার অস্তিত্বের শতকরা হার।

Q = 100 − P, অর্থাৎ যে বৈশিষ্ট্য পরিমাপ করা হচ্ছে, তা শতকরা যতগুলি ক্ষেত্রে দেখা যায় নি।

N = মোট সংখ্যা।

সাধারণতঃ যেখানে দু'টি সম্ভাব্য উত্তর পাওয়া যায়, সেখানে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংককে শতকরা হারে প্রকাশ করা হয় এবং এই পদ্ধতিতে তার নির্ভরযোগ্যতা বিচার করা হয়।

শতকরা হারের নির্ভরযোগ্যতা নির্ধারণ করতে হলে নিম্নলিখিত পর্যায়ে কাজ করতে হয়।

প্রথমতঃ, যে শতকরা হারের (%) নির্ভরযোগ্যতা নির্ণয় করতে হয় তা বের করতে হবে (P)।

দ্বিতীয়তঃ, Q = 100 − P সূত্রের মাধ্যমে শতকরা ভুল উত্তরের হার বের করতে হবে।

তৃতীয়তঃ, আদর্শ ত্রুটি $SE_{\%}$ বা $\sigma_{\%} = \sqrt{\frac{PQ}{N}}$ এই সূত্র ব্যবহার ক'রে নির্ণয় করতে হবে।

গড়ের আদর্শ ত্রুটির ন্যায় শতকরা হারের আদর্শ ত্রুটির তাৎপর্য নির্ণয় করতে হয়। আমরা জানি যে, নমুনাদলের নির্ভুল বা ভুল উত্তরের শতকরা হার স্বাভাবিক বণ্টনের নিয়ম মেনে চলে। সুতরাং যদি জনসংখ্যার (Population) শতকরা নির্ভুল উত্তরের হার P_p হয়, তাহলে $P_p \pm 2\sigma\%$এর মধ্যে শতকরা 95 টি নমুনাদলের নির্ভুল উত্তরের হার থাকবে। সুতরাং বলা যায় যে, শতকরা 95টি ক্ষেত্রে প্রাপ্ত শতকরা হারটি ধনাত্মক প্রাপ্তাংক এবং ঋণাত্মক প্রাপ্তাংকের মধ্যে থাকবে, বা ধনাত্মক প্রাপ্তাংকের বেশী বা ঋণাত্মক প্রাপ্তাংকের কম হবে না। একই ভাবে শতকরা 99টি নমুনাদলের নির্ভুল উত্তরের হার নির্ণয় ক'রে তার নির্ভরযোগ্যতা নির্ধারণ করা যায়। এক্ষেত্রে যদি জনসংখ্যার (Population) শতকরা নির্ভুল উত্তরের হার P_p হয়, তাহলে $P_p \pm 3\sigma\%$এর মধ্যে শতকরা 99টি নমুনাদলের নির্ভুল উত্তরের হার থাকবে। অর্থাৎ শতকরা 99টি ক্ষেত্রে প্রাপ্ত শতকরা হারটি ধনাত্মক প্রাপ্তাংক এবং ঋণাত্মক প্রাপ্তাংকের মধ্যে থাকবে, বা ধনাত্মক প্রাপ্তাংকের বেশী বা ঋণাত্মক প্রাপ্তাংকের কম হবে না।

॥ ছয় ॥ **সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের আদর্শ ত্রুটি (Standard error of coefficient of correlation)**—দু'টি চলের (variable) মধ্যে সহ-সম্বন্ধ বোঝানোর জন্য সহ-সম্বন্ধ গুণাংক (coefficient of correlation) ব্যবহার করা হয়। মনোবৈজ্ঞানিক বা শিক্ষামূলক পরিমাপের জন্য যখন দু'টি বৈশিষ্ট্যের মধ্যে সম্পর্ক সহ-সম্বন্ধ গুণাংক (r) দ্বারা প্রকাশ করা হয়, তখন তা প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের মাধ্যমে করা হয়। যেমন, একদল ছাত্রের ইংরেজী ও বাংলা বিষয়ে পারদর্শিকতার মধ্যে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক (r) হ'ল ·62 ($r = {·}62$)। এখন, যদি এই সূচককে সাধারণ জনসংখ্যার ঐ দুই বিষয়ের পারদর্শিতার সম্পর্ক হিসাবে বিবেচনা করা হয়, তাহলে সেক্ষেত্রে নির্ভরযোগ্যতার প্রশ্ন আসে। সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের নির্ভরযোগ্যতা স্থির করার জন্য বিভিন্ন পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়। এখানে এমন দু'টি পদ্ধতির কথা উল্লেখ করা হয়েছে।

(ক) গড়ের আদর্শ ত্রুটি নির্ণয় করার নিয়ম অনুসারে সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের আদর্শ ত্রুটি নির্ণয় করা যায়। এই আদর্শ ত্রুটি নির্ণয় করার সূত্র হ'ল—

$$SE_r \text{ বা } \sigma_r = \frac{1-r^2}{\sqrt{N}}$$

এখানে, r = প্রাপ্ত সহ-সম্বন্ধ গুণাংক
N = চলের মোট সংখ্যা।

সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের আদর্শ ত্রুটি নির্ণয় করার এই নিয়মে তার তাৎপর্য নির্ধারণ করা গাণিতিক দিক থেকে অনেক সময়ই অসুবিধাজনক হয়। কারণ বিভিন্ন নমুনা-দলের প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের মধ্যে 'r' নির্ণয় করলে, তা স্বাভাবিক বণ্টনের নিয়ম মেনে চলে না। এই বণ্টন তখনই স্বাভাবিক হতে পারে যখন জনসংখ্যায় প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের মধ্যে সহ-সম্বন্ধ গুণাংককে শূন্য ($r=0$) ধরা হয়। কিন্তু এই মান ধরলে মূল নীতি থেকে বিচ্যুত হওয়ার সম্ভাবনা থেকে যায়। এই অসুবিধা দূর করার জন্য একটি বিকল্প পদ্ধতি গ্রহণ করা হয়। তবে 'r' এর মান $\pm{·}50$-র কাছাকাছি হ'লে এবং প্রাপ্তাংক সংখ্যা 100 বা তার বেশী হ'লে এই নিয়মে আদর্শ ত্রুটির ব্যাখ্যা করা যেতে পারে।

(খ) পূর্বোক্ত বিধিতে আদর্শ ত্রুটি নির্ধারণে যে গাণিতিক ত্রুটি দেখা যায় তা দূর করার জন্য একটি বিকল্প বিধি ব্যবহার করা যায়। এই বিধিতে প্রাপ্ত সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের মান 'r' কে ফিসারে (Fisher) Z-ফাংশান (Z-function)এ পরিবর্তন করা হয়। পরে Z-এর আদর্শ ত্রুটি নির্ণয় করা হয়। এই আদর্শ ত্রুটির ভিত্তিতে যে কোন একটি নির্ভরতা স্তরে (confidence level) Z-এর প্রসারটি নির্ধারণ করা হয়। শেষে প্রাপ্ত প্রসারের প্রান্তীয় Z-মানগুলিকে আবার 'r' মানে পরিবর্তন করা হয়।

আর. এ. ফিসার (R. A. Fisher) 'r'-এর মানকে Z-এ পরিবর্তন করার জন্য যে নিয়ম প্রবর্তন করেন, সেই নিয়ম হল—

$$Z=\tfrac{1}{2}[\log(1+r)-\log(1-r)]$$

কাজের সুবিধার জন্য এই নিয়ম অনুসরণ ক'রে 'r' মানকে Z-ফাংশানে পরিবর্তন করার জন্য একটি আদর্শায়িত তালিকা তৈরী করা হ'য়েছে। তালিকাটি নীচে দেখানো হ'য়েছে।

সারণী 7.2

'r' মান গুলির Z-ফাংশানে রূপান্তরিত করণ

r	Z	r	Z	r	Z	r	Z	r	Z	r	Z	r	Z	r	Z
·10	·10	·21	·21	·32	·33	·43	·46	·54	·60	·65	·78	·76	1·00	·87	1·33
·11	·11	·22	·22	·33	·34	·44	·47	·55	·62	·66	·79	·77	1·02	·88	1·38
·12	·12	·23	·23	·34	·35	·45	·48	·56	·63	·67	·81	·78	1·05	·89	1·42
·13	·13	·24	·25	·35	·37	·46	·50	·57	·65	·68	·83	·79	1·07	·90	1·47
·14	·14	·25	·26	·36	·38	·47	·51	·58	·66	·69	·85	·80	1·10	·91	1·53
·15	·15	·26	·27	·37	·39	·48	·52	·59	·68	·70	·87	·81	1·13	·92	1·59
·16	·16	·27	·28	·38	·40	·49	·54	·60	·69	·71	·89	·82	1·16	·93	1·66
·17	·17	·28	·29	·39	·41	·50	·55	·61	·71	·72	·91	·83	1·19	·94	1·74
·18	·18	·29	·30	·40	·42	·51	·56	·62	·73	·73	·93	·84	1·22	·95	1·83
·19	·19	·30	·31	·41	·44	·52	·58	·63	·74	·74	·95	·85	1·26	·96	1·95
·20	·20	·31	·32	·42	·45	·53	·59	·64	·76	·75	·97	·86	1·29	·97	2·09
														·98	2·30
														·99	2·65

Z-ফাংশানের আদর্শ ত্রুটি নির্ণয় করার জন্য নিম্নলিখিত সূত্র ব্যবহার করা হয়।

$$SE_Z \text{ বা } \sigma_Z=\frac{1}{\sqrt{N-3}}$$

এখানে, N = বন্টনের মোট পরিসংখ্যা

এখানে, σ_Z এর মান শুধুমাত্র N এর উপর নির্ভর করে। কিন্তু σ_r এর মান 'r' এবং N উভয়ের উপর নির্ভর করে।

(আ) সম্ভাব্য ত্রুটি (Probable error)

আমরা জানি যে, অনির্ভরতার ত্রুটির একটা কারণ হ'ল আকস্মিকতা (Chance)। এই আকস্মিকতার জন্য যে ত্রুটি ঘটে থাকে তাকে সম্ভাব্য ত্রুটি (Probable Error বা PE) বলা হয়। এখানে মনে রাখতে হয় যে, অনুমিত বিচ্যুতির পরিসর (Magnitude) যা আকস্মিকতার জন্য হয় তা কেবলমাত্র সম্ভাব্য ত্রুটিই নির্দ্দেশ ক'রে থাকে। কিন্তু যে দলসমষ্টি সম্বন্ধে পর্যালোচনা করা হয় তার নির্বাচনে অন্যান্য এবং বেশী গুরুত্বপূর্ণ উপাদানসমূহ সম্বন্ধে কোন কিছুই সম্ভাব্য ত্রুটি থেকে জানা যায় না।

সম্ভাব্য ত্রুটির সূত্রপাত তখন থেকেই ঘটে যখন বিচ্যুতিগুলিকে ত্রুটিরূপে গণ্য করা হোত এবং যখন ত্রুটির লেখচিত্রকে প্রথাগতভাবে স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্র-রূপে অভিহিত করা হোত। যখন গড়ের দুই দিক চিহ্নিত ক'রে সম্ভাব্যত্রুটি যে দূরত্ব নির্দেশ করে তখন সম্ভাব্য ত্রুটির সেই দূরত্ব ঘটনা বা অবস্থার সংখ্যার অর্ধেক স্থির করে। পরিমিতিবিদ থমসনের (Thomson) মতানুসারে বলা যায় যে "কোন পরিসংখ্যার সম্ভাব্য ত্রুটি হ'ল যুগ্ম বিচ্যুতি যা পরিসংখ্যার একের উপরে এবং অন্যান্যের নীচে অবস্থান করে; যার সম্বন্ধে নির্ভরতার সঙ্গে বলা যেতে পারে যে একটা সহজ সুযোগ থাকে যখন সঠিক পরিসংখ্যা এই সীমার মধ্যে অবস্থান করে।" ("The probable error of any statistic is a pair of divergencies lying one above and the other below the statistic, of which one can say with confidence that there is an even chance when the true statistic lies between these limits"). এই সংজ্ঞা থেকে বোঝা যায় যে, উল্লেখিত বিচ্যুতিগুলির সবই আকস্মিকতার দরুণ হ'য়ে থাকে। সম্ভাব্য ত্রুটি আসলে হ'ল সম্ভাবনার ত্রুটি (error of probability) এবং সম্ভাবনা সমূহ সম্পূর্ণ প্রমাণিত বিষয় নয়, কিন্তু সম্ভাবনাগুলি তাই উল্লেখ করে যা পরিশেষে যথেষ্ট বেশী সংখ্যক ব্যক্তি বা বিষয়াবলীর ক্ষেত্রে সম্ভবতঃ ঘটে থাকে।

সম্ভাব্য ত্রুটি চতুর্থাংশ বিচ্যুতি নামেও পরিচিত হয়। পরিসংখ্যার দিক দিয়ে এই দু'টি শব্দ সমরূপ এবং তাদের সংখ্যাগত মূল্য একই প্রকার হয়। একটি গণনাকৃত গড়ের সম্ভাব্য ত্রুটি হ'ল প্রকৃত গড় (True mean) থেকে গণনাকৃত সমস্ত গড়ের চতুর্থাংশ বিচ্যুতি এবং একটি গণনাকৃত সহ-সম্বন্ধ গুণাংক হ'ল প্রকৃত গুণাংক (true coefficient) থেকে গণনাকৃত সমস্ত সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের চতুর্থাংশ বিচ্যুতি।

যদিও উভয় শব্দ সংখ্যাগত মানের দিক দিয়ে একই প্রকার, তথাপি তাদের ব্যবহার ভিন্ন ভিন্ন ভাবে করা যায়। যদি আমরা লিপিবদ্ধ অধিক সংখ্যক সংখ্যাগুলির প্রসার সম্বন্ধে আলোচনা করি, তাহলে আমরা চতুর্থাংশ বিচ্যুতির দ্বারা জানা প্রসারকে পরিমাপ করতে পারি। কিন্তু যখন একটি একক নমুনা থেকে আমরা প্রসার কি হবে তা নির্ণয় করি বা তার সম্ভাব্যতা জানি, তখন আমরা একই

ধারণাকে সম্ভাব্য ত্রুটি বলে থাকি। একটি চতুর্থাংশ বিচ্যুতি যা আসলে পরিমাপ করা যায় না, কিন্তু কেবলমাত্র নির্ণয় করা বা যার সম্ভাব্যতা জানা যায় তাকে সম্ভাব্য ত্রুটি নামে অভিহিত করা হয়। (A quartile deviation which is not actually measured, but only estimated or predicted is called a probable error)।

ধরা যাক, পশ্চিমবঙ্গের ছয় বছর বয়সের ছেলেদের জনসমষ্টির বুদ্ধ্যঙ্কের গড় হল 100 এবং সমক বিচ্যুতি হল 15। এখন যদি আমরা ছয় বছর বয়সের 1000 ছেলেদের একটি নমুনা দল নির্বাচন করি এবং তাদের গড় নির্ণয় করি তাহলে আমরা এই নমুনা দলের গড়কে 100-র কাছাকাছি পেতে আশা করবো। কিন্তু স্বাভাবিক বণ্টনের নিয়মানুসারে জনসমষ্টি থেকে নির্বাচিত নমুনাদলের ক্ষেত্রে ঠিক 100-কে গড় হিসাবে পাওয়া সম্ভব হয় না। সাধারণতঃ নির্বাচিত নমুনাদলের গড় 100-এর উভয় দিকে বিচ্যুত হয়।

এই ক্ষেত্রে সম্ভাব্য ত্রুটির উদ্দেশ্য হ'ল উক্ত ছয় বৎসরের 1000 ছেলেদের বুদ্ধ্যঙ্কের গড় ও সমগ্র জনসমষ্টির বুদ্ধ্যঙ্কের গড়ের সঙ্গে বিচ্যুতির প্রসার নির্ণয় করা।

এখানে উল্লেখ করা যেতে পারে যে, রাশিবিজ্ঞানের সাধারণ পরিমাপ যেমন, কেন্দ্রিকতার পরিমাপ, বিচ্যুতির পরিমাপ, সহ-সম্বন্ধের পরিমাপ প্রভৃতি প্রত্যেকটিরই সম্ভাব্য ত্রুটি হতে পারে। এই ত্রুটিগুলি নির্ণয়ের সূত্র নিম্নরূপ—

গড়ের সম্ভাব্য ত্রুটি (PE of Mean) $= \cdot6745\frac{\sigma}{\sqrt{N}}$

মধ্যমমানের সম্ভাব্য ত্রুটি (PE of Median) $= \cdot8454\frac{\sigma}{\sqrt{N}}$ বা $\frac{1\cdot2533Q}{\sqrt{N}}$

সমকবিচ্যুতির সম্ভাব্য ত্রুটি (PE of SD) $= \cdot6745\frac{\sigma}{\sqrt{N}}$

সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের সম্ভাব্য ত্রুটি $= \cdot6745\frac{1-r^2}{\sqrt{N}}$

এই সমস্ত ক্ষেত্রে মোট সংখ্যা (N) বড় হয়। যদি মোট সংখ্যা (N) ছোট হয় তাহলে উপরোক্ত সূত্রগুলিতে N-এর পরিবর্তে (N – 1) হবে।

এখানে উল্লেখ করা যেতে পারে যে, PE এর সঙ্গে SD এর একটি সম্পর্ক আছে।

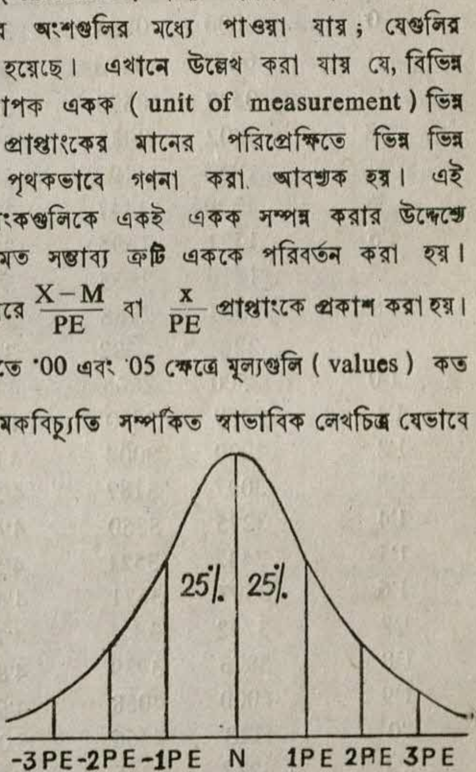
$$PE = \cdot6745\sigma$$

অথবা, PE হল σ বা SD এর দুই-এর তৃতীয়াংশ।

এখানে আরও বলা যেতে পারে যে, ঠিক যেভাবে σ কে ব্যবহার করা হয় ঠিক সেইভাবে পরিমাপের একক হিসাবে PE কে প্রায়ই ব্যবহার করা হয়। সিগ্‌মার (σ's) পরিবর্তে সম্ভাব্য ত্রুটি (P. E. s.)-তে X-অক্ষে (abscissa) বিস্তৃত হয়। গ্যাল্‌টন (Galton) একক হিসাবে সম্ভাব্য ত্রুটি ব্যবহার করা পছন্দ করেন, অপরপক্ষে অন্যান্য পরিমিতিবিদরা সমকবিচ্যুতি (SD)-কে একক হিসাবে ব্যবহারের পক্ষপাতি।

পরিমাপের একক হিসাবে সম্ভাব্য ত্রুটির পরিপ্রেক্ষিতে ক্ষেত্রসমূহ
(Areas in terms of PE as unit of measurement)

স্বাভাবিক বণ্টন লেখচিত্রের প্রদত্ত অংশগুলির মধ্যে ক্ষেত্র নির্ণয় করার উদ্দেশ্যে সমকবিচ্যুতির (σ) পরিবর্তে পরিমাপের একক হিসাবে সম্ভাব্য ত্রুটি (PE) ব্যবহার করা যেতে পারে। গড় থেকে বিভিন্ন সম্ভাব্য ত্রুটিগুলি যেভাবে গড় ও কোটিসমূহের (ordinates) মধ্যে স্থাপিত হয় সেইভাবে স্বাভাবিক লেখচিত্রের ভগ্নাংশের অংশগুলির মধ্যে পাওয়া যায়; যেগুলির অবস্থান 7.3 সারণীতে দেখানো হয়েছে। এখানে উল্লেখ করা যায় যে, বিভিন্ন ধরনের পরিমাপের ক্ষেত্রে পরিমাপক একক (unit of measurement) ভিন্ন হয়। ফলে ভিন্ন ভিন্ন এককের প্রাপ্তাংকের মানের পরিপ্রেক্ষিতে ভিন্ন ভিন্ন তালিকা প্রয়োজন বা পৃথক পৃথকভাবে গণনা করা আবশ্যক হয়। এই অসুবিধা দূর করার জন্য প্রাপ্তাংকগুলিকে একই একক সম্পন্ন করার উদ্দেশ্যে তাদের সমকবিচ্যুতি এককের মত সম্ভাব্য ত্রুটি এককে পরিবর্তন করা হয়। অর্থাৎ প্রাপ্তাংকের মানকে X না ধরে $\frac{X-M}{PE}$ বা $\frac{x}{PE}$ প্রাপ্তাংকে প্রকাশ করা হয়। সারণীতে $\frac{x}{PE}$ মানের পরিপ্রেক্ষিতে ·00 এবং ·05 ক্ষেত্রে মূল্যগুলি (values) কত হবে তাই দেখানো হয়েছে। সমকবিচ্যুতি সম্পর্কিত স্বাভাবিক লেখচিত্র যেভাবে দেখা হয় সম্ভাব্য ত্রুটি সম্পর্কিত স্বাভাবিক লেখচিত্রটিও সেইভাবে দেখা হয়। উভয় ক্ষেত্রে মূল মধ্যরেখা বরাবর সমপতিত (symmetrical) হয়। এই কারণে মধ্যরেখাকে শূন্য (0) ধরে ডানদিকের ও বামদিকের কোটিগুলির মান নির্ণয় করা হয়ে থাকে। অর্থাৎ, লেখচিত্রটি মূল রেখার দুদিকে +1PE, +2PE, +3PE এবং −1PE, −2PE, −3PE বিস্তৃত। যেহেতু লেখচিত্রটি সমতা সম্পন্ন, সেহেতু $+\frac{x}{PE}$ দূরত্বে মান যত হবে $-\frac{x}{PE}$ দূরত্বেও তাই হবে। এই কারণে সারণীতে কেবলমাত্র $\frac{x}{PE}$-এর ধনাত্মক মানের পরিপ্রেক্ষিতে মান দেওয়া আছে; $\frac{x}{PE}$ মান ঋণাত্মক হলেও মান একই থাকবে। সারণীটি এখানে যথাযথভাবে দেখানো হয়েছে। এই সারণীতে



চিত্র সংখ্যা 7.3—সম্ভাব্য ত্রুটি (PE) উল্লেখে স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্র

প্রক্ষেপন (interpolation) সহজতর হয়। মানসিক বৈশিষ্ট্যসমূহ পরিমাপের ক্ষেত্রে সারণীটি প্রায়ই ব্যবহার করা হয়।

সারণী 7·3

স্বাভাবিক বন্টনে গড় থেকে ·00 এবং ·05 বিন্দুর মধ্যে অন্তর্গত ক্ষেত্রের তালিকা

x/PE	·00	·05	x/PE	·00	·05
0	0000	0135	3·0	4785	4802
·1	0269	0403	3·1	4817	4832
·2	0537	0670	3·2	4846	4858
·3	0802	0933	3·3	4870	4881
·4	1063	1193	3·4	4891	4900
·5	1320	1447	3·5	4909	4917
·6	1571	1695	3·6	4924	4931
·7	1816	1935	3·7	4937	4943
·8	2053	2168	3·8	4948	4953
·9	2281	2392	3·9	4957	4961
1·0	2500	2606	4·0	4965	4968
1·1	2709	2810	4·1	4972	4974
1·2	2909	3004	4·2	4977	4979
1·3	3097	3187	4·3	4981	4983
1·4	3275	3360	4·4	4985	4987
1·5	3442	3521	4·5	4988	4989
1·6	3597	3671	4·6	4990	4991
1·7	3742	3811	4·7	4992	4993
1·8	3876	3939	4·8	4994	4995
1·9	4000	4058	4·9	4995	4996
2·0	4113	4166	5·0	4996	4997
2·1	4217	4265	5·1	4997·1	4997·4
2·2	4311	4354	5·2	4997·7	4998
2·3	4396	4435	5·3	4998·2	4998·5
2·4	4473	4508	5·4	4998·6	4998·8
2·5	4541	4573	5·5	4999	4999·1
2·6	4603	4631	5·6	4999·2	4999·3
2·7	4657	4682	5·7	4999·4	4999·5
2·8	4705	4727	5·8	4999·54	4999·6
2·9	4748	4767	5·9	4999 65	4999·7

॥ দুই ॥ সিদ্ধান্তমূলক ত্রুটি (Inferential Error)

বাস্তবক্ষেত্রে সাধারণতঃ নমুনাজাত তথ্যাবলীর উপর নির্ভর ক'রেই সমগ্রক বা জনসমষ্টির (population) সম্বন্ধে সিদ্ধান্ত নেওয়া হ'য়ে থাকে। এই জাতীয় সিদ্ধান্তের ক্ষেত্রে খুব স্বাভাবিকভাবেই ত্রুটির (error) একটা অবকাশ থেকে যায়। সাধারণতঃ এই ত্রুটিকে সিদ্ধান্তমূলক ত্রুটিও বলা হয়। এছাড়া নমুনাটি যদি কোন বৃহদাকার সমগ্রক থেকে নির্বাচিত করা হ'য়ে থাকে, তাহলে ঐ ত্রুটির অবকাশ আরো বেড়ে যায়। প্রায় সর্বদাই কেবলমাত্র নমুনার উপর ভিত্তি ক'রেই কল্পনাকে নাকচ না করা সংক্রান্ত সিদ্ধান্তটি নেওয়া হ'য়ে থাকে। তবে একথা মনে রাখতে হবে যে, নমুনার ক্ষেত্রে প্রতিনিধিত্বশীলতার অপর্যাপ্ততা হেতু (lack of representativeness) এ সমস্ত সিদ্ধান্তের ক্ষেত্রে ত্রুটির অবকাশ থেকেই যায়। সম্ভাবনার তত্ত্ব (probability theory) দ্বারা আমরা এই ত্রুটির পরিমাণ অনুমান করতে পারি। যার ফলে কল্পনা গ্রহণ বা নাকচ করবার মাপকাঠি নির্ণয়ে আমরা এই ত্রুটির অবকাশকে উপযুক্ত মূল্য দিতে পারি।

এই ত্রুটি মুখ্যতঃ দুই প্রকারের হ'য়ে থাকে—(অ) প্রথম প্রকারের ত্রুটি (Type I Error) এবং (আ) দ্বিতীয় প্রকারের ত্রুটি (Type II Error)।

(অ) প্রথম প্রকারের ত্রুটি (Type I Error)—সামাজিক বিজ্ঞানসমূহের ক্ষেত্রে স্বাভাবিকতার স্বীকৃতিকে (normality assumption) প্রতিষ্ঠার উপযোগী কোন প্রস্তাবনা (proposition) সাধারণতঃ দেখা যায় না। এর কারণ খুব সহজবোধ্য। কেননা বাস্তবজগৎ সম্বন্ধীয় তত্ত্বসমূহের নিশ্চয়তার কোন বিধান সচরাচর থাকে না। ফলে 'ক সত্য হলে খ-ও সত্য হবে' এ কথার পরিবর্তে বড় জোর আমরা বলতে পারি যে, ক সত্য হলে হয়ত খ সত্য হতেও পারে। অর্থাৎ কার্যতঃ আমরা স্বীকার করে নিচ্ছি যে, ক সত্য হলেও খ মিথ্যা হতে পারে। আবার খ মিথ্যা হলে ক নাকচ করার নীতি যদি গ্রহণ করি, তাহলেও ত্রুটি উৎপন্ন হতে পারে। কারণ তা হলেও ক সত্য হতে পারে। অর্থাৎ একক্ষেত্রে ভ্রান্তিটি হবে সত্য কল্পনা নাকচের ত্রুটি, যা সংখ্যাতত্ত্বে প্রথম প্রকারের ত্রুটি (Type I Error) নামে অভিহিত করা হয়।

এই প্রকারের ত্রুটি তখনই হয় যখন নাস্তি কল্পনা (Null hypothesis)-কে বাস্তবে সত্য হওয়ার জন্য গণনা দ্বারা অস্বীকার ক'রে দেওয়া হয়। যে কল্পনাটিকে বাস্তবক্ষেত্রে যাচাই করা হয় তাকে ভ্রান্তি কল্পনা (Null-hypothesis) বলা হয়। উদাহরণস্বরূপ আমাদের নাস্তি কল্পনা যদি এইরূপ হয় যে, ছেলে ও মেয়েদের মধ্যে বুদ্ধ্যংকতে গুরুত্বপূর্ণ কোন পার্থক্য নেই। ধরা যাক, যদি এই দলের টি-মান (t-value) 1·96-এর কম হয়, তাহলে আমরা এই নাস্তি কল্পনাকে সমস্ত নির্ভরতা স্তরে (confidence level) অস্বীকার করি ; যার অর্থ হ'ল যে, দুটি বুদ্ধ্যংকের গড়ে (mean) বাস্তবিক পক্ষে কিরূপ পার্থক্য আছে তা নির্ধারণ করা। এখানে

টি-মানের (t-value) উপর ভিত্তি করে বলা যায় যে, জনসংখ্যার গড়ে (population mean) বাস্তবিকপক্ষে কোন পার্থক্য নেই ; আর একেই প্রথম প্রকারের ত্রুটি বলা হয়। এই প্রকার ত্রুটির প্রস্তাবনাকে ∝-চিহ্নতে (Greek Alpha) সূচিত করা যায়। প্রথম প্রকারের ত্রুটি নির্ভরতা স্তরের বিরোধগামীরূপে সম্বন্ধিত হ'য়ে থাকে। অন্যভাবে বলা যায় যে, যদি নির্ভরতা স্তর বেশী হয়, তাহলে প্রথম প্রকারের ত্রুটি কম হবে, আর যদি নির্ভরতা স্তর কম হয়, তাহলে এই ত্রুটি বেড়ে যাবে। উদাহরণস্বরূপ যদি কোন নাস্তি কল্পনায় গুরুত্ব ·01 স্তরে দেখা হয়, তাহলে এই প্রকার ত্রুটির সম্ভাবনা কম হবে ; আর যদি ·05 স্তরে দেখা হয়, তাহলে অপেক্ষাকৃতভাবে বেশী হওয়ার সম্ভাবনা থাকবে। অধিকাংশ সামাজিক সমস্যাবলী অনুসন্ধানের ক্ষেত্রে এইরূপ ত্রুটিগুলি নির্ধারণ করা হয়।

(আ) **দ্বিতীয় প্রকারের ত্রুটি** (**Type II Error**)—সাধারণতঃ গুরুত্বপূর্ণ তত্ত্ব সমূহকে যাচাই করার প্রত্যক্ষ কোন উপায় নেই। সুতরাং তার পরিবর্তে তত্ত্ব যাচাইয়ের জন্য আমরা কতকগুলি অনুবর্তী বিষয়ের (consequences) সাহায্য নি'য়ে থাকি। যদি আমাদের নির্দিষ্ট মূল তত্ত্বটি সত্য হয়, তাহলে অনুবর্তী বিষয়গুলি সংঘটিত হবে (occur)। তাছাড়া প্রত্যক্ষ অভিজ্ঞতামূলক পদ্ধতির সাহায্যে (empirical method) এই সকল অনুবর্তী বিষয়ের বৈধতাও (validity) নিরূপণ করা সম্ভব। সুতরাং এ কথা স্পষ্ট যে, তত্ত্বের প্রমাণাদি বেশীর ভাগ ক্ষেত্রেই পরোক্ষভাবে পাওয়া যায়। ধরা যাক যে, ক নামক তত্ত্বের অনুবর্তী বিষয়গুলো হলো খ। সাংকেতিকভাবে বিষয়টি দাঁড়াচ্ছে : ক→খ। একটা কথা এ প্রসঙ্গে বিশেষভাবে উল্লেখযোগ্য। তাহলো, ক থেকে খ-এ যেতে অভিজ্ঞতামূলক পদ্ধতির চেয়ে যুক্তিসঙ্গত বিচারশক্তিকেই (logical reasoning) প্রাধান্য দেওয়া হ'য়ে থাকে। এখন উপরোক্ত উদাহরণে যদি ক সত্য হয়, তাহলে খ-ও সত্য হবে ; অবশ্য যদি ক থেকে খ-তে যেতে উপপাদন (deduction) সংক্রান্ত আমাদের বিচার পদ্ধতি (reasoning) বৈধ (valid) হ'য়ে থাকে। আমাদের পরবর্তী লক্ষ্য করার বিষয় হলো, ক-এর সংগে খ-ও সংঘটিত হয়েছে কিনা। যদি খ সংঘটিত না হ'য়ে থাকে (অর্থাৎ খ সত্য নয়) তাহলে আমরা বুঝব ক নামক তত্ত্ব সত্য নয়।

মনে করা যাক, খ সংঘটিত হলো, কিন্তু তাহলেও কি আমরা বলতে পারব যে, ক-ও নিশ্চিতভাবে সত্য হবে? বিভিন্ন কারণেই আমরা তা বলতে পারি না। আর যদি তা করি, তাহলে যে ভুল হবে তাকে ন্যায়শাস্ত্রবিদগণ (logicians) অনুবর্তী-ঘটনা-সত্যায়নের ত্রুটি বা ভ্রান্তি (fallacy of affirmation of consequences) নামে অভিহিত করবেন। খ সত্য হলে ক সত্য হতেও পারে ; আবার নাও পারে। কারণ এক্ষেত্রে খ সম্বন্ধে ভবিষ্যদ্বাণী করতে পারে (ক ছাড়া) এমন কিছু বিকল্প তত্ত্বের (alternative theories) অস্তিত্বও আমরা অস্বীকার করতে পারি না। সুতরাং যতক্ষণ না আমরা কোন বিকল্প তত্ত্ব—ধরা যাক গ (যেখানে গ→খ)-এর সম্ভাবনা আমরা নাকচ করতে পারছি, ততক্ষণ ক-এর সত্যতা

সম্বন্ধে আমরা নিশ্চিত হতে পারি না। বাস্তবক্ষেত্রে তা করা নিতান্তই অসম্ভব। যার ফলে তত্ত্ব প্রতিষ্ঠার (establish theories) পরিবর্তে তত্ত্ব বর্জনের (rejection of theories) মাধ্যমে আমাদের তত্ত্ব বাছাইয়ের কাজে অগ্রসর হ'তে হবে। সুতরাং একটি বৈধ তত্ত্বের বৈশিষ্ট্য হলো, নাকচকরণের উপযোগী ক'রে উপস্থাপন করা সত্ত্বেও তা নাকচকরণ প্রক্রিয়াকে সাফল্যের সঙ্গে রদ করতে পারে। অন্যভাবে বলা যায় যে, কোন বৈধ তত্ত্ব থেকে যে সমস্ত কল্পনার (hypothesis) উৎপত্তি হবে তা নিজেরাই নাকচ যোগ্য হয়। খ সত্য হওয়া সত্ত্বেও ক যথার্থই মিথ্যা হ'তে পারে। এক্ষেত্রে যদি আমরা ক-কে নাকচ করতে ব্যর্থ হই, তাহলে যে ত্রুটির উৎপত্তি হয়, তাকে বলা হয় দ্বিতীয় প্রকারের (II) ত্রুটি বা β ভ্রান্তি। অর্থাৎ কল্পনা মিথ্যা হওয়া সত্ত্বেও তাকে নাকচ করার ব্যর্থতা জনিত ত্রুটি বলা হয়।

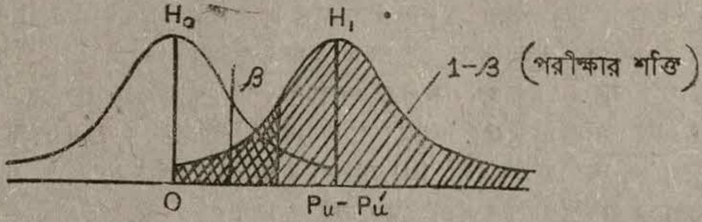
এই দ্বিতীয় প্রকারের ত্রুটি তখনই হয় যখন নাস্তি কল্পনাকে বাস্তবে মিথ্যা (false) হ'লেও গণনা দ্বারা তাকে স্বীকার করে নেওয়া হয়। উদাহরণস্বরূপ, আমাদের নাস্তিকল্পনা যদি এইরূপ হয় যে, ছেলেমেয়েদের বুদ্ধ্যংকতে গুরুত্বপূর্ণ কোন পার্থক্য নেই। ধরা যাক, যদি টি-মান (t-value) 2·58 এর বেশী হয় তাহলে এই নাস্তি কল্পনাকে স্বীকার করে নিয়ে বলা যায় যে, এই ছেলেমেয়েদের বুদ্ধ্যংকতে কোন গুরুত্বপূর্ণ পার্থক্য নেই। এর অর্থ হ'ল যে, বাস্তবে দুই দলের মধ্যে পার্থক্য আছে এবং একেই দ্বিতীয় প্রকারের ত্রুটির সংগে সম্বন্ধিত করা হয়। এই প্রকারের ত্রুটির সম্ভাবনাকে β (Greek Beta)-চিহ্নে দেখানো হয়। নির্ভরতা স্তরের (confidence level) সংগে দ্বিতীয় প্রকার ত্রুটির প্রত্যক্ষ সম্বন্ধ আছে। নির্ভরতা স্তর যত বেশী হবে ঠিক তত বেশী হবে এই প্রকার ত্রুটির সম্ভাবনা। উদাহরণস্বরূপ, ·05 স্তর অপেক্ষা ·01 স্তরে ত্রুটি বেশী হবে। এর গুরুত্ব মনোবৈজ্ঞানিক অনুসন্ধানে বেশী দেখা যায়।

এবারে পরীক্ষার অপেক্ষিক শক্তির বিচার করা যাক।

শক্তি ও শক্তির দক্ষতা (Power and Power efficiency)—পরীক্ষার শক্তিকে (power of test) 1 —(II প্রকার ত্রুটির সম্ভাবনা) বা $1 - \beta$—এইভাবে সংজ্ঞা দেওয়া হয়ে থাকে। সুতরাং কোন পরীক্ষার শক্তি এবং ভ্রান্ত কল্পনাকে (false hypothesis) নাকচ করার ব্যর্থতায় ঝুঁকি—এ দু'য়ের মধ্যে বৈপরীত্যের সম্বন্ধ বিদ্যমান। অন্যভাবে, ভ্রান্ত কল্পনাকে নাকচ করার ক্ষেত্রে পরীক্ষার ক্ষমতা যত বেশী হবে তার শক্তিও তত বৃদ্ধি পাবে। যেহেতু আমরা জানি যে, প্রথম (I) প্রকার অপেক্ষা দ্বিতীয় (II) প্রকার ত্রুটির মূল্যায়ন করা অধিকতর কষ্টসাধ্য, সেইহেতু কোন জনসমষ্টির যথার্থ রূপটি (exact form) জানলেই শুধু চলবে না, বরং যথার্থমান (true value) থেকে কল্পিত পরামাণের (hypothesized parameters) তারতম্য কতখানি তাও আমাদের জানা প্রয়োজন। অন্যভাবে, দ্বিতীয় (II) প্রকার

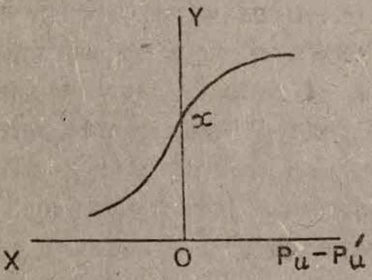
ত্রুটির সম্ভাবনার ফলে পরীক্ষার শক্তিও নির্ভর করবে দু'টি কল্পনার মধ্যে কোন্‌টি যথার্থই সত্য তার উপর।

শক্তি অপেক্ষকের (power function) সাধারণ রূপটি (general form) 7.4 নং চিত্রে দেখানো হলো :

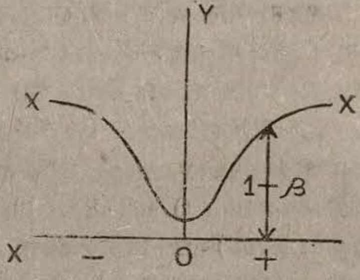


চিত্র সংখ্যা 7.4—শক্তি অপেক্ষকের সাধারণ রূপ

Pu´ (প্রকৃতির যথার্থ রূপ) ≠ Pu (কল্পিত মান)



চিত্র সংখ্যা 7.4 (ক)



চিত্র সংখ্যা 7.4 (খ)

যেহেতু কোন পরীক্ষার শক্তি হলো $1-\beta$, সেইহেতু প্রকৃতপক্ষে পরীক্ষার শক্তি ভ্রান্ত কল্পনাকে নাকচ করার সম্ভাবনা জ্ঞাপন করে। যদি প্রকৃত গড় μ_0 থেকে দুই পরিমিত ভ্রান্তিমান দূরে অবস্থিত হয়, তাহলে X অক্ষের ঐ বিন্দুতে রেখার উন্নতি নির্ণয় করতে পারলেই H_0-কে নাকচ করার সম্ভাবনাও সহজেই নির্ণয় করা যাবে। সুতরাং X অক্ষের উপর অবস্থিত মানসমূহ μ-এর সম্ভাব্য সঠিক মান নির্দেশ করে এবং Y অক্ষের উপর অবস্থিত মানসমূহ H_0-কে নাকচ করার সম্ভাবনা নির্দেশ করে।

যখন গড়ের প্রকৃতমান μ_0 (যার ফলে H_0-কে নাকচ করার ক্ষেত্রে ভ্রান্তির উৎপত্তি ঘটবে) হয় তখনই শক্তি অপেক্ষকের উন্নতি (height of power function) পরীক্ষার যথার্থ্য সীমা দ্বারা জ্ঞাপন করা হয়। যদি μ-এর মান μ_0 থেকে খুব বেশী দূরে অবস্থিত না হয়, তাহলে রেখার উন্নতি দ্বারা নির্দেশিত পরীক্ষার শক্তি, প্রকৃত মান μ_0 থেকে একদম ভিন্ন হয়ে যা হবে তার চেয়ে কম হবে। এতে বোঝা যায় যে, যখন কল্পিত মান সঠিক মান থেকে খুব বেশী দূরে অবস্থিত না হয়, তখন দ্বিতীয় (II) প্রকার ত্রুটির সম্ভাবনা অপেক্ষাকৃত অধিক বৃদ্ধি পায়। কিন্তু

এক্ষেত্রে লক্ষ্য অর্জনে ব্যর্থ হলেও ভ্রান্ত কল্পনাকে নাকচ করার সম্ভাবনা প্রচুর পরিমাণে থেকে যায়।

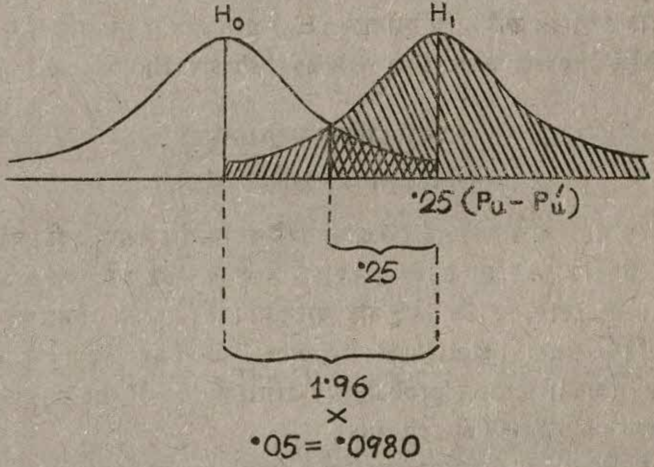
একটি উদাহরণ দেওয়া যাক :

$H_0 : P_U \geqq 1/2$ প্রকৃতির যথার্থ রূপ $P_U' = 1/4$

$H_1 : P_U < 1/2$ (true state of nature)

$N = 100$; $\alpha = \cdot 025$; বর্জনীয়মান $= 1\cdot 96$

$$\frac{P_U - P_S}{\sqrt{\frac{P_U Q_U}{N}}} = \frac{1/2 - P_S}{\frac{1}{20}}$$ ভেদাংক (variance) $P_U P_S = \frac{1}{400}$



চিত্র সংখ্যা 7.4 (গ)

$P_U - P'_U = 1/2 - 1/4 = 1/4 = \cdot 25$

$\therefore$ গড় $= \cdot 25$

ভেদাংক $= \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4}}{100}$

$SE = \cdot 0433$ (পরিমিত ভ্রান্তিমান)

$SE = 1/20 = \cdot 05$

$\cdot 05 \times 1\cdot 96 = \cdot 0980$ এই পরিমাণ স্থান অতিক্রম করতে হবে।

$\cdot 25 - \cdot 0980 = \cdot 1520$

শক্তি (power) $= \frac{\text{বিন্যাস}}{SE} = \frac{\cdot 1520}{\cdot 0433} = 3\cdot 6 = \cdot 99984$

(রেখার অন্তর্গত ক্ষেত্রফল)

H_0 নাকচের সম্ভাবনা $1 - \cdot 99984 = \cdot 00016$

(দ্বিতীয় (II) প্রকারের ত্রুটির সম্ভাবনা)

প্রথম (I) এবং দ্বিতীয় (II) প্রকার ত্রুটি—এই দুই প্রকার ত্রুটি আপসে সম্পর্কিত হ'য়ে থাকে। যদি আমরা প্রথম প্রকার ত্রুটি কম করার চেষ্টা করি, তাহলে দ্বিতীয় প্রকার ত্রুটি বেড়ে যায়; আবার যদি দ্বিতীয় প্রকার ত্রুটি কম করার চেষ্টা করি, তাহলে প্রথম প্রকার ত্রুটি বেড়ে যায়। নীচে যে পংক্তি দুটি নেওয়া হল তার সাহায্যে এদের স্বরূপ অধিক পরিমাণে সুস্পষ্ট ভাবে প্রকাশ করা যায়—

প্রথম প্রকার ত্রুটি নাস্তি কল্পনাকে (H_0) পরিহার করে, যখন নাস্তি কল্পনা সত্য হয় (Type I error rejecting null hypothesis (H_0), when it is true)

দ্বিতীয় প্রকারের ত্রুটি নাস্তি কল্পনাকে (H_0) গ্রহণ করে, যখন নাস্তি কল্পনা মিথ্যা হয়। (Type II error accepting null hypothesis (H_0), when it is false).

সংখ্যাতাত্ত্বিক কল্পনাসমূহ
(Statistical Hypothesis)

যে কোন সিদ্ধান্ত গ্রহণের ক্ষেত্রে জনসমষ্টি বা সমগ্রক সম্বন্ধে একটা কল্পনা করা সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়ার জন্য বিশেষ সহায়ক বলে বিবেচিত হয়, যদিও তা সঠিক হোক বা না হোক, তাতে কিছু যায় আসে না। এ ধরনের কল্পনাকেই বলা হয় সংখ্যাতাত্ত্বিক কল্পনা (statistical hypothesis)। এই কল্পনাগুলি প্রধানতঃ সমগ্রকের সম্ভাবনা বিন্যাস (probability distribution of the population) সংক্রান্ত কতকগুলি উক্তি (statements)।

পূর্বেই উল্লেখ করা হয়েছে যে, বেশীর ভাগ ক্ষেত্রেই কেবলমাত্র নাকচ বা অকার্যকর (reject or nullify) করার জন্য সংখ্যাতাত্ত্বিক কল্পনাসমূহ দাঁড় করান হ'য়ে থাকে। উদাহরণস্বরূপ ধরা যাক, বিশেষ একটি মুদ্রা অচল কিনা তা আমরা জানতে চাই। এক্ষেত্রে প্রথমেই আমরা কল্পনা করব যে, মুদ্রাটি ত্রুটিহীন, অর্থাৎ $p = \cdot 5$ (এখানে, p-এর অর্থ হলো মুদ্রাটির সোজা পিঠ পাওয়ার সম্ভাবনা)। একই ভাবে কতকগুলি পদ্ধতির মধ্যে কোন বিশেষ একটি পদ্ধতি ভাল কিনা তা যাচাই করার কাজে আমরা প্রথমেই কল্পনা করি যে, পদ্ধতিগুলোর মধ্যে কোন পার্থক্য নেই (অর্থাৎ, পার্থক্য যদি ঘটে তা হচ্ছে সমগ্রক থেকে নমুনায়নফলে তারতম্য)। যে কল্পনাটিকে বাস্তব ক্ষেত্রে যাচাই করা হয়, তাকে বলা হয় নাস্তি কল্পনা (null hypothesis) এবং বিকল্প কল্পনাটিকে বলা হয় গবেষণা কল্পনা (research hypothesis)। সাধারণতঃ (যদিও সব সময় নয়) H_0 এর কাজ হলো, এই মর্মে বক্তব্য রাখা যে, দলগুলোর মধ্যে কোন পার্থক্য নেই, বা বিভিন্ন দলসমূহের মধ্যে কোন সম্বন্ধ নেই ইত্যাদি। পক্ষান্তরে, গবেষণা কল্পনা (H_1) হাঁ বা না-সূচক ভবিষ্যদ্বাণী করতে পারে।

প্রাসঙ্গিক গ্রন্থ নির্দেশিকা

Best, Newat and Egman (1954) : Statistical Methods in Educational and Psychological Research, New York : John Wiley & Sons.

Freud, J. E. (1952) : Modern Elementary statistics. Englewood Cliff. N. J : Prentice Hall, Inc.

Garratt, H. E. (1970) : Statistics in Psychology and Education. Bombay : Vakils, Feffer and Simons Pvt. Ltd.

Guilford. J. P. (1970) : Psychometric Methods. New York : Mcgraw-Hill.

GullickSen, H. (1950) : Theory of Mental Tests. New York : McGraw-Hill.

Hagood, M. J. and Price, D. O. (1952) : Statistics for Sociologists. New York : Henry Holt & Co , Inc.

Mc Carthy, P. J. (1957) : Introduction to Statistical Reasoning. New York : McGraw-Hill.

Mursell, J. L. (1947) : Psychological Testing. London : Longman, Green & Co.

Savage, L. J. (1964) : The Foundation of Statistics. New York : John Wiley & Sons.

Siegel, S. (1956) : Non-Parametric Statistics for the Behavioural Science. New York : McGraw-Hill.

Seltiz, et al. (1959) : Research Methods in Social Relations. New York : Henry Holt & Co. Inc.

Walker, H. M. and Lev. J. (1953) : Statistical Inference. New York : Henry Holt & Co. Inc.

অষ্টম পরিচ্ছেদ

অভীক্ষার প্রস্তুতিকরণ
(Construction of Test)

নিজ নিজ উদ্দেশ্য পূরণ করার জন্য বিদ্যালয়ের শিক্ষক, মহাবিদ্যালয় ও বিশ্ববিদ্যালয়ের অধ্যাপক, রোগনির্ণায়ক সংস্থার (clinics) রোগনির্ণয়কারী, মনোবিজ্ঞানী, সমাজবিজ্ঞানী, মানববিদ্যাবিশারদ, ব্যবসায়িক সংস্থার কার্যনির্বাহক, সৈন্যনির্বাচন অধিকারী, গবেষক প্রভৃতি ব্যক্তি সকল বিভিন্ন মানসিক অভীক্ষা রচনা করার আবশ্যকতা প্রায়ই অনুভব করে থাকেন। এইসব ব্যক্তিবর্গ কিভাবে এই সব অভীক্ষার রচনা এবং আদর্শায়ন করার বিভিন্ন পদ্ধতি ও সমস্যা সম্বন্ধে পর্যাপ্ত জ্ঞান আহরণ করতে পারেন সে বিষয়ে তাদের ওয়াকিবহাল ক'রে দেওয়া প্রয়োজন ব'লে বিবেচিত হ'য়ে থাকে। প্রায় ক্ষেত্রে সর্বপ্রকার মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার রচনা এবং আদর্শায়ন করার প্রক্রিয়া একই প্রকার হয়; পার্থক্য কেবল উদ্দেশ্য এবং পদের বিষয়-বস্তুতেই হ'য়ে থাকে। সুতরাং কোন অভীক্ষা তৈরী এবং তার আদর্শায়ন করার আগে সে সম্বন্ধে পর্যাপ্ত ধারণা লাভ করা বিশেষ প্রয়োজন।

এখানে উল্লেখযোগ্য হলো যে, অভীক্ষা তৈরী এবং তার আদর্শায়ন করা দুই-ই স্বতন্ত্র হলেও তারা সহ-সম্বন্ধিত প্রক্রিয়া। অভীক্ষার রচনাতে কেবল পদগুলি নেওয়া হয় এবং মান নির্ধারণ প্রক্রিয়ার মাধ্যমে কোন এক নির্দিষ্ট জনসমষ্টির উপর প্রয়োগ ক'রে তার আদর্শ তুল্যাঙ্কমান বা নর্ম স্থির করা হয়। সুতরাং অভীক্ষার রচনা অপেক্ষাকৃতভাবে আদর্শ তুল্যাঙ্কমান নির্ধারণের এক দীর্ঘ প্রক্রিয়া, অথবা অন্যভাবে বলা যায় যে, অভীক্ষার রচনা আদর্শায়ন প্রক্রিয়ার একটি অংশ বিশেষ। প্রসঙ্গক্রমে উল্লেখ করা যায় যে, অভীক্ষা তৈরী করলেই রচনার কাজ শেষ হয় না, তার সম্পূর্ণতার জন্য আদর্শায়ন করা বিশেষ আবশ্যক হয়। প্রায়ই অনেক অভীক্ষা বিশেষ উদ্দেশ্য পূরণের জন্য তৈরী করা হয়। ঐ উদ্দেশ্য-পূরণের পর তার আর কোন গুরুত্ব থাকে না। কিন্তু যে অভীক্ষার আদর্শায়ন করা হয়, সেই অভীক্ষা ব্যাপকভাবে প্রয়োগ করা যায়। কিভাবে একটি অভীক্ষা তৈরী করা যায় এবং তার আদর্শায়িতমান নির্ধারণ করা হয়, এখানে এবং পরবর্তী অধ্যায়ে সে বিষয়ে বিস্তারিত আলোচনা করা হয়েছে।

অভীক্ষার রচনা
(Preparation of Test)

যে কোন অভীক্ষা সম্পূর্ণভাবে তৈরীর জন্য যে সব পদ ও প্রশ্নাবলী চয়ন এবং মূল্যায়ন করা হয়, তার মধ্যে অভীক্ষাটির উদ্দেশ্য নিহিত থাকে। কারণস্বরূপ বলা যায় যে, এইসব পদ ও প্রশ্নগুলি নিয়েই অভীক্ষাটি তৈরী হয়। এ সবেরই অন্তর্গত হলো অভীক্ষার পরিকল্পনা করা, প্রারম্ভিকভাবে সেটি তৈরী করা, বিশেষজ্ঞদের সাহায্যে যাচাই ক'রে নেওয়া, যাচাই করার পর পদ-বিশ্লেষণ বিধি দ্বারা পদগুলির মূল্যায়ন করা

এবং পরিশেষে সেটিকে সম্পূর্ণভাবে তৈরী করা। প্রায়ই সমস্ত মনোবৈজ্ঞানিক এবং শিক্ষাবিষয়ক অভীক্ষাগুলি তৈরী করার জন্য পাঁচটি স্তরের প্রয়োগ করা হয়—

॥ এক ॥ অভীক্ষার পরিকল্পনা রচনা করা ; (Planning the test)

॥ দুই ॥ অভীক্ষার প্রারম্ভিক রূপ তৈরী করা ; (Preparing the preliminary draft of the test)

॥ তিন ॥ অভীক্ষার প্রারম্ভিক রূপটি যাচাই করা ; (Trying out the preliminary draft of the test)

॥ চার ॥ অভীক্ষার মূল্যায়ন করা ; (Evaluating the test)

॥ পাঁচ ॥ অভীক্ষাটির সম্পূর্ণ রূপদান করা ; (Construction of the final draft of the test)

॥ এক ॥ অভীক্ষার পরিকল্পনা রচনা (Planning the test)—যেমনভাবে আমাদের জীবনে প্রতিদিনই কোন কাজ করার আগে সে সম্বন্ধে এক সুনিয়োজিত পরিকল্পনা তৈরী করতে হয়, তেমনিভাবে কোন অভীক্ষা রচনার সঠিক প্রক্রিয়া গ্রহণ করার পূর্বেই সে সম্বন্ধে নির্দিষ্ট পরিকল্পনা তৈরী করার প্রয়োজন হয়। অর্থাৎ অভীক্ষা নির্মাতার সর্বপ্রথম কাজ হলো অভীক্ষা সম্পর্কিত পরিকল্পনার রূপরেখা তৈরী করা। অভীক্ষার পরিকল্পনা তৈরী করার অন্তর্গত হলো—তার উদ্দেশ্য, বিষয়বস্তু, স্বরূপ, মাধ্যম, প্রয়োগবিধি, স্তর, প্রতিনিধিত্ব জনসংখ্যা (representative population or sample population) নির্ধারিত করার সময় তাদের বিভিন্ন দিক, বয়স, লিঙ্গ, শিক্ষাগত স্তর, মাতৃভাষা, গ্রাম বা শহরে অবস্থান, সামাজিক ও আর্থিক স্তর এবং অন্যান্য পর্যাবরণ সম্বন্ধীয় বিষয়গুলি সম্বন্ধে বিচার করা হয়। অভীক্ষা রচনা করার আগে অভীক্ষা নির্মাতার স্পষ্ট ধারণা থাকা চাই যে, অভীক্ষাটি কোন্ কোন্ মানসিক বা ব্যবহারিক দিকগুলি পরিমাপের জন্য তৈরী করা হয়, যেমন শ্রেণীবিন্যাসকরণ, নির্দেশন, চয়ন প্রভৃতি।

সুতরাং এটা নির্বিবাদ সত্য যে, উদ্দেশ্যের অভাবে অভীক্ষা তৈরী করা কখনও সম্ভব হয় না। কোনও অভীক্ষা তৈরী করার আগে তার উদ্দেশ্যকে সর্বপ্রথম স্পষ্টভাবে নির্ধারণ করতে হয়। অভীক্ষা নির্মাতাকে নিজেই উদ্দেশ্য স্থির ক'রে এই বিষয়গুলি অবশ্যই তার স্মরণে রাখতে হয় যে, উদ্দেশ্য স্পষ্ট, সংক্ষিপ্ত, যথার্থ, একার্থ এবং অভীক্ষার্থীর ব্যবহারের অনুকূল হবে। উদাহরণস্বরূপ, একটি ব্যক্তিত্ব সূচী তৈরী করার আগে এটা স্থির করে নিতে হয় যে, ব্যক্তিত্বের কোন্ কোন্ আচরণধারা বা সংলক্ষণগুলি (dimensions) পরিমাপ করতে হবে এবং কোন্ বয়সের ব্যক্তিসমষ্টির জন্য তা তৈরী করতে হবে।

অভীক্ষা পরিকল্পনার অন্তর্গত হলো উদ্দেশ্যগুলি স্পষ্ট ক'রে জানার পরে উদ্দেশ্যগুলির অনুকূল অভীক্ষার বিষয়বস্তু নিশ্চিতভাবে স্থির করা। যদি অভীক্ষার উদ্দেশ্য 16 বছর বয়স পর্যন্ত ছেলেমেয়েদের বুদ্ধ্যংক পরিমাপ করা হয়, তাহলে প্রশ্ন উঠে যে,

এই অভীক্ষার বিষয়বস্তু কেমন হবে? সুতরাং এখানে আমাদের নিশ্চিতভাবে স্থির করে নিতে হয় যে, এতে কোন্ কোন্ যোগ্যতাবলী বা তথ্যসকল—শাব্দিক, আংকিক, তর্ক, চিত্র-ব্যবস্থা, সাদৃশ্য-বৈসাদৃশ্য প্রভৃতির সংগে সম্পর্কিত প্রশ্নগুলি সম্মিলিত করা যাবে। এইভাবে যদি কোন নির্দেশনমূলক কাজের জন্য আগ্রহসূচী তৈরী করা হয়, তাহ'লে এটা স্থির করতে হয় যে, ঐ সূচী কোন্ কোন্ ক্ষেত্রে ব্যক্তির আগ্রহ পরিমাপ করতে পারবে। যদি কোন অভীক্ষার উদ্দেশ্য হয় ছেলেমেয়েদের অভিযোজনের ক্ষমতা পরিমাপ করা, তাহ'লে এটা নিশ্চিতভাবে স্থির করতে হয় যে, কোন্ কোন্ ক্ষেত্রে ঐ অভীক্ষা অভিযোজন পরিমাপ ক'রে থাকে। সুতরাং অভীক্ষার পরিকল্পনা তৈরী করার সময় অভীক্ষাকারীকে প্রায়ই অভীক্ষার উদ্দেশ্য এবং পদগুলির বিষয়বস্তু সম্বন্ধে বিচার করতে হয় এবং যাদের জন্য অভীক্ষাটি তৈরী করা হবে, তাদের ক্ষমতাবলী, শিক্ষাগত স্তর, বয়সের স্তর প্রভৃতিও মনে রাখতে হয়। তাছাড়া অভীক্ষার স্বরূপ কেমন হবে—শাব্দিক কিংবা অশাব্দিক (পেপার পেন্সিল বা নিষ্পাদনমূলক)? তার মাধ্যম কেমন হবে—হিন্দী, বাংলা, ইংরেজী প্রভৃতি? তার প্রয়োগবিধি কি ধরনের হবে—ব্যক্তিগত, সমষ্টিগত বা মিশ্রিত? অভীক্ষাটি তৈরী করতে কত অর্থ বা সময় লাগবে? পরীক্ষা দিতে ইচ্ছুক এমন ব্যক্তিবর্গের বয়স, লিঙ্গ, যোগ্যতা ও বোধশক্তি বিবেচনা ক'রে অভীক্ষাটি কি প্রয়োগ করা যাবে? প্রভৃতি প্রশ্নগুলির পর্যালোচনা অভীক্ষা তৈরী করার সময় প্রয়োজন হয়।

উপরোক্ত এইসব বিবরণ এবং প্রশ্নগুলি থেকে এটা স্পষ্টভাবে প্রকাশ পায় যে, অভীক্ষারচনার প্রথম স্তরে নিম্নলিখিত চারটি বিষয় সম্বন্ধে গুরুত্ব আরোপ করতে হয়—

(i) অভীক্ষার উদ্দেশ্যগুলির মূল্যায়নের ব্যবস্থা করা।

(ii) অভীক্ষা কোন্ উদ্দেশ্য নিয়ে তৈরী করা হয়।

(iii) অভীক্ষার পদগুলিতে উদ্দেশ্যগুলির সঠিক প্রকাশ হওয়া চাই। অভীক্ষার উদ্দেশ্যের অনুকূল পদগুলি অভীক্ষাটিতে সম্মিলিত হওয়া চাই।

(iv) অভীক্ষার স্বরূপ, মাধ্যম, ভাষা প্রভৃতি কেমন হবে এবং অভীক্ষাটিকে কোন্ অবস্থাতে কেমন ধরনের বয়স, লিঙ্গ প্রভৃতি ব্যক্তিদের ওপর প্রয়োগ করা যাবে।

॥ **দুই** ॥ **অভীক্ষার প্রারম্ভিক রূপ রচনা (Preparing the preliminary draft of the test)**—অভীক্ষার সঠিক এবং সুশৃঙ্খলিত (systematic) পরিকল্পনা তৈরী করার পরে অভীক্ষা নির্মাতাকে অভীক্ষার প্রারম্ভিক রূপ তৈরী করার চেষ্টা করতে হয়। সর্বপ্রথম, উদ্দেশ্য এবং বিষয়বস্তু অনুসারে সে বিভিন্ন পদগুলি অন্য ক্ষেত্রগুলি থেকে চয়ন করে অথবা নিজেই তৈরী করে। সে নিজের বিচার বিবেচনার ওপর ভিত্তি ক'রে যে বিষয়ে অভীক্ষা তৈরী করার আবশ্যক হয় সেই বিষয় সম্পর্কিত মান নির্ধারিত অভীক্ষাগুলি থেকে বাদসাদ দিয়ে কিংবা অন্য ক্ষেত্র থেকে পদগুলি রচনা করে এমনভাবে এই পদগুলিকে একত্রিত করে নিয়ে থাকে যাতে এই পদগুলি অভীক্ষার বিষয়বস্তুর প্রতিনিধিরূপে বিবেচিত হ'তে পারে। এই একত্রিত

করা পদগুলি উদ্দেশ্য বা বিষয়বস্তুর ওপর ভিত্তি ক'রে তার্কিক এবং সুশৃঙ্খলিত (systematic) স্থিতিতে প্রকাশ করা হয় এবং অভীক্ষাটিতে যতপ্রকার পদের প্রয়োজন হয়, তত প্রকার পদ নিয়ে অভীক্ষার প্রারম্ভিক রূপটি তৈরী করে নেওয়া হয়।

প্রায় অভীক্ষাতে একের বেশী ধরনের পদ অন্তর্ভুক্ত করা হয় যাতে অভীক্ষাটি অভীক্ষার্থীর রুচিকর হয় বা তার আগ্রহের সঞ্চার করতে পারে। সুতরাং অভীক্ষার পদগুলি একত্রিত করার সংগে সংগে অভীক্ষা নির্মাতার সামনে এই সমস্যার উদ্ভব হ'য়ে থাকে যে, এইসব পদগুলি প্রত্যুত্তরের জন্য কিভাবে প্রস্তুত করা যেতে পারে। সত্য/অসত্য, হাঁ/না, পুনঃস্মরণ বা পূর্তি করণ, বহু চয়ন, তুলনা বা সদৃশ্য নির্ধারণ প্রভৃতি প্রকারগুলি থেকে কোন্ ধরনের পদরূপ (item-type) সঠিকভাবে বিবেচনা করা যাবে—এমন প্রশ্নও অভীক্ষা নির্মাতার মনে এসে থাকে। এখানে নির্মিতাকে পদগুলির সত্যতা বা অসত্যতা পাঁচবিন্দু মাপনির (five point scaling) উপর ভিত্তি ক'রে বা অন্য কোন ভাবে প্রত্যুত্তরের সাহায্যে নিশ্চিতভাবে নির্ধারণ ক'রে নিতে হয়। অভীক্ষার বিষয়বস্তুর স্বরূপ প্রায়ই অভীক্ষার জন্য উপযুক্ত পদরূপগুলি সঠিকভাবে স্থির ক'রে থাকে। এই পদরূপগুলি স্থির করা হলেই প্রাপ্তাংকের বস্তুনিষ্ঠতাও নিশ্চিতভাবে স্থির করা যায়। অধিকাংশ অভীক্ষা নির্মিতা সম্পূর্ণ অভীক্ষাতে একই প্রকারের পদগুলি একত্রিত করার উপর জোর দিয়ে থাকেন। তাতে ঐ অভীক্ষার প্রয়োগবিধি সহজ হয়। আর যদি ভিন্ন ধরনের পদগুলি নি'য়ে অভীক্ষা তৈরী করা হয়, তাহলে তার জন্য আলাদা আলাদা নির্দেশের প্রয়োজন হয়। একই প্রকার পদ নি'য়ে যদি অভীক্ষা তৈরী করা যায়, তাহলে সময় যেমন কম লাগবে, তেমনি তার কার্যগতিও সহজ এবং সরল হবে। কিন্তু যখন অভীক্ষাতে বিভিন্ন প্রকারের পদগুলি অন্তর্ভুক্ত করা হয় এবং তাদের প্রয়োগ অভীক্ষামূলক পরিস্থিতিতে বিভিন্নতা নি'য়ে আসে যা বিভিন্ন কাজের পরিমাপ করে থাকে, তখনও এই ধরনের অভীক্ষাতে অভীক্ষার্থীদের আগ্রহের অক্ষুন্নতা ব্যহত হয় না। এই কারণে কিছু কিছু অভীক্ষা নির্মাতা বিভিন্ন প্রকারের প্রত্যুত্তর পাওয়া যায় এমন সব পদগুলি ব্যবহার করার পক্ষপাতী। অন্যভাবে এখানে একথা বলা যেতে পারে যে, ছোট অভীক্ষাতে একই প্রকারের এবং বড় অভীক্ষাতে বিভিন্ন ধরনের পদরূপগুলির (item types) প্রয়োগ উপযোগী হ'য়ে থাকে।

অভীক্ষার পদগুলি একত্রিত করার এবং তার পদরূপ স্থির করার পরে অভীক্ষা-নির্মাতার পক্ষে জানা আবশ্যক হয় যে, অভীক্ষার প্রারম্ভিক রূপটির পদগুলি, বিষয়-বস্তু, উপযুক্ততা এবং সম্পাদনগুণের দৃষ্টিকোণ থেকে সঠিক হয়। সর্বপ্রথম অভীক্ষাতে একত্রিত করা পদগুলির বিষয়ে দুই বা তিন বিশেষজ্ঞের কাছে পাঠিয়ে তাদের মতামত জেনে নিতে হয়। প্রত্যেক পদের একই সঠিক প্রত্যুত্তর নির্ধারণ ক'রে দিতে হয় এবং বহুচয়ন পদগুলির সম্বন্ধে ত্রুটিযুক্ত প্রত্যুত্তরগুলিরও বিচার ক'রে নিতে হয়। তাছাড়া পদগুলির শুদ্ধতা, উপযুক্ততা, অভীক্ষা সামগ্রীর পর্যাপ্ততা,

পদগুলির রূপ, পদগুলির পারস্পরিক পর্যাবরণ প্রভৃতিও পুনঃ পর্যালোচনা করতে হয়। প্রারম্ভিক রূপটি যে বয়স ও শিক্ষাস্তরের জন্য তৈরী করা হয়, সে সম্বন্ধে বিশেষজ্ঞদের ওয়াকিবহাল করিয়ে সঠিকভাবে কার্যকরী হবে কিনা, তা তাদের দ্বারা যাচাই করিয়ে নিতে হয়। তাদের সুপারিশের উপর ভিত্তি ক'রে যদি প্রয়োজন হয়, তাহলে প্রারম্ভিক রূপটির সংশোধনও করতে হয়।

নির্দেশ পত্র প্রস্তুতিকরণ ও সময় নির্ধারণ (Preparing instruction sheet and fixing time for the test)।

প্রারম্ভিক রূপটি সংশোধনের সংগে সংগে অভীক্ষানির্মাতাকে নির্দেশপত্র প্রস্তুতি-করণ ও সময় নির্ধারণ বিষয় সম্পর্কে গুরুত্বপূর্ণ সিদ্ধান্ত গ্রহণ করতে হয়। ব্যর্থ হলে অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা হ্রাস পায়। সেই কারণে অভীক্ষা নির্মাতাকে এই দুটি কাজ যত্নের সঙ্গে করতে হয়। প্রথমতঃ নির্দেশ পত্র রচনার সময় অভীক্ষা নির্মাতাকে নিম্নলিখিত দিকগুলির প্রতি নজর রাখতে হয় এবং ঐ বিষয়গুলিকে নির্দেশ পত্রের অন্তর্ভুক্ত করতে হয়।

(i) অভীক্ষাপত্রের (Test form) উপর অভীক্ষা বা পরিমাপের উদ্দেশ্য সম্পর্কে একটি বিবৃতি থাকা বাঞ্ছনীয়। এই বিবৃতি যত সংক্ষিপ্ত এবং তাৎপর্যপূর্ণ হয় সেদিকে লক্ষ্য রাখতে হবে। একই সংগে বিবৃতিটি এমন হওয়া আবশ্যক যার সাহায্যে অভীক্ষার্থীরা অভীক্ষা গ্রহণে আগ্রহী হয়। অর্থাৎ এই বিবৃতি যাতে অভীক্ষার্থীদের মধ্যে যথোপযুক্ত প্রেষণা (Motivation) সঞ্চার করতে পারে সেইভাবে স্থির করতে হবে।

(ii) নির্দেশ পত্রের পরবর্তী অংশে অভীক্ষাপদ বা প্রশ্নগুলি কিভাবে উত্তর করতে হবে তার সাধারণ নির্দেশ থাকবে। কতগুলি প্রশ্ন উত্তর করতে হবে তার নির্দেশও এখানে থাকবে। এখানে বিকল্প প্রশ্ন সম্পর্কে কোনরূপ নির্দেশ না থাকাই বাঞ্ছনীয়। প্রশ্নগুলির উত্তর কিভাবে কোথায় লিখতে হবে সে সম্পর্কেও এখানে নির্দেশ থাকবে। যদি প্রয়োজন হয় তাহলে বিভিন্ন জাতীয় প্রশ্ন কিভাবে উত্তর করতে হবে তার নির্দেশ সেই জাতীয় প্রশ্নের শুরুতে দিতে হবে। তাছাড়া নমুনা হিসাবে সমাধান মূলক উপকরণ (practice material) দিলে ভাল হয়। কারণ তাতে অভীক্ষার্থীরা প্রশ্নগুলি উত্তরদানের কৌশল সম্পর্কে বাস্তব ধারণা লাভ করতে পারবে এবং পরীক্ষা সংক্রান্ত ভয় কাটিয়ে উঠতে পারবে।

(iii) অভীক্ষা পত্রের নির্দেশাবলীর উপযুক্ততা যাদের জন্য অভীক্ষার পদগুলি তৈরী করা হয় তাদের উপর প্রয়োগ ক'রে যাচাই ক'রে নিতে হয় যাতে অভীক্ষার্থীরা বাস্তবে কোনরূপ অসুবিধার সম্মুখীন না হয়।

(iv) অভীক্ষাপত্রটি উত্তর করার জন্য মোট কত সময় (Timelimit) লাগবে তা এই পর্যায়ে নির্ণয় করে নিতে হয়। এই কাজ সঠিকভাবে করার জন্য অভীক্ষককে প্রতিটি প্রশ্ন পৃথকভাবে বিচার করতে হয়। অভীক্ষার্থীদের মানসিক অবস্থা ও ক্ষমতার বিষয় বিবেচনা ক'রে প্রতিটি প্রশ্ন উত্তরের জন্য কত সময় লাগতে

পারে তা নির্বারণ করতে হয়। পরে এই খণ্ড সময়গুলির সমষ্টি নির্ণয় করে মোট সময় নির্ণয় করা হয়। এই মোট সময়ের সংগে অভীক্ষাটি পরিচালনা করার জন্ম বা অন্যান্য কাজের জন্ম যে সময় প্রয়োজন হয় তা যোগ করা হয়। এইভাবে যে সময় নির্ধারিত হবে তাই হবে অভীক্ষা গ্রহণের মোট সময়-সীমা। এই সময়-সীমা অভীক্ষা পত্রের উপরের অংশে লেখা থাকবে। সংগে সংগে নির্দিষ্ট সময়টুকু কিভাবে ব্যবহার করা যায় সে সম্পর্কে কিছু নির্দেশ লিপিবদ্ধ করা বাঞ্ছনীয়।

(v) এর পর অভীক্ষা নির্মাতাকে প্রাপ্তাংক প্রক্রিয়া নির্ধারণ করিয়ে নিতে হয়। তার জন্ম তাঁকে প্রত্যুত্তরের উপর ভিত্তি করে স্থির ক'রে নিতে হয় যে, সঠিক প্রত্যুত্তর-কারীকে কিরূপ প্রাপ্তাংক (Score), যেমন বল প্রাপ্তাংক (weighted Score) বা আদর্শ প্রাপ্তাংক (Standard Score) দেওয়া হবে। তারপর একটি স্কোরিং বা প্রাপ্তাঙ্ক মানলিপি (scoring stencil) তৈরী করতে হয়। যদি হাঁ/না তে প্রত্যুত্তর নিতে হয়, তাহলেও মানলিপির মাধ্যমে তা পরিষ্কার করে নিতে হয়। যেমন 1নং প্রশ্নের 'হাঁ' এবং 2নং প্রশ্নের 'না' হলো প্রত্যুত্তরে লক্ষ্য। এইভাবে পদরূপের (item type) প্রত্যেকটি পদের প্রত্যুত্তরের সঠিকত্ব তৈরী ক'রে এই পর্যায়ে প্রাপ্তাংক প্রক্রিয়া নির্ধারণ ক'রে নিতে হয়; কিন্তু এই প্রাপ্তাংক প্রক্রিয়া প্রারম্ভিক যাচাই-এর পর মানতথ্যের (Scoring theory) পরিপ্রেক্ষিতে সংশোধিত করতে হয়।

অভীক্ষাপদের পর্যালোচনা (Reviewing of test-items)—অভীক্ষার পদগুলি যত সতর্কতা সহকারে সংগ্রহ ও তৈরী করা হোক না কেন, তার মধ্যে ত্রুটি হওয়ার সম্ভাবনা থেকে যায়। এই ত্রুটি নানা দিক থেকে আসতে পারে। কোন বিশেষ অভীক্ষাপদকে পরীক্ষার্থীদের কাছে বোধগম্য করতে গি'য়ে তার উত্তর অনুমান যোগ্য হ'য়ে উঠতে পারে। কোন অভীক্ষাপদকে অপেক্ষাকৃত কঠিন করতে গি'য়ে পরিমাপের উদ্দেশ্য ব্যাহত হতে পারে। এ ধরনের নানা ত্রুটি অগোচরে ঘটতে পারে। অভীক্ষা তৈরীর সময় যদি এরকম ত্রুটি থেকে যায়, তাহলে পরিশেষে গঠিত অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা এবং বৈধতা হ্রাস পাবে। এই কারণে সংগৃহীত অভীক্ষা-পদগুলির বিচারকরণ ও পুনর্বিশ্লেষণ প্রয়োজন। এই কাজ দুইভাবে করা হয়—যে অভীক্ষা তৈরী করে, সে নিজে এই কাজ করতে পারে; আবার এই কাজ অন্যান্য কর্মীদের দ্বারা করিয়ে নেওয়া যেতে পারে। যে নীতির মাধ্যমে এই পর্যালোচনার কাজ করা হয় সেই নীতির পরিপ্রেক্ষিতে কতকগুলি বৈশিষ্ট্যের উপর গুরুত্ব আরোপ করতে হয়, যেমন, অভীক্ষাপদের উদ্দেশ্যমুখিতা, স্পষ্টতা এবং সাংগঠনিক সামঞ্জস্যতা।

প্রারম্ভিকরূপে অভীক্ষাপদসমূহ সম্মিলিতকরণ (Assemblage of test-items in preliminary form)

অভীক্ষার পদসমূহ সামগ্রিক ভাবে পর্যালোচনা এবং বাছাই করণের পর অভীক্ষার প্রারম্ভিক রূপে (preliminary form) শেষ রূপের (final form) অধিকাংশ পদ সম্মিলিত করা হয় এবং পদগুলি 'সহজ থেকে কঠিন' এই ক্রমানুসারে

সাজিয়ে নিয়ে অভীক্ষাটি তৈরী করা হয়। সুতরাং এই ক্ষেত্রে অভীক্ষা নির্মাতাকে নিম্নের বিষয়গুলি মনে রাখতে হয়—

(i) বিভিন্ন সূত্র থেকে বাছাই করা অভীক্ষার পদগুলি একত্রিত করা।

(ii) বিভিন্ন পদরূপগুলি, যেমন, বিকল্প-উত্তর প্রশ্ন বা সত্য-মিথ্যা প্রশ্ন (Alternate type/True-false type questions), যোজ্যতা নিরূপক প্রশ্ন (Matching type question), সংক্ষিপ্ত-উত্তর প্রশ্ন (Short-answer type question), বহুমুখী উত্তর সম্বলিত প্রশ্ন (Multiple choice type question), তাৎপর্য নির্ণায়ক অনুশীলনী (Interpretive exercise), রচনাধর্মী প্রশ্ন (Essay type question) সম্মিলিত করা। এইভাবে প্রশ্নের প্রকৃতি বা ধরন অনুযায়ী বিভিন্ন অংশে ভাগ ক'রে অভীক্ষা পদগুলিকে অভীক্ষার মধ্যে সাজালে, সেগুলি তাদের মৌলিক ধর্ম অনুযায়ী কাঠিন্যানুসারে সাজানো যায়।

(iii) প্রতিটি পদ বা প্রশ্নের উত্তর বিশেষজ্ঞদের সাহায্যে স্থির করে নিতে হয়। বক্তব্যে সীমিতকারী শব্দসমূহ, যেমন, সর্বদা, কখন-কখন, সাধারণত, মাঝে মাঝে প্রভৃতি পরিহার করা উচিত।

(iv) অভীক্ষার্থী এবং অভীক্ষকের জন্য পৃথক পৃথক নির্দেশ নির্দিষ্ট করা উচিত।

(v) প্রাপ্তাংক বিধি স্থির করা, একই প্রকারের পদগুলিকে একই জায়গায় সীমাবদ্ধ করা যাতে অভীক্ষার প্রাপ্তাংক নির্ধারণে এবং বিশ্লেষণের সুবিধার সংগে সংগে অভীক্ষার্থী উত্তর নির্ধারণের স্বাচ্ছন্দ পেতে পারে।

॥ তিন ॥ অভীক্ষার প্রারম্ভিক রূপের যাচাই করণ (Trying out the preliminary draft or pilot study)

অভীক্ষার পরিকল্পনা এবং তার প্রারম্ভিক রূপের রচনা ছাড়াও জানার প্রয়োজন হয় যে, অভীক্ষাটি কতখানি উপযুক্ত, নির্ভরযোগ্য, বৈধ এবং অভীক্ষাটিতে কোন্ কোন্ পদ অনুপযুক্ত। এর জন্য অভীক্ষার রচনা সম্পূর্ণ করার সঙ্গে তার প্রারম্ভিক রূপটি যাচাই করে নিতে হয়। এই কাজকে **প্রারম্ভিক যাচাই করণ** বা **পাইলট স্টাডি** (Pilot study) বলা হয়। নিম্নলিখিত উদ্দেশ্যগুলির কারণে এই কাজ করা হয়—

(i) এই যাচাই করণ দ্বারা কম জোর এবং দোষযুক্ত পদগুলি, দ্বি-অর্থবহ, অনিশ্চিত, অপর্যাপ্ত, সীমিত বক্তব্যযুক্ত, অধিক কঠিন বা সহজ পদগুলি অভীক্ষা থেকে বাদ দেওয়া হয়;

(ii) সমস্ত চয়ন করা পদগুলির মধ্য দি'য়ে অভীক্ষার উদ্দেশ্য প্রকাশ হওয়া উচিত। তার জন্য প্রতিটি পদের বৈধতা নির্ধারণ করতে হয়;

(iii) অভীক্ষার শেষরূপের (final form) জন্য পদগুলির সঠিক সংখ্যার ইংগিত দিতে হয়;

(iv) অভীক্ষার্থী এবং অভীক্ষকের প্রত্যুত্তরের ত্রুটিগুলি দূর করতে হয়;

(v) পদগুলির চয়ন করাতে একই পদের পুনরাবৃত্তি (overlap) থাকবে না। কাজেই বিভিন্ন পদগুলির মধ্যে আন্তঃ সহ-সম্বন্ধ (inter-correlation) নির্ধারণ করতে হয়।

(vi) অভীক্ষার সমস্ত পদগুলি উপভাগে ব্যবস্থিত করতে হয়।

(vii) অভীক্ষার নির্দেশাবলী, তার সম্বন্ধে প্রযুক্ত সাবধান বাণী এবং তার দ্বারা যে সব দল বা সমষ্টি পরিমাপ করা যায় তা সঠিক ভাবে স্থির ক'রে নিতে হয়।

(viii) অভীক্ষার শেষরূপের সঠিক সময়-সীমাও নির্ধারণ ক'রে নিতে হয়।

(ix) অভীক্ষার প্রাপ্তাংক বিধি স্থির করতে হয়। উপরোক্ত সোপানগুলির মাধ্যমে অভীক্ষার যাচাই করণ দুই ভাগে ভাগ করা যায়—প্রথমতঃ যাচাই করণকে প্রারম্ভিক যাচাই (pre-try out) বলা হয়, যার উদ্দেশ্য হ'ল অভীক্ষার মুখ্য ত্রুটিগুলি জেনে নেওয়া আর সেগুলিকে দূর করা, আর দ্বিতীয়তঃ যাচাই করণকে যথার্থ যাচাই (actual try out) বলে এবং এই যাচাই করণ দ্বারা অভীক্ষার গুরুত্বপূর্ণ অংশ 'পদ বিশ্লেষণের' (item-analysis) সাহায্যে করা হয়।

প্রারম্ভিক যাচাই (pre-try out)—প্রারম্ভিক যাচাই করণের জন্য অভীক্ষার প্রয়োগ প্রায়শঃ 15 বা 20 জন ব্যক্তি বিশেষের উপর এই উদ্দেশ্যে করা হয় যে, তার প্রধান প্রধান ত্রুটিগুলি জেনে সেগুলিকে দূর করা যায়। এর অন্তর্গত হ'ল অভীক্ষাকে একটি ছোটদলের (small group) উপর প্রয়োগ করা যাতে অভীক্ষার সংগে সম্পর্কিত বিভিন্ন দিকগুলি জানা যায় এবং তার প্রধান ত্রুটিগুলিও ধরা যায়; কিন্তু এই প্রয়োগ থেকে ব্যক্তিগত (individual) পদগুলির বিশ্লেষণের কোন কাজই করা যায় না। যাচাইয়ের এই প্রক্রিয়াতে সর্বপ্রথম সেই নমুনা (sample) ঠিক করতে হয় যার জন্য এই অভীক্ষা তৈরী করা হয়। পুনরায় যাচাই করণের জন্য অভীক্ষাকে তার উপযোগী দলসমষ্টির কিছু প্রতিনিধিমূলক ব্যক্তিদের উপর প্রয়োগ করা হয়। অভীক্ষার প্রয়োগে কত সময় লাগে তাও স্থির করা হয়। যদি অভীক্ষার দু'টি প্রতিরূপ থাকে, তাহলে প্রয়োগের ক্ষেত্রে দু'টি প্রতিরূপের মধ্যে সময়ের কতখানি ব্যবধান আবশ্যক হবে তাও এই পর্যায়ে দেখা হয়। এখানে অভীক্ষার নির্দেশাবলী সংক্ষিপ্ত, সংগত এবং একইভাবে নির্ধারিত করতে হয় যাতে অভীক্ষার্থীরা সহজে এবং সুস্পষ্ট ভাবে বুঝতে পারে। যদি এই স্তরে অভীক্ষাতে নতুন বিষয় অন্তর্ভুক্ত করা হয়, তাহলে সেই সম্পর্কিত নির্দেশাবলী অভীক্ষার পদসকল এবং অভ্যাসের পদসকলে যে সন্দিগ্ধতা এবং অপর্যাপ্ততা থেকে থাকে তাও পর্যালোচনা ক'রে দেখা হয়। তা ছাড়া এই স্তরে প্রাপ্তাংকের মান (scoring standard) রচনা করা হয় যাতে সহজ ও মিতব্যয়ী প্রাপ্তাংক পদ্ধতির প্রয়োগ করা সহজ হয়। যদি কোন পরিস্থিতিতে অভীক্ষার পদগুলি সম্পর্কিত উত্তর পাওয়াতে অনুমানের (guess) অধিক সম্ভাবনা কিংবা আকস্মিক তত্ত্বের বা উপাদানের (chance theory or factor) প্রভাব থাকে, তাহলে নিম্নরূপ শুদ্ধিকরণ সূত্রের (correction formula) প্রয়োগ করতে হয়। যেমন,—

$$S = R - \frac{W}{N-1}$$

এখানে, S = অনুমানের জন্য শুদ্ধিকরণের প্রাপ্তাংক

R = সঠিক প্রত্যুত্তরের সংখ্যা

W = ত্রুটিপূর্ণ প্রত্যুত্তরের সংখ্যা

N = উপস্থিত প্রত্যুত্তরগুলির যোগ সংখ্যা।

শেষ বা যথার্থ যাচাই করণ (Actual try out)—অভীক্ষার শেষ যাচাই করণের অন্তর্গত পদবিশ্লেষণে প্রয়োগিক বা টেকনিক্যাল প্রক্রিয়া প্রয়োগ করা হয়। এই সম্বন্ধে গিলফোর্ডের (Guilford) মত হল যে "অভীক্ষার দ্বিতীয় প্রয়োগ বা যাচাই করণের মূখ্য উদ্দেশ্য পদবিশ্লেষণ করা, তাতে অভীক্ষার্থী (testee)-দের আদর্শ সংখ্যা প্রায় 400 হওয়া উচিত। আবার অভীক্ষার প্রত্যেক পদের বৈধতা এবং কাঠিন্য স্তরও জানা চাই এবং এই অনুসারে অভীক্ষার পদগুলি রেখে দেওয়া বা বাতিল করা সম্ভব হয়।"

পদবিশ্লেষণ (Item analysis)—কোন অভীক্ষার গুরুত্ব এবং উপযোগীতা অভীক্ষার পদগুলির বিশেষত্বের উপর নির্ভর করে। অভীক্ষার প্রাপ্তাংক তার যথার্থতা, নির্ভরযোগ্যতা এবং অঙ্গীগত পদগুলির আন্তঃসহ-সম্বন্ধের (inter-correlation) ফলস্বরূপ পাওয়া যায়। সুতরাং অভীক্ষাকে অধিক পরিমাণে গুরুত্বরূপে তৈরী করার জন্য অভীক্ষা নির্মাতাকে যে সব পদ নি'য়ে অভীক্ষা তৈরী করতে হয়, সেগুলিকে পৃথক পৃথকভাবে পর্যালোচনা করতে হয়। এই প্রক্রিয়াকে **পদবিশ্লেষণ বিধি (item analysis method)** বলা হয়। অন্যভাবে বলা যায় যে, পদবিশ্লেষণ পদ্ধতিতে অভীক্ষার উপযোগী সমস্ত পদগুলিকে পৃথক পৃথকভাবে পুংখানুপুংখরূপে বিশ্লেষণ করা হয় এবং এও দেখা হয় যে, সমস্ত পদগুলির মধ্যে প্রতিটি পদের সঠিক উত্তর শতকরা কতজন দেওয়ার চেষ্টা করতে পারে। অন্যভাবে বলা যায় যে, এই বিধির অন্তর্গত পদের উপযুক্ততার বিশ্লেষণ করতে হয়। কারণ কোন অভীক্ষার গুণ ও উপযোগীতা অভীক্ষার পদগুলির উপর নির্ভর করে, কেননা এই পদগুলি নি'য়ে অভীক্ষাটি রচনা করা হয়। এই জন্য অভীক্ষা নির্মাণ প্রক্রিয়ার অন্তর্গত প্রতিটি পদের বিশ্লেষণ করা নিতান্ত আবশ্যক হয়। এর থেকে অভীক্ষার শেষরূপের জন্য পদগুলির চয়ন অভীক্ষার উদ্দেশ্য এবং বিষয়বস্তুর অনুকূল হতে পারে। পদ বিশ্লেষণ সম্বন্ধে ফ্রিম্যানের (Freeman) মত হ'ল যে, "পদগুলির মূল্যায়নে দুটি দিক মূখ্যতঃ বিচার করতে হয়—প্রথম, প্রত্যেক স্তরের কাঠিন্য স্তর এবং দ্বিতীয়, প্রত্যেক পদের বিভেদ শক্তি।" গিলফোর্ডের (Guilford) বিচারও অনুরূপ। তাঁর মতে অভীক্ষার শেষরূপ রচনা করার পূর্বে শ্রেষ্ঠ পদগুলির চয়ন হেতু পদ বিশ্লেষণ বিধির প্রয়োগ অত্যন্ত উপযোগী হয়। সম্পূর্ণ অভীক্ষার বিভিন্ন গুণ ঐ অভীক্ষার অন্তর্গত গুণগুলির

উপর নির্ভর করে, যেমন, গড়, প্রসার, প্রাপ্তাংক বণ্টনের প্রকৃতি, নির্ভরযোগ্যতা এবং বৈধতা।"

হারপার (1965) এবং চৌহানের (1972) মতানুসারে "অভীক্ষার বিশ্লেষণ হ'ল একটি সাধারণ শব্দ যা ব্যাপক ধরনের পরিসংখ্যানমূলক এবং বিশ্লেষণাত্মক বিধিগুলি অন্তর্ভুক্ত ক'রে থাকে এবং এই বিধিগুলি অভীক্ষা, পরীক্ষা, ধাঁধা এবং অন্যান্য মানসিক পরিমাপ প্রক্রিয়াগুলির উন্নতির উদ্দেশ্য প্রয়োগ করা যেতে পারে।" (Test analysis is a general term which covers a wide variety of statistical and analytical techniques which may be applied for the purpose of improving tests, examination, quizzes and other mental measurement devices).

হারপার (Harper) পদ বিশ্লেষণ বিধির গুরুত্ব নিম্নলিখিত ভাষায় প্রকাশ করেছেন, "Item analysis is the most time-consuming, interesting, challenging and rewarding part of item-analysis It is through item analysis that you will learn the most about yourself as a teacher (test administrator), what your students (testees) have or have not learned, your skill as an examiner. It is through item writing skill most rapidly, 'pull yourself up by your bootstraps' and make yourself an expert."

পদ বিশ্লেষণ বিধির সাহায্যে পদগুলির মূল্যায়ন করার জন্য অভীক্ষা নির্মাতা প্রায় দু'টি প্রয়োগিক দিক (technical aspect)—পদবৈধতা (item validity) এবং পদকাঠিন্য (item difficulty) নির্ণয় ক'রে থাকেন। এখানে এই দু'টি দিকের বিশদ আলোচনা করা হয়েছে।

পদবৈধতা বা পার্থক্য নির্ণায়ক শক্তি (Item validity or discriminating power)—পদ বিশ্লেষণ বিধির প্রথম প্রয়োগিক সোপান হ'ল পদবৈধতা নির্ণয় করা। বৈধতার দৃষ্টিকোণ থেকে অভীক্ষার প্রতিটি পদের বৈধতা বা পার্থক্য নির্ণায়ক শক্তি নির্ধারণ করা আবশ্যক হয়। কারণ স্বতন্ত্রভাবে প্রত্যেকটি পদের নির্ধারিত বৈধতা সম্পূর্ণ অভীক্ষার বৈধতা নির্ণয় ক'রে থাকে। যখন অভীক্ষার পদ বিশেষভাবে কোন গুণ, সংলক্ষণ (trait) এবং যোগ্যতার উপর ভিত্তি ক'রে দলসমষ্টির উচ্চ বা নিম্ন, শ্রেষ্ঠ বা কমজোর ব্যক্তিদের মধ্যে পার্থক্য নির্দেশ ক'রে থাকে, তখন সেই পদকে বৈধরূপে গণ্য করা হয়। সুতরাং অভীক্ষার প্রতিটি পদ বৈধ হওয়ার সংগে সংগে পর্যাপ্তভাবে পার্থক্য নির্ণায়ক (discriminative) হবে। পদটি পার্থক্য নির্ণায়ক হওয়াই হ'ল পদবৈধতার সূচক।

সাধারণভাবে পদবৈধতা জানার জন্য জনসনের (Jonson) উচ্চ-নিম্ন সূত্র প্রয়োগ করা যেতে পারে। কারণ এর গণনা যথেষ্ট পরিমাণে সহজ হিসাবে বিবেচিত

হ'য়ে থাকে। এই সূত্রের সাহায্যে উচ্চ দলসমষ্টির প্রত্যুত্তর থেকে নিম্ন দলসমষ্টির প্রত্যুত্তরের পার্থক্য নির্ণয় ক'রে যে ফল পাওয়া যায় তাকে অধিকতম সম্ভাব্য অন্তর বা অন্তিম দল সমষ্টির দ্বারা ভাগ করা হয়। উদাহরণস্বরূপ, একটি পদ 300 ব্যক্তির উপর প্রয়োগ ক'রে ঐ পদ সম্পর্কিত 50 জন উচ্চ সঠিক প্রত্যুত্তরকারী এবং 30 জন নিম্ন সঠিক প্রত্যুত্তরকারী নির্বাচন করা হয় এবং ঐ পদের পার্থক্য নির্ণায়ক সূচক নিম্ন সূত্রের সাহায্যে নির্ধারণ করা হয়।

পার্থক্য নির্ণায়ক সূচক (discrimination index or DI) $= \frac{R_U - R_L}{E}$

এখানে, R = সঠিক প্রত্যুত্তর

U = উচ্চ দলসমষ্টি

L = নিম্ন দলসমষ্টি

E = অধিকতম সম্ভাব্য অন্তর বা অন্তিম দলসমষ্টি

এই উদাহরণে $DI = \frac{50-30}{81} = \cdot 25$ (DI কে দুই দশমিক বিন্দু পর্যন্ত ধনাত্মক (+) বা ঋণাত্মক (−) চিহ্নে প্রকাশ করা যায়)। উচ্চ এবং নিম্ন দলসমষ্টির মধ্যে পূর্ণ পার্থক্য ব্যক্তকারী DIএর সর্বোচ্চ মান 1·00 হয়। যদি DI-এর মান শূন্য (0) হয়, তাহলে বোঝা যাবে যে, পদটির কোন পার্থক্য নির্ণায়ক শক্তি নেই। যদি DI-এর মান ধনাত্মক হয়, তাহলে বোঝা যাবে যে, পদটি উচ্চ দলসমষ্টি থেকে নিম্ন দলসমষ্টি অপেক্ষা অধিক পরিমাণে সঠিক প্রত্যুত্তর দিতে পারে। প্রায় ·40-এর উপর পার্থক্য নির্ণায়ক মানকে আদর্শ (standard) হিসাবে গণ্য করা হয়। কিন্তু ·30 পর্যন্ত মানকেও আমরা স্বীকার ক'রে নিয়ে থাকি (ইবেল, 1965, এবং হারপার, 1964)। কিন্তু যদি কোন পদের DI-এর মান ·30-এর কম হয়, তাহলে সাবধানতা সহকারে তা পর্যালোচনা করতে হয়। ঋণাত্মক মান সম্পন্ন DI কে পর্যালোচনা ক'রে বাতিল ক'রে দেওয়া হয়। সেই কারণে DI-এর সূচক বিবেচনা করার ক্ষেত্রে অভীক্ষানির্মাতাকে বিশেষ সাবধান হ'তে হয়। এখানে উল্লেখ করা যায় যে, কিভাবে অমুকপদ শ্রেষ্ঠ হয় এবং নিম্ন দলসমষ্টির পার্থক্য প্রকাশ ক'রে তা DI-এর সূচকের দ্বারা নির্ধারণ করা যায়। কখনও নিম্ন DI নির্দেশকারী পদ থেকে আমরা বুঝি না যে, এই পদটি ত্রুটিযুক্ত ; কিন্তু তার থেকে এই নির্দেশ পাওয়া যায় যে, আমরা ঐ পদটি ঠিকভাবে বর্জন করিনি। তার ফলে ভাল ছাত্র, খারাপ ছাত্র সমানভাবে বিভ্রান্ত হ'য়ে থাকে।

তাছাড়া পদবৈধতা এবং পদের পার্থক্য নির্ণায়ক শক্তি গণনা করার জন্য প্রায় 60 এর বেশী পদ্ধতি প্রচলিত আছে। লংগ (Long), স্যাণ্ডিফোর্ড (Sandiford), গিলফোর্ড (Guilford), লিণ্ডকুইস্ট (Lindquest), কুক (Cook), বর্নন (Burnon), ষ্টেনলে (Stanley), ফ্লানাগন (Flanagan), ডেবিস (Davis), কেলী (Kelley), সায়মণ্ড (Symond) প্রভৃতি মনোবিজ্ঞানীরা পার্থক্য নির্ণায়ক

শক্তি (DI) জানার জন্য বিভিন্ন পদ্ধতি প্রয়োগ করেছেন। তার থেকে কিছু পদ্ধতির আলোচনা করা হ'ল।

॥ এক ॥ দ্বিপাংক্তিক সহ-সম্বন্ধ পদ্ধতি (Biserial correlation method)
॥ দুই ॥ সায়মণ্ড বিধি (Symond's method)
॥ তিন ॥ ফলানাগন প্রডাক্ট মোমেণ্ট গুণাংক (Flanagan's Product-moment r' coefficient)
॥ চার ॥ নোমোগ্রাফ বিধি (Nomograph method)
॥ পাঁচ ॥ ষ্টেনলে 27 শতাংশ উচ্চ এবং 27 শতাংশ নিম্ন বিধি (Stanley 27% upper and 27% lower method)
॥ ছয় ॥ ডেবিস পার্থক্য নির্ণায়ক সূচক (Davis' discrimination index)
॥ সাত ॥ কেলীর বিধি (Kelley's method)

॥ এক ॥ **দ্বি-পাংক্তিক সহ-সম্বন্ধ বিধি**—পদ বিশ্লেষণ প্রক্রিয়াতে পদগুলির বৈধতা বা পদগুলির পার্থক্য নির্ণায়ক সূচক নির্ণয় করার জন্য দ্বি-পাংক্তিক সহ-সম্বন্ধকে একটি প্রামাণিক বিধি হিসাবে ধরা হয়। এই পদ্ধতির সাহায্যে বৈধতা জানার জন্য পদের আভ্যন্তরীণ সামঞ্জস্য (internal consistency) নির্ধারণ করতে হয়। এই বিধিতে সর্বপ্রথম বাছাই করা উচ্চ এবং নিম্ন দলসমষ্টি থেকে পদের সঠিক প্রত্যুত্তর-কারীদের সংখ্যা জেনে নিতে হয়। তারপর পদের পার্থক্য নির্ণায়ক শক্তিকে অভীক্ষার দুই প্রকার প্রাপ্তাংকের (উচ্চ এবং নিম্ন) সংগে তার সামঞ্জস্য পদ এবং সম্পূর্ণ অভীক্ষার দ্বি-পাংক্তিক সহ-সম্বন্ধ (r_{bis}) পরিমাপ করা হয়। অন্যভাবে বলা যায় যে, এই পদ্ধতির দ্বারা অভীক্ষার প্রত্যেকটি পদের সম্পূর্ণ অভীক্ষা ফলের যোগফল (Sumtotal) এবং বিভিন্ন উপ-অভীক্ষা (sub-test) ফলের যোগ অংকের (Sumtotal) দ্বি-পাংক্তিক সহ-সম্বন্ধ নির্ণয় করা হয়। উদাহরণস্বরূপ, একটি অভিযোজন অভীক্ষা যাতে গৃহ, বিদ্যালয়, স্বাস্থ্য এবং সংবেগাত্মক ক্ষেত্রে অভিযোজন পরিমাপকারী চারটি উপ-অভীক্ষা আছে ; গৃহের সংগে বিদ্যালয়ের, বিদ্যালয়ের সংগে স্বাস্থ্যের, স্বাস্থ্যের সংগে সংবেগাত্মক প্রভৃতি একের সংগে অপর ক্ষেত্রের দ্বি-পাক্তিক সহ-সম্বন্ধ (Biserial r) নির্ণয় করা হয়। মূল উদ্দেশ্য হ'ল যে, ব্যক্তি সম্পূর্ণ অভীক্ষা এবং তার বিভিন্ন ভাগের কার্য সম্পাদনের মধ্যে কতখানি সংগতি (consistency) স্থাপন করে, তা নিরূপণ করা। তার জন্য প্রতিটি পদে পাস, ফেল বা+,—অংক প্রদান করা হয়। এই প্রক্রিয়াতে ধরে নেওয়া হয় যে, কোন মনোবৈজ্ঞানিক সংলক্ষণ যার পরিমাপ করা হয়, তার সংগে সম্পর্কিত সমস্ত পদ সম-জাতীয় (homogeneous) হ'য়ে থাকে। তাছাড়া প্রত্যেক পদের সফলতা বা অসফলতাকে সম্পূর্ণ অভীক্ষা এবং বিভিন্ন উপ-অভীক্ষার প্রাপ্তাংকের যোগফলের (sumtotal) সংগে সহ-সম্বন্ধিত করা হয় যা তার বৈধতা প্রকাশ ক'রে থাকে। কোন অভীক্ষার সমস্ত পদগুলির দ্বি-পাংক্তিক সহ-সম্বন্ধ (Biserial r) নির্ণয় করা

একটি জটিল, দীর্ঘ এবং শ্রমসাধ্য প্রক্রিয়া। কাজেই অভীক্ষার আভ্যন্তরীণ সামঞ্জস্য জানার জন্য প্রায়ই আধুনিক মনোবিজ্ঞানী এবং শিক্ষাবিদরা অংকের সাহায্যে সম্পূর্ণ অভীক্ষাকে উপ-অভীক্ষার সংগে বা বিভিন্ন উপ-অভীক্ষাকে একে অপরের সংগে সম্পর্ক নির্ণয় ক'রে থাকেন। এই ক্ষেত্রে প্রোডাক্ট-মোমেণ্ট সহ-সম্বন্ধ প্রণালী তাঁদের কাছে বিশেষ ফলপ্রদ হিসাবে বিবেচিত হ'য়ে থাকে। একে অভীক্ষার আভ্যন্তরীণ বৈধতাও বলা হয় যা অভীক্ষার আভ্যন্তরীণ সামঞ্জস্যেরও ইংগিত নির্দেশ করে। এই সম্বন্ধে গ্যারেটের মত হ'ল যে, "আভ্যন্তরীণ সামঞ্জস্যপূর্ণ অভীক্ষাতে পদগুলির একত্রিতকরণ একইভাবে সাধারণ সংলক্ষণগুলি পরিমাপ করে"। ("In an internally consistent test, items, having together, work in the same direction and measure the common traits".)

দ্বি-পাংক্তিক সহ-সম্বন্ধ থেকে পদবৈধতা নির্ণায়ক প্রক্রিয়া—এই বিধি থেকে পদবৈধতা এবং কাঠিন্যমান বা স্তর নির্ণয় করার প্রক্রিয়া হ'ল নিম্নরূপ—

॥ **এক** ॥ অভীক্ষার প্রাপ্তাংক অনুসারে অভীক্ষার্থীদের সাজান হয়।

॥ **দুই** ॥ উচ্চ (Top) 27% এবং নিম্ন (bottom) 27% অভীক্ষার্থী নির্বাচন করা হয়।

॥ **তিন** ॥ মধ্যের 46% অভীক্ষার্থীদের আলাদা ক'রে দেওয়া হয়; কারণ পদ বৈধতা বা পার্থক্য নির্ণায়ক সূচক নির্ণয় করার জন্য তাদের কোন গুরুত্ব থাকে না এবং দু'টি দল পৃথক করার জন্য এই অভীক্ষার্থীদের শুধু মাত্র ব্যবহার করা হয়।

॥ **চার** ॥ উচ্চ দলসমষ্টি অভীক্ষার প্রতিটি পদের যে সঠিক প্রত্যুত্তর দেয়, সেই প্রত্যুত্তরগুলির সংখ্যা 'ট্যালি' বা দাগ দি'য়ে নির্ণয় করা হয় এবং অনুরূপ পন্থা নিম্ন দলসমষ্টির ক্ষেত্রেও গ্রহণ করা হয়। উভয় দলের এই সংখ্যাগুলি থেকে আলাদা আলাদা ভাবে অনুপাত নির্ণয় করা হয়।

॥ **পাঁচ** ॥ সাংযোগিক সফলতার (chance-success) জন্য এই প্রাপ্তাংকগুলিকে শতকরা হিসেবে সংশোধন করা হয়।

॥ **ছয়** ॥ জে. সি. ফলানাগনের নর্মালাইজড কয়িফিসিয়েণ্ট তালিকায় উচ্চ এবং নিম্ন দু'টি দলের সফলতার শতকরা হিসাবে যে সূচকগুলি (indices) দেওয়া আছে, সেই সূচকগুলি থেকে দ্বি-পাংক্তিক সহ-সম্বন্ধ (Biserial r) স্তম্ভাকার পুংক্তি বা কালাম (column) এবং পুংক্তি বা রো (Row)-এর প্রতিচ্ছেদের (intersecting) মাধ্যমে নির্ণয় করা হয়।

॥ **সাত** ॥ পদের কাঠিন্যস্তর নির্ণয় করার জন্য উচ্চ এবং নিম্ন দলসমষ্টির গড় নির্ণয় করা হয়।

দ্বি-পাংক্তিক সহ-সম্বন্ধ—এখন আমরা পদবৈধতা বা পদ পার্থক্যের মান জানার জন্য দ্বি-পাংক্তিক সহ-সম্বন্ধ বিধি এবং প্রক্রিয়া সম্বন্ধে আলোচনা করবো। প্রসঙ্গতঃ

আমরা দ্বিপাংক্তিক সহ-সম্বন্ধও (Biserial r) সংক্ষিপ্তভাবে আলোচনা করবো। যখন কোন দলসমষ্টির সদস্যদের দু'টি শ্রেণীতে ভাগ ক'রে একই মাত্রাতে পরিমাপ করা হয় বা কোন চলরাশি (Variable) কে দু'টি ভাগে বিভক্ত করা হয়, তখন এই অবস্থাতে প্রায়ই দ্বিপাংক্তিক সহ-সম্বন্ধ (Biserial r) নির্ণয় করা হয়। উদাহরণ স্বরূপ, সামাজিক অভিযোজনের চলরাশিকে অভিযোজিত এবং অনভিযোজিততে, ব্যক্তিত্ব চলরাশিকে অন্তর্মুখী এবং বহির্মুখীতে বিভক্ত করা যেতে পারে। দ্বিপাংক্তিক সহ-সম্বন্ধকে নিম্ন সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় করা যায়।

$$r_{bis} = \frac{Mp - Mq}{\sigma_t} + \frac{Pq}{u}$$

এখানে, r_{bis} = দ্বিপাংক্তিক সহ-সম্বন্ধ গুণাংক

Mp = উচ্চশ্রেণীর গড়মান

Mq = নিম্নশ্রেণীর গড়মান

σ_t = দু'টি শ্রেণী (উচ্চ + নিম্ন)র সমক বিচ্যুতি

p = উচ্চ শ্রেণীর ব্যক্তি সমষ্টির অনুপাত

q = নিম্ন শ্রেণীর ব্যক্তি সমষ্টির অনুপাত

u = স্বাভাবিক বক্রের (normal curve) উচ্চতা বা কোটি (ordinate) যা p এবং q দু'টি ভাগে বিভক্ত করে

॥ **দুই** ॥ **সাইমণ্ড বিধি**—এই বিধি হ'ল পদবৈধতা নির্ণয় করার একটি অতি সহজ এবং অসম্পূর্ণ পদ্ধতি। উচ্চ এবং নিম্ন দলসমষ্টির উপর ভিত্তি ক'রে এই পদ্ধতি ব্যবহার করা হয় এবং তাতে গণ্য করা হয় যে, কোনও অভীক্ষার শ্রেষ্ঠ পদ হ'ল সেই পদ যা উচ্চ দলসমষ্টির কোন ব্যক্তি সমাধান করতে পারে ; আর নিকৃষ্টপদ হ'ল সেই পদ যা কেবলমাত্র কম জোর ব্যক্তিই সমাধান করতে পারে। এই পদ্ধতির প্রয়োগে মুখ্য স্তর হ'ল তিনটি—(ক) শ্রেষ্ঠ এবং কমজোর ব্যক্তিদের নিয়ে দু'টি দলসমূহ 'অ' এবং 'আ' তৈরী করা হয় ; (খ) প্রত্যেক পদের সঠিক প্রত্যুত্তর গণনা ক'রে নেওয়া হয় ; (গ) দু'টি দলসমূহের সঠিক প্রত্যুত্তরগুলির মধ্যে পার্থক্য প্রত্যেক পদের বৈধতা মাত্রা প্রকাশ করে। এই বিধিতে পদবৈধতা কিভাবে জানা যায়, তা নিম্ন উদাহরণে দেখানো হয়েছে।

পদসংখ্যা	20 শ্রেষ্ঠ ব্যক্তিদের সমষ্টি	20 কমজোর ব্যক্তিদের সমষ্টি	দু'টি দলের মধ্যে পার্থক্য
1	19	7	12
2	14	8	6
3	10	10	0
4	6	9	−3
5	4	2	2

উপরিউক্ত উদাহরণ থেকে সুস্পষ্টভাবে বোঝা যায় যে, পদসংখ্যা 1 শ্রেষ্ঠপদ,

পদসংখ্যা 2 মধ্যম পদ, পদসংখ্যা 3 নিরপেক্ষপদ, পদসংখ্যা 4 অবৈধ বা অগ্রহনীয় পদ, কারণ শ্রেষ্ঠ অপেক্ষা কমজোর ব্যক্তিরা এই পদ অধিক পরিমাণে সমাধান করতে পারে, এবং পদ সংখ্যা 5 কমজোর পদ। সায়মণ্ড বিধি অনুসারে সূচকসমূহের (indices) প্রসার O±20 মধ্যে হ'য়ে থাকে। '—' চিহ্নিত এবং 'O' সূচকযুক্ত পদসকল গ্রহণ যোগ্য হয় না এবং সূচক 4-র কম হ'লে পদ কমজোর হিসাবে ধরা হয়।

॥ তিন ॥ **ফলানাগণ প্রোডাক্ট মোমেণ্ট সহ-সম্বন্ধ গুণাংক বিধি**—থর্নডাইকের (Thorndike) মতানুসারে 27% উচ্চ এবং 27% নিম্ন দলসমষ্টি ব্যক্তিদের মধ্যে পদগুলি এবং ফলানাগণ তালিকা থেকে প্রাপ্ত অভীক্ষায়ণের মধ্যে যে সহ-সম্বন্ধ পাওয়া যায়, তাকে অত্যন্ত যথাযোগ্য পদবৈধতা হিসাবে গণ্য করা হয়। গিলফোর্ডের (Guilford) বিচারেও কোনও পদের বৈধতা জানার সবচেয়ে গুরুত্বপূর্ণ বিধি হ'ল ফলানাগণ বিধি। এই বিধির প্রয়োগে মুখ্য স্তর হ'ল চারটি—(ক) সম্পূর্ণ নমুনার (Sample) 27% উচ্চ এবং 27% নিম্ন ব্যক্তিবর্গ নির্বাচন করা ; (খ) প্রত্যেক পদের সঠিক প্রত্যুত্তর গণনা ক'রে উচ্চ এবং নিম্ন দলসমষ্টির প্রত্যুত্তরগুলি আলাদা আলাদা ক'রে যোগ করা, (গ) দু'টি দলসমষ্টি—উচ্চ (U) এবং নিম্ন (L)-এর মধ্যে সঠিক প্রত্যুত্তরের পার্থক্য নির্ণয় করা ; এবং (ঘ) ফলানাগণের তালিকার সাহায্যে প্রোডাক্ট মোমেণ্ট সহ-সম্বন্ধ নির্ধারণ করা। এই পদ্ধতিতে পদবৈধতা জানার জন্য নীচে উদাহরণ দেওয়া হল :

পদসংখ্যা	উচ্চ দলসমূহের সঠিক প্রত্যুত্তর	নিম্ন দলসমূহের সঠিক প্রত্যুত্তর	ফলানাগন (r) গুণাংক (ফলানাগন তালিকা থেকে)
1	100	56	·70
2	94	62	·47
3	18	12	·11

এই বিধি অনুসারে সূচকের প্রসার 0±·93 এর মধ্যে হ'য়ে থাকে। এই প্রসার ঋণাত্মক কিংবা ধনাত্মক দু'ভাবেই হয়। কিন্তু নিম্ন সহ-সম্বন্ধ যুক্ত পদগুলি গ্রহণ করা হয় না। শূন্য বা ঋণাত্মক সূচকযুক্ত পদগুলি গ্রহণযোগ্য হয় না এবং ·25-এর কম বৈধতা গুণাংকযুক্ত পদগুলি কমজোর হিসাবে ধরা হয়।

॥ চার ॥ **নোমোগ্রাফ বিধি**—পদবৈধতা নির্ণয় করার জন্য লসি এবং বালমা (Lawshe and Balma) নোমোগ্রাফ বিধির প্রচলন করেছেন। এই বিধির সূচক ওমেগা মূল্য (Omega value) বা ω চিহ্ন দ্বারা নির্ধারিত করা হয়। এই বিধির সাহায্যে ওমেগামূল্য অনুমান ক'রে পদবৈধতা জানা যায়। এই বিধির প্রয়োগ ছয়ভাবে করা হয়—(ক) 27% উচ্চ ও 27% নিম্ন ব্যক্তিদের দলসমষ্টি নির্বাচন করা ; (খ) প্রত্যেক পদের সঠিক প্রত্যুত্তরগুলি গণনা ক'রে উচ্চ এবং নিম্ন দলসমষ্টির প্রত্যুত্তরগুলি আলাদা আলাদা ক'রে যোগ করা ; (গ) দু'টি দলের মধ্যে সঠিক প্রত্যুত্তরের পার্থক্য নির্ণয় করা ; (ঘ) পরিমাপ থেকে নেওয়া উচ্চ দলসমষ্টির

শতাংশকে বামদিক এবং তার সংগে সম্বন্ধিত নিম্ন দলসমষ্টির সাদৃশ্যমূল্য পরিমাপ থেকে নিয়ে ডানদিকে লিপিবদ্ধ করা হয়; (ঙ) দু'টি বিন্দু সরাসরিভাবে (straightedge) সম্বন্ধিত হ'য়ে থাকে এবং (চ) পরিমাপের মধ্যকার মূল্য যা সরাসরিভাবে (straightedge) পরিমাপ রেখাকে ছেদ করে তা ওমেগামূল্য (Omega value) দ্বারা দেখান হয়। এই পদ্ধতিতে পদবৈধতা জানার জন্য নিচে উদাহরণ দেওয়া হল:

পদসংখ্যা	উচ্চ দলসমষ্টির সঠিক প্রত্যুত্তর	নিম্ন দলসমষ্টির সঠিক প্রত্যুত্তর	ওমেগামূল্য (পরিমাপ থেকে)
1	72	50	·32
2	51	31	0
3	61	73	−·12

এই বিধির সাহায্যে ওমেগামূল্যের প্রসার 0±2·00 পর্যন্ত হ'য়ে থাকে। পদ ধনাত্মক বা ঋণাত্মক যাই হোক না কেন, নিম্নমূল্যযুক্ত পদ কার্যকরী হয় না। ঋণাত্মক বা শূন্য ওমেগামূল্যযুক্ত পদ গ্রহণযোগ্য হয় না এবং ·20-এর চেয়ে কম ওমেগামূল্যযুক্ত পদ কমজোর হিসাবে ধরা হয়।

॥ পাঁচ ॥ ষ্টেনলে 27 শতাংশ উচ্চ এবং নিম্ন দলসমূহ বিধি—ষ্টেনলে (Stanley) পদগুলির পার্থক্য নির্ণায়ক মূল্য নির্ণয় করার জন্য একটি অত্যন্ত সহজ পদ্ধতি প্রবর্তন করেন। এই পদ্ধতি অনুসারে সম্পূর্ণ নমুনা শতাংশের উপর ভিত্তি ক'রে দু'টি তুলনামূলক সমষ্টিতে বিভক্ত করা হয়। এই পদ্ধতিতে তিনটি স্তর প্রয়োগ করা হয়—(ক) সম্পূর্ণ নমুনার শতকরা 27 জন এমন ব্যক্তিবর্গ বেছে নেওয়া হয় যাদের পদগুলির সঠিক প্রত্যুত্তরের সাফল্যাংক উচ্চতম হ'য়ে থাকে এবং এই দলসমষ্টিকে "উচ্চতম দলসমষ্টি" বলা হয়; এবং শতকরা 27 জন এমন ব্যক্তিবর্গ বেছে নেওয়া হয় যাদের সঠিক প্রত্যুত্তরের সাফল্যাংক নিম্নতম হ'য়ে থাকে এবং এই দলসমষ্টিকে "নিম্নতম দলসমষ্টি" বলা হয়; (খ) প্রত্যেক পদের সঠিক প্রত্যুত্তর গণনা ক'রে উচ্চ এবং নিম্ন দলসমূহের প্রত্যুত্তরগুলিকে আলাদা আলাদা ক'রে যোগ করা হয় এবং (গ) দু'টি দলসমষ্টির সঠিক প্রত্যুত্তরগুলির মধ্যে পার্থক্য নির্ণয় করা হয়, যেগুলি পদের বৈধতা বা যথার্থতার মাত্রা প্রকাশ করে। এই বিধিতে পদবৈধতা বা যথার্থতা জানার জন্য নিচে উদাহরণ দেওয়া হল:

পদসংখ্যা	উচ্চ দলসমষ্টির সঠিক প্রত্যুত্তর	নিম্ন দলসমষ্টির সঠিক প্রত্যুত্তর	দুটি দলসমষ্টির মধ্যে পার্থক্য
1	92	15	77
2	54	23	31
3	87	76	11
4	29	29	0
5	31	40	−9

এই বিধিতে পদের বৈধতা বা যথার্থতার মূল্যায়ন যেভাবে নির্ধারণ করা হয়, তাতে একে শ্রেষ্ঠ বিধি হিসেবে বিবেচনা করা হয়। উচ্চ ও নিম্ন দলসমষ্টির মধ্যে একটি পদের পার্থক্য নির্ণায়ক শক্তি যত বেশী হবে, ঐ পদের বৈধতা বা যথার্থতাও তত বেশী হবে। এই বিধি অনুসারে সূচকের প্রসার 0±100 এর মধ্যে হ'য়ে থাকে। ঋণাত্মক এবং শূন্যসূচক বিশিষ্ট পদ গ্রহণযোগ্য হয় না এবং 11এর কমসূচক পদগুলিকে কমজোরী পদ হিসাবে গণ্য করা হয়।

॥ ছয় ॥ **ডেভিস পার্থক্য নির্ণায়ক সূচক**—পদগুলির পার্থক্য নির্ণায়ক সূচক নির্ণয় করতে এই বিধি অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ হিসাবে বিবেচিত হ'য়ে থাকে। ডেভিস পার্থক্য নির্ণায়ক সূচক-এর উপর ভিত্তি ক'রে ভারতে এড্‌উইন হারপার (Edwin Harper), এস্‌. পি. সাঙ্গাল (S. P. Sangal) এবং বি. দাশগুপ্ত (B. Das Gupta) একটি পদবিশ্লেষণ চার্ট বা রেখাচিত্র তৈরী করেছেন। এই চার্ট বা রেখাচিত্রে পার্থক্য নির্ণায়ক সূচকগুলির (discriminating indices) ভিত্তি যদিও শতাংশ এবং সহ-সম্বন্ধের উপর নিরূপিত হ'য়ে থাকে, তবুও এই সূচকগুলি শতাংশ এবং সহ-সম্বন্ধ হিসাবে পড়া হয় না। এই চার্ট বা রেখাচিত্র হ'ল সরলরেখা মাপনি (linear scale); কারণ তাতে মাপনির সমস্ত বিন্দুগুলির উপর সূচকের মধ্যবর্তী দূরত্ব একই প্রকার হয়। এই বিন্দু শতাংশ না হ'য়ে স্বাভাবিকান্বিত পরিবর্তিত প্রাপ্তাংক (Z-score) হয়, তাকে যোগ বা বিয়োগ করা যায়। এই সূচকগুলি ফলানাগণ, ডেভিস এবং ফর্ন-এর চার্ট বা রেখাচিত্র থেকে গ্রহণ করা হয়েছে। চারটি স্তরে এই বিধি প্রয়োগ করতে হয়—(ক) কোন দলসমষ্টির 27% উচ্চ এবং 27% নিম্ন ব্যক্তিবর্গ নির্বাচন করা; (খ) প্রত্যেক পদের সঠিক প্রত্যুত্তরগুলি গণনা ক'রে উচ্চ এবং নিম্ন দল-সমষ্টির প্রত্যুত্তরগুলি আলাদা আলাদা ভাবে যোগ করা; (গ) দু'টি দলসমষ্টির সঠিক প্রত্যুত্তরগুলির মধ্যে পার্থক্য নির্ণয় করা; এবং (ঘ) রেখাচিত্রের মাধ্যমে পার্থক্য নির্ণায়ক সূচক গণনা করা। এই বিধিতে পদগুলির পার্থক্য নির্ণায়ক সূচক জানার জন্য নিচে উদাহরণ দেওয়া হল—

পদসংখ্যা	উচ্চ দলসমষ্টির সঠিক প্রত্যুত্তর	নিম্ন দলসমষ্টির সঠিক প্রত্যুত্তর	ডেভিস 'ডি' সূচক
1	75	50	15
2	82	25	40
3	89	8	65

এই বিধির প্রয়োগ কেবল এই স্থিতিতেই হ'তে পারে যখন উচ্চ দলসমষ্টির সঠিক প্রত্যুত্তর নিম্ন দলসমষ্টির সঠিক প্রত্যুত্তরগুলির সমান হয় বা অধিক হয়। এই বিধি অনুসারে সূচকের প্রসার 0 থেকে 100 পর্যন্ত হ'য়ে থাকে। ঋনাত্মক এবং শূন্যসূচক-

যুক্ত পদগুলি গ্রহণযোগ্য হয় না এবং 11এর কম 'ডি' মূল্য যুক্ত পদ কমজোর হিসাবে ধরা হয়।

॥ **সাত** ॥ **কেলীর বিধি**—পদের বৈধতা বা যথার্থতা জানার অন্য একটি বিধি হ'ল কেলীর বিধি। কেলীর নামানুসারেই এই বিধির নামকরণ করা হয়েছে। যদিও এই বিধির ভিত্তি কোন দলসমষ্টির উচ্চতম এবং নিম্নতম 27—27 শতাংশ ব্যক্তিদের উপর আরোপিত হয়, তথাপি এই দু'টি দলসমষ্টির সঠিক প্রত্যুত্তরগুলি অনুপাতের সংগে সমন্বিত না হ'য়ে স্বাভাবিক সম্ভাবনা বক্রের (Normal Probability Curve) সিগমা এককগুলির (Sigma units) ভিত্তির উপর পদগুলির পার্থক্যগুলিকে ব্যক্ত করে। এই বিধি চারটি স্তরে প্রয়োগ করতে হয়—(ক) দলসমষ্টির 27% উচ্চ এবং 27% নিম্ন ব্যক্তিবর্গ নির্বাচন করা; (খ) প্রত্যেক পদের সঠিক প্রত্যুত্তর গণনা ক'রে উচ্চ এবং নিম্ন দলসমষ্টির প্রত্যুত্তরগুলি আলাদা আলাদা ভাবে যোগ করা; (গ) স্বাভাবিক সম্ভাবনা বক্রের উপযুক্ত তালিকা থেকে উচ্চ এবং নিম্ন দলসমষ্টির প্রত্যুত্তরগুলির যোগফল অনুসারে সিগমা মূল্য (sigma value) নির্ণয় করা; এবং (ঘ) উচ্চ দলসমষ্টির প্রাপ্ত সিগমা মূল্য থেকে নিম্ন দলসমষ্টির সিগমামূল্য বিয়োগ ক'রে কেলীর সূচীর সংগে সম্পর্ক নির্ণয় করা। এই বিধি থেকে পদবৈধতা বা যথার্থতা জানার জন্য নিচে উদাহরণ দেওয়া হ'ল—

পদসংখ্যা	উচ্চ দলসমষ্টির সঠিক প্রত্যুত্তর	নিম্ন দলসমষ্টির সঠিক প্রত্যুত্তর	কেলীর সূচক
1	83	38	1·26
2	72	54	0·48
3	21	26	−0·17

এই বিধি অনুসারে সূচকের প্রসার 0 ± 5·18এর মধ্যে হ'য়ে থাকে। ঋণাত্মক বা শূন্য সূচক যুক্ত পদ গ্রহণ যোগ্য হয় না এবং ·40 গুণাংকের কম পদগুলি কমজোর হিসাবে ধরা হয়।

এইভাবে পার্থক্য নির্ণায়ক সূচক (Discrimination Index or DI) জানার জন্য কিছু কিছু পদ্ধতির উল্লেখ করা হ'ল। এই সব পদ্ধতিগুলির উদ্দেশ্য হ'ল স্বতন্ত্রভাবে পদগুলির বৈধতা বা যথার্থতা জ্ঞাত হওয়া যাতে পদগুলি উচ্চ বা নিম্ন দলসমষ্টির ব্যক্তি বর্গের মধ্যে পার্থক্য নির্ণায়ক শক্তি নির্ণয় করতে পারে। প্রায়ই অভীক্ষার সমস্ত পদগুলি পার্থক্য নির্ণায়ক হওয়া উচিত। সাধারণতঃ অভীক্ষাতে কিছু পদ এমন হওয়া উচিত যা প্রায় সমস্ত দলসমষ্টির—উচ্চ, মধ্য, নিম্ন ব্যক্তিসকল সমাধান করতে পারে এবং কিছু পদ এমন হওয়া উচিত যা কেবল শ্রেষ্ঠ এবং নিম্ন দলসমষ্টির ব্যক্তিসকল সমাধান করতে পারে। এই প্রকার বিধিগুলিকে একভাবে বলা যায় যে, এইগুলি কোন দলসমষ্টির 27 শতাংশ উচ্চ এবং 27 শতাংশ নিম্ন ব্যক্তি-

সকলের উপর ভিত্তি ক'রে পদগুলির পার্থক্য নির্ণায়ক মূল্য নির্ণয় ক'রে থাকে, এবং মধ্যবর্তী 46 শতাংশ ব্যক্তিবর্গের সম্বন্ধে কোন ইংগিত প্রকাশ করে না।

প্রায়ই এই সকল বিধিগুলির প্রয়োগ প্রত্যেক প্রকারের অভীক্ষার পদগুলির জন্ম করা হয়। অভীক্ষানির্মাতা সুবিধা অনুসারে কোন্ পদ্ধতি প্রয়োগ করবেন তা তাঁর ইচ্ছার উপরই নির্ভর করে।

পদ কাঠিন্য (Item difficulty)

পদ বৈধতা নির্ণয় করার পর দ্বিতীয় সমস্যা হ'ল অভীক্ষা পদের কাঠিন্য স্তর নির্ণয় করা। পদ বিশ্লেষণ প্রক্রিয়াতে এই দু'টি স্বতন্ত্র্যদিক পারস্পরিক ভাবে সম্পর্কিত হয়; কারণ কোন পদের বৈধতা জানার সঙ্গে সঙ্গে ঐ পদের কাঠিন্যস্তরও জানতে হয়। অভীক্ষাতে যতগুলি পদ থাকবে ঠিক ততগুলিই হবে স্বতন্ত্রভাবে নির্ণীত কাঠিন্য স্তর। প্রায়ই কাঠিন্যস্তর জানার জন্ম পদে ফেল বা পাশ করা ব্যক্তিদের শতাংশ নির্ণয় করতে হয়। কোন দলসমষ্টির সমস্ত ব্যক্তিবর্গ দ্বারা সমাধান যোগ্য অত্যন্ত সোজা বা সমাধান করা যায় না এমন অত্যন্ত কঠিন পদ অভীক্ষাতে সংযোজন করা যায় না। সাধারণভাবে যদি কোন পদ শতকরা পঞ্চাশজন ব্যক্তি সমাধান করতে পারে, তাহলে ঐ পদের কাঠিন্যস্তর উপযুক্ত হিসাবে বিবেচিত হয়, কিন্তু তার লক্ষ্য এই নয় যে, অভীক্ষাতে কেবল এইরূপ পদই থাকবে যেগুলি শতকরা পঞ্চাশজন ব্যক্তি সমাধান করতে পারে। এমনকি এরূপ পদও চয়ন করতে হবে যেগুলি দলসমষ্টির শ্রেষ্ঠতম বা নিম্নতম ব্যক্তিসকলও সমাধান ক'রে থাকে। কাঠিন্যস্তর পদগুলিকে পর্যায়ক্রমে সাজাতেও সহায়ক হয়। অভীক্ষাতে কোন্ পদ প্রথমে, মধ্যে, শেষে বা অন্য সম্বন্ধিত স্থিতিতে থাকবে, তার সংকেত এর থেকে পাওয়া যায়।

এখন প্রশ্ন হল যে, পদের কাঠিন্যস্তর কিভাবে জানা যায়? যদিও পদগুলির কাঠিন্যস্তর জানার কোন নিশ্চিত উপযুক্ত বিধি নেই, তথাপি পদগুলির কাঠিন্যস্তর নির্ধারণ করার জন্য চারটি পদ্ধতির উল্লেখ করা যেতে পারে। এই পদ্ধতিগুলি উল্লেখ করার আগে কাঠিন্যস্তর জানার সম্বন্ধে কতিপয় বিশেষজ্ঞদের বিচারধারা এখানে আলোচনা করা হয়েছে। এই সম্বন্ধে ব্রেডফীল্ড এবং মোরডক্ (Bradfield and Moredock)এর অভিমত হ'ল যে "পার্থক্য নির্ণায়ক শক্তির মাত্রাকে পদ কাঠিন্যের সূচকরূপে গ্রহণ করা যেতে পারে। দলসমষ্টির 90% ব্যক্তিসকল যে পদ সঠিকভাবে সমাধান করে সে পদকে সহজ পদ হিসাবে বিবেচিত করা হয়; যে পদ 10% ব্যক্তিসকল শুদ্ধভাবে সমাধান করে তাকে অত্যন্ত কঠিন পদ হিসাবে অভিহিত করা যায়। যে পদ সম্পূর্ণ দলসমষ্টির অর্ধেক শুদ্ধভাবে সমাধান করতে পারে এবং বাকী অর্ধেক পারে না তাকে পঞ্চাশ শতাংশ কঠিন বলা হয়। ("Degree of discrimination may be taken as an index of item difficulty. An item which 90% of a group answered correctly would be considered as an easy item. One which only 10% answered would be termed

very difficult. An item that half of the group answered correctly and half answered incorrectly is said to have 50% difficult.") টাটের (Tate) মতে, "পদের কাঠিন্য জানার সর্বচেয়ে উপযোগী পন্থা হলো পদের সঠিক প্রত্যুত্তরকারী অভক্ষার্থীদের অনুপাত; অনুপাত যত কম হবে পদটি ততই কঠিন হবে।" ("The most useful way of estimating diffiiculty of an item is in terms of proportion of examinees who respond correctly, the smaller the proportion, the most difficult the item.")। গ্যারেটের (Garrett) অভিমত হ'ল "সঠিক সংখ্যা বা পদের সঠিক প্রত্যুত্তরকারী দলসমষ্টির অনুপাত হ'ল একটি অভীক্ষার কাঠিন্য নির্ধারণ করার প্রামাণিক বিধি।" ("The number right or the proportion of the group which can solve an item correctly is the 'Standard method' for determining difficulty in a test.")

পদের কাঠিন্যস্তর জানার জন্য নীচে পাঁচটি পদ্ধতির উল্লেখ করা হল—

(ক) **27 শতাংশ উচ্চ এবং 27 শতাংশ নিম্ন দলসমষ্টির সঠিক প্রত্যুত্তর সম্পর্কীয় পদ্ধতি**—এই পদ্ধতির সাহায্যে কাঠিন্যস্তর জানার জন্য সর্ব প্রথম 27 শতাংশ উচ্চ এবং 27 শতাংশ নিম্ন দলসমষ্টির ব্যক্তিবর্গ নির্বাচন ক'রে নেওয়া হয়। তারপর প্রতিটি পদের সঠিক প্রত্যুত্তরগুলি গণনা ক'রে উচ্চ এবং নিম্ন দলসমষ্টির প্রত্যুত্তরগুলি আলাদা আলাদা ভাবে যোগ করা হয় এবং নিম্ন সূত্রের মাধ্যমে পদকাঠিন্য নির্ণয় করা হয়।

$$\text{Item difficulty or I. D.} = 100 - \frac{U+L}{2}$$

এখানে, I. D. = পদকাঠিন্য

U = প্রতিটি পদের সঠিক প্রত্যুত্তরকারী উচ্চ দলসমষ্টি

L = প্রতিটি পদের সঠিক প্রত্যুত্তরকারী নিম্ন দলসমষ্টি

ধরা যাক, যখন কোন পদ উচ্চ দলসমষ্টির 40 জন ব্যক্তি এবং নিম্ন দলসমষ্টির 18 জন ব্যক্তি সঠিকভাবে প্রত্যুত্তর করতে সক্ষম হয়, তখন ঐ পদের কাঠিন্য স্তর $= 100 - \frac{40+18}{2} = 100 - 29 = 71$ হবে। এই বিধি অনুসারে কাঠিন্যমানের প্রসার 0 থেকে 100 পর্যন্ত হবে। কোনও পদ এমন সোজা হবে না যাতে দলসমষ্টির সকল ব্যক্তি তার সমাধান করতে পারে, আবার এমন কঠিনও হবে না যাতে কেউই সমাধান করতে অক্ষম হয়। কাজেই 90এর বেশী এবং 10এর কম কাঠিন্যমান বিশিষ্ট পদ অগ্রহনীয় এবং কমজোরী হিসাবে বিবেচিত হয়।

(খ) **হারপারের ফেসিলিটি সূচক (Facility index)**—কেলী এবং হারপারও 27 শতাংশ উচ্চ এবং 27 শতাংশ নিম্ন দলসমষ্টির সঠিক প্রত্যুত্তর বিধি প্রয়োগ করেন। তাঁদের জিজ্ঞাস্য হ'ল যে, এই 27 শতাংশ বিধি ব্যবহার হয় কেন? উত্তরে তাঁরাই আবার বলেন যে, যদিও এই শতাংশের ব্যবহার এমন এক প্রয়োগাত্মক

(technical) তর্কের বিষয়, তবুও এই শতাংশ ব্যবহারের দ্বারা নির্ভরযোগ্য সিদ্ধান্ত করা যেতে পারে। এই বিধিতে উচ্চ দলসমষ্টি এবং নিম্ন দলসমষ্টির সঠিক প্রত্যুত্তরগুলি যোগ ক'রে ছ'টি সমষ্টির অধিকতম যোগফল দ্বারা ভাগ করা হয়। ভগ্নাংশ পরিহার করার জন্য 100 দি'য়ে গুণ করা হয়।

ফেসিলিটি সূচকের সূত্রটি নিম্নরূপ :

$$\text{Facility index} = \frac{R(U)+R(L)}{2E} \times 100$$

এখানে, $R(U)$ = উচ্চ দলসমষ্টির সঠিক প্রত্যুত্তরগুলি

$R(L)$ = নিম্ন দলসমষ্টির সঠিক প্রত্যুত্তরগুলি

E = ছ'টি দলসমষ্টির শতাংশের যোগফল

উদাহরণস্বরূপ, ধরা যাক, যদি 200 জন ব্যক্তিবর্গের মধ্যে উচ্চ দলসমষ্টির 35 জন এবং নিম্ন দলসমষ্টির 25 জন ব্যক্তিবর্গ কোন পদের সঠিক প্রত্যুত্তর দেয়, তাহলে ঐ পদের ফেসিলিটি সূচক, $FI = \frac{35+25}{2\times 54} \times 100 = \frac{60}{108} \times 100 = 56\%$ হবে। অর্থাৎ ঐ পদের কাঠিন্যস্তর 56% হবে। এইভাবে নির্ধারিত করা পদগুলির মধ্যে যে পদগুলির ফেসিলিটি সূচক 35 শতাংশ থেকে 85 শতাংশের মধ্যে (ডেভরিচ, 1960 ; ইবেল, 1965) থাকবে, সেই পদগুলিকে উপযুক্ত কাঠিন্য সংপৃক্ত পদ হিসাবে বিবেচিত করা যাবে।

(গ) **পদের উত্তর নির্ধারণ ক'রে কাঠিন্যস্তর শতাংশের দ্বারা নির্ণয়**—কোনও অভীক্ষা শতাংশের মাধ্যমে জানা যেতে পারে। যদি কোন অভীক্ষা পদের চয়ন 50 শতাংশ কাঠিন্যস্তরের অনুকূল হয়, তাহলে এই সিদ্ধান্তে পৌছান যায় যে, অভীক্ষার্থীদের ছ'টি দলে—শ্রেণীকৃত বিন্দু থেকে উপরে এবং শ্রেণীকৃত বিন্দু থেকে নীচে বিভক্ত করা যেতে পারে এবং এই প্রকারের পদ কোনও দলের ব্যক্তিদের মধ্যে পার্থক্য নিরূপণ করতে পারে না। সুতরাং অভীক্ষায় অধিক পার্থক্য নির্ণায়ক ক্ষমতা (differentiating efficiency) জানার জন্য অভীক্ষার পদগুলি বিভিন্ন কাঠিন্যস্তরের উপর তাদের সফল শতাংশ (passing percentage) দ্বারা স্থির করা হয়। কাঠিন্যের দিক দি'য়ে কোনও অভীক্ষাপদের পার্থক্য নির্ণায়ক মানের মাত্রা এমন হবে যাতে পরিমিত বিশেষত্বের নিষ্পাদনে ব্যক্তিবর্গের মধ্যে সন্তোষজনকভাবে পার্থক্য পরিলক্ষিত করা যাবে।

(ঘ) **স্বাভাবিক সম্ভাবনা বক্রের দ্বারা কাঠিন্যস্তর নির্ণয়**—অভীক্ষা পদের কাঠিন্যস্তরকে স্বাভাবিক সম্ভাবনা বক্রের সমক বিচ্যুতির দ্বারাও নির্ণয় করা যেতে পারে। যদি কোন অভীক্ষার পদ 84 শতাংশ অভীক্ষার্থীরা সঠিকভাবে সমাধান করতে পারে, তাহলে স্বাভাবিক সম্ভাবনা বক্র (Normal probability curve) অনুসারে তার ক্রম -1σ (SD) হবে এবং যদি কোন অভীক্ষার পদ কেবল 16 শতাংশ অভীক্ষার্থীরা সমাধান করতে পারে তাহলে তার ক্রম $+1\sigma$ (SD) হবে। অন্যভাবে

যদি একথা বলা যায় যে, কোন অমুক পদের কাঠিন্যস্তর $-.5\sigma$ (SD) বা $+.5\sigma$ (SD) হয়, তাহলে আমরা বুঝতে পারবো যে, ঐ পদ যথাক্রমে 69 শতাংশ বা 31 শতাংশ ব্যক্তিসকল সমাধান করতে পারে। সুতরাং কাঠিন্যস্তর 69% এবং 31% হবে। কোন কোন মনোবিজ্ঞানী কাঠিন্যস্তর নির্ণয় করার জন্য এই বক্রের উপর বিশেষ গুরুত্ব দিয়ে থাকেন; কারণ এখানে সমক বিচ্যুতিকে স্বাভাবিক সম্ভাবনা বক্রের ভিত্তিরূপ একক (unit) হিসাবে ধরা হয়।

(ঙ) **সূত্রের মাধ্যমে কাঠিন্যস্তর নির্ণয়**—পদের কাঠিন্যস্তর নির্ণয় সূত্রের প্রয়োগেও করা যেতে পারে।

$$\text{Item Difficulty or I. D.} = \frac{N_i}{N_t} \times 100$$

এখানে, I. D. = পদকাঠিন্য

N_i = সঠিকভাবে সমাধান করতে পারে এমন অভীক্ষার্থীদের সংখ্যা

N_t = অভীক্ষার্থীদের মোট সংখ্যা।

যদি কোন দলসমষ্টির 75 জন অভীক্ষার্থীর মধ্যে 40 জন পদ A, 65 জন পদ B এবং 15 জন পদ C শুদ্ধভাবে সমাধান করে, তাহলে উপরিউক্ত সূত্র প্রয়োগ করার পর পদ A, B, C-এর কাঠিন্যস্তর যথাক্রমে 53.3%, 86.6% এবং 20% হিসাবে জানা যায়।

পরিশেষে বলা যেতে পারে যে, কোনও পদের কাঠিন্যমান হ'ল, পরীক্ষা করা হয় এমন ব্যক্তিদের সেই শতাংশ যে শতাংশ ব্যক্তিগণ ঐ প্রশ্ন সঠিকভাবে উত্তর দি'য়ে থাকে। কাঠিন্যস্তর জানা অভীক্ষার পার্থক্য নির্ণায়ক মানের জন্য গুরুত্বপূর্ণ হয় না; কারণ কাঠিন্যস্তরের মাত্রাকে সেই স্থিতিতেও জানা যায়, যখন অভীক্ষাকে দু'টি সমানরূপে (Equal form) তৈরী করা হয়। পদগুলির কাঠিন্যস্তর অভীক্ষার স্বরূপের অনুকূল হ'য়ে থাকে; কারণ যেখানে গতি অভীক্ষার (speed test) পদগুলির কঠিন্যস্তর সমস্থিতিতে বিন্যাসিত হ'য়ে থাকে, সেখানে শক্তি অভীক্ষার (power test) পদগুলির কাঠিন্যস্তর ক্রমিকভাবে বেড়ে যায়। তাছাড়া এমন কিছু অভীক্ষা আছে, যার উদ্দেশ্য হ'ল অভীক্ষার্থীদের দু'টি দলে—পাশ-ফেল, সন্তোষজনক-অসন্তোষজনক ভাগে বিভক্ত করা; এই অবস্থাতে অভীক্ষার কাঠিন্য-স্তরকে প্রথমেই স্থির ক'রে নিতে হয়।

পদ বিশ্লেষণ প্রক্রিয়ার স্তর
(Steps of Item Analysis)

পদ বিশ্লেষণ দু'টি দিক দিয়ে বিস্তৃতভাবে বর্ণনা করার পরে এখন আমরা পদ-বিশ্লেষণ প্রক্রিয়ার স্তরগুলি উল্লেখ করবো। মুখ্যতঃ পদ বিশ্লেষণ প্রক্রিয়ার অন্তর্গত নিম্ন সোপানগুলি প্রয়োগ করা হয়—

(i) অভীক্ষার প্রারম্ভিক রূপ থেকে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির মূল্যায়ন এবং সঠিক প্রত্যুত্তরগুলি গণনা করা হয়।

(ii) প্রত্যেক ব্যক্তি কোন অভীক্ষায় মোট যে প্রাপ্তাংক পায় তার উপর ভিত্তি ক'রে সঠিক উত্তর প্রদানকারীদের মধ্যে উচ্চ প্রাপ্তাংক প্রাপ্ত ব্যক্তিবর্গের শতকরা 27 জন এবং সঠিক উত্তর প্রদানকারীদের মধ্যে নিম্ন প্রাপ্তাংক প্রাপ্ত ব্যক্তিবর্গের শতকরা 27 জন নির্ধারণ করা হয়। উদাহরণস্বরূপ, যদি 60 জন ব্যক্তির উপর কোন অভীক্ষা প্রয়োগ করা হয়, তাহলে উচ্চ দলসমষ্টিতে তাদের সংখ্যা $0{\cdot}27 \times 60 = 16{\cdot}2 = 16$ হবে এবং নিম্ন দলসমষ্টিতেও অনুরূপ সংখ্যা পাওয়া যাবে। দলসমষ্টির মধ্যবর্তী সংখ্যা $60-(16+16)=28$ বাদ দেওয়া হয়। কারণ, পদ বিশ্লেষণে এই দলসমষ্টির কোন প্রয়োজন হয় না।

(iii) অভীক্ষার প্রতিটি পদ একটি একটি ক'রে নেওয়া হয় এবং দেখা হয় যে, উচ্চ এবং নিম্ন দলসমষ্টির কতজন ব্যক্তি ঐ পদ সঠিকভাবে উত্তর করতে পারে। তারপর উচ্চ দলসমষ্টির ব্যক্তিসকলের সংখ্যা থেকে নিম্ন দলসমষ্টির ব্যক্তিসকলের সংখ্যা বাদ দেওয়া হয় এবং সংখ্যাকে ঐ পদের পার্থক্য নির্ণায়ক মানের সূচকরূপে চিহ্নিত করা হয়। এইভাবে প্রত্যেক পদের উপর নিম্ন এবং উচ্চ দলসমষ্টির ব্যক্তি সকলের সঠিক প্রত্যুত্তরের অন্তর জেনে নেওয়া হয় যা পদটির ভেদবোধকতা নির্দেশ ক'রে থাকে। পদের বৈধতা এবং পার্থক্য নির্ণায়ক মান জানার জন্য পূর্ববর্ণিত পদ্ধতিগুলির মধ্যে যে কোন একটি পদ্ধতি প্রয়োগ করা যেতে পারে। তারপর যে অন্তরগুলি পাওয়া যায় সেগুলিকে উচ্চ ক্রম অনুসারে সাজিয়ে রাখা হয়—উচ্চতম ধনাত্মক অঙ্ক দিয়ে শুরু ক'রে উচ্চতম ঋণাত্মক অঙ্কে শেষ করা হয়। অভীক্ষাতে যতগুলি পদ থাকবে ততগুলিই পদের অন্তরফল হবে। অধিক ধনাত্মক অঙ্ক অধিক পার্থক্য নির্ণায়ক পদকে নির্দেশ ক'রে থাকে, এবং অল্প ধনাত্মক এবং ঋণাত্মক অন্তরযুক্ত পদ কোনরূপ পার্থক্য নির্দেশ করে না।

(iv) পদগুলির কাঠিন্যমান জানার জন্য উচ্চ এবং নিম্ন দলসমষ্টি দ্বারা সমাধান করা পদগুলির সংখ্যা যোগ ক'রে 2 দিয়ে ভাগ করা হয় এবং 100 থেকে বিয়োগ করা হয়।

উদাহরণস্বরূপ, ধরা থাক একটি পদ নিম্ন প্রকারের হয়—

পদ বা প্রশ্ন : কোন ভাষণ তৈরী করাতে প্রবক্তাকে নিম্নলিখিত বিষয়গুলির মধ্যে কোন্‌টির উপর সর্বপ্রথম মনোযোগ দিতে চেষ্টা করা উচিত।

(1) অভ্যাসের উপর, (2) ধীরভাবে ভাষণদান, (3) **সামগ্রী একত্রিত করা,** (4) মুখ্য মুখ্য বাণীগুলি একত্রিত করা এবং (5) অঙ্গভঙ্গী প্রদর্শন করা।

এখানে কোন দলসমষ্টির উচ্চ এবং নিম্ন ব্যক্তিবর্গ দ্বারা দেওয়া 5টি প্রত্যুত্তর নিম্ন তালিকায় লিপিবদ্ধ করা হল।

দল সমূহ	বিকল্প উত্তর					প্রত্যুত্তর না করা	অভীক্ষার্থী সংখ্যা	পার্থক্য নির্ণায়ক সূচক	কাঠিন্য স্তর
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)				
উচ্চ	0	1	12	2	1	×	16	·25%	63%
নিম্ন	0	2	8	3	3	×	16		
যোগ ফল	0	3	20	5	4	×	32		

এখানে পদটির পাঁচটি বিকল্প উত্তরের মধ্যে তৃতীয় উত্তরটি শুদ্ধ। সুতরাং পার্থক্য নির্ণায়ক সূচক এবং কাঠিন্যস্তর নির্ণয় করার জন্য এই প্রত্যুত্তরের সংখ্যাগুলি প্রয়োগ করা হয়। এই বিশ্লেষণ থেকে দেখা যায় যে, প্রশ্নটির কাঠিন্যমান 63% এবং পার্থক্য নির্ণায়ক ক্ষমতা ·25 ; অর্থাৎ মাঝামাঝি ধরনের। এখানে নিম্নমানের পরীক্ষার্থীদের অন্যান্য সম্ভাব্য উত্তরগুলির আকর্ষণ করার ক্ষমতা কম হ'লেও প্রশ্নটির পার্থক্য নির্ণায়ক ক্ষমতা অস্বীকার করা যায় না।

আমাদের দেশে অভীক্ষার পদগুলি বিশ্লেষণ করার জন্য ডেভিস, ফলানাগণ এবং ফ'নের কাজের উপর ভিত্তি ক'রে একটি পদবিশ্লেষণ চার্ট হারপার, গুপ্তা এবং সাংগল রচনা করেছেন এবং তার প্রয়োগ আবশ্যকতা অনুযায়ী করা হয়।

অভীক্ষার পদগুলির পার্থক্য নির্ণায়ক শক্তির মান নির্ণায়ক নির্ণয় (Computing discriminating power of test itmes)

যখন উচ্চ দলসমষ্টিভুক্ত অধিক সংখ্যক শিক্ষার্থীরা নিম্ন দলসমষ্টিভুক্ত শিক্ষার্থীদের অপেক্ষা অভীক্ষাপদগুলির বা প্রশ্নগুলির উত্তর সঠিকভাবে দিতে পারে তখন অভীক্ষাপদগুলি উভয়দলের পারদর্শিতার মধ্যে নিখুঁতভাবে পার্থক্য নির্ণয় ক'রে থাকে। অভীক্ষাপদগুলির এই ধরনের পার্থক্য নির্ণায়ক শক্তি প্রকাশ করে যে, সম্পূর্ণ অভীক্ষা থেকে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির পার্থক্য নির্ণয় করার ক্ষমতা বর্তমান আছে। অর্থাৎ অভীক্ষাটি উচ্চ এবং নিম্ন দলসমষ্টির পারদর্শিতার মধ্যে পার্থক্য নির্ণয় করতে পারে।

অভীক্ষা পদগুলির পার্থক্য নির্ণায়ক শক্তির মান সাধারণতঃ নিম্নলিখিত সোপানগুলির মাধ্যমে নির্ধারণ করা যেতে পারে।

(i) মোট প্রাপ্তাংকগুলির ভিত্তিতে উত্তরপত্রগুলি ক্রমানুসারে সাজাতে হয়।

(ii) উচ্চমানের $\frac{1}{3}$ অংশ এবং নিম্নমানে $\frac{1}{3}$ অংশ উত্তরপত্র পৃথক ক'রে নিতে হয়।

(iii) প্রত্যেকটি অভীক্ষাপদ বা প্রশ্নের ক্ষেত্রে উচ্চমানের কতজন এবং নিম্নমানের কতজন সঠিক উত্তর করেছে, তা নির্ণয় করতে হয়।

(iv) নিম্নলিখিত সূত্রের সাহায্যে প্রত্যেকটি অভীক্ষাপদের পার্থক্য নির্ণায়ক ক্ষমতা নির্ণয় করতে হয়।

$$\text{পার্থক্য নির্ণায়ক ক্ষমতা (Discrimination Power or D)} = \frac{R_U - R_L}{\frac{1}{2}T}$$

এখানে, R_U = উচ্চমানের যতজন অভীক্ষার্থী অক্ষীক্ষাপদটির নির্ভুল উত্তর করেছে

R_L = নিম্নমানের যতজন অভীক্ষার্থী অভীক্ষাপদটির নির্ভুল উত্তর করেছে

T = উভয় দলের মোট পরীক্ষার্থীর সংখ্যা

উদাহরণস্বরূপ, কোন অভীক্ষার একটি পদের উত্তর প্রদানকারী উচ্চমানের 10 জনের মধ্যে 10 জন এবং নিম্নমানের 10 জনের মধ্যে 4 জন নির্ভুল উত্তর করতে পেরেছে। তাহলে এখানে $R_U = 10$, $R_L = 4$ এবং $T = 10 + 10 = 20$; $\frac{1}{2}T = 10$

$$\therefore \text{ পার্থক্য নির্ণায়ক ক্ষমতা (D)} = \frac{10-4}{10} = \frac{6}{10}$$

$$= \cdot 60$$

এখানে বলা যেতে পারে যে, মোটামুটিভাবে এই পদটির সাধারণ পার্থক্য নির্ণায়ক ক্ষমতা আছে। এইভাবে প্রত্যেকটি অভীক্ষাপদের পার্থক্য নির্ণায়ক মান নির্ণয় করা যায়। অভীক্ষা পদের সবচেয়ে বেশী পার্থক্য নির্ণায়ক ক্ষমতা হ'ল 1 এবং সবচেয়ে কম মান হ'ল শূন্য (O)। এই সূত্র প্রয়োগে ঋণাত্মক মানও পাওয়া যায়। যদি নিম্ন দলসমষ্টি কোন পদের অধিক উত্তর উচ্চ দলসমষ্টি অপেক্ষা অধিক সংখ্যায় দিতে পারে, তাহলে পার্থক্য নির্ণায়ক মানটি ঋণাত্মক হবে এবং এই মানটি কোনভাবে কার্যকরী হবে না।

অভীক্ষাপদের আভ্যন্তরীণ সামঞ্জস্য নির্ণয় (Calculating internal consistency of test item.)

অভীক্ষার আভ্যন্তরীণ সামঞ্জস্য নির্ণয়, বিশেষভাবে বিকল্প উত্তরগুলির কার্যকারিতা, পদ বিশ্লেষণের মাধ্যমে করা যায়। সাধারণভাবে যে অভীক্ষার প্রশ্নগুলির বিকল্প উত্তর নিম্নমানের পরীক্ষার্থীদের অপেক্ষাকৃত অধিক পরিমাণে আকর্ষণ করতে পারে সেই

অভীক্ষার কার্যকারিতা বেশী হ'য়ে থাকে। অর্থাৎ ভুল সম্ভাব্য উত্তরগুলিতে নিম্নমানের অভীক্ষার্থীদের প্রাপ্তাংক বেশী হবে। তার ফলে অভীক্ষাপদগুলি পার্থক্য নির্ণয় করতে পারবে এবং অভীক্ষাপদের আভ্যন্তরীণ সাঞ্জস্যও বজায় থাকবে। অভীক্ষার আভ্যন্তরীণ সামঞ্জস্য নিম্নলিখিত প্রক্রিয়ার মাধ্যমে নির্ণয় করা যেতে পারে।

(i) অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংকগুলিকে বেশী থেকে কম এবং ক্রমানুযায়ী সাজাতে হয়।

(ii) উচ্চমানের $\frac{1}{3}$ অংশ এবং নিম্নমানের $\frac{1}{3}$ অংশ উত্তরপত্রগুলি পৃথক করতে হয়।

(iii) প্রত্যেকটি উত্তরপত্রের প্রতিটি প্রশ্নে সম্ভাব্য বিভিন্ন উত্তরগুলির মধ্যে উচ্চমানের অভীক্ষার্থীরা কিভাবে উত্তর করেছে এবং নিম্নমানের অভীক্ষার্থীরা কিভাবে উত্তর করেছে তা নির্ণয় করতে হয়।

(iv) সঠিক উত্তরটি ছাড়া অন্যান্য সম্ভাব্য উত্তরগুলির পার্থক্য নির্ণায়ক ক্ষমতা নির্ধারণ করতে হয়। তার জন্য নিম্ন সূত্রটি প্রয়োগ করা যায়।

আভ্যন্তরীণ সামঞ্জস্য (Internal Consistency or D) $= \frac{R_L - R_U}{\frac{1}{2}T}$

এখানে, D = পদের আভ্যন্তরীণ সামঞ্জস্য

R = নিম্নমাণের অভীক্ষার্থীদের বিশেষ সম্ভাব্য উত্তর নির্বাচনের সংখ্যা

R_U = উচ্চমানের অভীক্ষার্থীদের বিশেষ সম্ভাব্য উত্তর নির্বাচনের সংখ্যা

T = মোট অভীক্ষার্থী সংখ্যা

সুতরাং অভীক্ষার পদ বিশ্লেষণের জন্য আমাদের প্রতিটি প্রশ্নপত্র পরীক্ষা করার প্রয়োজন হয় না। উচ্চমানের $\frac{1}{3}$ অংশ অভীক্ষার্থীর এবং নিম্নমানের $\frac{1}{3}$ অংশ অভীক্ষার্থীর উত্তরপত্রগুলি নির্বাচন ক'রে তাদের প্রত্যেকটি পদের কাঠিন্যস্তর বা মান, পার্থক্য নির্ণায়ক ক্ষমতা এবং আভ্যন্তরীণ সামঞ্জস্য নির্ণয় করা যায়। একটি উদাহরণের সাহায্যে সমগ্র পদ্ধতিটি এখানে দেখানো হয়েছে।

প্রশ্ন : বাতাসের আর্দ্রতা পরিমাপের জন্য কোন্ যন্ত্রটি ব্যবহার করা হয় ?

সম্ভাব্য উত্তর : (ক) এনিমোমিটার, (খ) ব্যারোমিটার, (গ) হাইগ্রোমিটার (ঘ) থার্মোমিটার

পরীক্ষার্থীর সংখ্যা 39 এবং তাদের মধ্যে উচ্চমানের $\frac{1}{3}$ (13 জন) এবং নিম্নমানের $\frac{1}{3}$ (13 জন) অংশের প্রদত্ত উত্তর নীচে তালিকাবদ্ধ করা হয়েছে।

দল সমূহ	বিকল্প উত্তর (1)	(2)	(3)	(4)	কাঠিন্যমান	পার্থক্য নির্ণায়ক ক্ষমতা
উচ্চমান (13 জন)	0	0	13	0	69%	·61
নিম্নমান (13 জন)	2	3	5	3		

$$\text{প্রশ্নটির কাঠিন্যমান} = \frac{18}{26} \times 100 = 69\%$$

$$\text{প্রশ্নটির পার্থক্য নির্ণায়ক ক্ষমতা} = \frac{13-5}{\frac{1}{2} \times 26} = \frac{8}{13} = \cdot 61$$

(1) সম্ভাব্য উত্তরের আভ্যন্তরীণ ক্ষমতা $= \frac{2-0}{13} = \cdot 153$

(2) সম্ভাব্য উত্তরের আভ্যন্তরীণ ক্ষমতা $= \frac{3-0}{13} = \cdot 230$

(3) সম্ভাব্য উত্তরের আভ্যন্তরীণ ক্ষমতা $= \frac{3-0}{13} = \cdot 230$

এখানে সঠিক উত্তর হ'ল (3) এবং এই বিশ্লেষণে দেখা যাচ্ছে যে, অভীক্ষাপদ বা প্রশ্নটির কাঠিন্যমান 69%; কিন্তু পার্থক্য নির্ণায়ক ক্ষমতা ·61, অর্থাৎ উচ্চ মানের। এখানে অন্যান্য সম্ভাব্য উত্তরগুলিও নিম্নমানের পরীক্ষার্থীরা খুবই কম দিতে পারে। সুতরাং এই প্রশ্নটির পার্থক্য নির্ণায়ক ক্ষমতার কার্যকারিতা বেশী হিসাবে ধরা যায়।

অভীক্ষার মূল্যায়ন (Evaluation of Test form)

অভীক্ষার বিচার বিশ্লেষণ করার পর তার মূল্যায়ন করা হয়। কারণ অভীক্ষা যতটুকু তার নিজস্ব বিশেষত্বগুলির অনুকূল হবে, তার গুরুত্বও ততটুকু হবে এবং অভীক্ষাটি সেই অনুপাতে সন্তোষজনক সিদ্ধান্ত প্রদান করবে। অভীক্ষার মূল্যায়নে নিম্নলিখিত দিকগুলি অন্তর্ভুক্ত করা হয়—

(i) অভীক্ষার কাঠিন্যস্তর কোন্ ধরনের হয় তা জানার মধ্য দি'য়ে অভীক্ষার শুদ্ধতার নির্দেশ পাওয়া যায়। যেখানে অর্জিত জ্ঞানের অভীক্ষার ক্ষেত্রে কঠিন্যস্তর গুরুত্বপূর্ণরূপে বিবেচিত হয়, সেখানে নিদানাত্মক (diagnostic) অভীক্ষাতে তার কোন মূল্যই থাকে না। প্রায় 50 শতাংশ কাঠিন্যস্তর বিশিষ্ট পদগুলি ঠিকভাবে

অভীক্ষার উদ্দেশ্য পূর্ণ করতে পারে। অভীক্ষাতে এইরূপ পদের সমাবেশ কখনও না হওয়াই বাঞ্ছনীয় যাতে উচ্চ এবং নিম্ন দু'টি দলসমষ্টির ব্যক্তিসকল ঐ পদগুলি সমাধান করতে পারে অথবা পারে না। সুতরাং অভীক্ষার মূল্যায়নে প্রথম কাজ হ'ল কঠিনস্তর বিচার বিশ্লেষণ করা।

(ii) মূল্যায়নের দ্বিতীয় স্তর হ'ল পদগুলির বৈধতা এবং পার্থক্য নির্ণায়ক মান সম্বন্ধে অনুসন্ধান করা। প্রায়ই অভীক্ষাতে এইরূপ পদ থাকাই বাঞ্ছনীয় যা দল সমষ্টির উচ্চ এবং নিম্ন ব্যক্তি সকলের মধ্যে পার্থক্য নির্ধারণ করতে পারে। শূন্য এবং ঋণাত্মক মূল্য বিশিষ্ট পদ সকল অভীক্ষাতে একত্রিত না করাই বাঞ্ছনীয়।

(iii) তাছাড়া পরীক্ষা করা হয় এমন ব্যক্তিসকলের সংগে আলোচনা ক'রে পদগুলি বিবেচনা করা যেতে পারে। তার মাধ্যমে অভীক্ষাপদের নিরর্থকতা এবং দ্বিঅর্থ বোধকতা বোঝা যেতে পারে। অভীক্ষার্থীদের বোধগম্যতা অনুসারে অভীক্ষাপদের শব্দে পরিবর্তন করা বা অভীক্ষার পদটি বাতিল করা যেতে পারে।

(iv) অভীক্ষার মূল্যায়ন করার জন্য তার বিশ্লেষণ কোন বাহ্য মানদণ্ডের (Criterion) সংগেও করা যেতে পারে। উদাহরণস্বরূপ, প্রয়োগ করা হয়েছে এমন অভীক্ষার প্রাপ্তাংক অন্য একটি মান নির্ধারিত (Standardised) অভীক্ষার প্রাপ্তাংকের সাংগে সহ-সম্বন্ধ নির্ণয় ক'রে অভীক্ষার মূল্যায়ন করা যায়।

(v) অভীক্ষার মূল্যায়ন করার জন্য তার নির্ভরযোগ্যতার গুণাংকও (Index) নির্ণয় করা হয়। অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতার নিম্ন গুণাংক তার নির্ভরযোগ্যতার অভাব সম্বন্ধে ইংগিত দি'য়ে থাকে। এই নির্ভরযোগ্যতার গুণাংক জানার জন্য বিভিন্ন পদ্ধতি প্রয়োগ করা হয়।

অভীক্ষার অন্তিমরূপের রচনা (Developing Final Test Form)

অভীক্ষার প্রারম্ভিক এবং প্রকৃত রূপ বিশ্লেষণ করার পরে এবং সমস্ত দিক মূল্যায়ন ক'রে অভীক্ষানির্মাতা অভীক্ষাটির অন্তিম রূপটি তৈরী ক'রে থাকেন। অভীক্ষার অন্তিমরূপে অবশ্যই এমন পদসকল নির্বাচিত করা উচিত যাতে সঠিক পদ্ধতি অনুসারে ঐ পদসকল বৈধ হয় এবং কাঠিন্যস্তর অনুযায়ী সাজানো হয়। এই ভাবে সঠিক নির্দেশাবলীও অভীক্ষার অন্তিমরূপে স্পষ্টভাবে লিখে দিতে হয় যাতে অভীক্ষার প্রয়োগ বিজ্ঞানসম্মতভাবে করা যেতে পারে। এখানে অভীক্ষার সময়সীমা (time limit) এবং প্রাপ্তাংক বিধি (scoring principle) নির্ধারিত ক'রে সংযোজিত করতে হয়। এই স্তরে অভীক্ষার সমস্ত আভ্যন্তরীণ দিকগুলিকে সুশৃঙ্খলিতভাবে স্থির ক'রে দেওয়া হয়। কারণ এই অন্তিমরূপ তৈরী করার পর তার দু'টি গুরুত্বপূর্ণ দিক—বৈধতা এবং নির্ভরযোগ্যতা নির্ধারণ করা যায়।

আদর্শ তুল্যাঙ্কমান স্থির করা (Fixing of Norm)

যে কোন অভীক্ষা তৈরী করার পর অভীক্ষাকে আদর্শায়িত করা বিশেষ প্রয়োজন। অভীক্ষাকে আদর্শায়িত করা না হ'লে অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংক সকলের কাছে সমান অর্থবহ হয় না। সেই কারণে প্রাপ্তাংকের তাৎপর্য নির্ণয়ের জন্য একটি আদর্শ তুল্যাঙ্কমানের আবশ্যক। অভীক্ষার এই আদর্শ তুল্যাঙ্কমান (Norm) নির্ণয়ের জন্য পুনঃ প্রয়োগের ফলে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক বণ্টনকে কাজে লাগাতে হয়। এই প্রাপ্তাংকগুলির ভিত্তিতে যে কোন ধরনের আদর্শ তুল্যাঙ্কমান নির্ধারণ করতে হয়। আবশ্যিক বোধে একাধিক আদর্শ তুল্যাঙ্কমান নির্ণয় করা যেতে পারে। যেমন, বয়স ভিত্তিক আদর্শ তুল্যাঙ্কমান (Age norm), শিক্ষা-ভিত্তিক আদর্শ তুল্যাঙ্কমান (Grade norm) প্রভৃতি। এই আদর্শ তুল্যাঙ্কমান সাধারণ শতাংশ র‍্যাঙ্কে বা শ্রেণীতে (percentile rank) প্রকাশ করা হয়। আদর্শ তুল্যাঙ্কমানের একটি তালিকা তৈরী ক'রে অভীক্ষার নির্দেশপত্রে সংযোজিত করা হয়। প্রাপ্তাংকের তাৎপর্য বোঝানোর জন্য পরবর্তীকালে এই তালিকা ব্যবহার করা হয়।

উত্তর নির্ণয়ের তালিকা নির্ধারণ (Developing Scoring Key)

অভীক্ষার বৈধতা, নির্ভরযোগ্যতা এবং আদর্শ তুল্যাঙ্কমান সবই উত্তরপত্র থেকে নির্ধারিত উত্তরের উপর নির্ভরশীল। সুতরাং সে পদ্ধতিতে অভীক্ষা গঠনের সময় উত্তরপত্রের সঠিক উত্তরগুলি নির্ধারণ করা হয়, পরবর্তীকালে অভীক্ষকরা যাতে সঠিক উত্তরগুলি নির্ধারণের সময় একই পদ্ধতি অনুসরণ করেন, সেই উদ্দেশ্যে উত্তর নির্ণয় তালিকা (scoring key) তৈরী করা হয়। এই উত্তর নির্ণয় পত্রে প্রতিটি প্রশ্নের প্রাপ্তাংকমান কত হবে তা লিপিবদ্ধ করা হয়। প্রতিটি সঠিক উত্তরগুলি বিশেষজ্ঞদের সাহায্যে নির্ণয় ক'রে নিতে হয়। তাছাড়া অভীক্ষাটি কিভাবে প্রয়োগ করতে হবে তার বিস্তারিত নির্দেশ এই অংশে থাকবে। সঠিক উত্তর নির্ণয়ের এই তালিকাটিও সরণীতে (manual) থাকবে।

প্রাসঙ্গিক গ্রন্থ নির্দেশিকা

Bradfield, J. M. and Moredock, H. S. (1957) : Measurement and Evaluation in Education. Newyork : McGraw-Hill.

Freeman, F.S. (1965) : Theory and Practice of Psychological Testing. New Delhi : Oxford and I. B. H. Publishing Co.

Garrett, H.F. (1971) : Statistics in Psychology and Education. Bombay : Vakil, Feffer, and Simons Pvt. Ltd.

Guilford, J.P. (1954) : Psychometric Methods. New York : McGraw-Hill.

Harper, A.E. (1974) : Proceedings 62nd Indian Science Congress Pl. II Presidential address, Calcutta.

Harper. A.E , Das Gupta, R, and Sangal, S.P. (1965) : Item analysis Chart and Instructions. Delhi : Manasayan.

Lawshe, C.H. and Balma, M.T. (1966) ; Principles of Personnel Testing. New York : McGraw-Hill.

Lindquest, E. F. (1955) : Educational Measurement. Boston : Houghton Mifflin Co.

Mursell, J. L. (1947) : Psychological Testing. London : Longmans and Co.

Tate, M. W. (1961) : Statistics in Education. New York : Macmillan Co.

নবম পরিচ্ছেদ

অভীক্ষার বৈধতা
(Test Validity)

পরিমাপক যন্ত্র (Measuring instrument) বা মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষা বিষয়ক অভীক্ষাগুলির ক্ষেত্রে বিভিন্ন ধরনের সম্ভাব্য ত্রুটি (Probable error) দেখা যায়। এই ত্রুটিগুলির মধ্যে স্থির বা স্থায়ী ত্রুটি (constant error) দূর করার জন্য পরিমাপক যন্ত্র বা অভীক্ষার বৈধতা (validity) বিচার করা আবশ্যক হয়। অন্যান্য ভৌতিক পরিমাপক যন্ত্রের বৈধতা বিচার করা অপেক্ষাকৃতভাবে সহজ হয়। কারণ এই সব যন্ত্র অতিমাত্রায় ব্যবহারের ফলে আমাদের কাছে ঘনিষ্ঠভাবে পরিচিত হয়। কিন্তু মনোবৈজ্ঞানিক বা শিক্ষা বিষয়ক অভীক্ষাগুলির বৈধতা সহজে বিচার করা যায় না। তার মূলে নানান প্রকার কারণ আছে। এই পরিমাপক যন্ত্র বা অভীক্ষাগুলির সংগঠন ও প্রকৃতি (structure and nature) সম্পর্কে সম্যক ধারণা লাভ করা অনেকাংশে সহজ হয় না। অনেক সময় এই সব পরিমাপক যন্ত্র বা অভীক্ষাগুলির উদ্দেশ্য ও গঠন প্রকৃতির মধ্যে সামঞ্জস্যের অভাব দেখা যায়। তাছাড়া মনোবিদ্যা ও শিক্ষার ক্ষেত্রে পরিমাপক সংলক্ষণগুলি (Measurable traits) এত জটিল এবং পরস্পর নির্ভরশীল হয় যে, তাদের পরিমাপের জন্য সঠিক বৈধ অভীক্ষা কোন্‌টি হবে তা সঠিকভাবে স্থির করা অনেক সময়ই দুরূহ হয়। তাই মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষা বিষয়ক অভীক্ষার বৈধতা বিচার করা একটি গুরুত্বপূর্ণ কাজ এবং বিশেষ গুরুত্ব সহকারে এই কাজ সম্পাদন করা প্রয়োজন হয়। কারণ বৈধতার অভাবে নিঃসন্দেহে অভীক্ষার কার্যকারিতা ব্যর্থ হয়। এই অধ্যায়ে অভীক্ষার বৈধতা নির্ণয়ের বিভিন্ন পদ্ধতি সম্পর্কে আলোচনা করা হয়েছে।

অভীক্ষার বৈধতার অর্থ
(Meaning of the Validity of the Test)

কোন অভীক্ষার সাহায্যে যে বৈশিষ্ট্য পরিমাপ করা হয় অভীক্ষাটি যদি সঠিকভাবে তাই পরিমাপ করে, তাহলে অভীক্ষাটিকে বৈধ বলা হবে। যদি একটি বুদ্ধির অভীক্ষা বুদ্ধি ছাড়া অন্যান্য মানসিক বৈশিষ্ট্যের দ্বারা প্রভাবিত না হয়, তাহলে সেই অভীক্ষাকে একটি যথার্থ বুদ্ধির অভীক্ষা হিসাবে বিবেচনা করা যাবে। অর্থাৎ, সাধারণভাবে বলা যায় যে, একটি অভীক্ষা যা পরিমাপ করার জন্য প্রয়োগ করা হয় তা পরিমাপ করছে কিনা বোঝানোর জন্য বৈধতা (validity) শব্দটি ব্যবহার করা হয়। যেমন, সময় পরিমাপের যন্ত্র হিসাবে ঘড়ি (watch), দৈর্ঘ্য পরিমাপের যন্ত্র হিসাবে স্কেল বা মাপনি এবং ওজন পরিমাপের যন্ত্র হিসাবে তুলাদণ্ডের (balance) বৈধতা আছে। কারণ ঘড়ির সাহায্যে সময় পরিমাপ করা যায়, স্কেলের বা মাপনির

সাহায্যে দৈর্ঘ্য মাপা যায় এবং তুলাদণ্ডের সাহায্যে ওজন মাপা যায়। গ্যারেটের (Garrett) ভাষায় বলা যায় যে, "Validity referes to what a test purports to measure." অর্থাৎ একটি অভীক্ষা যা পরিমাপ ক'রে তা পরিমাপ করাকেই বৈধতা রূপে উল্লেখ করা যায়। অন্যভাবে বলা যায় যে, অভীক্ষাটি বিশেষ বিশেষ বৈশিষ্ট্য পরিমাপের ক্ষেত্রে কতটুকু কার্যকরী তা বৈধতা শব্দটির মাধ্যমে বোঝানো যায়। এক অর্থে অভীক্ষার বৈধতা অভীক্ষার উদ্দেশ্যের সংগে ঘনিষ্টভাবে সম্পর্কযুক্ত থাকে। অর্থাৎ অভীক্ষার রচনাতে যখন বৈধতা সম্বন্ধে আলোচনা করা হয়, তখন তার উদ্দেশ্য সম্বন্ধে বিচার করা হয়। সুতরাং সাধারণভাবে অভীক্ষার বৈধতা সম্বন্ধে এই ধারণা করা যায় যে, অভীক্ষা কতটা শুদ্ধতা (accuracy) এবং সার্থকতার (effectiveness) সংগে তার বিশেষ এবং সাধারণ উদ্দেশ্য পরিমাপ করতে পারে।

মনোবিজ্ঞান বা শিক্ষাবিজ্ঞানের ক্ষেত্রে বৈধতা শব্দটির তাৎপর্য সহজে ব্যাখ্যা করা যায় না। কারণ এই সব ক্ষেত্রে যে কোন অভীক্ষাকে কোন একক বৈশিষ্ট্য সঠিকভাবে পরিমাপের জন্য পরিমাপক যন্ত্র (Measuring instrument) হিসাবে বিচার করা যায় না। তাই বর্তমান কালে মনোবিজ্ঞানী ও শিক্ষাবিদ্‌গণ মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষা বিষয়ক পরিমাপের ক্ষেত্রে বৈধতা শব্দটি সব সময় আপেক্ষিক অর্থে ব্যবহার করেন। এখানে চরম কোন মানদণ্ড (Criterion) নেই। এই আধুনিক ধারণা অনুযায়ী কোন অভীক্ষা যতটা সার্থকভাবে অভীষ্ট গুণকে পরিমাপ করতে পারে তাই হ'ল তার বৈধতা ('The validity of a test is the degree to which it meausres, what it intended to measure')

বিভিন্ন মনোবিজ্ঞানী বৈধতার সংজ্ঞা বিভিন্নভাবে করেছেন। মনোবিজ্ঞানী ক্রনব্যাকের (Cronbach) ভাষায় 'বৈধতা হ'ল উদ্দেশ্য পরিমাপের সেই সীমা যে সীমা পর্যন্ত কোন অভীক্ষা উদ্দেশ্যটি সঠিকভাবে পরিমাপ ক'রে থাকে।' ('Validity is the extent to which it measures, what it purports to measure.')

থর্নডাইকের (Thorndike) মতানুসারে 'কোন পরিমাপ বিধি সেই সীমা পর্যন্ত বৈধ হয় যে সীমা পর্যন্ত ঐ বিধির কাজ কোন সফল পরিমাপের সংগে সহ-সম্বন্ধিত হ'য়ে থাকে; যার জন্য ঐ বিধি ভবিষ্যৎ সম্ভাবনা নির্দেশক রূপে ব্যবহার করা হয়'। ('A measurement procedure is valid in so far as it correlates with some measurement of success in the job for which it is being used as a predictor.')

গুলিকসেনের (Guliksen) বিচারে 'কোন মানদণ্ডের সংগে অভীক্ষার সহ-সম্বন্ধ হ'ল বৈধতা'। ('It is the correlation of test with some criterion.')

ঘিসলীর (Ghiselli) ভাষায় 'বৈধতার সাধারণতম সংজ্ঞা হ'ল যে ইহা সেই সীমার উল্লেখ করে যে সীমা পর্যন্ত একটি অভীক্ষা বা কর্মধারা প্রস্তাবিত উদ্দেশ্য পরিমাপ ক'রে থাকে।' ('...The commonest definition given for the

term validity is that it refers to the extent to which a test or a set of operation measures·what it supposed to measure.')

এখানে বৈধতার সংজ্ঞা হিসাবে বিভিন্ন মনোবিজ্ঞানীর যে সব মতামত উল্লেখ করা হয়েছে তা বিশ্লেষণ করলে দু'টি বিষয় বিশেষভাবে লক্ষ্য করা যায়—(1) পরিমাপের মাত্রা (degree of measurement) এবং (2) পরিমাপের উদ্দেশ্য (intention of measurement)। আধুনিক শিক্ষামূলক এবং মনোবৈজ্ঞানিক পরিসংখ্যানে বৈধতাকে অভীষ্ট উদ্দেশ্য পরিমাপ করার ক্ষমতার মাত্রা হিসাবে বিবেচনা করা হয়। এই অর্থে বাংলাভাষা সম্পর্কিত একটি পঠন-ক্ষমতা পরিমাপক অভীক্ষা (Reading test in Bengali) শুধুমাত্র পঠনের দক্ষতাই পরিমাপ করে, বাংলা ব্যাকরণের (Bengali grammar) জ্ঞান পরিমাপ করে না এ তথ্য নিশ্চিতভাবে স্থির ক'রে নিতে হয়। কিন্তু অনেক সময় পরিমাপের এই উদ্দেশ্য স্থির করা সম্ভব হয় না ব'লে বৈধতাকে চরম মান হিসাবে গ্রহণ করা যায় না। এই ধারণা অনুযায়ী কোন অভীক্ষা যতটা সার্থকভাবে অভীষ্ট গুণকে পরিমাপ করতে সক্ষম হয়, তাই হ'ল তার বৈধতা। কিন্তু আধুনিক পরিসংখ্যানে বৈধতাকে অভীষ্ট গুণ বা বৈশিষ্ট্য পরিমাপ করার ক্ষমতার মাত্রা হিসাবে বিবেচনা করা হয়। এক কথায় বৈধতাকে যৌক্তিকতার মাত্রাও (degree of relevance) বলা যায়।

শিক্ষা বিষয়ক এবং মনোবৈজ্ঞানিক পরিমাপের ক্ষেত্রে বৈধতার ধারণাকে সুস্পষ্ট-ভাবে বোঝানোর জন্য বিশেষ বিশেষ দিকে যে বিভ্রান্তির সৃষ্টি হয় সেগুলির আলোচনা এখানে করা হল।

॥ এক ॥ পরিসংখ্যানে বৈধতাকে অভীক্ষার একটি গুণ হিসাবে বিবেচনা করা হয়। শিক্ষা বিষয়ক মূল্যায়নের ক্ষেত্রে প্রাপ্ত পরিমাপকে বৈধতা বোঝায়। কারণ প্রাপ্ত পরিমাপের পরিপ্রেক্ষিতে যৌক্তিকতার মাত্রাকে বিচার করা হয়। পরিমাপ যাতে বৈধ হয়, সেইজন্য বিশেষ কৌশল ও নিয়ন্ত্রণের মাধ্যমে অভীক্ষা তৈরী করা হয়। তৈরী অভীক্ষার মাধ্যমে পরিমাপলব্ধ ফলগুলির বৈধতা বিচার করা হয়। সুতরাং অভীক্ষার বৈধতা আসলে প্রাপ্ত পরিমাপের বৈধতা।

॥ দুই ॥ বৈধতা মাত্রাসাপেক্ষ। যখন কোন অভীক্ষা মনোবৈজ্ঞানিক বা শিক্ষাবিষয়ক বৈশিষ্ট্য পরিমাপ করার জন্য প্রয়োগ করা হয়, তখন তার বৈধতা থাকবে না তাও যেমন সম্ভব নয়, তেমনি তার পরিপূর্ণ বৈধতা থাকবে তাও ঠিক নয়। অর্থাৎ কোন অভীক্ষার ফলাফলকে বা অভীক্ষাকে পরিপূর্ণভাবে বৈধ বা বৈধ নয় একথা বলা উচিত হবে না। শিক্ষা বিষয়ক ও মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষা বা পরিমাপের ক্ষেত্রে বৈধতার মাত্রা বিভিন্ন প্রকারের হয়। যেমন, উচ্চমানের বৈধতা, মধ্যমানের বৈধতা ও নিম্নমানের বৈধতা। এই বৈধতার মাত্রা বোঝানোর মূল্য 1 থেকে 0 যে কোন সংখ্যা মানের সাহায্যে বোঝানো যায়।

॥ তিন ॥ মনোবৈজ্ঞানিক বা শিক্ষাবিষয়ক অভীক্ষার বৈধতার উপযোগিতা তার প্রয়োগ ক্ষেত্রের পরিপ্রেক্ষিতে বিচার করা হয়। মনোবিজ্ঞানী ক্রনব্যাকের (Cronbach) ভাষায় 'বৈধতা সর্বদা কোন বিশেষ ব্যবহারের জন্য নির্দিষ্ট'। ('Validity is always specific to some particular use.')

সুতরাং বৈধতাকে সার্বজনীন গুণ হিসাবে গণ্য করা হ'লে ভুল করা হবে। যেমন, গাণিতিক জ্ঞান বিষয়ক অভীক্ষায় অভীক্ষার্থীদের গণনা করার কৌশল পরিমাপের ক্ষেত্রে উচ্চমানের বৈধতা থাকতে পারে ; ঐ অভীক্ষায় অভীক্ষার্থীদের ভবিষ্যতে গাণিতিক সফলতার সম্ভাব্যতা বিচারের ক্ষেত্রে মধ্যমান বৈধতা থাকতে পারে এবং গাণিতিক যুক্তি নির্ধারণের ক্ষেত্রে তার বৈধতা নিম্নমানের হতে পারে। তাই যে কোন মনোবৈজ্ঞানিক বা শিক্ষাবিষয়ক অভীক্ষা বা পরিমাপের বৈধতা বিচার করার সময় তার উপযোগিতা প্রয়োগ ক্ষেত্রের পরিপ্রেক্ষিতেই বিচার করা প্রয়োজন।

॥ চার ॥ মনোবৈজ্ঞানিক এবং শিক্ষাবিষয়ক অভীক্ষার বৈধতা অভীক্ষার ফলাফল যে উদ্দেশ্যে ব্যবহার করা হচ্ছে এবং যাদের উপর প্রয়োগ করা হচ্ছে এই উভয় ক্ষেত্রে নির্ভরশীল। একটি অভীক্ষা শহরাঞ্চলের অভীক্ষার্থীদের ক্ষেত্রে যতটা বৈধ হয়, গ্রামাঞ্চলের অভীক্ষার্থীদের ক্ষেত্রে ততটা বৈধ নাও হ'তে পারে। সুতরাং একটি অভীক্ষার বৈধতা ব্যক্তি বা দলসমষ্টির পরিপ্রেক্ষিতে আপেক্ষিক হয়।

মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষাবিষয়ক পরিমাপের ক্ষেত্রে বৈধতার তাৎপর্য সঠিকভাবে বিচার করতে হ'লে বৈধতার পূর্বোক্ত বৈশিষ্ট্যগুলির কথা বিশেষভাবে মনে রাখা প্রয়োজন। অভীক্ষার বৈধতা নির্ণয় করার পদ্ধতিগুলি আলোচনা করার পূর্বে কি কি কারণে বৈধতা হ্রাস পায় সে সম্বন্ধে জেনে নিতে হয়।

অভীক্ষার বৈধতা হ্রাসের কারণ

(Causes of lowering Validity of test)

নানান কারণে অভীক্ষার বৈধতা হ্রাস পায়। এই কারণগুলিকে মোটামুটিভাবে তিন ভাগে ভাগ করা যায় : (1) অভীক্ষা-সংগঠনে ত্রুটি, (2) অভীক্ষার পদগুলির বিষয়-বস্তু নির্বাচনে ত্রুটি এবং (3) অভীক্ষার্থীদের অভীক্ষা পদগুলির প্রতিক্রিয়াজনিত ত্রুটি। এই তিনটি ত্রুটির অন্তর্ভুক্ত কয়েকটি গুরুত্বপূর্ণ কারণ এখানে উল্লেখ করা হ'ল।

(১) অভীক্ষার সংগঠনে ত্রুটির কারণে বৈধতার অভাব (Lack of Validity due to Constructional defect) :

অভীক্ষার পদগুলি সাধারণতঃ অভীষ্ট উদ্দেশ্য ও বৈশিষ্ট্যের উপর ভিত্তি ক'রে তৈরী করা হয়। পদগুলি বিশ্লেষণ করলে যদি দেখা যায় যে, পদগুলি অভীষ্ট উদ্দেশ্য ও বৈশিষ্ট্য পরিমাপ করতে পারে, তাহলে অভীক্ষার বৈধতা ঠিক রাখা অনেকাংশে

সম্ভব হয়। কিন্তু এতদ্‌সত্ত্বেও নানান কারণে অভীক্ষার বৈধতার অভাব ঘটতে পারে। যেমন—

॥ **এক** ॥ যদি কোন অভীক্ষার নির্দেশপত্র বা উত্তর কিভাবে করতে হবে তা ত্রুটি পূর্ণ হয়, তাহলে অভীক্ষাটির বৈধতা কম হতে পারে। অভীক্ষার বৈধতা বৃদ্ধি করতে হ'লে নির্দেশপত্রটি সঠিকভাবে রচনা করতে হবে। কিভাবে উত্তর দিতে হবে অভীক্ষার্থীরা যেন বুঝতে পারে।

॥ **দুই** ॥ অভীক্ষার পদগুলিতে অনেক সময় এমন ভাষা বা শব্দ ব্যবহার করা হয় যা অভীক্ষার্থীরা ঠিকভাবে বুঝতে পারে না। ফলে অভীক্ষাটির বৈধতা কমে যায়। সুতরাং অভীক্ষার পদগুলির ভাষা এবং শব্দের অর্থ অভীক্ষার্থীদের বোধগম্য হ'লে বৈধতা অনেকাংশে বৃদ্ধি পাবে।

॥ **তিন** ॥ অভীক্ষার পদগুলি খুব সহজ ও কঠিন হ'লেও বৈধতা কমে যায়। কারণ খুব সহজ ও কঠিন পদযুক্ত অভীক্ষা অভীক্ষার্থীদের দক্ষতা বা পারদর্শিতার তারতম্য নির্ধারণ করতে পারে না। পরিমাপক যন্ত্র হিসাবে অভীক্ষার ভাল-মন্দের তারতম্য নির্ধারণের ক্ষমতা থাকা আবশ্যক হয়। সেই জন্য কাঠিন্যমান যুক্ত অভীক্ষা-পদ অভীক্ষার বৈধতা বৃদ্ধির সহায়ক হয়।

॥ **চার** ॥ অনেক সময় অভীক্ষাপদ এমনভাবে তৈরী করা হয়, যাতে অভীক্ষাটি বিষয়জ্ঞান পরিমাপ করার চেয়ে অভীক্ষার্থীদের মানসিক তৎপরতাই বেশী পরিমাণে পরিমাপ করে। ফলে অভীক্ষাটির বৈধতা হ্রাস পায়। সুতরাং কোন অভীক্ষা তৈরী করার সময় এমন সাবধানতা গ্রহণ করতে হবে, যাতে মানসিক তৎপরতার চেয়ে যে বিষয়জ্ঞান পরিমাপ করার জন্য অভীক্ষাটি তৈরী করা হয়, সেই বিষয়টি যেন অভীক্ষাটি সঠিকভাবে পরিমাপ করতে পারে। কোন পদের সঠিক উত্তর সংকেত যাতে অভীক্ষার্থীরা না পায় সে সম্বন্ধে অভীক্ষা রচয়িতাকে যত্নবান হ'তে হবে। ফলে অভীক্ষার বৈধতা বৃদ্ধি পাবে।

অভীক্ষা তৈরী করার সময় যদি সাবধানতা গ্রহণ করা যায়, তাহলে অভীক্ষার বৈধতা হ্রাসের কারণসমূহ দূর করা সম্ভব হয় এবং অভীক্ষার বৈধতাও বৃদ্ধি পায়।

(২) অভীক্ষার অন্তর্ভুক্ত বিষয়বস্তুর প্রকৃতির জন্য বৈধতার হ্রাস (Reducing Validity due to nature of Content in the test)

যখন কোন অভীক্ষা তৈরী করা হয়, তখন সেই অভীক্ষার অন্তর্গত বিষয়বস্তুর সংগঠন ছাড়াও পদগুলিতে বিষয়বস্তুর পুনরাবৃত্তি অভীক্ষার বৈধতা কমিয়ে দেয়। যেমন, কোন শ্রেণীতে পাটিগণিতের ঐকিক নিয়ম সম্বন্ধে একটি অংক শেখানো হয়েছে। এখন যদি এই অংকটি অভীক্ষায় দেওয়া হয়, তাহলে অভীক্ষার বৈধতা কমে যাবে। কারণ এইরূপ ক্ষেত্রে বিষয়জ্ঞান অপেক্ষা স্মৃতিশক্তির পরিমাপ করা হয়। তাই অভীক্ষার বৈধতা বৃদ্ধি করতে হ'লে পদগুলি সর্বদা নির্দিষ্ট উদ্দেশ্যের

পরিপ্রেক্ষিতে নির্ধারণ করতে হয়। যেখানে অভীক্ষার্থীদের বিষয়জ্ঞান পরিমাপ করাই হ'ল উদ্দেশ্য, সেখানে অভীক্ষার পদগুলি এমন হবে যাতে পদগুলি সমাধানের ক্ষেত্রে অভীক্ষার্থীরা পূর্ব জ্ঞানের পুনরাবৃত্তি ঘটাতে পারে। যেখানে অভীক্ষার্থীদের বোধগম্যতার স্তর পরিমাপ করা হয়, সেখানে পদগুলি এমনভাবে তৈরী করতে হবে যাতে শুধুমাত্র যান্ত্রিক কৌশল বা পুনরুত্থাপনের দ্বারা অভীক্ষার্থীরা পদগুলি সমাধান করতে না পারে। তাদের উত্তর পঠিত বিষয়বস্তুর উপর নিজস্ব দৃষ্টিভঙ্গীর প্রতিফলনে প্রকাশ পেলে বোধগম্যতার স্তর কতটুকু তা বোঝা যাবে। আবার অভীক্ষার যদি উদ্দেশ্য হয় যে অভীক্ষার্থীদের জ্ঞান প্রয়োগের ক্ষমতা পরিমাপ করা, তাহলে অভীক্ষার পদগুলির বিষয়বস্তু এমনভাবে তৈরী করতে হবে যাতে পদগুলির সাহায্যে অভীক্ষার্থীদের নতুন সমস্যা সমাধানের ক্ষমতা অধীত জ্ঞানের মাধ্যমে পরিমাপ করা সম্ভব হয়। সুতরাং অভীক্ষার বৈধতা বৃদ্ধি করতে হ'লে অভীক্ষা নির্ভুলভাবে উদ্দেশ্যমুখী হবে এবং শ্রেণী-শিক্ষণও উদ্দেশ্যমূলক হওয়া উচিত।

(৩) **অভীক্ষার্থীদের ভুল উত্তরদানের দরুণ বৈধতার হ্রাস (Reducing Validity due to incorrect responses of the testees)**—অভীক্ষার বৈধতা অনেক সময় অভীক্ষার্থীদের উত্তরদানের ত্রুটির জন্য হ্রাস পায়। এমন কিছু অভীক্ষার্থী আছে প্রক্ষোভিক দিক দি'য়ে তারা প্রায়ই বিচলিত হ'য়ে থাকে এবং স্বাভাবিকভাবে পদগুলির উত্তর দিতে পারে না। আবার এমন কিছু অভীক্ষার্থী আছে যারা কোন রকম মানসিক প্রস্তুতি ছাড়াই পরীক্ষা দেয়। ফলে পদগুলির সঠিক উত্তরদান অনেক সময়ই তাদের পক্ষে সম্ভব হয় না। এরকম ক্ষেত্রে অভীক্ষার বৈধতা হ্রাস পায়। তাছাড়া অনেক সময় দেখা যায় যে, কোন অভীক্ষার উত্তর দেবার সময় অভীক্ষার্থীরা বিশেষ প্রবণতা বা অনুমানের বশবর্তী হ'য়ে কাজ করে। এই অবস্থাকে প্রতিক্রিয়া প্রবণতা (response set) বা অনুমানের প্রভাব (Guessing effect) বলা হয়। সঠিক উত্তর জানা না থাকলে অভীক্ষার্থীরা এই প্রবণতার দ্বারা চালিত হয়। যেমন, হাঁ—না ধরনের পদে (Yes-No type item) কেউ যদি সবগুলি পদকে 'হাঁ' অথবা 'না' হিসাবে চিহ্নিত করে, তাহলে তার মধ্যে কিছু উত্তর ঠিক হবে। কিন্তু এইভাবে অভীক্ষার্থীদের কাছ থেকে উত্তর পেলে তাদের প্রকৃতজ্ঞান পরিমাপ করা সম্ভব হবে না। এই জন্য অভীক্ষা তৈরী করার সময় এমন সতর্কতা গ্রহণ করতে হয় যার সাহায্যে অভীক্ষার্থীদের এই জাতীয় প্রবণতা বা প্রভাব হ্রাস করা সম্ভব হয়।

বৈধতা হ্রাসের পূর্বোক্ত আলোচনা থেকে পরিষ্কারভাবে বোঝা যায় যে, মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষামূলক পরিমাপের ক্ষেত্রে বৈধতা একটি কার্যকরী ধারণা (Validity is a functional concept)। বৈধতা অনেকাংশে নির্ভর ক'রে পরীক্ষামূলক পরিস্থিতির যে বৈশিষ্ট্য পরিমাপ করা হয় তার সাদৃশ্যের পরিমাণের উপর। সেই কারণে অভীক্ষার সংগঠন বা প্রয়োগের যে সব ত্রুটিগুলি প্রকৃত বৈশিষ্ট্য

পরিমাপ করার বাধা হ'য়ে দাঁড়ায় সেইগুলিই পরিমাপের বৈধতা কমিয়ে দেয়। সুতরাং এই সব কারণগুলি যতদূর সম্ভব নিয়ন্ত্রণ ক'রে যে কোন পরিমাপের বৈধতা বৃদ্ধি করাই হ'ল অভীক্ষা রচয়িতা বা অভীক্ষকের প্রধান কাজ।

বৈধতার মানদণ্ড
(Criteria of Validity)

কোন বস্তু বা বিষয়ের বৈধতা পরিমাপের জন্য সঠিক মানদণ্ডের প্রয়োজন হয়। অভীক্ষার বৈধতা প্রসঙ্গে তার গুরুত্ব সমভাবে বিবেচিত হ'য়ে থাকে। যে কোনরূপ অভীক্ষার বৈধতার মূল্যায়ন করতে হ'লে ঐ অভীক্ষার অনুকূল সঠিক মানদণ্ডের সাহায্য নিতে হয়। মুখ্যতঃ অভীক্ষার বৈধতা নির্ণয় করার মানদণ্ডকে দু'টি ভাগে ভাগ করা হয়—(i) আভ্যন্তরীণ মানদণ্ড (internal criterion) এবং (ii) বাহ্য মানদণ্ড (external criterion)। অভীক্ষার আভ্যন্তরীণ মানদণ্ড হিসাবে অভীক্ষার উপ-পদগুলিকে (sub-tests) ব্যবহার করা হয়। অভীক্ষাকে বাস্তব ক্ষেত্রে প্রয়োগ ক'রে উপ-পদগুলি এবং সম্পূর্ণ অভীক্ষা থেকে যে প্রাপ্তাংকগুলি পাওয়া যায় সেগুলির উপর ভিত্তি ক'রে প্রতিটি উপপদের প্রাপ্তাংকের সংগে সম্পূর্ণ অভীক্ষার প্রাপ্তাংকের মধ্যে পারস্পরিকভাবে সহ-সম্বন্ধ নির্ণয় করা হয়। এই নির্ধারিত ফলাফলের ভিত্তিতে পদগুলির স্বরূপ, বিষয়বস্তুর উপযোগিতা এবং পদগুলি সম্পর্কে অভীক্ষার্থীদের প্রতিক্রিয়া পর্যালোচনা করা হয়। বাহ্যমানদণ্ড হিসাবে কোন গ্রাহ্য মানদণ্ড বা উৎস (accepted criteria or source); যেমন, তারই সমরূপ অন্য মান নির্ধারিত অভীক্ষা, বিদ্যালয়ের পরীক্ষা সংক্রান্ত ফলাফলের রেকর্ড, বিশেষজ্ঞ ব্যক্তিসকলের নির্ণয় করা মতামত প্রভৃতি ব্যবহার করা হয়। যদিও সমস্ত মানসিক অভীক্ষার বৈধতা নির্ণয় করার জন্য দুই প্রকারের মানদণ্ড প্রয়োগ করা হয়, তবুও বিভিন্ন প্রকার অভীক্ষার জন্য আলাদা আলাদা ভাবে বৈধ মানদণ্ডও প্রয়োগ করা যায়।

বুদ্ধি অভীক্ষার বৈধতা নির্ণয় করার জন্য প্রায়ই মান নির্ধারিত অপর বুদ্ধি অভীক্ষা, বিদ্যালয়ের পরীক্ষা সংক্রান্ত ফলাফল, ছাত্রদের যোগ্যতা সম্বন্ধে শিক্ষকদের মতামত, সংরক্ষিত শিক্ষাবিষয়ক রেকর্ড, জন্মগত বয়স প্রভৃতি মানদণ্ডরূপে বিবেচনা করা হয়। অভিক্ষমতা অভীক্ষার (aptitude test) বৈধতা প্রশিক্ষণকালে প্রাপ্ত ফলাফল, উৎপাদন গতি, উৎপাদন গুণের মূল্যায়ন, সুপারভাইসরের মতামত প্রভৃতির মাধ্যমে নির্ণয় করা যায়। অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক অভীক্ষার (achievement test) বৈধতা বিষয়বস্তুর সাহায্যে জানা যায়। যে বিষয়ে এই অভীক্ষা তৈরী করা হয়, সেই বিষয়ের সংগে সম্পর্কিত প্রশ্নগুলি অভীক্ষাতে একত্রিত করা হয়। বিদ্যালয়ের পরীক্ষা সংক্রান্ত ফলাফল এই জাতীয় অভীক্ষার বৈধতা নির্ণয়ের মানদণ্ড রূপে ব্যবহার করা হয়। এইভাবে ব্যক্তিত্ব সূচী, রুচি অভীক্ষা এবং অভিবৃত্তিমাপনি বা স্কেলের বৈধতা বাহ্যরূপের (face) পরিপ্রেক্ষিতে নির্ণয় করা যেতে পারে। এই সকল অভীক্ষা

এবং মাপনির অন্তর্গত পদসকল এই ইংগিত প্রকাশ করে যে, অমুক পদ সেইসব সংলক্ষণ বা বৈশিষ্ট্য, আগ্রহ বা কোন বস্তুর প্রতি অভিবৃত্তি ব্যক্ত করে, যেগুলি পরিমাপের জন্য ঐ পদ তৈরী করা হয়। তাছাড়া বিভিন্ন মানদণ্ডের উপর ভিত্তি ক'রে বৈধতা নির্ণয় করা যেতে পারে।

অভীক্ষা বৈধতার প্রকারভেদ
(Classification of Test Validity)

মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষাবিষয়ক পরিমাপের ক্ষেত্রে মনোবিজ্ঞানীরা পরিমাপের বৈধতা ভিন্ন ভিন্ন উদ্দেশ্যে বিভিন্ন মানদণ্ডের সাহায্যে নির্ণয় করেন। মানদণ্ড এবং উদ্দেশ্যের ভিন্নতা অনুসারে বৈধতার নামকরণও ভিন্ন ভিন্ন ভাবে করা হয়। মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষাবিষয়ক বিভিন্ন বৈশিষ্ট্য ও গুণ পরিমাপের জন্য যে সব অভীক্ষা তৈরী করা হয়, তাদের বৈধতা সাধারণতঃ দুই প্রকার মানদণ্ডের মাধ্যমে নির্ধারণ করা যায়: **আভ্যন্তরীণ মানদণ্ড** এবং **বাহ্য মানদণ্ড**। অভীক্ষার বিষয়বস্তু বা পরিমাপযোগ্য বৈশিষ্ট্যের প্রকৃতির কথা বিচার ক'রে এই দুই মানদণ্ডের অন্তর্গত বিভিন্ন পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়।

এখানে মানদণ্ড অনুসারে বৈধতার পদ্ধতিগত নামকরণের একটি তালিকা দে'ওয়া হ'ল।

বৈধতা
(Validity)

আভ্যন্তরীণ মানদণ্ড
(Internal Criteria)

1. ব্যবচ্ছেদিক বৈধতা
   (Operational Validity)
2. বাহ্যরূপ বৈধতা
   (Face Validity)
3. বিষয়বস্তু নির্ভর বৈধতা
   (Content or Curricular Validity)
4. যৌক্তিক বা যুক্তিনির্ভর বৈধতা
   (Logical Validity)
5. উপাদান নির্ভর বৈধতা
   (Factorial Validity)

বাহ্য মানদণ্ড
(External Criteria)

1. ভবিষ্যদ্বাণীকরণ সম্বন্ধীয় বৈধতা
   (Predictive Validity)
2. সংগঠনমূলক বৈধতা
   (Construct Validity)
3. সহ-অবস্থানমূলক বৈধতা
   (Concurrent Validity)

আভ্যন্তরীণ মানদণ্ড অনুসারে বৈধতার প্রকারভেদ

(Classification of Validity aceording to Internal Criteria)

॥ এক ॥ **ব্যবচ্ছেদিক বৈধতা (Operational Validity)**—অভীক্ষা রচনা করার সময় যখন অভীক্ষার অন্তর্গত পদগুলিকে বিশ্লেষণাত্মক প্রক্রিয়ায় অনুশীলন করা হয় তখন যে পদ্ধতিতে তার বৈধতা নির্ণয় করা যায় সেই পদ্ধতিকে ব্যবচ্ছেদিক বৈধতা বলা হয়। অভীক্ষা প্রক্রিয়ার বিশ্লেষণে অভীক্ষক দেখতে চেষ্টা করেন যে, অমুক পদটি অভীক্ষার উদ্দেশ্য পূরণ করতে পারে বা পারে না। তার দ্বারা কোন্ সংজ্ঞা আরোপিত মানসিক ক্রিয়া পরিমাপ করা হয়। এই প্রকার বৈধতা নির্ণয় করার জন্য নিরীক্ষণ বিধি প্রয়োগ করা হয়। পরিসংখ্যানের দিক দি'য়ে উপ-অভীক্ষার (Subtest) পদগুলির মধ্যে পারস্পরিক সহ-সম্বন্ধ (Correlation) নির্ণয় ক'রে এই প্রকার বৈধতা নির্ধারণ করা হয়। জ্ঞানবিষয়ক পক্ষ (Congitive aspcet) বিশিষ্ট অভীক্ষাগুলির বৈধতা সাধারণতঃ এই পদ্ধতিতে নির্ধারণ করা যায়।

॥ দুই ॥ **বাহ্যরূপ বৈধতা (Face Validity)**—এই জাতীয় বৈধতাতে অভীক্ষা স্বীয় পদগুলির স্বরূপ দ্বারা বৈধ রূপে প্রমাণিত হয়। এই প্রকার বৈধতা অভীক্ষার প্রশ্নগুলির স্বরূপ পর্যালোচনা ক'রে জানা যেতে পারে। অধিকাংশ ক্ষেত্রে অর্জিত জ্ঞানবিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষা এবং ব্যক্তিত্ব পরিসূচীর বৈধতা এইভাবে নির্ণয় করা যেতে পারে। উদাহরণস্বরূপ, যদি একটি শ্রেণীকক্ষে 10জন ছাত্রের বিজ্ঞানবিষয় সম্বন্ধে অর্জিত জ্ঞানের পরিমাপ করতে হয়, তাহলে অভীক্ষার পদগুলি এমন হওয়া উচিত যে, তাদের স্বরূপ দেখে যে কেউ বলতে পারে যে, অভীক্ষার পদগুলি বাস্তবে বিজ্ঞান সম্বন্ধীয় অর্জিত জ্ঞানের পরিমাপের জন্যই রচনা করা হয়েছে। সম্পূর্ণভাবে যখন একটি ব্যক্তিত্বসূচী যা ব্যক্তিত্বের দু'টি দিক—অন্তর্মুখী এবং বহির্মুখী পরিমাপের জন্য তৈরী করা হয়, তখন তাতে এমন পদগুলি একত্রিত করা হয় যা ব্যক্তিত্বের ঐ দু'টি দিক পরিমাপ করতে পারে। এইভাবে প্রায় সমস্ত ধরনের মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষাগুলির বাহ্যরূপ বৈধতা কেবলমাত্র নিরীক্ষণ বিধি দ্বারা তাদের পদসমূহের স্বরূপ দেখে স্থির করা হয়। অভীক্ষা তৈরীর অপর স্তরে যখন অভীক্ষার প্রারম্ভিক রূপ রচনা করা হয়, তখন সেই অবস্থাতে এই প্রকার বৈধতা স্থির ক'রে নেওয়া হয়। এই ক্ষেত্রে বিশেষজ্ঞদের সহায়তা গ্রহণ করতে হয়। অভীক্ষার পদগুলি উদ্দেশ্য অনুসারে সঠিক সংলক্ষণগুলি পরিমাপ করতে পারে কিনা তা এই প্রকার বৈধতার মাধ্যমে নির্ধারণ ক'রে নিতে হয়। পরিসংখ্যানের দিক দি'য়ে এইরূপ বৈধতার মূল্যমান সূচক (index) নির্ণয় করা যায় না।

॥ তিন ॥ **বিষয়বস্তু নির্ভর বা পাঠক্রমিক বৈধতা (Content or Curricular Validity)**—কোন বিশেষ শিক্ষাস্তরের উপযোগী মানুষের সামগ্রিক অভিজ্ঞতার সমন্বয়কে পাঠক্রম (Curriculum) বলা হয়। পরিমাপের জন্য পাঠক্রম বলতে যেমন বিষয়বস্তুকে (Course Content) বোঝায়, তেমনি ঐ বিষয়বস্তু

পড়ানোর উদ্দেশ্যকেও বোঝানো হয়। কারণ শিক্ষাবিষয়ক পরিমাপ ও মূল্যায়ন সর্বদা উদ্দেশ্যমুখী হয়। তাই উদ্দেশ্যকে বাদ দি'য়ে শিক্ষাবিষয়ক পরিমাপের বৈধতা নির্ণয় করা যায় না। সেই কারণে যে কোন অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষা এমন ভাবে তৈরী করা উচিত যাতে ঐ অভীক্ষা একদিকে যেমন সম্পূর্ণ পাঠ্যাংশকে অন্তর্ভুক্ত ক'রে সেই সংক্রান্ত জ্ঞান পরিমাপ করতে পারে, তেমনি অন্যদিকে পাঠক্রমের উদ্দেশ্যগুলি সব কার্যকরী হচ্ছে কিনা তাও পরিমাপ করতে পারে। যে অভীক্ষা পাঠক্রমের পরিপূর্ণতা এবং শিখনের উদ্দেশ্য পরিমাপ করতে পারে না, সে অভীক্ষা বৈধরূপে গণ্য হয় না। বিষয়বস্তু নির্ভর বা পাঠক্রমিক বৈধতার এই হ'ল মূল কথা। কোন অভীক্ষার পাঠক্রমিক বৈধতা এই ইংগিত নির্দেশ করে যে, সেই অভীক্ষা কতটা ব্যাপকভাবে বিষয়বস্তুর বিভিন্ন দিকের জ্ঞান এবং ঐ বিষয়বস্তু পাঠের উদ্দেশ্যগুলি পরিমাপ করতে পারে। অভীক্ষার এই ধরনের বৈধতা সাধারণতঃ যৌক্তিক পদ্ধতিতে নির্ণয় করা যায়। শিক্ষাবিষয়ক অভীক্ষাগুলির ক্ষেত্রেই বিষয়বস্তু নির্ভর বৈধতা নির্ধারণ করা হয়। কোন অভীক্ষার বৈধতা এই নীতি অনুসারে স্থির করতে হলে অভীক্ষাটি রচনা করার আগেই তা করতে হয়।

এইভাবে যে কোন অভীক্ষার বিষয়বস্তুর বৈধতা নির্ণয় করা যায়। সেই কারণে এই পদ্ধতিকে যুক্তি নির্ভর পদ্ধতি বলা হয়। এই অভীক্ষা বিষয়কেন্দ্রিক ও উদ্দেশ্যমুখী হয় বলেই এই অভীক্ষা বৈধরূপে বিবেচিত হয়। তবে এই পদ্ধতিতে অভীক্ষার বৈধতা নির্ধারণ করা হলেও অন্যান্য নানা কারণে অভীক্ষাটির বৈধতার অভাব ঘটতে পারে। যেমন, প্রশ্ন নির্বাচন করার মধ্যে কিংবা অভীক্ষা প্রয়োগের মধ্যে যদি কোনরূপ ত্রুটি থাকে, তাহলে এই পদ্ধতিতে সেগুলি নিয়ন্ত্রণ করা যায় না। তাছাড়া এই পদ্ধতিতে কোনরূপ বৈধতা সূচক বা সাংখ্যমান (Validity index) পাওয়া যায় না। তবে এইরূপ পদ্ধতি সাধারণ শিক্ষাবিষয়ক পরিমাপের ক্ষেত্রে ফলপ্রদ হিসাবে গ্রাহ্য হয়। অনেক সময় এই পদ্ধতি প্রয়োগ ক'রে আগ্রহ (interest), অভিবৃত্তি (aptitude) প্রভৃতি মানসিক বৃত্তি সম্বন্ধীয় মাপনি বা পরিসূচীর বৈধতা নির্ণয় করা যায়।

॥ চার ॥ **যৌক্তিক বা যুক্তিনির্ভর বৈধতা (Logicai Validity)**—যখন কোন অভীক্ষা যে উদ্দেশ্য নি'য়ে তৈরী করা হয়, তখন যদি সেই অভীক্ষা ঠিক ঐ উদ্দেশ্যই পরিমাপ করতে পারে, তাহলে তার বৈধতা সহজেই যে পদ্ধতির মাধ্যমে নির্ণয় করা যায় তাকেই **যৌক্তিক বৈধতা** বলা হয়। উদাহরণস্বরূপ, যদি কোন বিজ্ঞান বিষয়ক অভীক্ষার বিজ্ঞানের প্রারম্ভিক বিষয়াবলীই পরীক্ষা করা উদ্দেশ্য হয়, তাহলে ঐ অভীক্ষায় সেই পদগুলিই একত্রিত করতে হয় যেগুলি কেবলমাত্র প্রারম্ভিক বিষয়াবলী পরিমাপ করতে পারে কিংবা যদি উদ্দেশ্য হয় ছাত্র-ছাত্রীদের বিজ্ঞান বিষয়ে অভিক্ষমতা (aptitude) পরিমাপ করা, তাহলে অভীক্ষাটিতে কেবলমাত্র সেইসব পদগুলিই অন্তর্ভুক্ত করতে হবে যেগুলির সাহায্যে তাদের অভিক্ষমতাই পরিমাপ

করা সম্ভবপর হবে। সুতরাং এই প্রকারের বৈধতা নির্ণয় করার জন্য অভীক্ষার পদগুলিকে যৌক্তিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে অনুশীলন ক'রে দেখা হয় যে, পদগুলি বাস্তবে সেই উদ্দেশ্যই সম্পূর্ণ পরিমাপ করতে পারে যে উদ্দেশ্য নি'য়ে অভীক্ষাটি রচনা করা হয়।

এই পদ্ধতিতে অভীক্ষার বৈধতা নির্ধারণ করা হলেও বিভিন্ন কারণে অভীক্ষাটির বৈধতা বিঘ্নিত হ'তে পারে। যেমন, প্রশ্ন রচনা করার মধ্যে যদি কোন ত্রুটি থাকে কিংবা অভীক্ষার প্রয়োগের মধ্যে যদি কোন ভ্রান্তির সৃষ্টি করে। তাছাড়া এই পদ্ধতিতে অভীক্ষার বৈধতার সূচক বা মূল্যমান (index) সংখ্যার ভিত্তিতে নির্ণয় করা যায় না। তা সত্ত্বেও সাধারণ শিক্ষাবিষয়ক অভীক্ষা, আগ্রহ, অভিবৃত্তি প্রভৃতি মানসিক বৃত্তি সম্বন্ধীয় মনোবৈজ্ঞানিক মাপনি বা পরিসূচীর বৈধতা এই পদ্ধতিতে সহজেই নির্ণয় করা যায়।

॥ পাঁচ ॥ **উপাদান নির্ভর বৈধতা (Factorial Validity)**—যে পরিস্থিতিতে মানসিক অভীক্ষা এবং ব্যক্তিত্ব পরিসূচী বিভিন্ন উপাদান (factors) ও বৈশিষ্ট্য বা সংরক্ষণগুলি (traits) একই সময়ে পরিমাপ করে, সেই পরিস্থিতিতে অভীক্ষা এবং পরিসূচীর বৈধতা উপাদান বিশ্লেষণের (factor analysis) মাধ্যমে নির্ণয় করা যায়। তাকে উপাদান নির্ভর বৈধতা বলা হয়। এনাস্টেসীর (Anastasi) মতানুসারে 'একটি অভীক্ষার উপাদান নির্ভর বৈধতা হ'ল সেই অভীক্ষা এবং অভীক্ষার দলসমষ্টির সংগে সাধারণভাবে সম্পর্কিত উপাদান বা আচরণের অন্যান্য পরিমাপকের মধ্যে সহ-সম্বন্ধ'। ("The factorial validity of a test is the corrrelation between that test and the factor common to a group of test or other measures of behaviour"). উপাদান বিশ্লেষণ বিধি দ্বারা বিভিন্ন অভীক্ষার মধ্যে পারস্পরিক সহ-সম্বন্ধ (correlation) নির্ণয় করা যায় এবং তাদের মুখ্য গুণাবলী, তত্ত্বসমূহ এবং উপাদানগুলি জানা যায়। আবার প্রত্যেক উপাদান (factor) এবং সম্পূর্ণ অভীক্ষার মধ্যেও সহ-সম্বন্ধ নির্ধারণ করা যায়। তাকে অভীক্ষার উপাদান নির্ভর বৈধতা বা উপাদান উপভারও (factor loading) বলা হয়। কারণ তাতে সেই সীমা পর্যন্ত পরিমাপ করা যায় যে সীমা পর্যন্ত কোন অভীক্ষা কোন উপাদানের সঙ্গে উপভারিত (loaded) হ'য়ে থাকে। গিলফোর্ডের (Guilford) মতানুসারে উপাদান নির্ভর বৈধতাকে সর্বোৎকৃষ্ট হিসাবে গণ্য করা যায়। কারণ এই বৈধতা থেকে স্পষ্টভাবে জানা যায় যে, কোন্ অভীক্ষা কি পরিমাপ করে। তিনি উপাদান নির্ভর বৈধতাতে অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংকগুলিকে (test scores) বৈধহিসাবে গণ্য করার জন্য ঐ উপাত্তগুলিকে (data) মানদণ্ড (criteria) রূপে গণ্য করেন। তাঁর বিচারে অভীক্ষার মানদণ্ড সূচকগুলি (criteria indices) অপেক্ষাকৃত অধিক শুদ্ধতা এবং নির্ভুলতার সংগে এই প্রকার বৈধতা নির্ধারণ করতে পারে এবং অধিক সন্তোষপ্রদ সিদ্ধান্তও এই বৈধতা থেকে পাওয়া

যেতে পারে। এই বৈধতার সবচেয়ে গুরুত্বপূর্ণ বিশেষত্ব হ'ল যে, তার ভিত্তি সর্বদা পরিসংখ্যানমূলক প্রক্রিয়ার উপর নির্ভরশীল হয়।

উপরি উক্ত গুরুত্ব সত্বেও উপাদান নির্ভর বৈধতার নিজস্ব কতকগুলি ত্রুটি আছে। যেমন, (i) সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রে এই বৈধতা নির্ণয় করা যায়, অর্থাৎ কেবলমাত্র নির্দিষ্ট উপাদান সম্বলিত অভীক্ষাতে এই বৈধতা প্রযোজ্য হতে পারে। অনেক সময় তথ্যের (fact) অভাব এই প্রকার বৈধতার নির্ভরযোগ্যতা স্থির করতে পারে না। (ii) বস্তুনিষ্ঠভাবে এই বৈধতা প্রমাণ করে না যে, কোন অভীক্ষা সঠিক উপাদানে অধিক পরিমাণে বৈধ হওয়ার পর সেই উপাদান সম্বলিত অভীক্ষাটি নির্দিষ্ট তথ্যের ভবিষ্যৎ সম্ভাব্যতা প্রকাশ করতে পারবে।

বাহ্য মানদণ্ড অনুসারে বৈধতার প্রকার ভেদ

(Type of Validity according to External Criteria)

॥ এক ॥ **ভবিষ্যদ্বাণীকরণ সম্ভাবনা সূচক বৈধতা (Predictive Validity)**—কিছু মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষা এইরূপ হয় যে, তার সাহায্যে কোন গুণ, যোগ্যতা বা বিষয় সম্বন্ধে ভবিষ্যৎবাণী করা যায়। এই ধরনের অভীক্ষার যে বৈধতা নির্ণয় করা হয়, তাকে ভবিষ্যদ্বাণীকরণ সম্ভাবনা সূচক বৈধতা (Predictive Validity) বলা হয়। অর্থাৎ, একটি অভীক্ষা কতটা সঠিকভাবে কোন ভবিষ্যৎ ক্রিয়াশীলতা বিচার করতে পারে তা বোঝানোর জন্য অভীক্ষা বা অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংকের যে বৈধতা নির্ণয় করা হয়, তাকেই **ভবিষ্যৎ সম্ভাবনা সূচক বৈধতা** বলা হয়। এক কথায় একে বলা হয় অভীক্ষা সম্বন্ধে ভবিষ্যদ্বাণীকরণ ক্ষমতার মাত্রা (degree of predictabilty)।

এই অভীক্ষা কোন সঠিক কাজ এবং বর্তমান পরিস্থিতির উপর ভিত্তি ক'রে ব্যক্তির আচরণ এবং কার্য সম্পাদন সম্বন্ধে ভবিষ্যদ্বাণী ক'রে থাকে। উদাহরণস্বরূপ বলা যায় যে, একটি যান্ত্রিক অভিক্ষমতা (Mechanical aptitude) বা লিপিক অভিক্ষমতার (clerical aptitude) উপর ভিত্তি ক'রে আমরা যখন ভবিষ্যৎবাণী করি যে, অমুক অমুক ব্যক্তি বা ছাত্র-ছাত্রী এই এই ব্যবসায়ে কিংবা লিপিকারের কাজে সফল বা অসফল হবে এবং যদি ঐ সব ব্যক্তি বা ছাত্র-ছাত্রী এই ভবিষ্যৎবাণী অনুসারে ব্যবসায় কিংবা লিপিকারের কাজে সফল বা অসফল হয়, তাহলে এই স্থিতিতে ঐ বিষয় সংক্রান্ত অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংকের যে বৈধতা নির্ণয় করা হবে তাকেই ভবিষ্যৎ সম্ভাবনা সূচক বৈধতা হিসাবে গণ্য করা হয়।

কোন পরিমাপের বা অভীক্ষার ভবিষ্যৎ সম্ভাবনা সূচক বৈধতা গাণিতিক পদ্ধতিতে নির্ণয় করা হয়। গাণিতিক পদ্ধতিতে এই বৈধতা নির্ধারণের জন্য একটি বিশেষ জ্ঞাত মানদণ্ড (crlterion) স্বরূপ অভীক্ষার প্রাপ্তাংকের সংগে বর্তমান অভীক্ষার প্রাপ্তাংকের তুলনামূলক বিচার করা হয়। সেই কারণে এই প্রকার বৈধতাকে অনেক সময় মানদণ্ডভিত্তিক (criterion based) বৈধতা বলা হয়। ধরা যাক, একজন

শিক্ষক একটি বিজ্ঞান বিষয়ক অভিক্ষমতা (scientific aptitude) অভীক্ষা তৈরী করেছেন যার উদ্দেশ্য হ'ল উচ্চতর মাধ্যমিক পাঠক্রমে যে সব ছাত্র-ছাত্রী বিজ্ঞান বিষয় নিয়ে পড়াশুনা করতে চায় তাদের নির্বাচন করা। এই অভীক্ষার ফলাফলের উপর ভিত্তি ক'রে বেশী নম্বর পাওয়া যে সব ছাত্র-ছাত্রী নির্বাচন করা হয় তারা যদি পরবর্তী কালে বিদ্যালয়ে বিজ্ঞান বিষয়ে পড়াশুনায় ভাল অগ্রগতি দেখাতে পারে ; অর্থাৎ, এই বিষয়সমূহে খুবই বেশী নম্বর পায়, তাহলে শিক্ষক আশা করতে পারেন যে, অভীক্ষাটির ভবিষ্যদ্বাণীকরণ সম্ভাবনা সূচক বৈধতা (predictive validity) আছে।

কোন অভীক্ষার ভবিষ্যদ্বাণীকরণ সম্ভাবনা সূচক বৈধতা নিম্ন পর্যায়ে নির্ধারণ করা যায়।

॥ **এক** ॥ প্রথমে অভীক্ষাটিকে একদল অভীক্ষার্থীদের উপর প্রয়োগ ক'রে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির বন্টন নির্ণয় করতে হয়।

॥ **দুই** ॥ অভীক্ষাটি যে বৈশিষ্ট্য পরিমাপ ক'রে অনুরূপ একটি অভীক্ষা অভীক্ষার্থীদের উপর প্রয়োগ করে যে প্রাপ্তাংকগুলি পাওয়া যায় তাদের বন্টন নির্ণয় করতে হয়। এই অভীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলি মানদণ্ড (criterion) হিসাবে কাজ করে।

॥ **তিন** ॥ দু'টি অভীক্ষায় প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের বন্টনের মধ্যে সহ-সম্বন্ধ সহগাঙ্ক (coefficient of correlation) নির্ণয় করতে হয়। এই সহ-সম্বন্ধ সহগাঙ্ক অভীক্ষাটির ভবিষ্যৎ সম্ভাবনা নির্দেশকারী সূচক হবে। তাকে বৈধতার সহগাঙ্ক (validity coefficient) বলা হয়। পরিমাপের নির্ভরযোগ্যতা (reliability of statistics) ও আদর্শ ত্রুটির (standard error) নিয়মানুসারে এই বৈধতার সহগাঙ্কের তাৎপর্য নির্ণয় করা যায়। সহগাঙ্কের মানের ভিত্তিতে ভবিষ্যদ্বাণী-করণের জন্য নির্ভরণ সমীকরণ (prediction on regression equation) তৈরী করা যায় এবং তার থেকে কোন অভীক্ষার্থীর নির্বাচনী অভীক্ষায় প্রাপ্তাংক জানলে পরবর্তীকালে তার শিক্ষাবিষয়ে পারদর্শিকতা কেমন হবে তা বলা যাবে।

নির্দেশন (guidance), ব্যক্তিগত চয়ন (personnel selection), শিক্ষার্থীদের কোন শ্রেণীতে ভর্তি, চাকরিতে নিয়োগ প্রভৃতির জন্য যখন অভিক্ষমতা, আগ্রহ এবং অন্যান্য প্রকারের অভীক্ষাগুলি প্রয়োগ করা হয়, তখন অভীক্ষাগুলির ভবিষ্যৎ সম্ভাবনা সূচক বৈধতা নির্ণয় করা প্রয়োজন হয়। তাতে বর্তমান অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংকগুলিকে ভিত্তি ক'রে ভবিষ্যৎ কর্মসম্পাদন সম্ভাবনা সম্বন্ধে জানা যায়। অর্থাৎ বর্তমান ও ভবিষ্যৎ কর্মসম্পাদনের মধ্যে সহ-সম্বন্ধ নির্ণয় করা যায়। এই বৈধতা নির্ণয়ের ভিত্তি অনুসরণমূলক পদ্ধতির (follow-up method) উপর হয় বলে বেশী সময়-ব্যবধানের প্রয়োজন হয়।

ভবিষ্যদ্বাণীকরণ সম্ভাবনা সূচক বৈধতা নির্ধারণের প্রধান অসুবিধা হ'ল মানদণ্ড (criterion) নির্বাচন করা। এই মানদণ্ড যদি সঠিকভাবে নির্বাচন করা না যায়, তাহলে বৈধতার মানও সঠিকভাবে নির্ধারণ করা যাবে না। সেই কারণে এই

ধরনের বৈধতা সঠিকভাবে নির্ণয় করতে হলে কয়েকটি বিষয়ে বিশেষভাবে লক্ষ্য রাখা উচিত।

(i) মানদণ্ডটি, অর্থাৎ যে অভীক্ষাটিকে মানদণ্ড হিসাবে ব্যবহার করা হয়, তা নির্ভরযোগ্য হওয়া দরকার।

(ii) মানদণ্ডটি যে ব্যক্তিদের উপর প্রয়োগ করা হবে, অভীক্ষাটি যেন ঠিক সেই সকল ব্যক্তিদের উপর প্রয়োগ করা হয়।

(iii) মানদণ্ডটি প্রয়োগের সময় অভীক্ষার্থীর যে ব্যক্তিগত অবস্থা ছিল, অভীক্ষাটি প্রয়োগের সময়ও যেন তাদের সেই সব অবস্থা বজায় থাকে।

(iv) মানদণ্ড ও অভীক্ষা প্রয়োগের সময় পারিপার্শ্বিক অবস্থাও যেন অপরিবর্তিত থাকে।

॥ **দুই** ॥ **সংগঠনমূলক বৈধতা (Construct validity)**—বিষয় নির্ভর বৈধতা (content validity) যেমন প্রধানতঃ শিক্ষাবিষয়ে কর্মকুশলতা পরিমাপক অভীক্ষার ক্ষেত্রে নির্ধারণ করতে হয়, তেমনি মানসিক সংলক্ষণগুলি পরিমাপক অভীক্ষার ক্ষেত্রে প্রধানতঃ সংগঠনমূলক বৈধতা নির্ণয় করতে হয়। কোন অভীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলিকে কোন বিশেষ মানসিক সংলক্ষণগুলির পরিপ্রেক্ষিতে বিচার করতে হ'লে অভীক্ষার সংগঠনমূলক বৈধতা সম্বন্ধে চিন্তা করতে হয়। যে মানসিক বৈশিষ্ট্য সম্পর্কে ধারণার অভাব আছে, অথচ তার অস্তিত্ব সম্বন্ধে বিশ্বাস করা যায় এমন মানসিক বৈশিষ্ট্যকে সংগঠন (construct) বলা হয়। এরকম সাংগঠনিক অস্তিত্বের অনুমান ছাড়া মানুষের কতকগুলি আচরণ বিশ্লেষণ করা যায় না। যেমন, বুদ্ধি, যৌক্তিক ক্ষমতা, গাণিতিক অভিক্ষমতা প্রভৃতি এক একটি সংগঠন বা মানসিক সংলক্ষণ বা বৈশিষ্ট্য যার মাধ্যমে আমরা মানুষের কতকগুলি আচরণ ব্যাখ্যা করতে পারি। এরকম প্রত্যেকটি সংগঠন সংক্রান্ত ধারণার মূলে এক একটি নীতি বা তত্ত্ব বর্তমান আছে যার ভিত্তিতে আচরণগুলিকে ব্যাখ্যা করা সম্ভব হয়। যেমন, কোন ব্যক্তিকে যুক্তিবাদী বললে আমরা বুঝি যে, সেই ব্যক্তি বিশেষ পরিস্থিতিতে সুযুক্তি প্রদর্শনে নির্দ্দিষ্ট কতকগুলি আচরণ সম্পাদনে সক্ষম হ'তে পারে। এই প্রসঙ্গে ক্রনব্যাকের (Cronbach) উক্তি বিশেষভাবে উল্লেখযোগ্য। তাঁর মতে "মানুষের আচরণগত সংলক্ষণগুলি পরিমাপের ক্ষেত্রে কোন অভীক্ষার সাংগঠনিক স্বরূপ এবং তত্ত্ব নিরূপণ করা বিশেষভাবে আবশ্যক হয়। কারণ এই নিরূপণের মধ্য দি'য়ে অভীক্ষার যথার্থতা প্রকাশ পায়। তাই সংগঠনমূলক বৈধতায় অভীক্ষার সাংগঠনিক স্বরূপ (nature of construct) এবং তত্ত্ব (theory) যাচাই ক'রে নিতে হয়।" ক্রনব্যাক (Cronbach) সংগঠনমূলক বৈধতার সংজ্ঞা দিতে গিয়ে বলেন যে, "সংগঠনমূলক বৈধতা হ'ল সেই অবস্থা যে অবস্থায় মানসিক সংগঠনের পরিপ্রেক্ষিতে অভীক্ষার প্রাপ্ত ফলাফল ব্যাখ্যা করা যেতে পারে।" ("Construct validity is the condition to which test performance can be explained in terms of certain psychological construct.") অন্যভাবে বলা যায় যে, যখন অভীক্ষানির্মাতার উদ্দেশ্য হ'ল কোন ব্যক্তি কিরূপ

সংলক্ষণের অধিকারী তা পরিমাপযোগ্য কোন অভীক্ষা সেই ব্যক্তির উপর প্রয়োগ করে প্রাপ্ত ফলাফল বিচারের ভিত্তিতে নির্ণয় করা যায় এবং তা থেকে সংলক্ষণের সঠিক অস্তিত্ব পরিমাপ সম্পর্কে একটি স্থির সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যায়, তখন যদি অভীক্ষাটি সেই সিদ্ধান্তমূলক উদ্দেশ্যটি অনুরূপ অপর একটি অভীক্ষার মাধ্যমে পূরণ করতে পারে, তাহলে অভীক্ষাটি বৈধ হিসাবে স্বীকৃত হবে। এই বৈধতাকে সংগঠনমূলক বৈধতা বলা হয়। এই প্রকার বৈধতা জানতে দীর্ঘ সময় যাবৎ নিরীক্ষণ, অনেক তথ্যের সংকলন এবং সৃষ্ট কল্পনাগুলির উপযোগিতা ঠিক ক'রে নিতে হয়। সুতরাং সাধারণভাবে এই বৈধতার প্রয়োগ কমই হয়। নিম্নলিখিত পদ্ধতিগুলি এই প্রকার বৈধতা নির্ধারণের জন্য ব্যবহার করা হয়।

॥ **এক** ॥ সংগঠনমূলক বৈধতা যৌক্তিক পদ্ধতির (Logical Method) মাধ্যমে ব্যাখা করা যেতে পারে।

॥ **দুই** ॥ অনেক ক্ষেত্রে বুদ্ধি অভীক্ষা বৈধকরণে বয়সকে একটি মানদণ্ড (criterion) হিসাবে গণ্য করা হয়। স্ট্যানফোর্ড-বিনের (Stanford-Binet) বুদ্ধি অভীক্ষা এবং অন্যান্য বিদ্যালয় সম্পর্কিত অভীক্ষাগুলির বিচার বয়সের পরিপ্রেক্ষিতে করা হয়। তা থেকে জানা যেতে পারে যে, বয়স বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে কি অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংকগুলিও বৃদ্ধি পায়? সাধারণভাবে ধরে নেওয়া হয় যে, বয়স বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে বুদ্ধিও বৃদ্ধি পায় এবং নির্দিষ্ট বয়সের পর বুদ্ধি স্থির হ'য়ে যায়। সুতরাং যদি অভীক্ষা বৈধ হয় তাহলে অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংক বয়স বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে বেশী পরিমাণে পাওয়া যায় এবং একটি নির্দিষ্ট বয়সের পর প্রাপ্তাংকের কোনরূপ তারতম্য ঘটেনা। ব্যক্তিত্ব পরিমাপের ক্ষেত্রে এই মানদণ্ডের প্রয়োগজনিত উপযোগিতা অত্যন্ত সীমিত।

॥ **তিন** ॥ যদি কোন একটি মান নির্ধারিত অভীক্ষা এবং নতুন তৈরী অভীক্ষার মধ্যে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক (coefficient of correlation) যথেষ্ট বেশী পরিমাণে পাওয়া যায়, তাহলে বলা যাবে যে উভয় অভীক্ষা একই প্রকার সংলক্ষণ পরিমাপ করে।

॥ **চার** ॥ প্রায় সমস্ত প্রকার ব্যক্তিত্ব অভীক্ষাবলী সম্পর্কিত সরণীগুলি (manuals) থেকে দেখা যায় যে, কোন অভীক্ষার সংগঠনমূলক বৈধতা আভ্যন্তরীণ সামঞ্জস্য (internal consistancy) থেকে জানা যেতে পারে। এখানে অভীক্ষার সমষ্টিগত প্রাপ্তাংকেই মানদণ্ডরূপে গণ্য করা হয়। এই সমষ্টিগত প্রাপ্তাংককে কৃতিত্ব-মানের ভিত্তিতে উচ্চ কৃতিত্বমান (সর্বোচ্চ 27%) এবং নিম্নকৃতিত্বমান (সর্বনিম্ন 27%) সম্পন্ন দু'টি প্রান্তিক দলসমষ্টিতে (extreme groups) ভাগ ক'রে নেওয়া হয় এবং সহ-সম্বন্ধ পদ্ধতির উপর ভিত্তি ক'রে অভীক্ষার পদগুলি নির্বাচন করা হয়। এইভাবে নির্বাচিত পদগুলি সমগ্র অভীক্ষার সংগে সমধর্মী (homogeneous) হ'য়ে থাকে এবং অভীক্ষাটির 'আভ্যন্তরীণ সামঞ্জস্য' রক্ষিত হয়। কারণ অভ্যন্তরীণ সামঞ্জস্য সহধর্মীতা (homogeneity) পরিমাপ করে এবং অভীক্ষার সংগঠনমূলক বৈধতাও নির্ধারণ করে। অনেক সময় এই বিধি বাহ্যিক তথ্যের অভাবে সীমাবদ্ধরূপে প্রয়োগ

করা হয়। কারণ বাহ্যিক তথ্যগুলি ব্যতিরেকে বলা যায় না যে, কোন্ সংলক্ষণগুলি পরিমাপ যোগ্য হয়।

নিম্নলিখিত পদ্ধতিতে পর্যায়ক্রমে কোন অভীক্ষার সংগঠনমূলক বৈধতা নির্ণয় করা যায়।

॥ **এক** ॥ যখন কোন অভীক্ষা কোন মানসিক সংগঠন পরিমাপের জন্য প্রয়োগ করা হয়, তখন সেই সংগঠন সম্পর্কে একটি কার্যকরী ধারণা গ্রহণ করতে হয়। যেমন, আমরা যখন বিশেষ এক শ্রেণীর ছাত্র-ছাত্রীর সৃজনাত্মক ক্ষমতা পরিমাপের জন্য সৃজনাত্মক অভীক্ষা প্রয়োগ করতে চাই, তখন প্রথমে সৃজনাত্মকতা (creativity) বলতে কি বোঝায়, সে সম্বন্ধে একটি তাত্ত্বিক ধারণা (theoretical concept) গ্রহণ করতে হয়।

॥ **দুই** ॥ সংগঠনের তাত্ত্বিক ধারণার পরিপ্রেক্ষিতে অভীক্ষার ফলাফল সম্বন্ধে কতকগুলি প্রকল্প (hypotheses) রচনা করতে হয়। যদি অভীক্ষাটি বৈধ হয়, তাহলে অভীক্ষার ফলাফলে অভীক্ষার্থীদের কি কি বিশিষ্ট্য লক্ষ্য করা যাবে সে সম্পর্কে প্রকল্পগুলিতে সুস্পষ্ট নির্দেশ থাকবে। যেমন, যখন আমরা সৃজনাত্মক অভীক্ষা (creativity test) তৈরী করি, তখন কতকগুলি প্রকল্প গ্রহণ করা যেতে পারে— (i) অপেক্ষাকৃত সৃজনাত্মক ক্ষমতা সম্পন্ন ব্যক্তিরা তুলনামূলকভাবে বেশী সংখ্যা পাবে ; (ii) যে সব ছেলে মেয়ে বিদ্যালয়ে সৃজনাত্মক কর্মকুশলতায় দক্ষতা প্রদর্শন ক'রে থাকে, তারা বেশী সংখ্যা পাবে ; (iii) শিক্ষকরা যাদের কর্মদক্ষ ব'লে মনে করেন তারা সাধারণের তুলনায় বেশী সংখ্যা পাবে ; (iv) যাদের মধ্যে সৃজনাত্মক ক্ষমতা বর্তমান থাকে, তারা নিজেদের মধ্যে শিক্ষণ প্রক্রিয়ার (training process) মাধ্যমে সে দক্ষতার স্ফুরণ ঘটাতে পারবে এবং অভীক্ষায় বেশী সংখ্যা পাওয়ার মধ্য দি'য়ে তা প্রকাশ পাবে। এমন কতকগুলি প্রকল্প তৈরী করতে হবে।

॥ **তিন** ॥ তাত্ত্বিক ধারণার ভিত্তিতে অভীক্ষা তৈরী ক'রে প্রয়োগ করতে হয়। অর্থাৎ প্রথম পর্যায়ে যে তাত্ত্বিক ধারণা এবং প্রকল্পগুলি নি'য়ে অভীক্ষা রচনা করার পরিকল্পনা করা হয় তাদের উপর ভিত্তি ক'রে অভীক্ষা পদগুলি (test items) চয়ন ক'রে অভীক্ষাটি তৈরী করতে হয়।

॥ **চার** ॥ অভীক্ষাটি যাদের জন্য তৈরী করা হয় সেইরকম একদল ব্যক্তিদের উপর প্রয়োগ ক'রে প্রত্যেক ব্যক্তির প্রাপ্তাংক নির্ণয় করতে হয়।

॥ **পাঁচ** ॥ অভীক্ষা প্রয়োগ ক'রে যে ফলাফল পাওয়া যায়, দ্বিতীয় পর্যায়ের প্রকল্পগুলির ভিত্তিতে সেগুলি বিচার করতে হয়। যদি দেখা যায় যে, অভীক্ষা থেকে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের সংগে প্রকল্পগুলির সাদৃশ্য থাকে, তাহলে অভীক্ষাটি বৈধ হবে। পূর্বোক্ত উদাহরণের ভিত্তিতে বলতে পারা যায় যে, যদি তুলনামূলকভাবে সৃজনাত্মক ক্ষমতা সম্পন্ন ব্যক্তিরা বেশী সংখ্যা পায়, যে সব ছেলে মেয়ে বিদ্যালয়ে সৃজনাত্মক কর্ম-কুশলতায় দক্ষতা অর্জন করে তারা অভীক্ষায় বেশী সংখ্যা লাভ করতে পারে, শিক্ষকরা

বিত্থালয়ে যাদের সৃজনাত্মক ক্ষমতা সম্পন্ন বলে মনে করেন তারা অভীক্ষায় বেশী সংখ্যা পায় এবং যদি অন্যান্য সব প্রকল্পগুলি অনুযায়ী আশানুরূপ ফলাফল পাওয়া যায় তাহলে আমরা অভীক্ষাটি বৈধরূপে গ্রহণ করতে পারি।

এই উপায়ে কোন অভীক্ষার সংগঠনমূলক বৈধতা বিচার করা যায়। সাধারণভাবে মানসিক সংলক্ষণ পরিমাপের ক্ষেত্রে, যেখানে গাণিতিক নিয়মে বৈধতা নির্ধারণ করা যায় না, সেখানে সংগঠনমূলক বৈধতা নির্ণয় করা হয়। শিক্ষাবিষয়ক অভীক্ষার বৈধতা নির্ধারণের ক্ষেত্রেও এই পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়। এমন অনেক অর্জিত জ্ঞানবিষয়ক উপলব্ধির ক্ষেত্র আছে যেগুলি এত জটিল ও পরস্পর নির্ভরশীল যে, তাদের পৃথকভাবে পর্যবেক্ষণ করা সম্ভব হয় না। সেই সব ক্ষেত্রে অভীক্ষার সংগঠন-মূলক বৈধতা নির্ণয় করা যেতে পারে। ক্রনব্যাক (Cronbach) এবং মেলের (Meehl) মতে সংগঠনমূলক বৈধতা নির্ণয়ের মাধ্যমে অভীক্ষা এবং তত্ত্ব (theory) বা সংগঠন (construct) উভয়েরই বৈধতা নির্ধারণ করা যায়। প্রসঙ্গক্রমে মনে রাখা দরকার যে, পরোক্ষভাবে কতকগুলি তথ্যের ভিত্তিতে কোন অভীক্ষার বৈধতা নির্ধারণ করা হয়। সুতরাং পরোক্ষ তথ্যের সংখ্যা যত বেশী হবে অভীক্ষার সংগঠন-মূলক বৈধতায় তত বেশী আস্থা স্থাপন করা যাবে। গ্রুণলুণ্ডের (Gronlund) মতানুসারে সংগঠনমূলক বৈধতা নির্ধারণের উপযুক্ত কোন একক পদ্ধতি নেই। বিভিন্ন সূত্র থেকে তথ্যসমূহ একত্রকরণ হ'ল এই পদ্ধতির বিষয় এবং সংগৃহীত তথ্য সমূহের সংখ্যার উপর এর স্থায়িত্ব নির্ভর করে। এই দিক দি'য়ে বিচার করলে সংগঠনমূলক বৈধতা নির্ণয়ে অন্যান্য বৈধতা নির্ণয়ের পদ্ধতিগুলি সাহায্য করে।

॥ তিন ॥ **সহ-অবস্থানমূলক বৈধতা (Concurrent Validity)**—সহ-অবস্থানমূলক বৈধতা ভবিষ্যদ্বাণীকরণ বৈধতার ন্যায় গাণিতিক নিয়মে নির্ণয় করা যায়। এইরূপ বৈধতা নির্ণয়ের জন্য একটি মানদণ্ডের (Caterion) প্রয়োজন হয়। এখানে মানদণ্ডটি অভীক্ষার সমকালীন হয়। অর্থাৎ মানদণ্ডরূপী অভীক্ষা এবং বৈধতা নির্ণয় করতে হবে এমন অভীক্ষা একই সময়ে পর্যায়ক্রমে প্রয়োগ করতে হয়। কিন্তু ভবিষ্যদ্বাণীকরণ বৈধতা নির্ণয়ের সময় মানদণ্ডরূপী অভীক্ষাটি সময়ের ব্যবধানে প্রয়োগ করা হয়। সাধারণতঃ মনোবৈজ্ঞানিক এবং শিক্ষাবিষয়ক অভীক্ষাগুলির বৈধতা নির্ধারণের জন্য সহ-অবস্থানমূলক বৈধতা সম্বন্ধীয় পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়। উদাহরণস্বরূপ, একটি নতুন আগ্রহ বিষয়ক অভীক্ষা তৈরীর সময় তার বৈধতা নির্ণয়ের জন্য অনুরূপ একটি মান নির্ধারিত বৈধ আগ্রহ বিষয়ক অভীক্ষার ফলাফলের সঙ্গে নতুন অভীক্ষার প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের তুলনামূলক বিচার করা হয়। যদি উভয় অভীক্ষার সহ-সম্বন্ধ গুণাংক বেশী হয় তাহলে বলা যাবে যে, মান নির্ধারিত অভীক্ষাটির ন্যায় নতুন অভীক্ষাটিরও বৈধতা আছে। এই প্রকার বৈধতাকে **সহ-অবস্থানমূলক বৈধতা** (concurrent validity) বলা হয়। অর্থাৎ একটি অভীক্ষার সহ-অবস্থানমূলক বৈধতা হ'ল সেই অভীক্ষাটি প্রচলিত কোন অভীক্ষার পরিমাপের সঙ্গে কতটা সামঞ্জস্যপূর্ণ সঙ্গতি রেখে পরিমাপ করতে পারে।

ভবিষ্যদ্বাণীকরণ এবং সহ-অবস্থানমূলক বৈধতা উভয়ের ভিত্তির মধ্যে নিম্নলিখিত পার্থক্যসমূহ লক্ষ্য করা যায়।

॥ এক ॥ ভবিষ্যদ্বাণীকরণ বৈধতা ব্যক্তির ভবিষ্যৎ আচরণের সংগে সম্পর্কিত হ'য়ে থাকে। অর্থাৎ পরিমাপকের এই ধরনের বৈধতা যদি খুবই সঠিক হয় তাহলে পরিমাপকটি ব্যক্তি ভবিষ্যতে কিরূপ কর্মসম্পাদন করবে সে সম্বন্ধে ভবিষ্যদ্বাণীকরণে সক্ষম হবে। অপরদিকে সহ-অবস্থানমূলক বৈধতা ব্যক্তির বর্তমান আচরণের সংগে সম্পর্কিত হয়। অর্থাৎ পরিমাপকটির এই ধরনের বৈধতা যদি খুবই বেশী হয় তাহলে পরিমাপকটি ব্যক্তি বর্তমানে কিভাবে কর্মসম্পাদন করবে তার নির্দেশ সঠিকভাবে প্রকাশ করতে পারবে।

॥ দুই ॥ ভবিষ্যদ্বাণীকরণ বৈধতা প্রায়ই অভিক্ষমতা এবং আগ্রহ অভীক্ষাগুলির ক্ষেত্রে ব্যবহার করা হয় এবং সহ-অবস্থানমূলক বৈধতা অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষার ক্ষেত্রে ব্যবহার করা হয়।

সধারণতঃ কোন অভীক্ষার সহ-অবস্থানমূলক বৈধতা নিম্নলিখিত পর্যায়ের সাহায্যে নির্ণয় করা হয়।

॥ এক ॥ যখন কোন অভীক্ষা যাদের উপযোগী ক'রে তৈরী করা হয় তখন সেই অভীক্ষাটি তাদের উপর প্রয়োগ করতে হয় এবং যে প্রাপ্তাংকগুলি পাওয়া যায় তাদের উপর ভিত্তি ক'রে একটি বণ্টন তৈরী করা হয়।

॥ দুই ॥ পূর্বোক্ত ব্যক্তিদের উপর একই সংলক্ষণ পরিমাপ ক'রে এমন একটি মান-নির্ধারিত বৈধ অভীক্ষা প্রয়োগ করতে হয় এবং প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের বণ্টন নির্ণয় করতে হয়।

॥ তিন ॥ প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের বণ্টনের মধ্যে সহ-সম্বন্ধ সহগাঙ্ক (Coefficent of correlation) নির্ণয় করতে হয় এবং এই সহগাঙ্ককে নতুন অভীক্ষাটির বৈধতার সহগাঙ্ক (validity coefficient) হিসাবে গণ্য করা হয়। এই সহগাঙ্কের তাৎপর্য সাধারণ সহ-সম্বন্ধের সহগাঙ্কের তাৎপর্য যে ভাবে নির্ণয় করা হয় ঠিক সেই ভাবেই নির্ধারণ করা হয়। সাধারণতঃ যে কোন অভীক্ষা তৈরী করার সময় সহ-অবস্থানমূলক বৈধতা নির্ণয় করা হয়। নতুন অভীক্ষার বৈধতা মানদণ্ডরূপে যে আদর্শায়িত অভীক্ষাটি ব্যবহার করা হয় তার নির্ভরযোগ্যতার উপর নির্ভর করে। সেই কারণে উচ্চ নির্ভরতাসম্পন্ন আদর্শায়িত অভীক্ষা না পাওয়া গেলে সহ-অবস্থানমূলক বৈধতা নির্ণয় করা উচিত নয়।

এখানে আভ্যন্তরীণ ও বাহ্য মানদণ্ডের পরিপ্রেক্ষিতে যে আটটি বৈধতা নির্ণয়ের পদ্ধতি সম্পর্কে আলোচনা করা হ'ল তাদের তুলনামূলক বিচারের জন্য তালিকা-বদ্ধভাবে সংক্ষিপ্তসার দেওয়া হ'ল।

সারণী 9.1
আভ্যন্তরীণ ও বাহ্য মানদণ্ড অনুসারে বৈধতা নির্ণয় পদ্ধতি সমূহ

মানদণ্ড	বৈধতা নির্ণায়ক পদ্ধতি	অর্থ	পদ্ধতি	প্রয়োগক্ষেত্র
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
আভ্যন্তরীণ	ব্যবচ্ছেদিক বৈধতা (Operational Validity)	অভীক্ষার পদগুলি কতটুকু সঠিকভাবে অভীক্ষার উদ্দেশ্যগুলি পূরণ ক'রে তার বিশ্লেষণাত্মক পরিমাপ	সমস্ত উপ-অভীক্ষার পদগুলি উদ্দেশ্যগুলির সঙ্গে কতটুকু সম্পর্কিত নিরীক্ষণ পদ্ধতির মাধ্যমে তার তুলনামূলক যৌক্তিক বিচারকরণ	সাধারণতঃ জ্ঞান বিষয়ক স্তর বিশিষ্ট অভীক্ষাবলীর ক্ষেত্রে প্রয়োগ করা হয়।
	বাহ্যরূপ বৈধতা (Face Validity)	অভীক্ষা সম্পর্কিত পদগুলির স্বরূপ পর্যালোচনা এবং পদগুলি উদ্দেশ্য অনুসারে সঠিক সংলক্ষণগুলি কতটুকু পরিমাপ করে	নিরীক্ষণ বিধি দ্বারা অভীক্ষার পদগুলির স্বরূপ যৌক্তিকতার সাহায্যে বিচারকরণ	সাধারণতঃ জ্ঞানবিষয়ক স্তর বিশিষ্ট অভীক্ষাবলীর ক্ষেত্রে প্রয়োগ করা হয়।
	বিষয়-বস্তু নির্ভর বা পাঠক্রমিক বৈধতা (Content or Curricular Validity)	অভীক্ষা কতটুকু বিষয়-বস্তু সম্পর্কিত জ্ঞান এবং শিক্ষণ উদ্দেশ্যগুলি পরিমাপ করছে তার সূচক	সমগ্র পাঠ্য বিষয়ের বিস্তৃতি ও শিক্ষণ উদ্দেশ্যগুলির সঙ্গে তুলনামূলক যৌক্তিক বিচারকরণ	সাধারণতঃ শিক্ষা বিষয়ক অভীক্ষাবলীর ক্ষেত্রে প্রয়োগ করা হয়।
	যৌক্তিক বা যুক্তিনির্ভর বৈধতা (Logical Validity)	অভীক্ষার পদগুলি যে উদ্দেশ্য নিয়ে রচনা করা হয় তা সঠিকভাবে পূরণ হচ্ছে কিনা তার পরিমাপ	যৌক্তিক বিধি দ্বারা অভীক্ষার পদগুলির উদ্দেশ্যমুখিতা বিচারকরণ	সাধারণতঃ শিক্ষা বিষয়ক অভীক্ষা, আগ্রহ, অভিবৃত্তি প্রভৃতি মানসিক বৃত্তি সম্পর্কিত অভীক্ষাবলীর ক্ষেত্রে প্রয়োগ করা হয়।

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
বাহ্যমানদণ্ড	উপাদান নির্ভর বৈধতা (Factor validity): নির্ণায়ক ভিত্তিক	অভীক্ষা কতটুকু সার্থকভাবে সংলক্ষণগুলি পরিমাপ করছে তার সূচক	অভীক্ষার ফলাফলের সঙ্গে সংলক্ষণগুলির তুলনাত্মক পরিসংখ্যানমূলক বিচার করণ	সাধারণতঃ জ্ঞান, চিন্তনক্ষমতা, সাধারণ দক্ষতা, অভিবৃত্তি, আগ্রহ, অভিযোজন, ব্যক্তিত্ব বিষয়ক অভীক্ষাবলীর ক্ষেত্রে প্রয়োগ করা হয়।
	ভবিষ্যদ্বাণীকরণ সম্ভাবনা সূচক বৈধতা (Predicative validity): নির্ণায়ক ভিত্তিক	অভীক্ষা সার্থকভাবে ভবিষ্যৎ কোন কর্ম-কুশলতার কতটুকু ইঙ্গিত প্রকাশ করছে, তার সূচক	অভীক্ষার ফলাফল ও ভবিষ্যদ্বাণী নির্ণায়ক ফলাফলের সঙ্গে সহ-সম্বন্ধ সহগাঙ্ক নির্ণয় করণ	মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষা-বিষয়ক উভয় পরিমাপের ক্ষেত্রে প্রয়োগ করা হয়।
	সংগঠনমূলক বৈধতা (Construct validity): নির্ণায়ক ভিত্তিক	অভীক্ষা সার্থকভাবে কোন মানসিক সংগঠনের সঙ্গে কতটুকু সামঞ্জস্যপূর্ণ, তার সূচক	অভীক্ষার ফলাফলের সঙ্গে সংগঠনের বৈশিষ্ট্য সমূহের তুলনামূলক যৌক্তিক বিচার করণ	সাধারণতঃ জটিল শিক্ষা-বিষয়ক কর্মকৌশল পরিমাপের ক্ষেত্রে এবং মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার ক্ষেত্রে প্রয়োগ করা হয়।
	সহ-অবস্থানমূলক বৈধতা (Concurrent validity): নির্ণায়ক ভিত্তিক	কোন তৈরী নতুন অভীক্ষার পরিমাপ প্রচলিত কোন অভীক্ষার পরিমাপের সঙ্গে কতটুকু সামঞ্জস্যপূর্ণ, তার সূচক	অভীক্ষার ফলাফল এবং বর্তমান নির্ণায়ক পরিস্থিতির ফলাফলের মধ্যে সহ-সম্বন্ধ সহগাঙ্ক নির্ণয়করণ	মনোবৈজ্ঞানিক এবং শিক্ষা-বিষয়ক উভয় প্রকার অভীক্ষার ক্ষেত্রে প্রযোজ্য।

বৈধতা গুণাংক এবং ক্রস বৈধকরণ
(Validity coefficient and cross Validation)

অভীক্ষার বৈধতাকে প্রায়ই কোন বৈধতা গুণাংক (Validity coefficient) হিসাবে নির্ণয় করা যায়। বৈধতা গুণাংক অভীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলি এবং মানদণ্ডের উপর ভিত্তি ক'রে প্রাপ্ত উপাত্তগুলির মধ্যে রৈখিক সহ-সম্বন্ধের মাত্রা নির্দেশ করে। (Validity coefficient indicates the degree of linear relationship between test scores and criterion data). অভীক্ষার কার্যকারিতা (efficiency) বোঝানোর জন্ম বৈধতা গুণাংক মানদণ্ডের উপর ভিত্তি ক'রে বিভিন্ন ব্যক্তিদের অভীক্ষা সম্পর্কিত কার্য সম্পাদনে পার্থক্য নির্ণয়ে এক সরল আলেখীয় (non-linear) চিত্রণ প্রদান ক'রে থাকে। বৈধতা গুণাংক কোন নমুনাকে পরীক্ষা ক'রে লব্ধ প্রাপ্তাংকগুলি এবং মানদণ্ড সম্পর্কিত প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যে সহ-সম্বন্ধ গণনা ক'রে জানা যায়। সহ-সম্বন্ধ নির্ণয় করার কিছু প্রচলিত বিধির উল্লেখ এখানে করা হল।

ব্যক্তির কর্মক্ষমতা সম্বন্ধে ভবিষ্যদ্বাণী করতে বৈধতা গুণাংক নির্মিত বা প্রাপ্ত অভীক্ষা (test) এবং মানদণ্ডরূপী বা নির্ণায়ক অভীক্ষা (criterion test) লব্ধ প্রাপ্তাংকগুলির উপর ভিত্তি ক'রে নিম্নলিখিত নির্ভরণ সমীকরণের সাহায্যে প্রকাশ করা যায়।

নির্ভরণ সমীকরণ (Regression equation)

$$y' = r\frac{s_y}{s_x}(x - y) + y$$

এখানে,

y' = ভবিষ্যদ্বাণী নির্ণায়ক অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংক

r = বৈধতা গুণাংক

s_y = নির্ণায়ক লব্ধ প্রাপ্তাংকের সমক বিচ্যুতি

s_x = অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তংকের সমক বিচ্যুতি

x = অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংকের গড়মান

y = নির্ণায়ক প্রাপ্তাংকের গড়মান

y = নির্মিত বা প্রাপ্ত অভীক্ষার প্রাপ্তাংক

এই সমীকরণ দ্বারা সঠিক ভবিষ্যদ্বাণী করা তখনই সম্ভব হয় যখন বৈধতা গুণাংক একক (unit) হিসাবে গণ্য করা হয়। বাস্তবে কোন অভীক্ষাই সম্পূর্ণভাবে বৈধ হ'তে পারে না।

যখন পদ নির্বাচন করার জন্য জনসংখ্যার নমুনার (sample) উপর ভিত্তি ক'রে কোন বৈধতা গুণাংক গণনা করা হয় তখন বহুভাবে ঐ নমুনায় আকস্মিক তত্ত্বের (chance theory) প্রভাবের ছাপ পাওয়া যায়। তার জন্য এই অবস্থাতে অভীক্ষার বৈধতা বিচার ক'রে নেওয়া আবশ্যক হয় এবং একটি নতুন নমুনা নিয়ে তার উপর

ভিত্তি ক'রে বৈধতা গুণাংক নির্ণয় করতে হয়। অভীক্ষা বৈধতার সত্যতা (verification) নির্ণয়ের এই বিধিকে **ক্রস বৈধকরণ** (cross validation) নামে অভিহিত করা হয়। কারণ নতুন নমুনায় আকস্মিক ত্রুটির (chance error) সম্ভাবনা খুবই কম হ'য়ে থাকে।

বৈধতা গুণাংক নির্ণয়ের বিধিসমূহ

(Methods for determining Validity coefficient)

বৈধতা গুণাংক নির্ণয়ের বিভিন্ন প্রকার বিধি আছে। এই বিধিগুলির মধ্যে বহু প্রচলিত বিধিগুলির উল্লেখ এখানে করা হ'ল।

(ক) **সহ-সম্বন্ধ বিধিসমূহ :** সাধারণভাবে যে কোন প্রকার মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার বৈধতা নির্ণয় করার জন্য বিভিন্ন সহ-সম্বন্ধ বিধি, যেমন, সরল সহ-সম্বন্ধ, দ্বিপাংক্তিক সহ-সম্বন্ধ, চতুষ্কোটিক সহ-সম্বন্ধ এবং বহু নির্ভর সহ-সম্বন্ধ প্রয়োগ করা হয়।

॥ এক ॥ সরল সহ-সম্বন্ধ (Simple Correlation)

বৈধতা নির্ণয় করার এই বিধিকে অভীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলি থেকে প্রাপ্ত এবং অন্য কোন মানদণ্ডরূপী বা নির্ণায়ক অভীক্ষা থেকে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যে ক্রম অন্তর (rank difference) বা প্রোডাক্ট মোমেণ্ট বিধির সাহায্যে সহ-সম্বন্ধের মাত্রা নির্ধারণ করা যায় এবং এই মাত্রাকে বৈধতা গুণাংক বলা হয়। প্রায় অধিকাংশ মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার বৈধতা গুণাংক নির্ণয় করার জন্য এই বিধি সর্বাপেক্ষা সহজ এবং প্রচলিত বিধি হিসাবে গণ্য করা হয়।

ক্রম-অন্তর : $\rho \text{ (rho)} = 1 - \dfrac{6\Sigma D^2}{N(N^2-1)}$

এখানে, ρ = সহ-সম্বন্ধ সহগাঙ্ক

D = দু'টি চল বা রাশিমালায় পারস্পরিক র‍্যাঙ্ক বা ক্রমের পার্থক্য

ΣD^2 = পারস্পরিক পার্থক্যগুলি বর্গের সমষ্টি

N = প্রাপ্তাংকগুলির মোট সংখ্যা

প্রোডাক্ট মোমেণ্ট বিধি : $r = \dfrac{\Sigma xy}{\sqrt{\Sigma x^2 \times \Sigma y^2}}$

এখানে, r = সহ-সম্বন্ধ সহগাঙ্ক

x = Xরাশিমালার গড় থেকে প্রতিটি সংখ্যার বিচ্যুতি

y = Y রাশিমালার গড় থেকে প্রতিটি সংখ্যার বিচ্যুতি

Σxy = বিচ্যুতিগুলির পারস্পরিক গুণফলের সমষ্টি

Σx^2 = Xরাশিমালার বিচ্যুতিগুলির বর্গের যোগফল

Σy^2 = Y রাশিমালার বিচ্যুতিগুলির বর্গের যোগফল

॥ দুই ॥ দ্বিপাংক্তিক সহ-সম্বন্ধ (Biserial Correlation)

বৈধতা গুণাংক নির্ণয় করার জন্য দ্বিপাংক্তিক সহ-সম্বন্ধের প্রয়োগ এমন স্থিতিতে করা হয় যখন কোন তথ্যের পরিমাপ দু'টি শ্রেণী বা বিভাগে—পাশ-ফেল, সন্তোষজনক-অসন্তোষজনক, অভিযোজিত-অনভিযোজিত করা হয়। এই সহ-সম্বন্ধের নির্ণয় নিম্নসূত্রের সাহায্যে করা যেতে পারে।

$$r_b = \frac{Mp - Mq}{\sigma_t} \times \frac{pq}{y}$$

এখানে, r_b = দ্বিপাংক্তিক সহ-সম্বন্ধের গুণাংক

M_p = প্রথম শ্রেণীতে দলসমষ্টি ব্যক্তিদের প্রাপ্তাংকগুলির গড়—সাধারণতঃ সর্বোত্তম বৈশিষ্ট্য প্রদর্শনকারী দলভুক্ত ব্যক্তিবর্গ

Mq = দ্বিতীয় শ্রেণীতে দলসমষ্টি ব্যক্তিদের প্রাপ্তাংকগুলির গড়—সাধারণতঃ সর্বনিম্ন বৈশিষ্ট্য প্রদর্শনকারী দলভুক্ত ব্যক্তিবর্গ

p = প্রথম শ্রেণীতে সম্পূর্ণ দলসমষ্টির প্রাপ্তাংকের অনুপাত

q = দ্বিতীয় শ্রেণীতে সম্পূর্ণ দলসমষ্টির প্রাপ্তাংকের অনুপাত

σ_t = বণ্টনের অন্তর্ভুক্ত সম্পূর্ণ দলসমষ্টি ব্যক্তিবর্গের প্রাপ্তাংকের সমক বিচ্যুতি

y = দু'টি ভাগ p এবং q বিভক্তকারী স্বাভাবিক বক্রের কোটির (ordinate) উচ্চতা

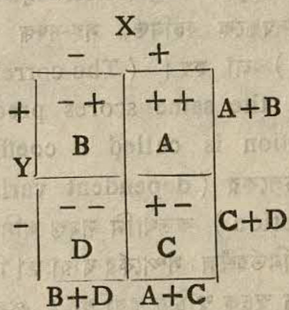
বিন্দু দ্বিপাক্তিক সহ-সম্বন্ধ (Point-biserial correlation)

বৈধতা গুণাংক নির্ণয় করার জন্য বিন্দু দ্বিপাংক্তিক সহ-সম্বন্ধের প্রয়োগ সেই পরিস্থিতিতে করা হয় যখন কোন প্রাপ্তাংকগুলির প্রকৃত দ্বিভাজন (real dichotomy) সম্ভব হয় না এবং ব্যবহারিকভাবে একই স্তর বা শ্রেণী থেকে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির দ্বিভাজন কোন এক মানদণ্ডের উপর ভিত্তি ক'রে করা হয়। এই দ্বিভাজনকে এক প্রকারের প্রকৃত দ্বিভাজন হিসাবে গণ্য করা হয়। যেমন, অভিযোজিত—অনভিযোজিত ; স্বাভাবিক—স্নায়ু দৌর্বল্য। কিন্তু এখানে দু'টি শ্রেণীতে ভেদ বা পার্থক্য কেবল একটি সূক্ষ্ম বিন্দুর উপর ভিত্তি ক'রে করা হয় এবং বিন্দু দ্বিপাংক্তিক সহ-সম্বন্ধ গণনাতে কখন কখন এইরূপ কৃত্রিম দ্বিভাজনকেও প্রকৃত দ্বিভাজন হিসাবে গণ্য করা হয়। এখানে r_{pbis} এর গণনাতে দ্বিধা বিভক্ত (dichotomous) সংখ্যাগুলিকে দু'টি শ্রেণীতে ভিন্ন ভিন্ন এবং ভারযুক্ত প্রাপ্তাংক (weighted score) আরোপ করা হয়। বেশী সংখ্যা বিশিষ্ট শ্রেণীর ব্যক্তিদের 1 এবং কম সংখ্যা বিশিষ্ট শ্রেণীর ব্যক্তিদের 0 প্রাপ্তাংক প্রদান করা হয়। এই সহ-সম্বন্ধকে নিম্ন সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় করা হয়—

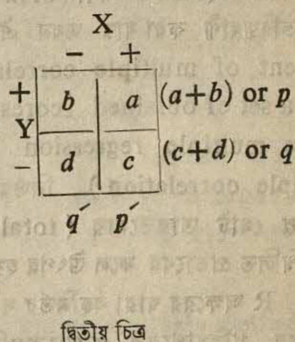
$$r_{pbis} = \frac{Mp - Mq}{\sigma_t} \sqrt{pq}$$

এখানে r_{pbis} = বিন্দু দ্বিভাজন সহ-সম্বন্ধ
M_p = প্রথম শ্রেণীর গড়
Mq = দ্বিতীয় শ্রেণীর গড়
y = প্রথম শ্রেণীর দলভুক্ত ব্যক্তিবর্গের প্রাপ্তাংকগুলির অনুপাত
p = দ্বিতীয় শ্রেণীর দলভুক্ত ব্যক্তিবর্গের প্রাপ্তাংকগুলির অনুপাত
σ_t = সম্পূর্ণ ব্যক্তিবর্গের প্রাপ্তাংকগুলির সমক বিচ্যুতি

চতুষ্কোটিক সহ-সম্বন্ধ (**Tetrachoric correlation**)—মনোবৈজ্ঞানিক এবং শিক্ষাবিষয়ক অভীক্ষাগুলিতে যখন দ্বিচর প্রদত্তগুলির (bivariate data) স্বরূপ সুবিধানুসারে দ্বিভাজিত (dichotomous) এবং অবিচ্ছিন্ন (continuous) থাকে তখন এইরূপ প্রদত্তগুলির (data) সম্বন্ধে স্বাভাবিক বণ্টনের (normal distribution) ভিত্তি কার্যকরী হিসাবে গণ্য করা হয়। এই অবস্থাতে প্রাপ্ত 2×2 তালিকার ভিত্তির উপর চতুষ্কোটিক সহ-সম্বন্ধ (Tetrachoric correlation, r_t) নির্ণয় করা হয়।



প্রথম চিত্র



দ্বিতীয় চিত্র

এখানে দু'টি চিত্র দেখানো হয়েছে। এই চিত্র দু'টিতে X এবং Y দুইটি চলক (Variables) + এবং − দু'টি শ্রেণীতে ভাগ করা হয়েছে। প্রথম চিত্র A চিহ্নিত ক্ষুদ্র কক্ষে (cell) এবং D চিহ্নিত ক্ষুদ্র কক্ষে (cell) যথাক্রমে + + এবং − − পরিসংখ্যা (frequency) লিপিবদ্ধ করা হয়। যদি A এবং D কক্ষ দু'টিতে পরিসংখ্যাগুলি যথাক্রমে বেশী পরিমাণে একত্রিত হয় তাহলে বোঝা যাবে যে, চলক দু'টির মধ্যে ঘনিষ্ঠ অন্বয় (close agreement) বর্তমান এবং সহ-সম্বন্ধ (correlation) ধনাত্মক হবে। B এবং C কক্ষ (cell) দু'টিতে (− + এবং + −) পরিসংখ্যা বেশী পরিমাণে একত্রিত হওয়ার অর্থ হ'ল যে, চলক দু'টির মধ্যে সম্পূর্ণ অন্বয়ের অভাব (disagreement) বর্তমান এবং সহ-সম্বন্ধ (correlation) ঋণাত্মক হবে। চারটি কক্ষে সমসংখ্যক পরিসংখ্যার সমাবেশে বোঝা যাবে যে, চলক দু'টির মধ্যে কোন সম্পর্ক নেই এবং সহ-সম্বন্ধ (correlation) শূন্য (0) হবে। দ্বিতীয় চিত্রে a, b, c, এবং d অনুপাতগুলি নির্দেশ করে এবং $a+b+c+d=1{\cdot}00$ হয়।

এই সহ-সম্বন্ধ গণনা করার জন্য নিম্নসূত্র প্রয়োগ করা হয়।

$$r_t = \text{cosine}\left(\frac{180^\circ \times \sqrt{BC}}{\sqrt{AD} \times \sqrt{BC}}\right)$$

এখানে, A, B, C এবং D = পরিসংখ্যা

r_t = চতুষ্কোটিক সহ-সম্বন্ধ কোণগুলির cosineএর মান

যে কোন রাশিবিজ্ঞান পুস্তকের J তালিকা থেকে নির্ণয়কৃত cosineএর মান পাওয়া যায়।

আবার এই চতুষ্কোটিক সহ-সম্বন্ধ AD কে BC দ্বারা ভাগ করে এবং যে কোন রাশিবিজ্ঞান পুস্তকের K তালিকা অনুশীলন করে পুনঃ পরীক্ষা করা যায়।

বহুনির্ভর সহ-সম্বন্ধ (**Multiple Correlation**)—দুই বা অধিক শ্রেণীগুলির মধ্যে সম্পর্ক কিরূপ তা ভবিষ্যদ্বাণী করার জন্য বহুনির্ভর সম্পর্ক বিধি প্রয়োগ করা হয়। যখন প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের বিন্যাস এবং একই প্রকার প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যে সহ-সম্বন্ধ বহুনির্ভরণ সমীকরণের (multiple regression equation) সাহায্যে ভবিষ্যদ্বাণী করা যায় তখন ঐ সহ-সম্বন্ধকে বহুনির্ভর সহ-সম্বন্ধ গুণাংক (coefficient of multiple correlation) বলা হয়। (The correlation between a set of obtained scores and the same scores predicted from the multiple regression equation is called a coefficient of multiple correlation). নির্ভরশীল চলকের (dependent variable) ক্ষেত্রে প্রাপ্ত মোট তারতম্যের (total variation) কতখানি সমস্ত অনির্ভরশীল ক্ষেত্রের সম্মিলিত প্রভাবের ফলে উৎপন্ন হয় বহু নির্ভরশীল সম্পর্কের দ্বারা তা নির্ধারণ করা যায়। R অক্ষরের দ্বারা বহুনির্ভর সহ-সম্বন্ধ সূচক সূচিত করা হয়। প্রসঙ্গক্রমে বলা যায় যে, পরিমাপকের প্রাপ্তাংকগুলিকে পরিসংখ্যারূপে গণ্য করা হয় এবং বিভিন্ন পরিমাপকগুলি থেকে প্রাপ্ত পরিসংখ্যাগুলির মধ্যে পারস্পরিক সহ-সম্বন্ধ নির্ণয় ক'রে বহু নির্ভর সম্পর্ক গণনা করা হয়। অর্থাৎ বহু নির্ভর সহ-সম্বন্ধ গুণাংক প্রাপ্তাংকগুলির এক বিন্যাস এবং অন্য পরিমাপকগুলির দুই বা অধিক বিন্যাসগুলির সমাবেশের মধ্যে সহ-সম্বন্ধ প্রকাশ ক'রে থাকে। সুতরাং বহু নির্ভর সহ-সম্বন্ধ গুণাংক এমন এক প্রকার সূচক প্রদান করে যা বিভিন্নকগুলোর যে কোনো একটি সমাবেশ (combination) থেকে অপর যে কোন একটি বিশেষ বিভিন্নক সম্বন্ধে ভবিষ্যদ্বাণী করা যায়। এক্ষেত্রে কোন্‌টি অনির্ভরশীল (independent) এবং কোন্‌টি নির্ভরশীল (dependent) চলক তা অবশ্য প্রাথমিক বিষয়াদি (context) থেকেই বুঝে নেওয়া যায়।

ধরা যাক, আমরা উচ্চবিদ্যালয়ের ছাত্রদের পরীক্ষালব্ধ ফলাফল ও বিভিন্ন বিষয়ের (subject) প্রতি তাদের অভিক্ষমতা বা ঝোঁক (aptitude)—এ দু'টি বিষয়ের উপর ভিত্তি ক'রে ছাত্রদের কলেজের ফলাফল ভবিষ্যদ্বাণী করতে চাই। অথবা কোন

শহরের বর্তমান আয়তন, বিভিন্ন জেলায় নিয়োজিত শ্রমিকদের শতকরা হার, কাছাকাছি বৃহৎ শহরের আয়তন ও দূরত্ব ইত্যাদি বিষয় জানা থাকলে আমরা কোনো শহরের বিস্তার (expansion) সম্বন্ধে ভবিষ্যদ্বাণী করতে পারি।

গণনার সুবিধার্থে বহুনির্ভর সম্পর্ক বহুনির্ভরণ সমীকরণ দ্বারা যুক্ত $(n-1)$ অনির্ভরশীল চলকগুলি এবং একক চলক বা মানদণ্ড X_1 এর মধ্যে সহ-সম্বন্ধের মাধ্যমে নিম্নলিখিত সূত্রাকারে প্রকাশ করা যেতে পারে।

$$R_{1(23\cdots n)}=\sqrt{1-\frac{\sigma^2{}_{1\cdot 23\cdots n}}{\sigma_1{}^2}}$$

[n চলকগুলির জন্য আংশিক σ গুলির প্রেক্ষিতে বহুনির্ভর সম্পর্ক গুণাংক]

এখানে, $R_{1(23\cdots n)}$ = বহুনির্ভর সম্পর্ক গুণাংক

$\sigma^2{}_{1\cdot 23\cdots n}$ = $1\cdot 23\cdots n$ চলকগুলির সমক বিচ্যুতির বর্গ

$\sigma_1{}^2$ = প্রথম চলকের সমক বিচ্যুতির বর্গ

(খ) অনুমানিত তালিকা (Expectancy table)

অভীক্ষার ভবিষ্যদ্বাণীকরণ বৈধতা জানার গুরুত্বপূর্ণ এবং সহজ বিধি হ'ল অনুমানিত তালিকা। এই তালিকা থেকে বলা যায় যে, অমুক বুদ্ধ্যংক সম্পন্ন বালক ভবিষ্যতে কোন্ প্রকার কাজে সাফল্য লাভ করবে অথবা কিরূপ অভিক্ষমতা (aptitude) সম্পন্ন বালক অমুক কাজ কুশলতা সহকারে করবে। এই অনুমানিত তালিকা গাণিতিক সম্ভাবনাবলী (mathematical probabilities) এবং অভিজ্ঞতাসমূহের উপর ভিত্তি ক'রে তৈরী করা হয়। এই কারণে এই তালিকা নির্ভরযোগ্যহিসাবে গণ্য করা হয়।

(গ) উপাদান বিশ্লেষণ বিধি (Factor analysis method)

অভীক্ষার বৈধতা জানার জন্য উপাদান বিশ্লেষণও এক গুরুত্বপূর্ণ পরিসংখ্যামূলক বিধি। এর দ্বারা বিভিন্ন অভীক্ষা, তাদের উপভাগসমূহ এবং ব্যক্তিগত পদসকলের বিভিন্নতাতেও সামঞ্জস্যের অনুশীলন করা হয়। অন্যভাবে বলা যায় যে, ভিন্ন ভিন্ন উপ-অভীক্ষা বা পদসমূহে কি কিছু সামঞ্জস্য তত্ব আছে? যদি থাকে তাহলে সেই তত্ত্বের স্বরূপই বা কি? তাদের মধ্যে পারস্পরিক সম্পর্কই বা কিরূপ? এই প্রশ্নগুলির সমাধান উপাদান বিশ্লেষণের দ্বারা করা যায়। উদাহরণস্বরূপ বলা যায় যে, ক্যাটেলের (Cattell) 16 পি. এফ্. প্রশ্নাবলীকে 25 জন ছাত্রের একটি দলসমষ্টির উপর প্রয়োগ করা হ'ল। এই প্রশ্নাবলীর 16টি উপাদানেই প্রতিটি ছাত্র প্রাপ্তাংক (score) লাভ করবে। যদি এই 16টি উপাদান থেকে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যে পারস্পরিক সহ-সম্বন্ধ নির্ণয় করা হয় তাহলে প্রত্যেকটি উপাদানের শেষ (residual) এবং অন্য উপাদানগুলির মধ্যে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক বা সূচক নির্ণয় করা যাবে। যেমন, প্রায় দেখা যায় যে, অন্য উপাদানগুলির সংগে প্রত্যেক উপাদানের সহ-সম্বন্ধ বেশী

হ'লেও এমন কিছু উপাদান আছে যাদের সংগে প্রতিটি উপাদানের সহ-সম্বন্ধ আবার কমও হতে পারে। এর উপর ভিত্তি ক'রে ব্যাখ্যা করা যেতে পারে যে, যে দু'টি উপাদানের মধ্যে সহ-সম্বন্ধ বেশী হয় সেই দু'টি উপাদান সম্ভাব্যভাবে একই যোগ্যতা বা সমান সংলক্ষণ পরিমাপ ক'রে থাকে। এর বিপরীত, যে উপাদানগুলির মধ্যে সহ-সম্বন্ধ কম হয়, সেই সব উপাদানগুলি সম্ভাব্যভাবে ভিন্ন ভিন্ন যোগ্যতা বা সংলক্ষণগুলি পরিমাপ ক'রে থাকে। সুতরাং উপাদান বিশ্লেষণ বিধি দ্বারা বিভিন্ন উপাদানগুলি (factors) বা উপ-অভীক্ষাগুলির (subtests) মধ্যে কতটা সামঞ্জস্য বা ভিন্নতা আছে তা নির্ণয় করা যায়।

এই প্রকার বিশ্লেষণের সর্ব প্রথম উপযোগিতা 1954 সালে চার্লস স্পিয়রম্যান (Charles Spearman) বুদ্ধি সম্পর্কিত দ্বি-উপাদান তত্ত্বের (Two factor theory) উপর ভিত্তি ক'রে নির্ধারণ করেন। পরে আইজিংক (Eysenck), গিলফোর্ড (Guilford), ক্যাটেল (Cattell) প্রভৃতি মনোমিতিবিদরা (Psychomericians) এই বিধির ব্যাপক প্রয়োগ করেন।

উপাদান বিশ্লেষণের প্রকারভেদ
(Classification of Factor analysis)

মুখ্যতঃ মানসিক অভীক্ষাগুলির (mental tests) ক্ষেত্রে ছয় প্রকার উপাদান বিধির উল্লেখ করা যায়।

॥ এক ॥ আর—প্রবিধি (R—technique)

এই বিধিতে বিভিন্ন অভীক্ষাগুলিকে এক দলসমষ্টির উপর প্রয়োগ করা হয় এবং তাদের প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যে পারস্পরিক সহ-সম্বন্ধের উপর ভিত্তি ক'রে উপাদান বিশ্লেষণ করা হয়। উপাদান বিশ্লেষণের এটাই হ'ল সর্বাধিক প্রচলিত প্রবিধি।

॥ দুই ॥ পী—প্রবিধি (P—technique)

এই পদ্ধতিতে একই ব্যক্তির উপর একই সময়ে কয়েকটি অভীক্ষা প্রয়োগ করা হয় এবং প্রত্যেক অভীক্ষা থেকে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যে সহ-সম্বন্ধ নির্ণয় ক'রে উপাদান বিশ্লেষণ করা হয়।

॥ তিন ॥ কিউ—প্রবিধি (Q—technique)

এই পদ্ধতিতে কয়েকটি অভীক্ষা এক দলসমষ্টির উপর প্রয়োগ করা হয় এবং উপাদান বিশ্লেষণের জন্য ব্যক্তিদের প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যে পারস্পরিক সম্বন্ধের উপযোগিতা নির্ণয় করা হয়।

॥ চার ॥ ও—প্রবিধি (O—technique)

এই বিধিতে একই ব্যক্তির উপর সম্পূর্ণ অভীক্ষা দু'বার প্রয়োগ ক'রে যে প্রাপ্তাংকগুলি পাওয়া যায় সেই প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যে সহ-সম্বন্ধ নির্ধারণ ক'রে উপাদান বিশ্লেষণ করা হয়।

॥ পাঁচ ॥ টি—প্রবিধি (T—technique)

এই প্রবিধিতে একই ব্যক্তির উপর সম্পূর্ণ অভীক্ষা কয়েকবার প্রয়োগ করা হয় এবং বিভিন্ন সময়ে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যে সহ-সম্বন্ধ নির্ণয় ক'রে উপাদান বিশ্লেষণ করা হয়।

॥ ছয় ॥ এস—প্রবিধি (S—technique)

এই পদ্ধতিতে একই অভীক্ষা দু'জন ব্যক্তির উপর সময়ের ব্যবধানে প্রয়োগ ক'রে যে প্রাপ্তাংকগুলি পাওয়া যায় সেই প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যে সহ-সম্বন্ধ নির্ণয় ক'রে উপাদান বিশ্লেষণ করা হয়।

উপাদান বিশ্লেষণের গণনা
(Computation of Factor analysis)

উপাদান বিশ্লেষণের দু'টি প্রধান সমস্যা আছে—উপাদানগুলির গণনা (computation of factors) এবং উপাদানগুলির ব্যাখ্যা (interpretation of factors)। এই সমস্যা সমাধানের জন্য সহ-সম্বন্ধ গুণাংক বা সূচকের প্রয়োজন হয়। কারণ এই সূচকগুলির উপর ভিত্তি ক'রে একটি সহ-সম্বন্ধ ছক বা মেট্রিক্স্ (correlation matrix) তৈরী করা হয়। তাতে অন্য অভীক্ষাগুলির সংগে প্রত্যেক অভীক্ষার শেষের (residual) সহ-সম্বন্ধ নির্ণয় করা হয়। উপাদানগুলির গণনাতে বহুভেদাঙ্ক বিধি-সমূহের (multivariate methods) ব্যবহার প্রচলিত আছে এবং গাণিতিক সিদ্ধান্ত (mathematical decision) হ'ল এই বিধি-সমূহের মূল ভিত্তি। থার্স্টনের (Thurstone) কেন্দ্রিভূত বিধি (centroid method), হোট্‌লিং-এর (Hottling) প্রধান উপাদানসমূহ বিধি (principal components method), কেলীর (Kelley) প্রধান অক্ষ বিধি (method of principal axes) এবং বার্টের (Burt) সংকলন (summation) বিধি বিশেষভাবে গুরুত্বপূর্ণ। এই বিধিগুলির মাধ্যমে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক ছকে বা মেট্রিক্সে সঠিক সূত্রের ভিত্তির উপর গণনা ক'রে সাধারণ উপাদানগুলি (common factors) নির্ণয় করা হয় এবং প্রত্যেক অভীক্ষাতে এই সাধারণ উপাদানগুলি কতখানি মাত্রাতে আছে তাও জানা যায়। তাকে উপাদান ভারও (factor loading) বলা হয়। গণনা করার সময় এই উপাদানগুলিতে কোন নাম আরোপ না ক'রে উপাদান 1 (factor 1), উপাদান 2 (factor 2) প্রভৃতিতে বিবেচনা করা হয়।

পরিশেষে এই সিদ্ধান্তে আসা যায় যে, উপাদান বিশ্লেষণ ব্যবহারিক এবং সামাজিক বিজ্ঞানের একটি অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ অনুসন্ধানমূলক প্রবিধি স্তর (stages) এবং কল্পনাগুলি (hypotheses) বোঝার জন্য নিঃসন্দেহে এই প্রবিধির উপযোগিতা অনস্বীকার্য। থার্স্টন (Thurstone) বুদ্ধির স্বরূপ বুঝতে গিলফোর্ড-জিমরম্যান (Guilford-Zimermman) মেজাজের (temperament) অনুশীলনে, এবং

স্টীপেনসন (Stepenson) নৈদানিক বা রোগ-নির্ণায়ক (diagnostic) অভীক্ষার বিশ্লেষণে এই বিধির সাহায্য গ্রহণ করেন। এই বিধির পূর্ণ উপযোগিতার বিষয় বিশ্বের প্রখ্যাত মনোমিতিবিদ রেমণ্ড বি. ক্যাটেল (Remond B. Cattell) বিশেষ গুরুত্ব দি'য়ে উল্লেখ করেন। এই প্রবিধির সাহায্যে তিনিই বহু ভেদাঙ্ক বিধির (multivariate methodology) প্রচলন করেন এবং ব্যক্তিত্ব মনোবিজ্ঞানে (Personality psychology) উল্লেখযোগ্য অনুসন্ধান কার্য সম্পাদান করেন।

প্রাসঙ্গিক গ্রন্থ নিদে'শিকা

Anastasi, N. (1982) : Psychological Testing. New york : Mcmillan Co

Cattell, R. B. (1952) : Factor Analysis : An Introduction and Manual for the Psychologists. New york : Harper & Bros.

Cronbach, Lee, J. (1956) : Essentials for Psychological testing. New york : Harper & Row

Freeman, F.S. (1976) : Theory and Practice of Psychological Testing, New Delhi : Oxford & IBH publishing Co.

Fructer, B. (1954) : Introduction to Factor Analysis. N. J. Princeton University Press, Princeton.

Ghiselli, E. E. (1976) : Theory of Psychological Measurement. New york : McGraw-Hill Book Co.

Guilford, J. P. (1969) : Psychometric Method. New york : McGraw-Hill Book Co.

Guliksen (1972) : Theory of Mental Tests. New york : McGraw-Hill Book Co.

Stodola Quentin & Others. (1982) : Basic Educational Tests and Measurement. London : Thomson Press

দশম পরিচ্ছেদ

অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা
(Test-reliability)

মনোবৈজ্ঞানিক, শিক্ষাবিষয়ক এবং সমাজবিজ্ঞান বিষয়ক অভীক্ষা (test), পরিসূচী (inventory) এবং পরিমাপক যন্ত্রের (measuring instrument) মধ্যে যে সম্ভাব্য ত্রুটি (probable error) দেখা যায়, তাকে বলা হয় পরিবর্তনশীল ত্রুটি (variable error)। এই পরিবর্তনশীল ত্রুটি দূর করার জন্য পরিমাপক যন্ত্রের নির্ভরযোগ্যতা (reliability) নির্ণয় করা বিশেষভাবে প্রয়োজন হয়। যে সব বিষয়ে ব্যক্তির মতামত নির্ভর ক'রে না, সে সব বিষয় পরিমাপ করার জন্য প্রয়োজনীয় পরিমাপক যন্ত্রের নির্ভরযোগ্যতা অপেক্ষাকৃত নির্ভুলভাবে নির্ণয় করা সম্ভব। যেমন, একটি ঘড়ি শীতকালে দ্রুত চলে, গ্রীষ্মকালে ধীরে চলে। ঘড়িটিকে পর্যবেক্ষণ করলে আমরা নির্ভুলভাবে তার চলনের হ্রাস-বৃদ্ধি নির্ণয় করতে পারি এবং কোন্ সময়ে ঘড়িটি কতটা নির্ভরযোগ্য হবে তাও বলতে পারি। কিন্তু সমাজবিজ্ঞান সম্পর্কিত শিক্ষামূলক এবং মনোবৈজ্ঞানিক পরিমাপক যন্ত্র সমূহের নির্ভরযোগ্যতা সঠিকভাবে নির্ণয় করা দুরূহ হয়। অভীক্ষার বৈধতার চরমমান নির্ণয় করা যেমন কঠিন, তেমনি নির্ভরযোগ্যতা নির্ধারণ করাও দুরূহ। নির্ভরযোগ্যতা প্রায় ক্ষেত্রে আপেক্ষিক। নির্ভরযোগ্যতার অর্থ সুস্পষ্টভাবে বুঝতে গেলে বৈধতার সংগে তার সম্পর্ক কি তা অনুধাবন করা আবশ্যক। কারণ যে কোন মানসিক বা মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার বৈধতা এবং নির্ভরযোগ্যতা পারস্পরিকভাবে সম্পর্ক যুক্ত।

নির্ভরযোগ্যতা এবং বৈধতার মধ্যে সম্পর্ক
(Relation Between reliability and validity)

অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতার উদ্দেশ্য হ'ল অভীক্ষার প্রতি আস্থা রাখা এবং তার প্রাপ্তাংককে (scores) বিশ্বাস করা। উদাহরণস্বরূপ, যদি একটি অভীক্ষা দ্বারা কোন অভীক্ষার্থীকে পুনঃপুনঃ পরীক্ষা করা হয় তাহলে তার থেকে এমন এক অঙ্ক বা সূচক পাওয়া যায় যা নির্ভরযোগ্য হিসাবে গণ্য করা হ'য়ে থাকে। অপরদিকে অভীক্ষার বৈধতা থেকে দেখা যায় যে. যে উদ্দেশ্যে অভীক্ষাটি তৈরী করা হয় সেই উদ্দেশ্যটি যাতে পূর্ণ হয়। এখন প্রশ্ন হ'ল যে, কোন অভীক্ষা রচনা করাতে এই দু'টি দিকের পারস্পরিক সম্পর্ক জানা কি আবশ্যক হয়? উত্তরে বলা যায় যে, যেখানে বৈধতার জন্য নির্ভরযোগ্যতা প্রয়োজন হয় সেখানে নির্ভরযোগ্যতা বৈধতার কোন স্বীকৃতি নাও দিতে পারে। উদাহরণস্বরূপ বলা যায় যে, একটি নির্ভরযোগ্য অভীক্ষা বৈধ না হ'লে একটি বৈধ অভীক্ষাকে নির্ভরযোগ্য হওয়া নিতান্ত আবশ্যক হয়। যদি কোন অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতার গুণাংক বা সূচক শূন্য (0) হয় তাহলে সেই অভীক্ষার প্রাপ্তাংক অন্য

অভীক্ষার প্রাপ্তাংকের মধ্যে কোনরূপ সম্পর্ক নির্দেশ করতে পারে না। একটি ঘড়ির উদাহরণ দিয়ে বলা যেতে পারে যে, যখন ঘড়িটিতে অমুক ক্ষণে নিত্য 4টে বাজে তখন রেডিওর সময় অনুসারে ঘড়িটিতে ঐ একই ক্ষণে সময় 4টে বেজে 10 মিনিট হয়। এই অবস্থাতে ঘড়িটিকে নির্ভরযোগ্য বলা গেলেও বৈধ বলা যাবে না। কারণ ঐ ঘড়ি প্রতিদিন ঐ ক্ষণে একই সময় নির্দেশ করলেও সময়ের পরিমাপ শুদ্ধভাবে করে না। যদি ঐ ঘড়ি রেডিওর সময় অনুসারে চলে এবং প্রতিটি ক্ষণ ঐ সময় নির্দেশ করে যা রেডিও সময় অনুসারেই হয় তাহলে ঐ ঘড়িকে নির্ভরযোগ্য এবং বৈধ দুই বলা যাবে। এইভাবে মনোবৈজ্ঞানিক এবং শিক্ষাবিষয়ক অভীক্ষাগুলি নির্ভরযোগ্য হওয়ার সঙ্গে সঙ্গে বৈধ হওয়া উচিত। যদি কোন অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা শূন্য (0) হয় তাহলে অন্য কোন নির্ণায়কের সঙ্গে ঐ অভীক্ষার কোনরূপ সম্পর্ক থাকতে পারে না। এই প্রসঙ্গে ফ্রিম্যান (Freeman) বলেন যে, একটি বৈধ অভীক্ষার আবশ্যিক স্থিতি হ'ল যে, অভীক্ষাটি পর্যাপ্ত মাত্রায় নির্ভরযোগ্য হবে। যদি অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতার গুণাংক বা সূচক শূন্য হয় তাহলে অভীক্ষাটি কোন মানদণ্ডের (criterion) সঙ্গে সম্পর্কিত হয় না। যদি অভীক্ষা নির্ভরযোগ্য না হয় তাহলে তা উপযোগী বা কার্যকরীও হয় না। কারণ অভীক্ষা যখন নির্ভরযোগ্য হয় না তখন তার প্রাপ্তাংক লব্ধ সিদ্ধান্তও নির্ভরযোগ্য হয় না। সুতরাং আলোচ্য অধ্যায়ে নির্ভরযোগ্যতার স্বরূপ, নির্ধারণের বিধিসমূহ, প্রভাবিত করতে পারে এমন পরিস্থিতিসমূহ, নির্ভরযোগ্যতার সূচক প্রভাবিত হতে পারে এমন কারণ, কিভাবে নির্ভরযোগ্যতা সহজে নির্ণয় করা যেতে পারে প্রভৃতি বিষয় আলোচনা করা হবে।

নির্ভরযোগ্যতার অর্থ
(Meaning of Reliability)

নির্ভরযোগ্যতার শাব্দিক অর্থ হ'ল বিশ্বাস রাখা। আমরা প্রায়ই আমাদের দৈনন্দিন জীবনে দেখি যে, যখন এক ব্যক্তি প্রথমবার অমুক কোন দোকান থেকে কোন বস্ত্র কেনে তখন সে সেই বস্ত্রের জন্য যে দাম দেয় দ্বিতীয়বার যখন সে সেই বস্ত্র সেই দোকান থেকে আবার কেনে তখন যদি পূর্ববৎ ঐ বস্ত্রের জন্য একই দাম দেয় তাহলে ঐ ব্যক্তির কাছে ঐ দোকান নির্ভরযোগ্য হিসাবে বিবেচিত হ'য়ে থাকে। যদি তোমার কোন বন্ধু তোমার প্রয়োজন অনুসারে প্রতিদিন প্রায় একই সময়ে তোমার কাছে উপস্থিত হয়, তাহলে ঐ বন্ধুকে তুমি নির্ভরযোগ্য বলে মনে করতে পার। এই বিষয় মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষাবিষয়ক অভীক্ষাগুলির ক্ষেত্রেও প্রযোজ্য হ'য়ে থাকে। যদি বস্তুনিষ্ঠ জ্ঞান অর্জন বিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষা কোন একজন ছাত্রের উপর প্রয়োগ ক'রে 20 নম্বর পাওয়া যায় আবার একসপ্তাহ বাদে ঐ অভীক্ষা ঐ ছাত্রের উপর প্রয়োগ ক'রে 25 নম্বর পাওয়া যায় এবং একমাস পরে ঐ একই অভীক্ষা 18 নম্বর প্রদান করে তাহলে ঐ অভীক্ষাকে নির্ভরযোগ্য বলা যায় না। কারণ এই অভীক্ষা সচেতনভাবে জ্ঞানার্জন বিষয়ে নিশ্চিতভাবে কিছুই প্রকাশ করে না। তাছাড়া একই অভীক্ষা

অভীক্ষার্থীদের উপর প্রয়োগ ক'রে দু'জন ভিন্ন ভিন্ন পরীক্ষক দ্বারা পরীক্ষা করিয়ে যে প্রাপ্তাংকগুলি পাওয়া যায় সেই প্রাপ্তাংকগুলিতে ভিন্নতা দেখা গেলে অভীক্ষাটিকে নির্ভরযোগ্য হিসাবে বিবেচনা করা যায় না। উদাহরণস্বরূপ বলা যেতে পারে যে, যদি একজন ছাত্রের উপর কোন অভীক্ষা প্রয়োগের ফলে যেখানে একজন পরীক্ষক ঐ ছাত্রকে 40 নম্বর প্রদান করেন সেখানে যদি অপর একজন পরীক্ষক ঐ ছাত্রকে 25 নম্বর প্রদান করেন তাহলে এইরূপ ক্ষেত্রে অভীক্ষাটি নির্ভরযোগ্য হয় না। সুতরাং অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা থেকে আমরা এই তাৎপর্য অনুধাবন করি যে, একটি অভীক্ষা একই দলসমষ্টির উপর পুনঃপুনঃ প্রয়োগ করা হলে যদি প্রাপ্তাংকে নিশ্চয়তা থাকে তাহলে ঐ অভীক্ষাকে নির্ভরযোগ্য বলা যায়। একটি নির্ভরযোগ্য অভীক্ষা সর্বদা বিভিন্ন যোগ্যতাসমূহকে একইভাবে পরিমাপ করে। সিদ্ধান্তগতভাবে বলা যায় যে, "নির্ভরযোগ্যতাকে নিরীক্ষিত প্রাপ্তাংকসমূহ (observed scores) এবং সত্য প্রাপ্তাংক সমূহের (true scores) মধ্যে পার্থক্যের পরিমাপকরূপে বোঝা যায়।" নিরীক্ষিত প্রাপ্তাংক হ'ল সেই প্রাপ্তাংক যা ছাত্র বা পরীক্ষার্থী আসলে পেয়ে থাকে এবং সত্য প্রাপ্তাংক হ'ল সিদ্ধান্তমূলক প্রাপ্তাংক যা পরীক্ষার্থী পরীক্ষা থেকে পেতে চায়, অবশ্য যদি পরিমাপে কোন ত্রুটি না থাকে। সত্য প্রাপ্তাংকের অনুমান নিরীক্ষিত প্রাপ্তাংকের উপর ভিত্তি ক'রে করা হয়। একটি অভীক্ষাকে সেই পর্যন্ত অনির্ভরযোগ্য বলা হয় যে সীমা পর্যন্ত নিরীক্ষিত প্রাপ্তাংকের বিচ্যুতি সত্য প্রাপ্তাংক থেকে জানা যায়। এখন নির্ভরযোগ্যতার সংজ্ঞা কিভাবে নিরূপণ করা যেতে পারে সে সম্বন্ধে কয়েকজন মানোবিজ্ঞানীর অভিমত এখানে উল্লেখ করা হ'ল।

এনাস্টেসীর (Anastasi) মতে "একই ব্যক্তি বিভিন্ন অবস্থাতে বা সমতুল্য পদগুলির বিভিন্ন বিন্যাস থেকে যে অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংকগুলি পায় সেই প্রাপ্তাংকগুলির সামঞ্জস্যপূর্ণ স্থিরতা অভীক্ষাটির নির্ভরযোগ্যতা উল্লেখ ক'রে থাকে।" (The reliability of a test refers to the consistency of scores obtained by the same individual on different occasions or with different sets of equivalent items).

গ্যারেটের (Garrett) ভাষায় "একটি অভীক্ষা বা কোন মানসিক পরিমাপ যন্ত্রের নির্ভরযোগ্যতা সেই সামঞ্জস্যপূর্ণ স্থিতির উপর নির্ভর করে যে স্থিতিতে অভীক্ষাটি বা পরিমাপক যন্ত্রটি ব্যক্তিবর্গের যোগ্যতা পরিমাপের জন্য প্রয়োগ করা হয়।" (The reliability of a test or any mental measuring instrument depends upon the consistency with which it gauges the ability to whom it is applied.)

ষ্টোডোলা এবং ষ্টোরডল (Stodola and Stordohl) এর বিচারে "একই দল সমষ্টির ব্যক্তিদের উপর সমরূপ অভীক্ষাসমূহ প্রয়োগ ক'রে দুই বা অধিক প্রাপ্তাংকগুলির বিন্যাসের মধ্যে যে সহ-সম্বন্ধ নির্ণয় করা হয় তাকে অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা-

হিসাবে আখ্যা দেওয়া যেতে পারে।" (The reliability of a test can be defined as the correlation between two or more sets of scores on equivalent tests from the same group of individuals.)

গিলফোর্ডের দৃষ্টিতে "সংক্ষিপ্তভাবে নির্ভরযোগ্যতা হ'ল প্রাপ্ত অভীক্ষা প্রাপ্তাংকের প্রকৃত ভেদাংকের অনুপাত।" (Briefly reliability is the proportion of the true variance in obtained test scores.)

ঘিসলীর (Ghiselli) মতানুসারে "কিছু সংলক্ষণ সম্পর্কিত ব্যক্তির প্রাপ্তাংক-গুলির অব্যবস্থিত পার্থক্যের সীমা হ'ল পরিভাষিত পরিমাপের নির্ভরযোগ্যতা মাত্রা, যখন ঐ সংলক্ষণকে কয়েকবার পরিমাপ করা যায়।" ("...Defined reliability of measurement is the extent of unsystematic variation of the scores of an individual on some trait when that trait is measured a number of times").

পূর্বোক্ত আলোচনার পরিপ্রেক্ষিতে লেখক তাঁর সিদ্ধান্ত অনুসারে নির্ভরযোগ্যতার সংজ্ঞা নিরূপণ করতে গি'য়ে এই মত প্রকাশ করেন যে, যদি একটি অভীক্ষাকে জ্ঞাত পরিস্থিতিতে পুনঃপুনঃ প্রয়োগ করা হয় এবং প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলি প্রায় একই প্রকার হয় তাহলে অভীক্ষাটিকে নির্ভরযোগ্য বলা যেতে পারে। ("If a test is repeated under the same set of known conditions and the obtained scores should remain the same, the test is said to be reliable.")

এই সংজ্ঞাগুলি ছাড়াও কয়েকজন প্রখ্যাত মনোবিজ্ঞানী সমীকরণ এবং সূত্রের সাহায্যে নির্ভরযোগ্যতার স্বরূপ ব্যাখ্যা করেছেন। গিলফোর্ডের (Guilford) মতানুসারে একটি প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক (obtained score) হ'ল সত্য প্রাপ্তাংক (true score) এবং ত্রুটি প্রাপ্তাংকের (error score) যোগফলের মিশ্রণ। যেমন,

$$X = T + E$$

এখানে, X = প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক
T = সত্য প্রাপ্তাংক
E = ত্রুটি প্রাপ্তাংক

হেল্‌মস্টাডরও (Helmstadter) সরল সূত্রের মাধ্যমে নির্ভরযোগ্যতা বোঝানোর চেষ্টা করেছেন—

$$x_i = t_i + e_i$$

এখানে,
x_i = অমুক ব্যক্তির প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক
t_i = অমুক ব্যক্তির সত্য প্রাপ্তাংক
e_i = অমুক ব্যক্তির ত্রুটি প্রাপ্তাংক

পরিসংখ্যানের নীতি অনুসারে যদি দু'টি প্রাপ্তাংক স্বতন্ত্র এবং সাধারণভাবে বিন্যসিত (distributed) হয় তাহলে প্রাপ্তাংকগুলির যোগফলও বণ্টনের রূপে

পাওয়া যায় এবং তাদের যুগ্মগুলির (pairs) ভেদাংক (variance) দু'টি তত্ত্বের ভেদাংকের সমান হয়—

$$\sigma_x{}^2 = \sigma_t{}^2 \times \sigma_e{}^2$$

এখানে,

$\sigma_x{}^2$ = নিরীক্ষিত প্রাপ্তাংকগুলির ভেদাংক (variance of observed scores)

$\sigma_t{}^2$ = সত্য প্রাপ্তাংকগুলির ভেদাংক (variance of true scores)

$\sigma_e{}^2$ = ত্রুটি প্রাপ্তাংকগুলির ভেদাংক (variance of error scores)

সুতরাং গিলফোর্ড (Guilford) এবং হেল্‌মস্টাডরের (Helmstadter) অভিমত অনুসারে নির্ভরযোগ্যতাকে প্রাপ্ত নিরীক্ষিত প্রাপ্তাংকগুলি (obained observed scores) থেকে সত্য প্রাপ্তাংকগুলির ভেদাংক (variance of true scores) হিসাবে পরিভাষিত করা যায়।

$$r_{tt} = \frac{\sigma_t{}^2}{\sigma_x{}^2} \text{ বা } \frac{\sigma_x{}^2 - \sigma_e{}^2}{\sigma_x{}^2}$$

এখানে,

r_{tt} = অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা

$\sigma_t{}^2$ = সত্য প্রাপ্তাংকের ভেদাংক

$\sigma_e{}^2$ = ত্রুটি প্রাপ্তাংকের ভেদাংক

$\sigma_x{}^2$ = নিরীক্ষিত প্রাপ্তাংকগুলির ভেদাংক

উপরোক্ত সূত্র এবং সমীকরণগুলি অনুসারে নির্ভরযোগ্যতা অভীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলির নির্ভরযোগ্য (reliable) এবং স্থির (stable) সম্বন্ধের ইংগিত প্রদান করে থাকে।

নির্ভরযোগ্যতার বৈশিষ্ট্যসমূহ
(Characteristics of Reliability)

নির্ভরযোগ্যতা সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণা লাভ করার জন্য তার কয়েকটি বিশেষ বৈশিষ্ট্যের ব্যাখ্যা প্রয়োজন। কারণ নির্ভরযোগ্যতা সম্পর্কিত এই বৈশিষ্ট্যগুলির সঙ্গে পরিচিত না হ'লে বিভিন্ন ক্ষেত্রে বিভ্রান্তির সৃষ্টি হ'তে পারে। এই বৈশিষ্ট্যগুলি হ'ল নিম্নরূপ—

॥ এক ॥ প্রচলিত অর্থে নির্ভরযোগ্যতা বলতে অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতাকেই বোঝায়। প্রকৃত অর্থে এই ধারণা সঠিক নয়। কারণ একই অভীক্ষার বিভিন্ন পরিস্থিতিতে বিভিন্ন রকমের নির্ভরযোগ্যতা থাকতে পারে। একটি অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষা (achievement test) একদল ছাত্রের উপর প্রয়োগ ক'রে তাদের শিক্ষাগত পারদর্শিতা পরিমাপের ক্ষেত্রে যে নির্ভরযোগ্যতা দেখা যাবে, সেই একই অভীক্ষা অপর একজন ছাত্রের উপর প্রয়োগ ক'রে পরিমাপের ক্ষেত্রে অনুরূপ নির্ভরযোগ্যতা নাও দেখা যেতে পারে। তাই কোন অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা

(reliability of test) না বলে, পরিমাপের নির্ভরযোগ্যতা (reliability of measurement) কথাটি ব্যবহার করা উচিত। সুতরাং নির্ভরযোগ্যতার অন্যতম বৈশিষ্ট্য হ'ল পরিমাপজনিত প্রত্যয় (reliance on measurement)।

॥ **দুই** ॥ নির্ভরযোগ্যতা সকল অবস্থাতে স্থির থাকে না। বিভিন্ন অবস্থাতে নির্ভরযোগ্যতার তাৎপর্য ভিন্ন ভিন্ন ধরনের হয়। যেমন, যদি আমাদের উদ্দেশ্য হয় কোন প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের ভিত্তিতে ভবিষ্যতে কোন বিষয়ে পারদর্শিতা বিচার করা, সেক্ষেত্রে পরিমাপের স্থিরতা বা নির্ভরযোগ্যতা যত বেশী হয় তত ভাল। আবার যদি আমাদের উদ্দেশ্য হয় কোন প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক সময়ের ব্যবধানে কিভাবে পরিবর্তিত হয় তা বিচার করা সেক্ষেত্রে নির্ভরযোগ্যতার তাৎপর্য সম্পূর্ণ ভিন্ন হয়। সুতরাং নির্ভরযোগ্যতার ধারণাটি স্থির নয়; পরিমাপের উদ্দেশ্য পরিবর্তনের সঙ্গে সঙ্গে তার তাৎপর্য বিচার করতে হয়।

॥ **তিন** ॥ কোন অভীক্ষার বৈধতা সম্পর্কে আমাদের যেমন ধারণা থাকা দরকার তেমনি সেই অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা সম্পর্কেও বিশেষভাবে পরিচিত হওয়া প্রয়োজন। কারণ এই দুইটি বিষয় যে কোন আদর্শায়িত অভীক্ষার আবশ্যিক বৈশিষ্ট্য। অনেক সময় দেখা যায় যে, কোন অভীক্ষা নির্ভরযোগ্য হয়, কিন্তু বৈধ হয় না। অর্থাৎ অভীক্ষাটির প্রয়োগাত্মক ফলাফলের ভিত্তিতে পারদর্শিতা বিচারকরণে সামঞ্জস্যপূর্ণ স্থিরতার মাত্রা প্রকাশ পেলেও বৈধতার অভাবে অভীক্ষাটি পারদর্শিতা কতটুকু কার্যকরীভাবে পরিমাপ করতে পারবে তা সহজে বোঝা যায় না। তবে একথাও ঠিক যে, কোন অভীক্ষা সম্পূর্ণভাবে অনির্ভরযোগ্য হ'লে তার বৈধতাও থাকতে পারে না। যদি কোন অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতার মান কম হয় তাহলে সেই অভীক্ষার বৈধতাও কম হবে। আবার কোন অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতার মান খুব বেশী হ'লে তার বৈধতার মান যে খুব বেশী হবে তা নিশ্চিতভাবে বলা যায় না। সাধারণভাবে বলা যেতে পারে যে, নির্ভরযোগ্যতা আমাদের কোন অভীক্ষার স্থিরতা সম্বন্ধে নিশ্চিত করলেও তার বৈধতা স্থাপনে সাহায্য করে মাত্র।

॥ **চার** ॥ গাণিতিক প্রক্রিয়াসমূহ (mathematical processes) ছাড়া নির্ভরযোগ্যতা নির্ণয় করা যায় না। দু'ভাবে পরিমাপের নির্ভরযোগ্যতা নির্ধারণ করা যেতে পারে: **প্রথমতঃ** দু'টি পরিমাপের ফলাফলের মধ্যে সহ-সম্বন্ধ সূচক নির্ণয় করে। এই সূচককে নির্ভরযোগ্যতার সূচক বলা হয় এবং **দ্বিতীয়তঃ** পরিমাপের নির্ভরযোগ্যতা পরিমাপের আদর্শ ত্রুটির (standard error) মাধ্যমে প্রকাশ করা যেতে পারে।

পরিমাপের নির্ভরযোগ্যতা নির্ধারণের পদ্ধতিসমূহ (Methods of determining reliability of measurement)

পরিমাপের নির্ভরযোগ্যতা নির্ণয় করার বিধিগুলিকে মুখ্যতঃ (i) সাপেক্ষিক এবং (ii) নিরপেক্ষ দু'টি ভাগে ভাগ করা যেতে পারে। সাপেক্ষিক বিধিগুলির সাহায্যে

নির্ভরযোগ্যতাকে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক দ্বারা প্রকাশ করা যায় ; একে নির্ভরযোগ্যতা গুণাংকও (coefficient of reliability) বলা হয়। এই নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক দলসমষ্টির মধ্যে ব্যক্তির সামঞ্জস্য স্থিতিগুলি (consistent positions) ব্যক্ত ক'রে থাকে। তাছাড়া সাপেক্ষিক নির্ভরযোগ্যতাকে ভেদাংক-বিশ্লেষণ (anaiysis of variance) হিসাবেও প্রস্তুত করা যেতে পারে। অপরদিকে নিরপেক্ষ বিধিগুলি দ্বারা নির্ভরযোগ্যতাকে পরিমাপের আদর্শ (SE_M) হিসাবে ব্যক্ত করা হয় যাতে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির বণ্টন থেকে প্রকৃত প্রাপ্তাংকগুলির অনুমান করা যায়। এই দু'টি পদ্ধতির মধ্যে প্রথমটি ব্যবহার করা হয় অভীক্ষা তৈরীর সময় এবং পুনঃপুনঃ প্রয়োগের মাধ্যমে এবং দ্বিতীয়টি ব্যবহার করা হয় কোন একটি প্রাপ্ত পরিমাপের পরিবর্তিত হওয়ার সম্ভাবনা বোঝানোর জন্য। এখানে এই দু'টি পদ্ধতি সম্বন্ধে আলোচনা করা হবে।

সহ-সম্বন্ধের মাধ্যমে অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা নির্ধারণ (Determining reliability by correlation)

যে কোন অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা নির্ধারণ করার জন্য দু'টি প্রাপ্তাংক বণ্টনের প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক নির্ধারণ করা হয়। এই সহ-সম্বন্ধ গুণাংককে **নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক** বলা হয়। যেহেতু শিক্ষাবিষয়ক এবং মনোবৈজ্ঞানিকমূলক অভীক্ষাগুলির দু'টি পরিমাপ পরিস্থিতি একই রকম হয় না, সেহেতু এই সহ-সম্বন্ধ গুণাংক কোন সময়েই 1 হ'তে পারে না। সুতরাং সম্পূর্ণ নির্ভরযোগ্যতা কখনও পাওয়া সম্ভব হয় না। তবে নির্ভরযোগ্যতা মানের তারতম্য যে পরিস্থিতিতে ঘটে থাকে, সেই পরিস্থিতি নিয়ন্ত্রণের জন্য বিভিন্ন পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়। এখানে সেই পদ্ধতিগুলি উল্লেখ করা হ'ল।

॥ এক ॥ **পুনঃ পরীক্ষা বিধি (Test-retest method) :** পরিমাপের নির্ভরযোগ্যতা নির্ণয় করার এটি হ'ল অত্যধিক প্রচলিত বিধি। এই বিধিতে একই অভীক্ষাকে একদল ব্যক্তির উপর পর পর দু'বার প্রয়োগ করা হয়। এই পুনঃপ্রয়োগ সময়, দিন বা মাসের ব্যবধানে করা হয়। এই প্রক্রিয়ার ফলে যে প্রাপ্তাংক বণ্টন পাওয়া যায় তাদের মধ্যে সহ-সম্বন্ধ সূচক নির্ণয় করা হয়। এই সূচকের মাধ্যমে অভীক্ষাটির নির্ভরযোগ্যতা প্রকাশ করা হয়। এই প্রকার নির্ভরযোগ্যতা গুণাংককে **স্থিরতা গুণাংক** (coefficient of stability) নামেও অভিহিত করা হয়। এই বিধিতে গণনা অত্যধিক সহজ হয়

এই বিধির কিছু নিজস্ব ত্রুটি আছে। এতে একই অভীক্ষা একদল ব্যক্তির উপর পর পর দু'বার প্রয়োগ করা হয়। দু'বার প্রয়োগকালীন সময়ের মধ্যে যদি কোন ব্যবধান না দেওয়া হয় কিংবা সময় খুবই কম হয় তাহলে অভীক্ষার প্রথম প্রয়োগের দরুণ ব্যক্তির যে অভ্যাস ও স্মৃতিজনিত অভিজ্ঞতা সঞ্চয় ক'রে দ্বিতীয়বার প্রয়োগের সময় ব্যক্তিদের মধ্যে সেই অভিজ্ঞতা সঞ্চালিত হয়। তার ফলে দ্বিতীয়বার

প্রয়োগের সময় অভীক্ষালব্ধ যে প্রাপ্তাংক পাওয়া যায় তা প্রথমবারের তুলনায় বেশী হয়। সুতরাং এই বিধি দ্বারা সঠিক নির্ভরযোগ্যতার সূচক পাওয়া যায় না। আবার এই অসুবিধা দূর করার জন্ম যদি পরীক্ষা ও পুনঃপরীক্ষার মধ্যে সময়ের ব্যবধান বাড়ানো হয়, তাহলে ব্যক্তির আভ্যন্তরীণ পরিবর্তন, শিক্ষালব্ধ অভিজ্ঞতার বৃদ্ধি, পরিমাপের প্রতি অভিবৃত্তি, পরীক্ষা দেওয়ার পরিস্থিতি প্রভৃতির কারণেও অভীক্ষালব্ধ ব্যক্তিগত প্রাপ্তাংক বিশেষভাবে প্রভাবিত হ'য়ে থাকে। ফলে এর থেকে প্রকৃত নির্ভরযোগ্যতা পাওয়া যায় না। তাই একই অভীক্ষার দ্বারা পরীক্ষা ও পুনঃপরীক্ষার পদ্ধতির দ্বারা পরিমাপের সঠিক নির্ভরযোগ্যতা সঠিকভাবে কখনও নির্ণয় করা সম্ভব নয়। তবে নির্ভরযোগ্যতার মান জানতে এই বিধির প্রয়োগ সেই অবস্থায় করা যায় যে অবস্থায় অভীক্ষার্থীদের ভিন্ন ভিন্ন সময়ে পরীক্ষা ক'রে তাদের প্রাপ্তাংকগুলিতে খুব বেশী পার্থক্য পাওয়া যায় না। স্থূল পরিমাপের জন্য যে সব অভীক্ষা ব্যবহার করা হয়, সেই সব অভীক্ষার ক্ষেত্রে এই বিধিতে নির্ভরযোগ্যতার মান নির্ণয় করা যেতে পারে। এই বিধি দ্বারা ব্যক্তিত্ব পরিসূচী, অভিবৃত্তি মাপনি এবং আগ্রহ সূচীর নির্ভরযোগ্যতার মান সঠিকভাবে নির্ণয় করা যায় না। কারণ ব্যক্তিত্বের সংলক্ষণ, অভিবৃত্তি এবং আগ্রহ সর্বদা স্থায়ী না হ'য়ে পরিবর্তনশীল হয়। এই পরিবর্তনশীলতার দরুণ এই অভীক্ষাবলীর নির্ভরযোগ্যতার মধ্যে তারতম্য ঘটে থাকে। ফলে ব্যক্তিত্ব পরিসূচী, অভিবৃত্তি মাপনি এবং আগ্রহ সূচীর ক্ষেত্রে নির্ভরযোগ্যতার স্থিতিশীলতা এবং আধিক্যের অভাব দেখা যেতে পারে। তাছাড়া এইসব অভীক্ষাগুলির দ্বারা যেখানে সূক্ষ্মভাবে গুণ বা বৈশিষ্ট্যগুলি পরিমাপ করতে হয় সেখানে নির্ভরযোগ্যতার আধিক্য বেশী হওয়া দরকার। সুতরাং এদের নির্ভরযোগ্যতার মান বেশী হ'লেই এই ধরনের পরিমাপ কার্য সঠিকভাবে সম্পূর্ণ করা সম্ভব হয়। কিন্তু এই বিধি দ্বারা তা একেবারেই কার্যকরী করা যায় না।

॥ দুই ॥ **সমান্তরাল বা সদৃশ অভীক্ষা বিধি (Parallel test or Equivalent test method) :** পুনঃ পরীক্ষণ পদ্ধতিতে যে অসুবিধা আছে তা নিরসন করার জন্য পরিমাপের নির্ভরযোগ্যতার মান নির্ধারণের ক্ষেত্রে অপর একটি পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়। এই পদ্ধতিকে সমান্তরাল বা সদৃশ অভীক্ষা পদ্ধতি বলা হয়। এই বিধিতে একই সংগে সমরূপ দু'টি অভীক্ষা তৈরী করা হয়। এই দু'টি অভীক্ষা এমনভাবে তৈরী করা হয় যাতে তাদের উদ্দেশ্য, অভীক্ষা পদগুলির প্রকৃতি, কাঠিন্যমান এবং বিন্যাসের মধ্যে সাদৃশগত মিল থাকে। কারণ একই বৈশিষ্ট্য বা গুণ পরিমাপের জন্য অভীক্ষা দু'টি একই সংগে তৈরী করা হয়। উদ্দেশ্য, পদগুলির প্রকৃতি, কাঠিন্যমান এবং বিন্যাসের মধ্যে সদৃশ থাকে বলে অভীক্ষাগুলিকে সমান্তরাল বা সদৃশ অভীক্ষা বলা হয়। অভীক্ষা দু'টি তৈরী করার পর একই দলসমষ্টির উপর ভিন্ন ভিন্ন অবস্থাতে অভীক্ষা দু'টি প্রয়োগ করা হয়। এই প্রয়োগের ফলে যে প্রাপ্তাংকগুলির দু'টি বন্টন পাওয়া যায় সেই বণ্টনের মধ্যে সহ-সম্বন্ধ নির্ণয় করা হয়। এই সহ-সম্বন্ধ সূচককেই প্রত্যেকটি অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতার সূচক হিসাবে

বিবেচনা করা হয়। এই নির্ভরযোগ্যতা সূচক অভীক্ষা দু'টির সময়গত স্থিরতা (temporal stability) এবং বিভিন্ন পদের প্রত্যুত্তর সংগতি (consistency of response to different items) নির্দেশ ক'রে থাকে। এই নির্ভরযোগ্যতা সূচককে তুল্যতা সূচক (coefficient of equivalence) নামেও অভিহিত করা হয়। কারণ এতে অভীক্ষার দু'টি প্ররূপ সমানভাবে বোঝা যায়।

যদিও দু'টি অভীক্ষা সম্পূর্ণভাবে সমানরূপে তৈরী করা অসম্ভব হয়, তবুও কিছু মৌলিক এবং গ্রাহ্য মানদণ্ডের (criteria) উপর ভিত্তি ক'রে দু'টি সমান প্ররূপ একই উদ্দেশ্য পূরণ করার জন্য স্বতন্ত্রভাবে তৈরী করা যেতে পারে। তার জন্য অবশ্য দু'টি প্ররূপে পদ সংখ্যা সমান হওয়া উচিত; তাদের প্রকৃতি, বিষয়-বস্তু, ক্রিয়াশীলতা (operations) প্রভৃতিও একই হ'তে হবে; পদ সংখ্যার বিস্তার, কাঠিন্যস্তর, নমুনার উপযোগিতা প্রভৃতি প্রায় সমান হ'বে। কাঠিন্যস্তর অনুসারে পদের বণ্টনও একই প্রকার হওয়া উচিত। অভীক্ষার দু'টি প্ররূপে পদ-সমধর্মীতার (inter-homogeneity) মাত্রাও সমান হবে। তাছাড়াও দু'টি প্ররূপের মধ্যমমান (meadian) এবং সমক বিচ্যুতি (SD)ও পারস্পরিক সামঞ্জস্যপূর্ণ হওয়া উচিত। সমান প্ররূপের বিধি সম্বন্ধে থর্নডাইকের বক্তব্য হ'ল "...tests having identical true variances and no overlap of error variances are equivalent forms." "সমরূপ সত্য ভেদাংক এবং ত্রুটি ভেদাংকগুলির পারস্পর্যহীনতা বিশিষ্ট অভীক্ষাগুলিই হ'ল সদৃশ প্ররূপ।" এই সম্বন্ধে গিলফোর্ডের অভিমত হল যে, "the alternate forms method indicates both equivalence of content and stability of performances." "একান্তর প্ররূপ পদ্ধতি বিষয়-বস্তুর সমতুল্যতা এবং কার্য সম্পাদনগুলির স্থায়িত্ব উভয়কে নির্দেশ করে।" গুলিকসেনের ভাষায় বলা যায় যে, "parallel tests have equal means, equal variances and equal intercorrelations with one another." "সমান্তরাল অভীক্ষাগুলির সমান গড়, সমান ভেদাংক এবং সমান পারস্পরিক সহ-সম্বন্ধ আছে।"

এই বিধি দ্বারা যে নির্ভরযোগ্যতা মাপা হয় তার উল্লেখযোগ্য নিদর্শন 1935 সালের স্ট্যানফোর্ড-বিনে (Stanford-Binet) বুদ্ধি অভীক্ষা থেকে পাওয়া যায়। এই অভীক্ষার দু'টি প্ররূপ L এবং M সর্বোতভাবে সমান এবং দু'টির তুল্যতা গুণাংক (coefficient of equivalence) 0·91 সূচিত করে। দু'টি প্ররূপ দু'ভাবে প্রয়োগ করা যেতে পারে—(i) দীর্ঘ সময়ের ব্যবধানে পুনঃ পরীক্ষণ বিধির মাধ্যমে; (ii) একটির প্রয়োগের পর অপরটির প্রয়োগ করার (immediate succession) মাধ্যমে। সাধারণতঃ দ্বিতীয় পন্থার প্রয়োগই প্রশস্ত।

এই বিধির সবচেয়ে উল্লেখযোগ্য বিশেষত্ব হ'ল যে এতে অভ্যাস এবং স্মৃতির প্রভাব কম হয়। কারণ দু'টি প্ররূপের পদগুলি প্রায় একই প্রকারের হয়। এমন কি প্রথম প্ররূপের পদ যেমন হবে দ্বিতীয় প্ররূপের পদও অবিকল তদ্রূপ হবে। ফলে এই পদ্ধতিতে অভিজ্ঞতার পুনরাবৃত্তি হওয়ার সুযোগ কম থাকে। কিন্তু তা সত্ত্বেও

এমন কিছু ত্রুটি থাকে যা এই পদ্ধতি দ্বারা দূর করা সম্ভব হয় না। কারণ, যেহেতু অভীক্ষা দু'টি সমরূপ (equivalent), সেহেতু একটি গ্রহণের অভিজ্ঞতা অপরটির ক্ষেত্রে সঞ্চালিত হওয়া সম্পূর্ণভাবে দূর করা যায় না। তাছাড়া এই সমরূপ অভীক্ষার রচনাও অনুমানভিত্তিক হ'য়ে থাকে। অনেক সময় দেখা যায় যে, কোন দু'টি অভীক্ষা পদ একজনের কাছে সমান কাঠিন্যমান সম্পন্ন হিসাবে বিবেচিত হ'তে পারে আবার অন্যের কাছে তা নাও হ'তে পারে। ফলে এই পদ্ধতির মূলভিত্তি সমান্তরাল অভীক্ষা গঠন, তা কখনও সঠিক হতে পারে না। সেইজন্য এই পদ্ধতিতে যে নির্ভরযোগ্যতা পাওয়া যায়, তা কখনও স্থায়ীও হয় না। পরীক্ষার মাধ্যমে দেখা গেছে যে, সমান্তরাল অভীক্ষা দু'টির প্রয়োগের মধ্যকালীন সময়ের তারতম্যের ফলে অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা কমে যায়, আবার সময়ের ব্যবধান যদি কম হয় তাহলে নির্ভরযোগ্যতা বেশী হয়। সেই কারণে এই পদ্ধতিতে কোন স্থায়ী বা স্থির নির্ভরযোগ্যতার সূচক বা গুণাংক নির্ণয় করা সম্ভব হয় না। এই পদ্ধতির প্রয়োগ শ্রমসাধ্য হয়। কারণ এখানে দু'টি অভীক্ষাই প্রয়োগ করতে হয়। তাছাড়া এক সঙ্গে দু'টি অভীক্ষা তৈরী করা অভীক্ষকের পক্ষে খুবই কঠিন কাজ।

॥ তিন ॥ **অর্ধ খণ্ডিত বিধি (Split-half method) :** পুনঃপরীক্ষণ বিধি এবং সমান্তরাল অভীক্ষা বিধির সাহায্যে নির্ভরযোগ্যতা নির্ণয় করার ক্ষেত্রে যে ত্রুটিগুলি দেখা যায় সেগুলি অভীক্ষাটি মূলতঃ দু'বার প্রয়োগ করার ফলে পাওয়া যায়। অভীক্ষাটি দু'বার প্রয়োগের সময় যে ব্যবধান সৃষ্টি হয় এবং তার ফলে যে অভিজ্ঞতা অভীক্ষার্থীরা আয়ত্ব করতে পারে তা সহজে নিয়ন্ত্রণ করা যায় না। কাজেই অনিয়ন্ত্রিত পরিস্থিতির মধ্যে অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা নির্ণয় করতে হয়। এই অবস্থা দূর করার জন্য অর্দ্ধ খণ্ডিত বিধির (split-half method) উদ্ভব ঘটে। এই বিধিকে আবার অন্তর্খণ্ডিত পদ্ধতি (intra-split-half method) বলা হয়। এই বিধিতে যে নির্ভরযোগ্যতা পাওয়া যায় তা অভীক্ষার আভ্যন্তরীণ সামঞ্জস্যতা (internal consistency) বিচারে সাহায্য করে।

অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা জানার জন্য এই বিধির প্রয়োগ অত্যন্ত ব্যাপকভাবে করা হয়। প্রথমতঃ অভীক্ষাটিকে অভীক্ষার্থীদের উপর প্রয়োগ করা হয়। পরে অভীক্ষার পদগুলিকে দু'টি সমান ও তুলনাত্মক ভাগে ভাগ ক'রে নেওয়া হয়। এই দু'টি ভাগকে দু'টি অভীক্ষা হিসাবে বিবেচনা ক'রে প্রত্যেকটি ভাগের জন্য পথক পৃথক ভাবে মোট প্রাপ্তাংক (score) নির্ণয় করা হয়। এখানে এই দু'টি ভাগকে দু'টি সমান্তরাল বা সদৃশ অভীক্ষা হিসাবে গণ্য করা হয়। এখন প্রশ্ন হ'ল যে, অভীক্ষার দু'টি সমান অর্ধ অংশের জন্য তার অর্ধবিভাজন কিভাবে করা যাবে? অভীক্ষাকে অর্ধেক ভাগে ভাগ করার জন্য কোন্ পদ্ধতি প্রচলিত আছে? উত্তরে বলা যায় যে, অভীক্ষাকে দু'টি ভাগে ভাগ করার জন্য বিশেষ নিয়ম অনুসরণ করা হয়। সাধারণভাবে অভীক্ষার পদগুলি কাঠিন্যমানের ক্রমে (order of difficulty) সাজানো হয়। তাই প্রথমে

অভীক্ষাটিকে অভীক্ষার্থীদের উপর প্রয়োগ করতে হয় এবং অভীক্ষার সম্পূর্ণ পদগুলিকে দু'টি সমান ভাগে ভাগ ক'রে তাদের আলাদা-আলাদা প্রাপ্তাংকগুলি নির্ণয় করা হয়। কিন্তু তা করতে গি'য়ে প্রায়ই দেখা যায় যে, অভীক্ষার দু'টি অর্ধ ভাগের বিষয়-বস্তু কাঠিন্যমান এবং অন্য বাহ্য কারণগুলির দৃষ্টিকোণ থেকে সমান হয় না। সুতরাং অভীক্ষাকে দু'টি অর্ধভাগে ভাগ করার জন্য এই পদ্ধতি এমন হওয়া উচিত যে, সমস্ত দৃষ্টিকোণ থেকে অর্ধভাগে বিভক্ত পদগুলি প্রায় একই প্রকার হবে। তার জন্য অর্ধখণ্ডিত বিধিতে সাধারণতঃ অভীক্ষার অর্ধ ভাগের বিভাজন সম (even) এবং বিষম (odd) ক্রমিক সংখ্যাযুক্ত পদগুলির মাধ্যমে করা হয়। অর্থাৎ অভীক্ষার এক ভাগ সম ক্রমিক সংখ্যা (even numbered) যুক্ত পদগুলি এবং অপর ভাগে বিষম ক্রমিক সংখ্যা (odd numbered) যুক্ত পদগুলি একত্রিত ক'রে অভীক্ষার্থীদের উপর প্রয়োগের মাধ্যমে প্রতিটি খণ্ডের যে পৃথক পৃথক প্রাপ্তাংকগুলি পাওয়া যায় সেই প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যে যে সহ-সম্বন্ধ নির্ণয় করা হয় তা ঐ অভীক্ষার অর্ধাংশের নির্ভর-যোগ্যতা বা সম-বিষম (odd-even) নির্ভরযোগ্যতা প্রকাশ ক'রে থাকে। অধিকাংশ ক্ষেত্রে অভীক্ষার পদগুলি তার প্ররূপে সুগমতার সাহায্যে অত্যধিক কঠিন থেকে কাঠিন্যস্তর অনুযায়ী বিন্যস্ত করা হয়। সুতরাং যখন এই বিন্যাস সুনির্দিষ্টভাবে নির্ধারণ করা হয় তখন সম এবং বিষম পদগুলির অর্ধভাগে আভ্যন্তরীণ সামঞ্জস্য দেখা যায়। কারণ প্রত্যেক অর্ধভাগে একই কাঠিন্যস্তরযুক্ত পদগুলি বিস্তারিত হ'য়ে থাকে। উদাহরণস্বরূপ, ধরা যাক, একটি অভীক্ষাতে 10টি পদ আছে। অভীক্ষাটিকে দু'টি ভাগে ভাগ করার পর পদ সংখ্যা 1, 3, 5, 7, 9 এক ভাগে এবং পদ সংখ্যা 2, 4, 6, 8, 10 অপর ভাগে পড়ে। যদি পদগুলি 1 থেকে 10 পর্যন্ত কাঠিন্যমানের ক্রম অনুযায়ী বাড়ে তাহলে দু'টি ভাগে সম এবং বিষম পদ সংখ্যা সমান কাঠিন্যমানের প্রসারে সন্নিবেশিত হ'য়ে থাকে।

উপরিউক্ত নিয়ম অনুসারে একই অভীক্ষাকে দু'টি ভাগে অন্তর্ধিখণ্ডিত করার পর দু'টি অংশকে অভীক্ষার্থীদের উপর পৃথক পৃথকভাবে প্রয়োগের ফলে যে প্রাপ্তাংকগুলি পাওয়া যায় সেই প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যে সহ-সম্বন্ধ নির্ণয় করা হয়। এই সহ-সম্বন্ধ প্রাপ্তাংককে অভীক্ষার অর্ধাংশের নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক বলা হয়। এই অর্ধাংশের নির্ভরযোগ্যতা থেকে পূর্ণ দৈর্ঘ্য অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা নির্ণয় করার জন্য স্পিয়ারম্যান-ব্রাউন (Spearman-Brown) এর সূত্র নিম্নলিখিত পর্যায়ের মাধ্যমে ব্যবহার করা হয়।

॥ এক ॥ অভীক্ষাটিকে একদল নির্বাচিত অভীক্ষার্থীদের উপর প্রয়োগ করা হয়।

॥ দুই ॥ অভীক্ষার সম (even) ক্রমিক সংখ্যাযুক্ত পদগুলি থেকে পৃথক প্রাপ্তাংক নির্ণয় করা হয়। .

॥ তিন ॥ অভীক্ষার বিষম (odd) ক্রমিক সংখ্যাযুক্ত পদগুলি থেকে পৃথক প্রাপ্তাংক নির্ণয় করা হয়।

॥ চার ॥ সম সংখ্যাযুক্ত (even numbered) পদগুলির থেকে নির্ধারিত প্রাপ্তাংক বণ্টন এবং বিষম সংখ্যাযুক্ত (odd numbered) পদগুলি থেকে নির্ধারিত প্রাপ্তাংক বণ্টনের মধ্যে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক নির্ণয় করা হয়। এইভাবে যে গুণাংক বা সূচক (coefficient) পাওয়া যায়, তা খণ্ডিত অংশের নির্ভরযোগ্যতা।

॥ পাঁচ ॥ খণ্ডিত অংশের নির্ভরযোগ্যতা থেকে সম্পূর্ণ অংশ বা সম্পূর্ণ অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা পূর্বোক্ত সূচক প্রয়োগের মাধ্যমে নির্ণয় করা যায়। এই ক্ষেত্রে অভীক্ষার দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির হার দুইগুণ ধরা হয়। কারণ সম্পূর্ণ অভীক্ষাটি প্রতিটি অংশের দ্বিগুণ। ধরা যাক, খণ্ডিত অংশ দু'টির মধ্যে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক হ'ল 0·70 (r'_{11})। তাহলে স্পিয়ারম্যান-ব্রাউনের সূচক অনুসারে সম্পূর্ণ অভীক্ষাটির নির্ভরযোগ্যতা হবে—

$$r_{11}=\frac{2r'_{11}}{1+r'_{11}}$$

(দু'টি ভাগের নির্ণয়কৃত নির্ভরযোগ্যতা থেকে সম্পূর্ণ অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা)

এখানে, r_{11} = সম্পূর্ণ অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতার গুণাংক

r'_{11} = অভীক্ষার দু'টি ভাগের নির্ভরযোগ্যতার গুণাংক

অতএব, $r_{11}=\frac{2\times{}^{\cdot}70}{1+{}^{\cdot}70}=\frac{1{\cdot}40}{1{\cdot}70}=0{\cdot}823$

এই গণনার মধ্য দি'য়ে প্রকাশ পায় যে, যে অভীক্ষার দু'টি খণ্ডিত অংশের মধ্যে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক 0·70 হয় তার নির্ভরযোগ্যতার গুণাংক হ'ল 0·823।

এই অভীক্ষাকে দু'টি অংশে ভাগ করার ফলে তার দৈর্ঘ্যের সম্পূর্ণতাতে কিছু ঘাটতি দেখা যায় যার প্রভাব ঐ অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতার উপর পড়ে। যেমন যেমন ভাবে অভীক্ষার দৈর্ঘ্য বেড়ে যায় তেমনি তেমনি ভাবে অভীক্ষাটির নির্ভর-যোগ্যতাও বেড়ে যায়। আবার অভীক্ষার দৈর্ঘ্য কমে গেলে নির্ভরযোগ্যতাও কমে যায়। সুতরাং অভীক্ষার দৈর্ঘ্যের প্রভাব থেকে মুক্ত হওয়ার জন্য স্পিয়ারম্যান-ব্রাউন নিজের সৃষ্ট সূত্রের সংশোধন ক'রে নিম্নলিখিত সূত্র প্রয়োগ করার উপর গুরুত্ব আরোপ করেন।

$$r_{11}=\frac{nr'_{11}}{1+(n-1)r'_{11}}$$

(n দৈর্ঘ্যের একটি অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতার জন্য স্পিয়ারম্যান-ব্রাউনের সূচক)

এখানে, r_{11} = নির্ণয়কৃত গুণাংক

r'_{11} = দ্বিখণ্ডিত অংশের মধ্যে প্রাপ্ত সহ-সম্বন্ধ গুণাংক

n = অভীক্ষাটিকে বাড়ানো বা কমানোর জন্য পদগুলির সংখ্যা

অর্ধখণ্ডিত নির্ভরযোগ্যতা নির্ণয় করার জন্য গাটম্যানও (Guttman, 1945) একটি সূত্র উদ্ভাবন করেন যার বিশেষত্ব হ'ল যে, অভীক্ষার অর্ধভাগের সহ-সম্বন্ধ নির্ণয় করার কোন প্রয়োজন হয় না। সূত্রটি নিম্নরূপ—

$$r_{11}=2\left(1-\frac{\sigma_a^2\times\sigma_b^2}{\sigma_t^2}\right)$$

(গাটম্যানের সূত্র দ্বারা নির্ভরযোগ্যতা)

এখানে, r_{11} = নির্ণয়কৃত গুণাংক

σ_a এবং σ_b = অর্দ্ধ অভীক্ষার প্রাপ্তাংকের সমক বিচ্যুতি

σ_t = সম্পূর্ণ অভীক্ষার প্রাপ্তাংকের সমক বিচ্যুতি

গাটম্যানের মতানুসারে ত্রুটি ভেদাংক (error variance) হ'ল দু'টি অর্ধভাগ থেকে নির্ণয়কৃত পূর্ণ অভীক্ষার ভেদাংক এবং পূর্ণ অভীক্ষা থেকে প্রাপ্ত ভেদাংকের মধ্যে পার্থক্য।

এই পদ্ধতির দ্বারা নির্ভরযোগ্যতার গুণাংক নির্ণয় করার জন্য রুলনও (Rulon) একটি সূত্র উদ্ভাবন করেন। অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা সম্পর্কিত এই সূত্রের সংজ্ঞা হ'ল—অভীক্ষার সত্য ভেদাংকের (true variance) অনুপাতের ভিত্তিই হ'ল নির্ভরযোগ্যতা। রুলনের মতে সম্পূর্ণ অভীক্ষার ভেদাংক থেকে ত্রুটি ভেদাংক বাদ দি'য়ে নির্ভরযোগ্যতা পাওয়া যায়। প্রাপ্ত উপাত্তগুলি (obtained data) থেকে ত্রুটি ভেদাংক (error variance) জানা যায়। যদি সম এবং বিষম সংখ্যাযুক্ত পদ বিশিষ্ট অভীক্ষার দু'টি অর্ধভাগের জন্য প্রত্যেক ব্যক্তির প্রাপ্তাংকগুলি নির্ধারণ করা যায় তাহলে তাদের পার্থক্য থেকে পরিমাপন ত্রুটি নির্ণয় করা যেতে পারে। তার উপর ভিত্তি ক'রে রুলনের নিম্ন সূত্র প্রয়োগ করা যায়।

$$r_{tt} = 1 - \frac{\sigma_d^2}{\sigma_t^2}$$

(রুলনের সূত্র দ্বারা নির্ভরযোগ্যতা)

এখানে, r_{tt} = নির্ণয়কৃত গুণাংক

d = দু'টি অর্ধভাগের প্রাপ্তাংকের পার্থক্য

σ_d = দু'টি ভাগের পার্থক্যের সমক বিচ্যুতি

σ_t = সম্পূর্ণ প্রাপ্তাংকগুলির সমক বিচ্যুতি

ফ্লানাগানও (Flanagan) রুলনের (Rulon) ন্যায় অন্য একটি সূত্র উদ্ভাবন করেন।

$$r_{tt} = 2\left(1 - \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{\sigma_t^2}\right)$$

(ফ্লানাগানের সূত্র দ্বারা নির্ভরযোগ্যতা)

এখানে, σ_1^2 = প্রথম ভাগের প্রাপ্তাংকের সমক বিচ্যুতির বর্গ

σ_2^2 = দ্বিতীয় ভাগের প্রাপ্তাংকের সমক বিচ্যুতির বর্গ

σ_t^2 = সম্পূর্ণ অভীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলির সমক বিচ্যুতির বর্গ

এই অন্তর্দ্বিখণ্ডিত পদ্ধতি এবং সদৃশ অভীক্ষার মধ্যে যথেষ্ট সাদৃশ্য আছে। এই বিধিতে অভীক্ষাকে মাত্র একবার প্রয়োগ ক'রে প্রয়োগ এবং পুনঃ প্রয়োগেরে মধ্যে অন্তর্বর্তী সময়ের অবসান ঘটানো হয়েছে। ফলে সময়ের অন্তর, অভ্যাস, স্মৃতি

প্রভৃতির কোন প্রভাব প্রাপ্তাংকের উপর পড়ে না এবং অভিজ্ঞতার প্রভাবকে নিয়ন্ত্রণ করা সম্ভব হয়। সদৃশ অভীক্ষার পদ্ধতির ন্যায় দু'টি অভীক্ষা এখানে তৈরী করতে হয় না বলে পরিশ্রম কম হয়। কিন্তু এই পদ্ধতির কিছু নিজস্ব ত্রুটি আছে। প্রথমতঃ এখানে যে খণ্ড অংশ দু'টিকে সদৃশ হিসাবে বিবেচনা করা হয়, বাস্তবে তারা সদৃশ নাও হতে পারে। কারণ দু'টি অংশের মধ্যে সদৃশ্য নির্ণয় করা হয় সম্পূর্ণ অনুমানের উপর ভিত্তি করে। ফলে অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতাও সেই অনুমানের উপর নির্ভরশীল হয়। তাছাড়া n পদবিশিষ্ট একটি অভীক্ষাকে অনেকভাবে $\left[\frac{n(n-1)}{2}\right]$ দ্বিখণ্ডিত করা যায়। এই এক জোড়া অর্দ্ধভাগের জন্য অভীক্ষার এক একটি পৃথক নির্ভরযোগ্যতার মান পাওয়া যেতে পারে। নির্ভরযোগ্যতার মানের এই বিভিন্নতা নির্ভরযোগ্যতার স্থিতিশীলতায় তারতম্য সৃষ্টি ক'রে থাকে। ফলে এর তাৎপর্যও ভিত্তিহীন হ'য়ে পড়ে। এছাড়া এই পদ্ধতির অন্যতম ত্রুটি হ'ল যে, গতি সম্পর্কিত অভীক্ষার (speed test) ক্ষেত্রে এই বিধির প্রয়োগ কখনও সম্ভব হয় না। কারণ গতি সম্পর্কিত অভীক্ষায় প্রায় সমস্ত প্রশ্নগুলির কাঠিন্য মানের স্তর সমান হয়। তার ফলে এই পদ্ধতি প্রয়োগ করা যায় না। এই প্রকার নির্ভরযোগ্যতার গুণাংকে ব্যক্তির প্রতি-দিনের বিচ্যুতিরও কোন গুরুত্ব থাকে না।

॥ চার ॥ যুক্তিনির্ভর আপাতঃ সমান বিধি বা অন্তর্পদীয় খণ্ডিত বিধি (Method of rational equivalence or Inter split-half method)

দ্বিখণ্ডিত বা অন্তর্দ্বিখণ্ডিত পদ্ধতির প্রধান সমস্যা সম্পূর্ণ অভীক্ষাটিকে দু'ভাগে ভাগ করা। কারণ এই বিভাগ যদি সঠিকভাবে করা সম্ভব না হয় তাহলে এক জোড়া বিভাগের (one pair of division) সহ-সম্বন্ধ সম্পূর্ণ অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতার মানকে স্থিতিশীল করতে পারে না। এই ত্রুটি দূর করার জন্য যে পদ্ধতি ব্যবহার করা হয় তাকে যুক্তি নির্ভর আপাতঃ সমানবিধি বা 'অন্তর্পদীয় খণ্ডিত বিধি' বা 'কুডার রিচার্ডসন বিধি' (Method of rational equivalence or Inter-split-half method or Kuder-Richardson method) বলা হয়। এই পদ্ধতিতে অন্যান্য পদ্ধতিগুলির ত্রুটিসমূহ দূর করা যায় এবং অভীক্ষার বিভিন্ন পদগুলির পারস্পরিক সম্বন্ধ এবং পদগুলির সঙ্গে সম্পূর্ণ অভীক্ষার সহ-সম্বন্ধ নির্ণয় করা যায়। একে আভ্যন্তরীণ সামঞ্জস্য গুণাংক (coefficient of internal consistency) বলা হয়। এই বিধির মুখ্য প্রতিপাদ্য বিষয় হ'ল যে, অভীক্ষাতে সংযোজিত হওয়া সমস্ত পদগুলি মনো-বৈজ্ঞানিক দিক দি'য়ে সমধর্মী (homogeneous) হবে। অর্থাৎ অভীক্ষার প্রতিটি পদকে যোগ্যতা, সংলক্ষণ এবং তত্ত্বের বা তত্ত্বের মিশ্রণের সেই অনুপাতে পরিমাপ করা উচিত যে অনুপাতে অন্যান্য পদগুলি পরিমাপ করা হয়। একে 'অন্তবর্তী সামঞ্জস্য' (interim consistency) বলা হয়। এই বিধির বৈশিষ্ট্য হ'ল যে, এতে অভীক্ষার প্রত্যেক পদ উচ্চ সহ-সম্বন্ধ নির্দেশ করে; যদি পদগুলির মধ্যে উচ্চ সমধর্মিতা (homogeneity) না থাকে, তাহলে এই পদ্ধতি নিম্ন নির্ভরযোগ্যতা ব্যক্ত করে।

বাস্তবে এই বিধিতে অভীক্ষাটিকে দ্বিখণ্ডিত করা হয় না। যুক্তিনির্ভর গাণিতিক পদ্ধতিতে অর্ধদ্বিখণ্ডিত করার অনুমানে, খণ্ডাংশের সাদৃশ্যের ভিত্তিতে অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা নির্ধারণ করা হয়। কতকগুলি সর্তসাপেক্ষে কুড়ার-রিচার্ডসন (Kuder-Richardson) প্রকৃত প্রাপ্তাংক (true score), ত্রুটি প্রাপ্তাংক (error score) এবং প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের (obtained score) পারস্পরিক সম্বন্ধ বিশ্লেষণ ক'রে নির্ভরযোগ্যতা নির্ণয়ের কতকগুলি সূত্র তৈরী করেন। এই সব সূত্রের সাহায্যে অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা সহজে এবং নির্ভুলভাবে নির্ধারণ করা সহজ হয়। এই সূত্রগুলির মধ্যে একটি সূত্র হ'ল "কুড়ার রিচার্ডসনের সূত্র 20" (Kuder Richardson formula 20)। এই সূত্রটি প্রয়োগ করার জন্য অভীক্ষার প্রতিটি পদে কতজন উত্তীর্ণ ও অনুত্তীর্ণ হয় সেই সংখ্যা নির্ণয় করতে হয়। সূত্রটি হ'ল—

$$r_{11} = \frac{n}{n-1} \times \frac{\sigma_t^2 - \Sigma pq}{\sigma_t^2}$$

এখানে, r_{11} = অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক

n = অভীক্ষার মোট পদ সংখ্যা

σ_t^2 = প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক বণ্টনের ভেদাংক (variance)

p = প্রত্যেকটি অভীক্ষাপদে উত্তীর্ণ অভীক্ষার্থীর অনুপাত

q = (1 − p) = প্রত্যেক অভীক্ষাপদে অনুত্তীর্ণ অভীক্ষার্থীর অনুপাত

Σpq = p এবং q এর গুণফলের সমষ্টি

এই পদ্ধতি দ্বারা নির্ভরযোগ্যতা নির্ণয় করার জন্য সর্বপ্রথম অভীক্ষার্থীর পরীক্ষা নিয়ে প্রাপ্তাংক নির্ণয় করা হয়। পরে ঐ প্রাপ্তাংকগুলির সমক বিচ্যুতি (σ) নির্ণয় ক'রে তার বর্গ নির্ধারণ করতে হয়। প্রত্যেক পদে সম্পূর্ণ অভীক্ষার্থীরা কোন্ কোন্ অনুপাতে সঠিক এবং ভুল উত্তর দিয়েছে তা পর্যায়ক্রমে p এবং q তে প্রকাশ করা হয়। p কে q দ্বারা গুণ ক'রে প্রত্যেক পদের জন্য pq মানের সমষ্টি নির্ধারণ করতে হয়। যদি একটি অভীক্ষাতে 150টি পদ থাকে তাহলে 150 p এবং q আলাদা আলাদাভাবে নির্ণয় ক'রে উভয়ের গুণফলের সমষ্টি (Σpq) নির্ধারণ করতে হবে। n হ'ল অভীক্ষার পদগুলির মোট সংখ্যা। উদাহরণস্বরূপ, একটি 100 পদ বিশিষ্ট অভীক্ষার সমক বিচ্যুতি হ'ল 12 এবং 10 হ'ল ঐ অভীক্ষার pq এর যোগফলের মান। পূর্বে লিখিত সূত্র অনুসারে এই অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক হবে—

$$r_{11} = \frac{n}{n-1} \times \frac{\sigma_t^2 - \Sigma pq}{\sigma_t^2}$$

$$= \frac{100}{100-1} \times \frac{(12)^2 - 10}{(12)^2}$$

$$= \frac{100}{99} \times \frac{144-10}{144} = 0{\cdot}94$$

এখানে নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক বেশী হওয়াতে অভীক্ষাটি নির্ভরযোগ্য হিসাবে বিবেচিত হয়।

এই সূত্রের সাহায্যে আমরা কোন একটি অভীক্ষা একবার অভীক্ষার্থীদের উপর প্রয়োগ ক'রে তার ফলাফল থেকে নির্ভরযোগ্যতা নির্ধারণ করতে পারি। কিন্তু এখানে গাণিতিক গণনার ক্ষেত্রে কিছুটা জটিলতা আছে। তাই এই অসুবিধা দূর করার জন্য কুডার-রিচার্ডসন অপর একটি সূত্র—কুডার-রিচার্ডসন সূত্র 21—উদ্ভাবন করেন। সূত্রটি নিম্নপ্রকারের—

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \times \left\{1 - \frac{M(n-M)}{n\sigma_t^2}\right\}$$

এখানে, r_{tt} = অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক
n = অভীক্ষার মোট পদসংখ্যা
M = প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির গাণিতিক গড়
σ_t^2 = সমক বিচ্যুতির বর্গ বা প্রাপ্তাংক বণ্টনের ভেদাংক (variance)

এই সূত্রটি জটিল বলে মনে হলেও এর সাহায্যে কাজ করা সহজ এবং সুবিধাজনক। এই সূত্রের সাহায্যে কোন অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা নিম্নলিখিত পর্যায়ক্রমে নির্ণয় করা যায়।

॥ এক ॥ অভীক্ষাটি একদল নির্বাচিত অভীক্ষার্থীদের উপর প্রয়োগ ক'রে তাদের প্রাপ্তাংকের একটি বণ্টন তৈরী করতে হয়।

॥ দুই ॥ প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের বণ্টন থেকে গড় এবং সমক বিচ্যুতি নির্ধারণ করতে হয়।

॥ তিন ॥ সূত্রের সাহায্যে অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক (r_{tt}) নির্ণয় করতে হয়।

এখানে একটি উদাহরণ দেওয়া হ'ল। ধরা যাক, 150টি পদ বিশিষ্ট একটি অভীক্ষা তৈরী ক'রে একদল অভীক্ষার্থীর উপর প্রয়োগ করা হ'ল। প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের গড় 94·2 এবং সমক বিচ্যুতি 24·4 হ'লে সূত্র অনুযায়ী অভীক্ষাটির নির্ভরযোগ্যতা হবে—

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \times \left\{1 - \frac{M(n-M)}{n\sigma_t^2}\right\}$$

$$= \frac{150}{150-1} \times \left\{1 - \frac{94{\cdot}2(150-94\ 2)}{150(24{\cdot}4)^2}\right\}$$

$$= \frac{150}{149} \times \left(1 - \frac{94{\cdot}2 \times 55{\cdot}8}{150 \times 595\ 36}\right)$$

$$= \frac{150}{149} \times \left(1 - \frac{5256{\cdot}36}{89304}\right)$$

$$= 1{\cdot}006 \times 0{\cdot}94$$

$$= 0{\cdot}95$$

এই সূত্রটি মূল সূত্রের (সূত্র – 20) বিকল্প হিসাবে ব্যবহার করা হয়। এই সূত্রটি ত্রুটি মুক্ত নয়। নির্ভুলভাবে নির্ভরযোগ্যতা নির্ধারণ করতে হ'লে কুডার-রিচার্ডসনের মূল সূত্রটি প্রয়োগ করতে হয়। এই সূত্রটি ব্যবহার করতে হ'লে অভীক্ষা পদগুলি অবশ্যই সমধর্মী (homogeneous) হবে। সুতরাং এই পদ্ধতির সঠিকত্ব অভীক্ষার পদগুলির প্রকৃতির উপর নির্ভর করে। অভীক্ষার পদগুলি সমধর্মী না হ'লে এই পদ্ধতিতে যে নির্ভরযোগ্যতা পাওয়া যায় তাতে কিছু ভুল থেকে যাবে। তাছাড়া অর্ধ-খণ্ডিত পদ্ধতির ন্যায় গতি অভীক্ষার (speed test) নির্ভরযোগ্যতা নির্ণয়ে এই পদ্ধতি প্রয়োগ করা যায় না।

কুডার-রিচার্ডসনের পদ্ধতির মত হয়েটও (Hoyt, 1941) নির্ভরযোগ্যতা নির্ণয় করার একটি পদ্ধতি উদ্ভাবন করেন। এই বিধি অনুসারে একটি পদ থেকে অন্য পদের উত্তর বের করার ক্ষেত্রে ব্যক্তির ভিন্নতা বা বিচ্যুতি ত্রুটি থাকে না। বরং সঠিক পার্থক্য পাওয়া যায় যাকে 'অন্তঃ ব্যক্তির অন্তর' (intra-individual difference) বলা হয়। নির্ভরযোগ্যতা নির্ণয় করার সময় এতে কোন গুরুত্ব দেওয়া হয় না। হয়েটের মতানুসারে নির্ভরযোগ্যতা হ'ল "......total variation observed is conceived to be made up of three components : true inter-individual differences, intra-individual differences (measured by item variance) and error inter-individual differences."

নির্ভরযোগ্যতা সম্বন্ধে হয়েট নিম্নলিখিত সমীকরণ প্রকাশ করেন :

$$\sigma_x^2 = \sigma_t^2 + \sigma_i^2 + \sigma_e^2$$

এখানে, σ_x^2 = প্রাপ্তাংকগুলির ভেদাংক

σ_i^2 = পদের ভেদাংক

σ_e^2 = ত্রুটি ভেদাংক

σ_t^2 = সমষ্টি বা যোগের ভেদাংক

সুতরাং হয়েটের মতে নির্ভরযোগ্যতার উপযুক্ত সংজ্ঞা নিম্নভাবে করা যেতে পারে।

$$V'_x = \frac{\sigma_t^2}{\sigma_x^2 - \sigma_i^2} = \frac{(\sigma_x^2 - \sigma_i^2) - \sigma_e^2}{\sigma_x^2 - \sigma_i^2}$$

ভেদাংক বিধি (Variance method) প্রয়োগ করার পর নির্ভরযোগ্যতার গণনা নিম্নলিখিত সমীকরণের দ্বারা করা যেতে পারে।

$$V'_{xx} = \frac{M_{sind} - M_{sresi}}{M_{sind}}$$

এখানে, V'_{xx} = নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক

M_{sind} = ব্যক্তির প্রাপ্তাংকের গড়ের বিচ্যুতির গড় বর্গ

M_{sresi} = পদ এবং ব্যক্তির প্রাপ্তাংকের বিচ্যুতি বাদ দেওয়ার পর অবশিষ্ট বিচ্যুতিগুলির গড় বর্গ

নির্ভরযোগ্যতা নির্ধারণ করার জন্য যে চারটি সহ-সম্বন্ধ গুণাংকভিত্তিক বিধির উল্লেখ এখানে করা হ'ল সেগুলির মধ্যে কুডার-রিচার্ডসনের পদ্ধতিই সর্বাধিক প্রচলিত। এই পদ্ধতিতে নির্ভরযোগ্যতা অপেক্ষাকৃত নির্ভুলভাবে নির্ণয় করা যায়। এতে এই সব ক'টি বিধির সীমিত প্রয়োগ আছে। কারণ সময়ের ব্যবধানে অভীক্ষার্থীদের মধ্যে কতটা পরিবর্তন ঘটে থাকে তা এই বিধিগুলি দ্বারা নির্ণয় করা যায় না। মানসিক এবং শিক্ষাবিষয়ক পরিমাপের ক্ষেত্রে সময়ের ব্যবধানে অভীক্ষার্থীদের অভিজ্ঞতার পরিবর্তন হয়। ফলে এই পরিবর্তনশীলতার ধর্মকে অস্বীকার ক'রে অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা যদি পরিমাপ করা হয়, তাহলে তা অর্থহীন হ'য়ে পড়ে। এই দিক থেকে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক ভিত্তিক সব পদ্ধতিগুলিই ত্রুটিপূর্ণ। তা সত্ত্বেও অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা নির্ণয় করার জন্য এই পদ্ধতিগুলিই ব্যবহার করা হয়। তাই এই বিধিগুলির তুলনামূলক বিচার প্রয়োজন। এই বিধিগুলির মূল বৈশিষ্ট্যগুলি তুলনামূলক বিশ্লেষণের পরিপ্রেক্ষিতে সারণী 10·1এ উল্লেখ করা হল। (পৃঃ ২১৩)

পূর্বের আলোচনায় নির্ভরযোগ্যতা নির্ণয় করার যে সকল সর্বগ্রাহ্য এবং বহুল প্রচলিত পদ্ধতিগুলির উল্লেখ করা হ'য়েছে সেগুলি ছাড়াও এমন কিছু পদ্ধতি আছে যেগুলি থেকে অভীক্ষা বা পরিমাপের নির্ভরযোগ্যতা নির্ধারণ করা যেতে পারে। এখানে ঐগুলির উল্লেখ করা নিতান্ত আবশ্যক।

নির্ভরযোগ্যতার সূচক
(Index of Reliability)

কোন অভীক্ষায় ব্যক্তির প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলি (obtained scores) এবং প্রকৃত প্রাপ্তাংকগুলির (true scores) মধ্যে যে সহ-সম্বন্ধ পাওয়া যায় তাকে **নির্ভরযোগ্যতার সূচক** বলা হয়। অর্থাৎ এখানে এর থেকে বোঝা যায় যে, অমুক অভীক্ষাতে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলি এবং প্রকৃত প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যে কতটা পার্থক্য আছে। এটা নির্ণয় করার জন্য নিম্নলিখিত সূত্র প্রয়োগ করা হয়।

$$r_1 = \sqrt{r_{11}}$$

এখানে, r_1 = প্রাপ্ত এবং প্রকৃত প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যে সহ-সম্বন্ধ বা নির্ভরযোগ্যতার সূচক

r_{11} = অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতার গুণাংক

এখানে নির্ভরযোগ্যতা গুণাংককে (r_{11}) নির্ভরযোগ্যতা সূচক (r_1) বলা হয়। যদিও নির্ভরযোগ্যতার সূচকের (index of reliability) সঙ্গে নির্ভরযোগ্যতা গুণাংকের (coefficient of correlation) কোন ব্যবহারিক সম্পর্ক নেই, তবুও এর থেকে প্রকাশ পায় যে, কিভাবে অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতার গুণাংক প্রকৃত ভেদাংকের (true variance) পরিমাপ করে। যদি একটি অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতার গুণাংক (r_{11}) ·72 হয়, তাহলে তার নির্ভরযোগ্যতার সূচক

সারণী—10.1

নির্ভরযোগ্যতা নির্ণয়করণের পদ্ধতিসমূহ এবং সংশ্লিষ্ট বৈশিষ্ট্যগুলি

নির্ভরযোগ্যতা নির্ণয়করণের পদ্ধতি	নির্ণয় কৌশল	তাৎপর্য	নির্ভরযোগ্যতার মান
পুনঃপরীক্ষণ বিধি	একই অভীক্ষা একই দলের অভীক্ষার্থীদের উপর যে কোন সময়ের ব্যবধানে তু'বার প্রয়োগ ক'রে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক নির্ণয় করা হয়।	নির্ভরযোগ্যতা প্রাপ্তাংকের স্থিরতা (Stability) নির্দেশ ক'রে থাকে।	নির্ভরযোগ্যতার মান মাঝারি থেকে উচ্চমান সম্পন্ন হয়।
সমান্তরাল বা সদৃশ অভীক্ষা বিধি	একই অভীক্ষার্থী দলের উপর তু'টি সদৃশ অভীক্ষা পর পর তু'বার প্রয়োগ ক'রে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক নির্ণয় করা হয়।	নির্ভরযোগ্যতা প্রাপ্তাংকের সাদৃশ্য নির্দেশ ক'রে থাকে।	নির্ভরযোগ্যতার মান মাঝারি থেকে উচ্চমান সম্পন্ন হয়।
অর্ধখণ্ডিত বিধি	একটি অভীক্ষাকে তু'টি ভাগে ভাগ ক'রে একই অভীক্ষার্থী দলের উপর প্রয়োগ করা হয় এবং যে প্রাপ্তাংকগুলি পাওয়া যায় তাদের মধ্যে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক নির্ণয় করা হয়। এই গুণাংক সম্পূর্ণ অভীক্ষার জন্য কত হবে তা স্পীয়ারম্যান-ব্রাউনের সূত্র অনুসারে নির্ধারণ করা হয়।	নির্ভরযোগ্যতার সাহায্যে আভ্যন্তরীণ সামঞ্জস্য জানা যায়।	নির্ভরযোগ্যতার মান সব সময় উচ্চমানের হয়।
অন্তর্পদীয় খণ্ডিত বিধি	একই অভীক্ষা একবার প্রয়োগ ক'রে কুডার-রিচার্ডসনের সূত্রের সাহায্যে নির্ভরযোগ্যতা নির্ধারণ করা হয়।	নির্ভরযোগ্যতার সাহায্যে আভ্যন্তরীণ সামঞ্জস্য জানা যায়।	নির্ভরযোগ্যতার মান সাধারণতঃ কম হয়।

$r_1 = \sqrt{\cdot 72} = \cdot 85$ হবে। এখানে এটা নির্দেশ করে যে, অভীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলির নির্ভরযোগ্য পরিমাপ প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলি এবং প্রকৃত প্রাপ্তাংকগুলি থেকে কতটা উপযুক্ত (appropriate)।

পরিমাপের আদর্শ ত্রুটি
(Standard error of measurement)

কোন অভীক্ষা অভীক্ষার্থীদের উপর পুনঃপুনঃ প্রয়োগ করলে দেখা যায় যে, প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের মান পরিবর্তন হ'চ্ছে। অভীক্ষার্থীদের প্রাপ্ত এই প্রাপ্তাংকের পরিবর্তনের সংগে অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতার একটি সম্পর্ক আছে। যদি দেখা যায় যে, পুনঃপুনঃ প্রয়োগের ফলে অভীক্ষা থেকে লব্ধ অভীক্ষার্থীদের প্রাপ্তাংকের হার বেশী হ'চ্ছে, তাহলে বোঝা যাবে যে, অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা কম হবে। পক্ষান্তরে অভীক্ষার্থীদের প্রাপ্তাংকের হার যদি কম হয়, তাহলে অভীক্ষাটি নির্ভরযোগ্য হবে। পুনঃপুনঃ প্রয়োগের ফলে একটি পরিমাপের প্রাপ্তাংকগুলি কি হারে পরিবর্তন হয়, তা বোঝানোর জন্য যে গাণিতিক মান ব্যবহার করা হয়, তাকে পরিমাপের আদর্শ ত্রুটি (Standard error of measurement) বলা হয়। পরিমাপের এই আদর্শ ত্রুটি দ্বারা পরিমাপের নির্ভরযোগ্যতা বিচার করা যায়। স্বাভাবিক বণ্টনের নিয়ম অনুসারে যে কোন পরিমাপ $\pm$SE এর মধ্যে শতকরা 68 ভাগ সময় থাকবে। অর্থাৎ 32 ভাগ সময় ঐ সীমার বাইরে থাকবে। সুতরাং অভীক্ষায় প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের আদর্শ ত্রুটি নির্ধারণ ক'রে ঐ অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা সম্পর্কে ধারণা করা যেতে পারে। আদর্শ ত্রুটি বেশী হ'লে অভীক্ষার প্রাপ্তাংকে পরিবর্তনের মাত্রা বেশী হবে, ফলে অভীক্ষাটির নির্ভরযোগ্যতা কম হবে। বিপরীতভাবে, আদর্শ ত্রুটি কম হ'লে অভীক্ষার প্রাপ্তাংকে পরিবর্তনের হার কম হবে এবং অভীক্ষাটি বেশী নির্ভরযোগ্যরূপে বিবেচিত হবে। সুতরাং আদর্শ ত্রুটি নির্ণয় করার মাধ্যমে অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা গাণিতিক বিচারে স্থিতিশীল হিসাবে বিবেচিত হয়।

যে কোন অভীক্ষা বা পরিমাপের আদর্শ ত্রুটি সেই অভীক্ষা বা পরিমাপের নিভরযোগ্যতা গুণাংকের সঙ্গে নিম্নসূত্রের সাহায্যে সম্পর্কযুক্ত করা যায়।

$$SE_{(\text{Meas})} = \sigma\sqrt{1 - r_{11}}$$

এখানে, $SE_{(\text{Meas})}$ = পরিমাপের আদর্শ ত্রুটি

σ = প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক বণ্টনের সমক বিচ্যুতি

r_{11} = নির্ভরযোগ্যতার গুণাংক

ধরা যাক, যদি কোন অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক (r_{11}) ·85 এবং সমক বিচ্যুতি (SD) 15 হয় তাহলে ঐ অভীক্ষার আদর্শ ত্রুটি সূত্রানুযায়ী $SE_{(\text{Meas})} = 15\sqrt{1 - \cdot 85} = 15\sqrt{\cdot 15} = 15 \times \cdot 3873 - 5\cdot 81$ হবে। সুতরাং সূত্রানুসারে প্রাপ্ত আদর্শ ত্রুটির মানের পরিপ্রেক্ষিতে সুস্পষ্টভাবে বলা যেতে পারে যে, পরিমাপের

আদর্শ ত্রুটি নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক এবং সমক বিচ্যুতির উপর নির্ভরশীল। উদাহরণ-স্বরূপ যদি একটি অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক (r_{11}) ·70 এবং সমক বিচ্যুতি 6 হয়, তাহলে অভীক্ষাটির আদর্শ ত্রুটি (SE_{Meas}) 3·3 হবে। কিন্তু যদি ঐ অভীক্ষার সমক বিচ্যুতি একই রূপ থাকে এবং তার নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক 80 বা ·90 হয়, তাহলে অভীক্ষাটির আদর্শ ত্রুটি (SE_{Meas}) যথাক্রমে 2·7 বা 1·9 হবে। এর থেকে বোঝা যায় যে, পরিমাপের নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক এবং আদর্শ ত্রুটি প্রতিগামী হিসাবে সহ-সম্বন্ধিত (inversely correlated) হ'য়ে থাকে। যদি নির্ভরযোগ্যতার গুণাংক 1 হয়, তাহলে পরিমাপের আদর্শ ত্রুটি 0 হবে। অর্থাৎ একটি পরিমাপ যত বেশী নির্ভরযোগ্য হবে তার আদর্শ ত্রুটি ততই কম হবে। ফলে পরিমাপটির ভবিষ্যদ্বাণী করার ক্ষমতাও বেশী হবে। এই আদর্শ ত্রুটির মাধ্যমে অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা প্রকাশের সবচেয়ে বড় সুবিধা হল যে, আদর্শ ত্রুটির একক এবং প্রাপ্তাংকের একক একই থাকে। কারণ আদর্শ ত্রুটির মান এবং প্রকৃত প্রাপ্তাংকগুলি (raw scores) পরিবর্তিত প্রাপ্তাংকগুলির (derived scores) স্থিতিতে স্বাভাবিক বণ্টনের লেখ-চিত্রের (Normal Pobability curve) উপর ন্যস্ত থাকে। তার ফলে পরিমাপের ক্ষেত্রে কতটুকু ত্রুটি হ'চ্ছে, তা সহজে বলা যায়। কিন্তু সহ-সম্বন্ধ গুণাংক নির্ভরযোগ্য পদ্ধতির মাধ্যমে পরিমাপের ক্ষেত্রে কতটুকু ত্রুটি হচ্ছে তা সহজে বলা সম্ভব হয় না; কারণ এই গুণাংক একটি সূচক মাত্র এবং এর কোন একক নেই। আদর্শ ত্রুটির ক্ষেত্রে দেখা গেছে যে, পরীক্ষণ দল (experimental group) নির্বিশেষে আদর্শ ত্রুটির মান স্থিতিশীল থাকে। কিন্তু সহ-সম্বন্ধ গুণাংক পরীক্ষণ দলের প্রকৃতি ভেদে পরিবর্তনশীল হয়। এই কারণে আদর্শ ত্রুটির মানকে আদর্শায়িত অভীক্ষার নির্ভর-যোগ্যতা সূচক হিসাবে ব্যবহার করা হয়। যখন এমন দু'টি অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা তুলনা করতে চাওয়া হয় যারা ভিন্ন এককে পরিমাপ ক'রে থাকে, তখন আদর্শ ত্রুটি কার্যকরী হয় না। এইরূপ ক্ষেত্রে নির্ভরযোগ্যতা গুণাংককে তুল্যাঙ্ক হিসাবে বিবেচনা করতে হয়। আবার যখন আদর্শ ত্রুটি বিভিন্ন আয়ু স্তর এবং যোগ্যতা স্তর অনুযায়ী পরিবর্তিত হয়, তখনও পরিমাপের নির্ভরযোগ্যতা সূচক হিসাবে আদর্শ ত্রুটিকে ব্যবহার করা যায় না। যখন কোন অভীক্ষার এককগুলি মূল বা ভারযুক্ত প্রাপ্তাংক-গুলির (raw or weighted scores) সাহায্যে পাওয়া যায় তখনও পরিমাপের আদর্শ ত্রুটি দ্বারা দুই বা অধিক অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা তুলনা করা যেতে পারে না। কিন্তু যখন সংখ্যাগুলিকে সুস্পষ্ট সংখ্যায় যেমন 104 বুদ্ধ্যঙ্কে (I Q.) পাওয়া যায় তখন পরিমাপের আদর্শ ত্রুটি দ্বারা নির্ভরযোগ্যতাকে তুলনা করা যেতে পারে।

অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা প্রভাবিতকারী স্থিতিসমূহ

(Conditions influencing test-reliability)

অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা কোন সিদ্ধান্ত নয়; কেবলমাত্র পরিমাপের স্থিরতার মাত্রাকে (degree of consistency of measurement) বোঝায়। সুতরাং কোন

মনোবৈজ্ঞানিক বা শিক্ষাবিষয়ক অভীক্ষাকে সম্পূর্ণভাবে নির্ভরযোগ্য বলা যেতে পারে না। কারণ একই ব্যক্তি বিভিন্ন সময়ে অভীক্ষা থেকে যে ফলাফল প্রাপ্ত হয় তার মধ্যে পার্থক্য দেখা যায়। যদি অভীক্ষাটি সম্পূর্ণভাবে নির্ভরযোগ্য হোত, তাহলে ঐ ব্যক্তির অভীক্ষালব্ধ ফলাফলে কোন পার্থক্য পাওয়া যেত না। অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতার এই পরিবর্তনশীলতা যে সব স্থিতির (conditions) জন্য ঘটে থাকে সেই স্থিতিগুলি মূলতঃ নিম্ন প্রকারের হয়।

॥ **এক** ॥ ব্যক্তির সাধারণ গুণাবলী এবং যোগ্যতাসমূহের মধ্যে প্রকৃত পার্থক্যসমূহ।

॥ **দুই** ॥ ব্যক্তির বিশেষ গুণাবলী এবং যোগ্যতাসমূহের মধ্যে পার্থক্যসমূহ।

॥ **তিন** ॥ অভীক্ষা প্রয়োগ করার বা পরীক্ষা নেওয়ার দক্ষতা।

॥ **চার** ॥ অভ্যাস এবং প্রশিক্ষণের প্রভাব।

॥ **পাঁচ** ॥ প্রয়োগকালীন সময়ের পার্থক্যের প্রভাব।

॥ **ছয়** ॥ অভীক্ষার্থীদের ব্যক্তিগত বিশেষত্বসমূহ, যেমন মনোযোগ, অস্থিরতা, অভিপ্রেরণ, স্বাস্থ্য, ক্ষমতা স্তর এবং সংবেগাত্মক স্তর।

॥ **সাত** ॥ পরীক্ষাকালীন ভৌতিক অবস্থা, যেমন তাপমাত্রা, আলো-বাতাস, বসার ব্যবস্থা প্রভৃতি।

॥ **আট** ॥ বিভিন্ন আকস্মিক কারণ, যেমন গোলমাল, বাধা, পেন্সিলের শিস ভাঙ্গা বা কলমের কালি ফুরিয়ে যাওয়া, নির্দেশ অনুসারে বোঝায় অসুবিধা প্রভৃতি।

॥ **নয়** ॥ উত্তরগুলি অনুমান করা।

॥ **দশ** ॥ অভীক্ষার্থীর প্রাপ্তাংকে বিচ্যুতি।

পূর্বোক্ত প্রকারের সমস্ত স্থিতিগুলি অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতাকে প্রভাবিত ক'রে থাকে।

নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক প্রভাবিতকারী উপাদানসমূহ
(Factors influencing reliability coefficient)

আমরা ইতিপূর্বে উল্লেখ করেছি যে, মনোবৈজ্ঞানিক এবং শিক্ষাবিষয়ক পরিমাপের ক্ষেত্রে সম্পূর্ণ নির্ভরযোগ্যতা কোন সময়ে পাওয়া যায় না। দেখা গেছে যে, কোন অভীক্ষা অভীক্ষার্থীদের উপর দু'বার প্রয়োগ করলে দু'বারের পরিমাপ সমান হয় না। কিন্তু পরিমাপের আদর্শগত মানের কথা চিন্তা ক'রে আমাদের সর্বদা চেষ্টা করতে হয় যাতে আমরা সম্পূর্ণ নির্ভরযোগ্য পরিমাপ পেতে পারি। এই উদ্দেশ্য পূর্ণ করতে হ'লে যে সব উপাদনসমূহ পরিমাপের নির্ভরযোগ্যতা হ্রাসের কারণ হিসাবে চিহ্নিত করা যায় সেগুলির উল্লেখ করা হ'ল।

॥ এক ॥ **বয়সের ব্যাপ্তি (Age range) :** বয়সের ব্যাপ্তি অভীক্ষার নির্ভর-যোগ্যতাকে প্রভাবিত ক'রে থাকে। যে অভীক্ষা যত বেশি পরিমাণে বয়স ভেদে ব্যক্তিদের উপর প্রয়োগ করা যায়, সেই অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা তত বেশি হয়। ধরা যাক, একটি অভীক্ষা 12 বছর বয়সের ছেলেমেয়েদের যোগ্যতা পরিমাপের

উপযোগী এবং অপর একটি অভীক্ষা 11 বছর থেকে 16 বছর বয়সের ছেলেমেয়েদের যোগ্যতা পরিমাপের জন্য উপযুক্ত। এখানে শেষোক্ত অভীক্ষাটির নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক বেশী হবে, কারণ এই অভীক্ষাটি বয়স ভেদে বেশী সংখ্যক অভীক্ষার্থীদের পরিমাপ করে। এই পরিপ্রেক্ষিতে বলা যায় যে, যে অভীক্ষার প্রয়োগ যত ব্যাপক হয় সেই অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতাও তত বেশি হয়।

॥ দুই ॥ **দলসমষ্টির প্রসার** (**Group-range**) **:** দলসমষ্টির প্রসারও নির্ভর-যোগ্যতা গুণাংককে প্রভাবিত করে। যদি কোন দলসমষ্টির প্রসার বেশি হয়, কিংবা কোন অভীক্ষাকে অধিক সংখ্যক দলসমষ্টির উপর প্রয়োগ করা হয় তাহলে ঐ অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক বেশি হয়। সমধর্মী (homogeneous) দল-সমষ্টি অপেক্ষা বিষমধর্মী (heterogeneous) দলসমষ্টির উপর প্রয়োগ করা অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক অপেক্ষাকৃতভাবে বেশি হয়। তাছাড়া দলসমষ্টির সংলক্ষণ এবং যোগ্যতাগুলিতে যত বেশি বৈচিত্র্য থাকবে সেই দলসমষ্টির উপর প্রয়োগ করা অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক অপেক্ষাকৃতভাবে বেশি হবে। সুতরাং নির্ভর-যোগ্যতা গুণাংকের উপর দলসমষ্টি প্রসারের প্রভাব পড়ে থাকে।

॥ তিন ॥ **প্রাপ্তাংকের প্রসার** (**Score-range**) **:** কোন অভীক্ষার প্রাপ্তাংকের প্রসার যত বেশি হবে তার নির্ভরযোগ্যতা গুণাংকও তত বেশি হবে। এর বিপরীত কম প্রাপ্তাংক প্রসার যুক্ত অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক কম হয়। উদাহরণস্বরূপ, যদি একটি অভীক্ষার প্রাপ্তাংকের প্রসার 20 থেকে 44 হয় এবং অপর একটি অভীক্ষার প্রাপ্তাংকের প্রসার 20 থেকে 25 হয়, তাহলে প্রথম অভীক্ষাটির নির্ভরযোগ্য গুণাংক বেশি হয়। কারণ প্রথমটির ক্ষেত্রে প্রাপ্তাংকের প্রসার বেশি।

॥ চার ॥ **অভীক্ষার দৈর্ঘ্য** (**Test-length**) **:** নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক অভীক্ষার দৈর্ঘ্যের উপর নির্ভর করে। দৈর্ঘ্য এবং নির্ভরযোগ্যতার সম্বন্ধ নিম্নলিখিত সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় করা যায়।

$$r_{nn} = \frac{nr_{11}}{1+(n-1)r_{11}}$$

এখানে, $r_{nn} = n$ গুণ দীর্ঘ অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা বা মূল অভীক্ষা যতগুণ দীর্ঘ হয় ততগুণ বাড়ানো দীর্ঘ অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা

r_{11} = মূল অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা

n = অভীক্ষার বর্ধিত দৈর্ঘ্য (যে গুণিতক হারে বাড়ানো হ'য়েছে)

উদাহরণস্বরূপ, যদি আমাদের কাছে এমন একটি শব্দ বিন্যাসযুক্ত অভীক্ষা থাকে যার পদ সংখ্যা হ'ল 20 এবং নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক ·50, তাহলে এই অভীক্ষাটি যখন 5 গুণ দৈর্ঘ্যে বেড়ে যাবে, অর্থাৎ এর 20 পদ সংখ্যার স্থানে 100টি পদ সংখ্যা হবে, তখন পূর্বোক্ত সূত্রের সাহায্যে নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক হবে—

$$r_{nn} = \frac{5(\cdot 50)}{1+(5-1)\cdot 50} = \cdot 83$$

এর থেকে স্পষ্টভাবে বোঝা যাবে যে, অভীক্ষার দৈর্ঘ্য যত বেড়ে যাবে তার নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক তত বেশী হবে। তাছাড়া অভীক্ষার দৈর্ঘ্য বাড়ার সঙ্গে সঙ্গে পরিমাপের আকস্মিক ত্রুটিসমূহও (chance errors) কমে যায় এবং অভীক্ষা সঠিকভাবে ব্যক্তির বিশেষত্বগুলি পরিমাপ করে। এই কারণে অর্ধখণ্ডিত বিধিতে দু'টি আলাদা ভাগ অপেক্ষা সম্পূর্ণ অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক বেশি হয়। শুধু তাই নয়, উপ-অভীক্ষা (sub-test) অপেক্ষা সম্পূর্ণ অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক বেশী হয়। উদাহরণস্বরূপ 7 বছর 6 মাস বয়সের 200 জন বালকের উপর ওয়েসলার বেলভিউ (Weschler-Bellevue) বুদ্ধি অভীক্ষা প্রয়োগ ক'রা হল এবং নির্ভর-যোগ্যতা গুণাংক নিরূপণ করা হ'ল। যেখানে উপ-অভীক্ষাগুলির নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক ·59 থেকে ·84 পর্যন্ত হ'য়ে থাকে সেখানে সম্পূর্ণ অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক ·92 হয়।

॥ পাঁচ ॥ **অভীক্ষায় সময়ের ব্যবধান (Time-interval in test) :** অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা গুণাংকের উপর সময়ের ব্যবধানের প্রভাব বেশী পড়ে। যদি একটি অভীক্ষাকে দু'টি অবস্থা ভেদে যত বেশী সময়ের ব্যবধানে ব্যক্তি সমষ্টির উপর প্রয়োগ করা হয়, তাহলে তার নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক তত বেশি মাত্রায় কম হয়। কারণ সময়ের ব্যবধান ব্যক্তিসমষ্টির অনুভব এবং সংবেগাত্মক স্থিতিতে প্রভাব বিস্তার ক'রে থাকে। ধরা যাক্, যদি একটি অভীক্ষাকে এক সপ্তাহ সময়ের ব্যবধানে দু'বার প্রয়োগ করার পরে ·74, এক মাস পরে ·69, দু'মাস পরে ·57 এবং ছ'মাস পরে ·52 সহ-সম্বন্ধ পাওয়া যায়, তাহলে সময়ের ব্যবধান অভীক্ষাটির নির্ভরযোগ্যতা হ্রাসের কারণ হয়।

॥ ছয় ॥ **অভ্যাস এবং অনুভবের প্রভাব (Influence of habit and perception) :** নির্ভরযোগ্যতা গুণাংকের উপর অভ্যাস এবং অনুভবের প্রভাব পড়ে। প্রায়ই দেখা যায় যে, যে অভীক্ষার প্রয়োগ দু'বার করা হয়, অভ্যাস এবং ব্যক্তির আগ্রহ, অভিবৃত্তি, আচরণ প্রভৃতি পরিবর্তন সৃষ্টিকারী অনুভবগুলি সেই অভীক্ষার উপর প্রভাব বিস্তার ক'রে থাকে।

॥ সাত ॥ **মূল্যায়নের সামঞ্জস্য (Consistency of evaluation) :** এমন কিছু অভীক্ষা আছে যার মূল্যায়ন বিধি আত্মনিষ্ঠ (subjective) হয় এবং অভীক্ষা লব্ধ প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যে পার্থক্য ঘটে। প্রাপ্তাংকগুলির এই পার্থক্য মূল্যায়নের সামঞ্জস্যের মাত্রা (degree of consistency) কমিয়ে দেয়। ফলে অভীক্ষার নির্ভর-যোগ্যতা স্থিতিশীল হয় না। উদাহরণস্বরূপ, প্রক্ষেপী অভীক্ষাবলী যার মূল্যায়নে কোন নির্দিষ্ট পদ্ধতি নেই ; বিভিন্ন মনোবিজ্ঞানী বিভিন্ন দৃষ্টি কোণ থেকে যার মূল্যায়ন ক'রে থাকেন ; সেই অভীক্ষাগুলি থেকে যে প্রাপ্তাংকগুলি পাওয়া যায় সেগুলির মধ্যে সামঞ্জস্যের অভাব দেখা যায় এবং সামঞ্জস্যের এই তারতম্য অভীক্ষাগুলির নির্ভর-যোগ্যতার উপর প্রভাব বিস্তার করে।

॥ আট ॥ **অভীক্ষার তুল্যাংকমান নির্ধারণের প্রভাব (Influence of determining test-norm) :** যদি অভীক্ষার তুল্যাংকমান নির্ধারণ প্রক্রিয়া ত্রুটিমুক্ত না হয় তাহলে অভীক্ষার প্রাপ্তাংকে কিছু না কিছু পরিমাপ ত্রুটি হওয়ার সম্ভাবনা থাকে। যদি অভীক্ষার নির্দেশাবলীতে অভীক্ষা প্রয়োগ করার সময় কিছু পরিমাণে ত্রুটি ঘটে যায় তাহলে অভীক্ষা নির্ভরযোগ্য হয় না। স্থতরাং অভীক্ষা শুরু করার পূর্বেই অভীক্ষার্থীদের ব'লে দেওয়া উচিত যে তারা সমস্ত প্রশ্নের উত্তর দিতে পারে কিংবা নাও পারে। যদি পরীক্ষা করার সময় কোন বিশেষ সামগ্রী, যেমন পেন্সিল, স্কেল প্রভৃতি অভীক্ষার্থীদের আবশ্যক হয়, তাহলে সেগুলিও তাদের সামনে রেখে দেওয়া উচিত। যদি অভীক্ষার্থীরা পরীক্ষা চলাকালীন কোন প্রশ্ন জিজ্ঞাসা করে তাহলে অভীক্ষকের পূর্বেই ঠিক ক'রে নেওয়া উচিত যে, কিভাবে সেই প্রশ্নের উত্তর দেওয়া যেতে পারে এবং অভীক্ষার্থীরা কিভাবে প্রশ্নগুলি জিজ্ঞাসা করতে পারে সে সম্বন্ধেও তাঁর সচেতন থাকা উচিত। এর ব্যতিক্রমে অভীক্ষার্থীদের মনে বিভ্রান্তির সৃষ্টি হবে এবং তার প্রভাব নির্ভরযোগ্যতার উপর পড়বে।

অভীক্ষার স্বল্প নির্ভরযোগ্যতার কারণসমূহ
(Causes of low reliability of test)

পরিমাপের তুল্যাংকমানের জন্য আমাদের সবসময় সম্পূর্ণ নির্ভরযোগ্য অভীক্ষার আবশ্যক হয়। এই উদ্দেশ্য লাভ করতে হ'লে অভীক্ষা রচনার সময় বিশেষ কতকগুলি ব্যবস্থা গ্রহণ করতে হয়। এই ব্যবস্থার মধ্যে প্রধান হ'ল নির্ভরযোগ্যতা কমানোর স্থিতিগুলি নিয়ন্ত্রণ করা। সেই জন্য কোন্ কোন্ অবস্থা অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা কমিয়ে দেয়, বা অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যে পার্থক্য সৃষ্টি করে তা জানা আবশ্যক হয়। নির্ভরযোগ্যতা কম হওয়ার কারণগুলি নানান প্রকারের হয় এবং সেগুলির উল্লেখ পূর্বেই করা হয়েছে। কিন্তু কিভাবে এই কারণগুলির উদ্ভব ঘটে থাকে এখানে তা উল্লেখ করা হয়েছে। উৎপত্তির দিক থেকে নির্ভরযোগ্যতা হ্রাসের কারণগুলিকে ন্থনলের (Nunnally) মতানুসারে মূলতঃ তিন শ্রেণীতে ভাগ করা যেতে পারে—(1) কতকগুলি কারণ অভীক্ষার মধ্যে অন্তর্নিহিত থাকে, (2) কতকগুলি কারণ অভীক্ষার্থীদের দিক থেকে আসে, এবং (3) কতকগুলি কারণ পরীক্ষকদের দিক থেকে আসে। এই সব কারণগুলি বিশ্লেষণ করলে দেখা যাবে যে, যে সব কারণগুলি বৈধতা কমায় সেই সব কারণগুলি অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা কমিয়ে দেয়।

(1) **অভীক্ষার অন্তর্নিহিত কারণগুলি (Causes in the test itself) :** অক্ষীক্ষার রচনাকালীন ত্রুটির জন্য নির্ভরযোগ্যতা অনেক সময়ই কম হয়। এইসব ত্রুটির মধ্যে বিশেষভাবে উল্লেখযোগ্য হ'ল—

॥ এক ॥ **অভীক্ষা পদের দৈর্ঘ্য (Length of test-items) :** অভীক্ষা-পদের দৈর্ঘ্যের উপর অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা নির্ভর করে। যদি অভীক্ষাপদের সংখ্যা বাড়ানো হয় তাহলে অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা বৃদ্ধি পায়। প্রয়োজনের

তুলনায় এই পদ সংখ্যা কম হ'লে অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা কম হয়। কারণ পদসংখ্যা বৃদ্ধি পেলে অভীক্ষার্থী নিজস্ব ক্ষমতা প্রকাশ করার সুযোগ পায় এবং ঐ পদসংখ্যা কম হ'লে সে তার নিজস্ব ক্ষমতা প্রকাশের সুযোগ পায় না। অভীক্ষার দৈর্ঘ্য এবং তার নির্ভরযোগ্যতার মধ্যে যে সম্পর্ক আছে স্পীয়ারম্যান এবং ব্রাউন (Spearman and Brown) গাণিতিক সূত্রের সাহায্যে বিশেষ কয়েকটি শর্তাধীনে তা নিরূপণ করেছেন। সূত্রটি নিম্নরূপ—

$$r_{tt} = \frac{nr_{11}}{1+(n-1)r_{11}}$$

এখানে, r_{tt} = দীর্ঘায়িত অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা (reliability of lenthened test)

r_{11} = সংক্ষিপ্ত অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা (reliability of shortened test)

n = অভীক্ষার দৈর্ঘ্য যে গুণিতক হারে বাড়ানো হয় (the multiple by which length of the test is increased)

উদাহরণস্বরূপ, ধরা যাক, 40টি পদযুক্ত একটি অভীক্ষা তৈরী করা হয়েছে। এই অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক হ'ল ·60। এখন যদি অভীক্ষার পদসংখ্যা দ্বিগুণ করা হয়, তাহলে অভীক্ষাটির মোট পদসংখ্যা হবে 80টি। সূত্রানুসারে এই অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক হবে—

$$r_{tt} = \frac{2\times \cdot 60}{1\times(2-1)\times \cdot 60} = \frac{1\cdot 20}{1\times 60}$$

$$= \frac{1\cdot 20}{1\,60} = \cdot 75$$

আবার যদি অভীক্ষার পদসংখ্যা তিনগুণ করা হয়, তাহলে উপরোক্ত সূত্র অনুসারে দীর্ঘায়িত অভীক্ষাটির নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক হবে—

$$r_{tt} = \frac{3\times \cdot 60}{1+(3-1)\times \cdot 60} = \frac{1\cdot 80}{1\times 2\times \cdot 60} = \frac{1\cdot 80}{1+1\cdot 20}$$

$$= \frac{1\cdot 80}{2\cdot 20} = \cdot 818$$

বিভিন্ন পর্যায়ে প্রাপ্ত নির্ভরযোগ্যতা গুণাংকগুলি বিশ্লেষণ করলে দেখা যায় যে, অভীক্ষার দৈর্ঘ্য যে অনুপাতে বাড়ানো হয়, সেই অনুপাতে তার নির্ভরযোগ্যতা বাড়ে না। আরও দেখা গেছে যে, অভীক্ষার দৈর্ঘ্য খুব বাড়ালে নির্ভরযোগ্যতা বৃদ্ধির অনুপাত ক্রমশঃ কমতে থাকে। তবুও বাঞ্ছিত নির্ভরযোগ্যতা পেতে গেলে অভীক্ষার দৈর্ঘ্য বাড়ানোর গুরুত্বকে অস্বীকার করা যায় না। যদি একজন অভীক্ষক নিজের তৈরী অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক ·53 হিসাবে পান এবং এই গুণাংক কম হিসাবে বিবেচনা করেন, তাহলে তিনি এই গুণাংক বাড়ানোর জন্য নিম্নলিখিত সূত্র গ্রহণ ক'রে থাকেন।

বর্ধিত অভীক্ষার দৈর্ঘ্য

$$= \frac{(\text{বাঞ্ছিত নির্ভরযোগ্যতা}) \times (1 - \text{প্রাপ্ত নির্ভরযোগ্যতা})}{(\text{প্রাপ্ত নির্ভরযোগ্য}) \times (1 - \text{বাঞ্ছিত নির্ভরযোগ্যতা})}$$

ধরা যাক, যদি কোন অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক ·53 হয় এবং অভীক্ষা নির্মাতা কমপক্ষে এই গুণাংক ·75 পর্যন্ত বাড়াতে চান, তা'হলে অভীক্ষার দৈর্ঘ্য বা পদগুলির সংখ্যা উপরিউক্ত সূত্র অনুযায়ী 2·66 গুণ বাড়াতে হয়। আবার ধরা যাক, যদি মূল অভীক্ষাতে 50টি প্রশ্ন থাকে, তাহলে বর্ধিত অভীক্ষার পদসংখ্য 133 হবে। এইভাবে নির্ভরযোগ্যতা বাড়ানোর জন্য যদি কোন অভীক্ষার পদসংখ্যা খুব বেশী বড় করা হয়, তাহলে সেই অভীক্ষাটি প্রয়োগ করার ক্ষেত্রে খুবই অসুবিধায় পড়তে হয়। অভীক্ষার্থীরা সব পদের উত্তর দিতে অপারগ হয়, দায়সারাভাবে কাজ শেষ করে এবং মানসিক ভারসাম্য হারিয়ে ফেলে। ফলে প্রাপ্ত প্রতিক্রিয়া-সমূহ বিশ্লেষণ ক'রে বাঞ্ছিত নির্ভরযোগ্যতা পাওয়া যায় না। সেইজন্য কোন অভীক্ষাই খুব বেশী বড় করা উচিত নয়। অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা স্থিতিশীল রাখার জন্য তার দৈর্ঘ্য খুব ছোট বা খুব বড় করা উচিত নয়। কারণ অভীক্ষার দৈর্ঘ্য খুব ছোট বা খুব বড় হ'লে নানান ধরনের ত্রুটি দেখা দিতে পারে এবং তার নির্ভরযোগ্যতার স্থিতিশীলতাও ব্যাহত হতে পারে।

॥ **দুই** ॥ অসামঞ্জস্য অভীক্ষাপদ অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা কমিয়ে দেয়। অভীক্ষার পদগুলি যদি খুব সহজ কিংবা খুব কঠিন হয়, তাহলে এই পদগুলি যখন অভীক্ষার্থীদের উপর প্রয়োগ ক'রে যে প্রত্যুত্তরগুলি পাওয়া যায় তখন এই প্রত্যুত্তরগুলির মাধ্যমে ভাল-মন্দ বিচার করা যায় না। কারণ সহজ পদগুলি যেমন সকল অভীক্ষার্থীরা সহজে উত্তর করতে পারবে তেমনি কঠিন পদগুলির উত্তর প্রায় কেউই দিতে পারবে না। ফলে এই ধরনের প্রতিক্রিয়াগুলির সাহায্যে ভাল-মন্দের মধ্যে তফাৎ করা যাবে না এবং বাস্তবে পরিমাপের ক্ষেত্রে এই অভীক্ষার কোন মূল্য নেই। কাজেই কোন অভীক্ষা তৈরী করার সময় অভীক্ষা পদগুলি বিভিন্ন কাঠিন্যমানের ভিত্তিতে নির্বাচন ক'রে অভীক্ষায় সংযোজন করতে হয়। ফলে যে অভীক্ষা পাওয়া যায় সেই অভীক্ষার সাহায্যে যেমন ভাল-মন্দের বিচার করা যায় তেমনি অভীক্ষাটি যে উদ্দেশ্যে তৈরী করা হয়েছে সেই উদ্দেশ্য অভীক্ষাটির সাহায্যে পূর্ণ করা সহজ হয় এবং তার নির্ভরযোগ্যতা গুণাংকও অধিক স্থিতিশীল হয়।

॥ **তিন** ॥ অভীক্ষা পদগুলির বিন্যাসের মধ্যে সামঞ্জস্য না থাকলে অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা কম হয়। কোন অভীক্ষার্থী কোন অভীক্ষার পদগুলি সমাধান করতে গি'য়ে প্রথমেই যদি কঠিন পদের সম্মুখীন হয় এবং সেটি উত্তর করতে ব্যর্থ হয় তা'হলে সে তার মানসিক স্থিতির (mental set) ভারসাম্য হারিয়ে ফেলতে পারে। ফলে ঐ অভীক্ষা দ্বারা তার বিশেষ বৈশিষ্ট্য পরিমাপ করা সম্ভব হয় না। এইজন্য ইতঃস্তত বিক্ষিপ্তভাবে সাজানো পদগুলি দ্বারা রচিত অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা কম

হয়। তাই কোন অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা বাড়াতে হ'লে ঐ অভীক্ষার পদগুলি কাঠিন্যমান অনুসারে সাজিয়ে অভীক্ষাটির রচনা সম্পূর্ণ করতে হয়।

॥ চার ॥ অভীক্ষার পদগুলির মধ্যে একই পদ বিভিন্ন আকারে সংযোজিত হ'লে অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা কম হয়। কারণ যদি একটি পদের সঠিক উত্তর অপর পদের উত্তরের মধ্যে পাওয়া যায় তা'লে অভীক্ষাটি অভীক্ষার্থীর জ্ঞানের প্রকৃত প্রসারের পরিমাপ করতে পারে না। ফলে অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা কম হয়। তাই অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা বাড়াতে হ'লে অভীক্ষার পদগুলি এমনভাবে তৈরী করতে হয় যাতে তারা পরস্পর নিরপেক্ষ হয় এবং তাদের পুনরাবৃত্তি না ঘটে।

॥ পাঁচ ॥ অভীক্ষার পদগুলি উত্তর করার সময় যদি অনুমানের ভিত্তিতে উত্তর করার সুযোগ থাকে, তা'হলে অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা কমে যায়। বস্তুনিষ্ঠ অভীক্ষা পদের (objective test item) ক্ষেত্রে অনুমানের উপর ভিত্তি ক'রে উত্তর দানের অনেক সুযোগ থাকে। তাই এই ধরনের অভীক্ষাপদগুলি এমনভাবে নির্বাচন করতে হয় যাতে অভীক্ষার্থীরা অনুমানের উপর ভিত্তি ক'রে উত্তর দান করার সুযোগ না পায়। কিন্তু বস্তুনিষ্ঠ অভীক্ষার ক্ষেত্রে এই ধরনের নিয়ন্ত্রণ সবসময় সম্ভব হয় না। তাই অভীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলি নিরূপণের সময় একটি সংশোধনমূলক সূত্র ব্যবহার করা হয়। এই সূত্রের সাহায্যে অভীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলি নিম্নরূপে নির্ণয় করা যায়।

$$S = R - \frac{W}{N-1}$$

এখানে, S = প্রকৃত প্রাপ্তাংক
R = নির্ভুল উত্তরের সংখ্যা
W = ভুল উত্তরের সংখ্যা
N = বিকল্প উত্তরের সংখ্যা

উদাহরণস্বরূপ, ধরা যাক যে, একটি অভীক্ষায় 10টি হাঁ-না নিরূপণ শ্রেণীর (Yes-No type) পদ আছে। পরীক্ষার্থী তার মধ্যে 7টি প্রশ্নের সঠিক উত্তর করেছে। যদি প্রতিটি পদের সঠিক উত্তরের জন্য প্রাপ্তাংক 1 হয়, তা'হলে পূর্বোক্ত সূত্রানুসারে তার প্রকৃত প্রাপ্তাংক হবে—

$$S = 7 - \frac{3}{2-1,} = 7 - 3 = 4$$

[এখানে, R = 7, W = N - R = 10 - 7 = 3, N = 2)

॥ ছয় ॥ অনেক সময় অভীক্ষার মধ্যে এমন সব পদ সংযোজিত হয় যেগুলি অভীক্ষার্থীদের মনে বিভ্রান্তির সৃষ্টি করে এবং যার ফলে তাদের বিশেষ মানসিক বৈশিষ্ট্য ও শিক্ষাজনিত যোগ্যতা পরিমাপ করা সম্ভব হয় না। এই ধরনের পদগুলিকে 'Catch items' বা 'বিভ্রান্তি সৃষ্টিকারী পদ' বলা হয়। এই পদগুলির জন্য অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা কমে যায়। পরিমাপের ক্ষেত্রে এদের গুরুত্ব থাকে না ব'লে অভীক্ষা পদ হিসাবে এদের একেবারে নির্বাচন না করাই উচিত।

॥ **সাত** ॥ যে সমস্ত অভীক্ষা পদ অভীক্ষার্থীদের সংবেগাত্মক দিক দি'য়ে বিচলিত ক'রে সেই পদগুলি অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা কমিয়ে দেয়। কারণ এইরূপ অবস্থায় অভীক্ষার্থীরা তাদের মানসিক ভারসাম্য হারিয়ে ফেলে এবং তাদের উত্তরগুলির মাধ্যমে তাদের মানসিক সংগঠনের প্রকৃত পরিচয় পাওয়া যায় না। সুতরাং যে কোন অভীক্ষার পদগুলি নির্বাচনের ক্ষেত্রে বিশেষ যত্ন নেওয়া উচিত।

উপরোক্ত আলোচনার পরিপ্রেক্ষিতে লক্ষ্য করা যায় যে, অভীক্ষার ক্রটিগুলি অভীক্ষা তৈরী করার সময়ই আসে। ফলে অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা কম হওয়া স্বাভাবিক। সেই কারণে এই পদগুলি সঠিকভাবে নিয়ন্ত্রণ ক'রে নির্বাচন করতে পারলে অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা স্বাভাবিকভাবে বেড়ে যাবে।

(2) **অভীক্ষার্থী কেন্দ্রিক কারণগুলি (Causes concerning the testees) :** অনেক ক্ষেত্রে অভীক্ষার্থীদের নানান ব্যক্তিগত অবস্থার জন্য অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা কমে যায়। এইগুলির মধ্যে অভীক্ষার্থীদের মানসিক অবস্থা বিশেষভাবে দায়ী।

॥ **এক** ॥ অভীক্ষা প্রয়োগ করার সময় অভীক্ষার্থীদের মানসিক প্রস্তুতি না থাকলে, অর্থাৎ তাদের মধ্যে সহযোগিতার অভাব ঘটলে অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা কমে যায়।

॥ **দুই** ॥ যখন কোন অভীক্ষা অভীক্ষার্থীদের উপর প্রয়োগ করা হয় তখন তাদের মধ্যে মানসিক স্থিরতার অভাব ঘটলে কিংবা মানসিক চাঞ্চল্য দেখা দিলে অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা কমে যায়।

॥ **তিন** ॥ অভীক্ষার্থীদের মেজাজের পরিবর্তন, শারীরিক বাধাসমূহ, বাড়ীর সমস্যাবলী প্রভৃতি এমন অনেক ঘটনা আছে যা একটি পর্যায় থেকে অপর পর্যায় পর্যন্ত অভীক্ষার মূল্যায়নে অসংগতি সৃষ্টি করে। একইভাবে শিশু ও বয়স্কদের যোগ্যতা এবং ব্যক্তিত্ব সম্বন্ধীয় বিশেষত্বগুলিও দৈনন্দিন পরিবর্তিত হয়। একদিন ব্যক্তি কখনও অধিক ফুর্তিবাজ, খুশ-মেজাজ এবং আশাবান হ'য়ে থাকে; আবার সেই ব্যক্তিকে অন্যদিন স্থির, নিরাশ এবং দুঃখীরূপে দেখা যায়। এই ধরনের দৈনিক বিচ্যুতি অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা কমিয়ে দেয়। এদের প্রভাব বিশেষভাবে ব্যক্তিত্ব অভীক্ষার উপর এবং সাধারণভাবে বুদ্ধি, কার্যসম্পাদন অভীক্ষাবলী এবং শিক্ষাবিষয়ক অভীক্ষার উপর পড়ে।

॥ **চার** ॥ অভীক্ষার পদগুলির উত্তর দানের কৌশল সম্বন্ধে অভীক্ষার্থীদের অজ্ঞতা অভীক্ষার্থীদের নির্ভরযোগ্যতা কমিয়ে দেয়। কাজেই অভীক্ষার শুরুতে কিছু অভ্যাস-মূলক অভীক্ষা পদের সংযোজন থাকা উচিত। কারণ এই অভ্যাসমূলক অভীক্ষা পদের উত্তর দানের মধ্য দি'য়ে অভীক্ষার্থীরা অভীক্ষা সম্পর্কিত সমস্যাবলীর সঙ্গে পরিচিত হ'তে পারে এবং অভীক্ষাটি তাদের কাছে সহজ বলে মনে হয়।

॥ **পাঁচ** ॥ অভীক্ষার্থীর দৈহিক বিভিন্ন অবস্থা অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা নির্ণয়ে অসুবিধা ঘটিয়ে থাকে। প্রথমবার অভীক্ষা প্রয়োগকালীন সময়ে অভীক্ষার্থী তার দৈহিক অসুস্থতার জন্য অস্বাচ্ছন্দ্য বোধ থেকে অভীক্ষার পদগুলির ঠিক উত্তর করতে

না পারে এবং দ্বিতীয়বার প্রয়োগের সময় সে সুস্থ অবস্থায় সহজভাবে পদগুলির উত্তর দিতে পারে, তা'হলে তার দু'ধারের প্রাপ্তাংকের মধ্যে পার্থক্য ঘটে থাকে। তার ফলে অভীক্ষার সঠিক নির্ভরযোগ্যতা নির্ণয় করা যায় না।

॥ ছয় ॥ অভীক্ষার প্রয়োগ এবং পুনঃ প্রয়োগের মধ্যে যে সময়ের ব্যবধান হয় সেই সময় ব্যবধানে অভীক্ষার্থীর জ্ঞান এবং অভিজ্ঞতা বৃদ্ধি অভীক্ষা বা পরিমাপের নির্ভরযোগ্যতা কমিয়ে দেয়।

॥ সাত ॥ অভীক্ষার্থীর সংবেগাত্মক ভারসাম্যের অভাবজনিত তারতম্য অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা কমিয়ে দেয়।

অভীক্ষার্থীর আভ্যন্তরীণ অবস্থার দরুণ অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা হ্রাসের এই কারণগুলি অভীক্ষার্থীর পক্ষে বা অভীক্ষা রচনাকারীর পক্ষে নিয়ন্ত্রণ করা সম্ভব হয় না। অভীক্ষা প্রয়োগকারীকে এই পরিস্থিতিগুলি নিয়ন্ত্রণ করতে হয়।

(3) **পরীক্ষক কেন্দ্রিক কারণগুলি (Causes concerning the experimenter) ঃ** পরীক্ষক অনেক সময় অভীক্ষা প্রয়োগ করতে গিয়ে যে ভুল ক'রে থাকেন তার জন্য অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতার অভাব ঘটে। অভীক্ষকের যে সব ভুলের জন্য অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা বিশেষভাবে কমে যায়, সেগুলিকে পাঁচ ভাগে ভাগ করা যায়—

॥ **প্রথম** ॥ অভীক্ষকের ব্যক্তিগত মতামত বা পছন্দ-অপছন্দ অনেক সময় অভীক্ষার উত্তর পত্রের মান নির্ণয়ে প্রভাব বিস্তার ক'রে থাকে। এই ব্যক্তিগত প্রভাব অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা কমিয়ে দেয়।

॥ **দ্বিতীয়** ॥ অভীক্ষা প্রয়োগের ক্ষেত্রে অভীক্ষা কিভাবে প্রয়োগ করতে হয় সে সম্বন্ধে অভীক্ষকের জ্ঞানের অভাব ঘটলে অভীক্ষক সঠিকভাবে অভীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলি নির্ণয় করতে পারে না। ফলে অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা কমে যায়।

॥ **তৃতীয়** ॥ অভীক্ষক অভীক্ষার্থীদের মানসিক অবস্থা সঠিকভাবে না বুঝে অভীক্ষা প্রয়োগ করলে নির্ণয়কৃত প্রাপ্তাংকগুলিতে ত্রুটি দেখা যায় যা অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা কমিয়ে দেয়। সুতরাং যে কোন অভীক্ষা গ্রহণ করার আগে অভীক্ষার্থীদের অভীক্ষা সম্পর্কে মানসিক প্রস্তুতি গঠন করার সুযোগ দিতে হবে এবং তাদের অভীক্ষা গ্রহণে আগ্রহী ক'রে তুলতে হবে। এই ক্ষেত্রে অভীক্ষক ব্যর্থ হ'লে অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা কমে যায়।

॥ **চতুর্থ** ॥ অভীক্ষার মূল্যায়নে সৃষ্ট ত্রুটিগুলিও অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা কমিয়ে দেয়। বহুচয়ন অভীক্ষাতে (multiple choice test) মূল্যায়নের ত্রুটিগুলি প্রায়ই যান্ত্রিক হয়। যদি অভীক্ষক নিজে মূল্যায়ন নির্ধারণ ক'রে থাকেন তা'হলেও ত্রুটিযুক্ত মূল্যায়নের সম্ভাবনা হ'তে পারে। সঠিক বা ভুল প্রত্যুত্তর গণনা করাতেও ত্রুটি হ'তে পারে। তাছাড়া বস্তুনিষ্ঠ (objective) অপেক্ষা নিবন্ধাত্মক অভীক্ষাতে (subjective test) অভীক্ষকের অভিমতও (biasness) মূল্যায়নে ত্রুটি সৃষ্টি করতে পারে। ফলে অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা কমে যেতে পারে।

পূর্বোক্ত আলোচনায় অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা হ্রাসের যে সমস্ত কারণগুলি তিনটি শ্রেণীতে উল্লেখ করা হয়েছে অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা বিশ্লেষণ করার সময় সেগুলি বিশেষভাবে বিবেচনা করা আবশ্যক। কেবলমাত্র প্রাপ্ত নির্ভরযোগ্যতা গুণাংকের ভিত্তিতে অভীক্ষার তাৎপর্য নির্ধারণ করা ত্রুটিপূর্ণ হবে। সুতরাং অভীক্ষা রচনার সময় এবং প্রয়োগের সময় পূর্বোক্ত কারণগুলি দূর করা, কমপক্ষে নিয়ন্ত্রণ করা, বিশেষ প্রয়োজন।

গ্রহণযোগ্য অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা
(Acceptable Test-reliability)

যে কোন অভীক্ষা বা পরিমাপ কতটা নির্ভরযোগ্য হ'লে তা গ্রহণযোগ্য হবে সেই সমস্যা সমাধানের জন্যে বিশেষভাবে অভীক্ষা বা পরিমাপের উদ্দেশ্যগুলি বিচার করতে হয়। শিক্ষাবিষয়ক পরিমাপের ক্ষেত্রে অভীক্ষার্থীদের মধ্যে সূক্ষ্ম পার্থক্য নির্ণয় করা উদ্দেশ্য হ'লে সে ক্ষেত্রে অবশ্যই নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক ·90 থেকে ·95 পর্যন্ত হওয়া উচিত। আবার যদি পরিমাপের মূল উদ্দেশ্য পার্থক্য নির্ণয় করা হয়, তাহলে সেক্ষেত্রে অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক ·70 থেকে ·85 পর্যন্ত হওয়া উচিত। অনেক সময় নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক নিম্নমানের হওয়ার জন্য অভীক্ষাকে ত্রুটিপূর্ণ ব'লে বর্জন করার কথা বিবেচনা করা হয়। কিন্তু এ সিদ্ধান্ত ভুল। কারণ অভীক্ষক এই ধরনের অবস্থার সম্মুখীন হ'লে তাঁকে অন্যান্য বিষয়গুলি বিবেচনা ক'রে দেখা উচিত। তাছাড়া নির্ভরযোগ্যতার হ্রাস অনেক ক্ষেত্রে অভীক্ষার্থী বা পরীক্ষকের ব্যক্তিগত কারণেও ঘটে থাকে। সুতরাং অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতার তাৎপর্য নির্ণয় সম্পূর্ণভাবে অভীক্ষকের সিদ্ধান্তের উপর নির্ভরশীল।

প্রাসঙ্গিক গ্রন্থ নির্দেশিকা

Anastasi, A. (1968) : Psychological Testing. New York : Macmillan Co.

Carmel, L. J. (1970) : Measurement and Evaluation in the School. London : Longmans, Green & Co.

Cronbach, L.G. (1956) : Essentials of Psychological Testing. New York : Harper & Row.

Freeman, F. S. (1976) : Theory and Practice of Psychological Testing. New Delhi : Oxford & IBH Publishing Co.

Ghiselli, E.E. (1964) : Theory of Psychological Measurement. New York : McGraw-Hill.

Garrett, H.E. (1958) : Statistics in Psychology and Education, London : Longmans, Green & Co.

Guilford, J.P. (1954) : Psychometric Methods. New York : McGraw-Hill

Kuder G. F. & Richardson, M. W. (1937) : The Theory of Test Reliability : Psychometrica, 2, 151—160

Mursell, J.L. (1956) : Psychological Testing. London : Longmans, Green & Co.

Nunnelly, J. C. (1981) : Psychometric Theory. New Delhi : Tata McGraw-Hill.

একাদশ পরিচ্ছেদ

পরীক্ষা ও নৈর্ব্যক্তিকতা
(Examination and Objectivity)

শিক্ষার উদ্দেশ্য হ'ল ব্যক্তির সর্বাঙ্গীন আচরণের উপযুক্ত পরিবর্তন সাধন করা এবং সেই পরিবর্তন বিভিন্ন ধারায় দেখা যায়। কতখানি পরিবর্তন সাধিত হয়েছে জানতে গেলে মূল্যায়নের প্রয়োজন হয়। নির্দিষ্ট সময়ে বিশেষ বিশেষ উপায়ে এই পরিবর্তন ঘটে থাকে। কখন শ্রেণীতে শিক্ষাদান, কখন অনুকূল শিক্ষামূলক পরিবেশ রচনা ও অনুরূপ আন্যান্য আয়োজন শিক্ষার্থীর সামগ্রিক আচরণকে প্রভাবিত করে। বিদ্যালয়ে কোন্ শিক্ষার্থী কতখানি জ্ঞান ও নৈপুণ্য আহরণ করল তা জানতে হ'লে মূল্যায়নের প্রয়োজন হয়। এই মূল্যায়নের ক্ষেত্রে পরীক্ষার একটি বিশেষ স্থান আছে। তাই পরীক্ষা গ্রহণ শিক্ষা এবং বিশেষ বিশেষ বৃত্তি নির্বাচনের ক্ষেত্রে এক গুরুত্বপূর্ণ কৌশল হিসাবে বিবেচিত হ'য়ে থাকে।

পরীক্ষার উপযোগিতা (Utility of Examination)

পরীক্ষা পদ্ধতি কয়েকটি বিশেষ উদ্দেশ্য নিয়ে উদ্ভাবিত হয়েছে। যেমন, শিক্ষার্থীর নৈপুণ্য ও অর্জিত জ্ঞানের পরিমাপ করা, শিক্ষার্থী কোন্ বৃত্তির উপযুক্ত তা স্থির করা, শিক্ষকের যোগ্যতা ও শিক্ষাপদ্ধতির কার্যকারিতা নিরূপণ করা। তাছাড়া পরীক্ষা শিক্ষার্থীকে বিষয়বস্তু আয়ত্ব ও হৃদয়ঙ্গম করতে অনুপ্রেরিত করে। পরীক্ষা আছে বলেই অনেক শিক্ষার্থী প্রস্তুতি আনার জন্য বিদ্যাভ্যাস করে। তাই পরীক্ষাকে শিক্ষণের প্রেষণা (motivation) শক্তির উৎস বলা হয়। আবার পরীক্ষার ফলে শিক্ষার্থীদের দুর্বলতাও ধরা পড়ে, তাদের আগ্রহ সম্বন্ধেও শিক্ষকের ধারণা হয়। ফলে তাদের ভুলত্রুটি সম্পর্কে তাঁরা সচেতন হন। আদর্শ পরীক্ষার উদ্দেশ্য হ'ল পরীক্ষার্থীর সর্বাঙ্গীণ বৃদ্ধির পরিমাপ করা, কেবলমাত্র মানসিক বা বৌদ্ধিক বিকাশের পরিমাপই নয়, দৈহিক ও সামাজিক প্রগতির পরিমাপক হ'ল এই পরীক্ষা।

বিদ্যালয় সংগঠনের ক্ষেত্রেও পরীক্ষা বিশেষ সহায়ক হয়। কারণ বিদ্যালয়ে শ্রেণীবিন্যাস, সময়-তালিকা নির্ণয়, সহপাঠক্রমিক কাজের পরিচালনা, পাঠক্রম নির্ধারণ প্রভৃতি সবকিছুই পরীক্ষার দ্বারা প্রভাবিত হয়। তাছাড়া শিক্ষাবিষয়ক ও বৃত্তিবিষয়ক নির্দেশনার ক্ষেত্রেও পরীক্ষা-পদ্ধতি বিশেষ সহায়ক হয়। পরীক্ষার্থীদের সম্বন্ধে জানতে হ'লে তাদের বিভিন্ন বৃত্তি, শক্তি-সামর্থ্য ও রুচিকে জানতে হবে। নির্দেশনার বৈজ্ঞানিক ভিত্তি গড়ে তুলতে হ'লে তাই পরীক্ষা-নিরীক্ষার প্রয়োজন হয়।

পরীক্ষা ব্যবস্থার ত্রুটিসমূহ
(Limitations of Examination System)

গতানুগতিক পরীক্ষা ব্যবস্থায় অনেক ত্রুটি দেখা যায়। তাদের মধ্যে বিশেষ কয়েকটি উল্লেখযোগ্য। যেমন, অসম্পূর্ণ পরিমাপ, নির্ভরযোগ্যতা ও বৈধতার অভাব,

নৈর্ব্যক্তিকতার অভাব, সময় নির্ধারণের ত্রুটি, মুখস্থ বিদ্যার উপর গুরুত্ব আরোপ প্রভৃতি। তাছাড়া পরীক্ষার ফলে অবাঞ্ছনীয় প্রতিযোগীতামূলক মনোভাব গড়ে ওঠে। সংক্ষেপে বলা যায় যে, পরীক্ষা শিক্ষার্থীর মনের সামগ্রিক বিকাশের নির্দেশক নয়। পরীক্ষার সাহায্যে আমরা কেবলমাত্র বিদ্যালয়ের পাঠ্যবিষয়ে শিক্ষার্থীর অর্জিত জ্ঞান সম্পর্কে ধারণা লাভ করতে পারি। কিন্তু তার বিকাশের অন্যদিক গতানুগতিক পরীক্ষায় জানা যায় না।

যে যে ভাবে পরীক্ষার সংস্কার করা যায় সেগুলির মধ্যে আদর্শায়িত অভীক্ষা গঠন, ধারাবাহিক মূল্যায়ন ও নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্ন গঠন বিশেষভাবে উল্লেখযোগ্য। নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্নগুলির মধ্যে বিভিন্নতা দেখা যায়। নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্নের বৈশিষ্ট্য হ'ল যে, একটির বেশী উত্তর তাতে থাকে না। তাছাড়া উত্তর সংক্ষিপ্ত হওয়ার জন্য পরীক্ষার্থীর বিশেষ লেখার প্রয়োজন হয় না। এই ধরনের পরীক্ষায় অনেক প্রকার প্রশ্নের সমাবেশ দেখা যায়। যেমন, (i) সংক্ষিপ্ত উত্তর, (ii) সম্পূর্ণীকরণ, (iii) সত্য-মিথ্যা নিরূপণ, (iv) যোজ্যতা নির্ণয়, (v) বহুমুখী নির্বাচন, (vi) শ্রেণী বিন্যাস করণ ও (vii) উপমান নির্ণয়।

গতানুগতিক নিবন্ধাত্মক পরীক্ষা ও নৈর্ব্যক্তিক অভীক্ষার গুণাগুণ বিচার করলে দেখা যায় যে, বিশেষ বিশেষ ক্ষেত্রে নিবন্ধাত্মক পরীক্ষায় ত্রুটি থাকা সত্ত্বেও যেমন উপযোগী হিসাবে বিবেচিত হয় তেমনি নৈর্ব্যক্তিক অভীক্ষার ক্ষেত্রে একই কথা বলা যায়।

নিবন্ধাত্মক পরীক্ষার সংস্কার
(Reforms of Essay-type Examination)

নিবন্ধাত্মক পরীক্ষা সংস্কার করা সম্পর্কে আলোচনা করার পূর্বে এই পরীক্ষায় ব্যবহৃত প্রশ্নের বৈশিষ্ট্য সম্বন্ধে কিছু উল্লেখ করা প্রয়োজন। কারণ পরীক্ষায় ব্যবহৃত প্রশ্নগুলির বৈশিষ্ট্যসমূহ নিবন্ধাত্মক পরীক্ষার ত্রুটিগুলি দূর করতে এবং পরীক্ষা ব্যবস্থাকে তাৎপর্যপূর্ণ ক'রে তুলতে সহায়ক হয়। একথা বলা যায় যে, নিবন্ধাত্মক প্রশ্নকে সাধারণতঃ একক পদ-বিশিষ্ট পরীক্ষা হিসাবে বিবেচনা করা হয়। এখানে একটি অভীক্ষা পদের মধ্য দি'য়ে শিক্ষার্থীদের নানান ধরনের বৈশিষ্ট্য পরিমাপের চেষ্টা করা হয়। যেমন, একটি নিবন্ধাত্মক প্রশ্নের মাধ্যমে পরীক্ষার্থীদের বিষয় জ্ঞান, ভাষা জ্ঞান, বিষয়বস্তু সামঞ্জস্যপূর্ণভাবে উপস্থাপনের ক্ষমতা প্রভৃতি অনেকগুলি বৈশিষ্ট্য পরিমাপ করার চেষ্টা করা হয়। সাধারণভাবে যে প্রশ্নগুলি পরীক্ষার্থীকে উত্তরের উপাদান নির্বাচনে, উপাদানগুলির সুবিন্যাসে এবং সেগুলির লিখিত উপস্থাপনে স্বাধীনতা দেয় সেই প্রশ্নগুলিকে নিবন্ধাত্মক প্রশ্ন বলা হয়।

নিবন্ধাত্মক প্রশ্নের বৈশিষ্ট্য (Characteristics of essay-type

questions)—নিবন্ধাত্মক প্রশ্নের পূর্বঘোষিত সংজ্ঞা বিশ্লেষণ করলে আমরা তার কতকগুলি বৈশিষ্ট্য লক্ষ্য ক'রে থাকি। বৈশিষ্ট্যগুলি হ'ল নিম্নরূপ—

॥ **এক** ॥ এই প্রশ্নগুলির সাহায্যে একদিকে যেমন শিক্ষার্থীদের বিষয়গুলি সরাসরিভাবে পরিমাপ করা যায় তেমনি অন্যান্য জটিল শিখনলব্ধ জ্ঞান, তাদের বোধগম্যতা, চিন্তন ক্ষমতা, সমস্যা সমাধানের ক্ষমতা প্রভৃতি গুরুত্বপূর্ণ মানসিক বৈশিষ্ট্যসমূহ বিকাশের হার সম্বন্ধে জানা যায়।

॥ **দুই** ॥ যেহেতু নিবন্ধাত্মক পরীক্ষায় একটি প্রশ্নের মাধ্যমে অনেকগুলি শিখন ফলশ্রুতি পরিমাপ করা হয়, সেই হেতু পরীক্ষার প্রশ্নপত্র বা অভীক্ষা এরকম কয়েকটি (৫টি থেকে ৬টি) প্রশ্নের সাহায্যে তৈরী করা যায়।

॥ **তিন** ॥ যেহেতু একটি প্রশ্নের মাধ্যমে অনেকগুলি শিখনলব্ধ বৈশিষ্ট্য পরিমাপ করা হয় এবং এই ধরনের অভীক্ষার বা প্রশ্নপত্রের প্রত্যেকটি প্রশ্ন সামঞ্জস্যপূর্ণ হয়, সেইহেতু এই অভীক্ষায় সীমিত সংখ্যক প্রশ্নের সমাবেশ কোন বিষয়ের সমগ্র ক্ষেত্রটি অন্তর্ভুক্ত করতে পারে না।

॥ **চার** ॥ এই পরীক্ষায় শিক্ষার্থীরা উত্তরদানের সম্পূর্ণ স্বাধীনতা পায়।

॥ **পাঁচ** ॥ এই পরীক্ষায় মান-নির্ণয়ের কোন আদর্শায়িত পদ্ধতি না থাকায় পরীক্ষক পরিমাপের সময় নিজ নিজ ব্যক্তিগত প্রভাব আরোপ করার সুযোগ পান। ফলে পরীক্ষার ফলাফলে অনেকক্ষেত্রে বিতর্কের অবকাশ থাকে। তাছাড়া মান-নির্ণয় সময় সাপেক্ষ হয়।

॥ **ছয়** ॥ নিবন্ধাত্মক প্রশ্ন শিক্ষার্থীদের উত্তরদানের উপর কোন নিয়ন্ত্রণ আরোপ করে না। পরীক্ষার্থীরা কোনভাবেই প্রশ্নের সঠিক এবং সম্পূর্ণ উত্তর করার সুযোগ পায় না। এই ধরনের প্রশ্নে কোন পরীক্ষার্থীকে পূর্ণমান দেওয়া হয় না। উত্তরের চরম মান পরীক্ষকের জানা থাকে না।

॥ **সাত** ॥ এই ধরনের পরীক্ষায় অনেকগুলি অংশ থাকে। প্রতিটি অংশের প্রশ্নগুলির উত্তরদানের জন্য সময়ের কোন বিধিনিষেধ না থাকায় একটি প্রশ্নের উত্তর-দানের জন্য অনেক বেশী সময় ব্যয় হয়। এখানে পরীক্ষার্থীদের লেখার গতিও পরোক্ষভাবে পরিমাপ করা হয়।

নিবন্ধাত্মক প্রশ্নের শ্রেণীবিন্যাস

(Classification of Essay type question)

বর্তমানে বিদ্যালয়, মহাবিদ্যালয় ও বিশ্ববিদ্যালয়গুলিতে শিক্ষার্থীদের শিক্ষাগত বৈশিষ্ট্য পরিমাপের জন্য বিভিন্ন ধরনের নিবন্ধাত্মক প্রশ্ন ব্যবহার করা হয়। এমন কি কোন কোন ক্ষেত্রে মানসিক ও ব্যক্তিত্ব সম্পর্কিত বৈশিষ্ট্যসমূহ পরিমাপের জন্যও নিবন্ধাত্মক প্রশ্ন ব্যবহার করা হয়। সাধারণতঃ নিবন্ধাত্মক প্রশ্নকে একক পদ

বিশিষ্ট (single item type) হিসাবে বিবেচনা করা হয়। সচরাচর যে প্রবন্ধধর্মী প্রশ্ন ব্যবহার করা হয় তাদের বিভিন্ন শ্রেণীতে ভাগ করা হয়। বিভিন্ন দিক থেকে এই শ্রেণীবিভাগ করা হয়। পূর্বেই উল্লেখ করা হয়েছে যে, এই ধরনের প্রশ্নের উত্তরদানের ক্ষেত্রে পরীক্ষার্থীদের স্বাধীনতা দেওয়া হয়। এই স্বাধীনতা দানের তারতম্য অনুযায়ী প্রবন্ধধর্মী প্রশ্নকে দুইভাগে ভাগ করা হয়—বিস্তৃত উত্তরধর্মী প্রশ্ন (extended response question) এবং নিয়ন্ত্রিত উত্তরধর্মী প্রশ্ন (restricted response question)।

বিস্তৃত উত্তরধর্মী প্রশ্নে উত্তর দেওয়ার জন্য শিক্ষার্থীরা সম্পূর্ণ স্বাধীনতা পায়। উত্তরটিকে সামঞ্জস্যপূর্ণ ক'রে তোলার জন্য তারা যে কোন তথ্য নির্বাচন করতে পারে এবং নিজেদের বিচার বুদ্ধি অনুসারে উত্তরটিকে গুছিয়ে লিখতে পারে। উদাহরণের সাহায্যে এই ধরনের প্রশ্নের প্রকৃতি বোঝা যায়।

উদাহরণ :

প্রশ্ন 1. ভারতবর্ষের স্বাধীনতা আন্দোলনে নেতাজীর অবদান আলোচনা কর।

প্রশ্ন 2. জীব বিজ্ঞানের বিকাশে বিবর্তনবাদের প্রভাব বিবৃত কর।

প্রশ্ন 3 পরিবেশ দূষণ রোধে কেন্দ্র ও রাজ্য সরকারের প্রচেষ্টা কিরূপ হওয়া উচিত সে সম্পর্কে তোমার মতামত ব্যক্ত কর।

এই সকল প্রশ্ন উত্তর করার জন্য শিক্ষার্থীদের কোন একটি নির্দিষ্ট পরিচ্ছেদের বিষয়জ্ঞান শুধুমাত্র প্রয়োজন হয় না; সামগ্রিকভাবে অন্যান্য বিষয় বা সূত্র থেকে অভিজ্ঞতা সঞ্চয়ন ও বিন্যাসের প্রয়োজন হয়। তাছাড়া তাদের নিজস্ব দৃষ্টিভঙ্গী ও বিচারবুদ্ধিকে কাজে লাগাতে হয়। অর্থাৎ তারা সম্পূর্ণ স্বাধীনভাবে নিজেদের অভিজ্ঞতা সামগ্রীর মধ্যে সামঞ্জস্য বিধান করতে পারে।

বিস্তৃত উত্তরধর্মী প্রশ্নের উল্লেখিত আপাতদৃষ্ট গুণগুলি থাকা সত্ত্বেও তার এমন দু'টি ত্রুটি আছে যা ব্যবহারের ক্ষেত্রে বিশেষ অসুবিধা সৃষ্টি করে—(**এক**) তথ্যমূলক সামগ্রিক বিষয়ের জ্ঞান পরিমাপের জন্য এই সকল প্রশ্ন অনুপযুক্ত হিসাবে বিবেচিত হয় এবং (**দুই**) মান নির্ধারণ করা (Scoring) দুরূহ হয় এবং নির্ভরযোগ্যও হয় না; কারণ, তথ্য বিষয়ক জ্ঞানশৈলের সঠিকত্বের তারতম্য সূচক মাত্রা, সামঞ্জস্যের তারতম্য সূচক মাত্রার বিন্যাস এবং স্পষ্টতা ও সংক্ষিপ্ততার তারতম্য সূচক মাত্রার প্রকাশ এই প্রশ্নগুলিতে অন্তর্ভুক্ত হ'য়ে থাকে।

নিয়ন্ত্রিত উত্তরধর্মী প্রশ্ন বিস্তৃত উত্তরধর্মী প্রশ্নের কিছু ত্রুটি হ্রাস করতে পারে। উত্তরের ধরন নিয়ন্ত্রণ করা তথ্যমূলক বিষয়ের জ্ঞান পরিমাপের জন্য যথেষ্ট পরিমাণে কার্যকরী হয় এবং মান নির্ণয় করণের দুরূহতা কিছু পরিমাণে হ্রাস করে। অপর পক্ষে, নিয়ন্ত্রিত উত্তরধর্মী প্রশ্নের অন্তর্গত বিশেষভাবে তৈরী তথ্য সম্পর্কিত ধারণাগুলি নির্বাচন, সংগঠন এবং সংশ্লেষণ করার পরিমাপজনিত উদ্দেশ্য খুবই অল্প পরিমাণে কার্যকরী হয়। কিন্তু এই দিকগুলি সচরাচর প্রবন্ধধর্মী পরীক্ষার সাহায্যে পরিমাপ করতে হয়।

নিয়ন্ত্রিত উত্তরধর্মী প্রশ্নে বিষয়বস্তু এবং পরীক্ষার্থীদের প্রত্যুত্তর উভয়কেই নিয়ন্ত্রিত করা হয়। বিষয়বস্তু নিয়ন্ত্রণ করা হয় প্রশ্নের বর্ণিত সমস্যাকে অপেক্ষাকৃত-ভাবে ছোট করে এবং প্রত্যুত্তরকে নিয়ন্ত্রণ করা হয় প্রশ্নের সংশ্লিষ্ট নির্দেশের সাহায্যে। এই নিয়ন্ত্রণের প্রকৃতি বোঝার জন্য নীচে কয়েকটি উদাহরণ দেওয়া হ'ল।

উদাহরণ :

প্রশ্ন—1. মাধ্যাকর্ষণের তিনটি সূত্র উদাহরণসহ বিবৃত কর।

প্রশ্ন—2. DNA ও RNA শব্দ দু'টি বলতে কি বোঝ সে সম্বন্ধে লেখ।

প্রশ্ন—3. সমক বিচ্যুতির দু'টি ধর্ম উল্লেখ কর।

এই ধরনের প্রশ্ন উত্তর করার সময় শিক্ষার্থীদের নির্দিষ্ট একটি পরিচ্ছেদের জ্ঞানকে কাজে লাগাতে হয়। কারণ প্রশ্নগুলি বিশেষধর্মী, আবার তাদের উত্তরদানেরও পরিপূর্ণ স্বাধীনতা নেই। যেমন প্রথম প্রশ্নের ক্ষেত্রে যে যে উদহারণ তিনটি সূত্রের ক্ষেত্রে সঠিকভাবে প্রযোজ্য ঠিক সেই উদাহরণই উল্লেখ করতে হবে। এই জাতীয় প্রশ্নের সংগঠন থেকে বোঝা যাচ্ছে যে এদের দ্বারা শিক্ষার্থীদের নির্দিষ্ট ক্ষেত্রে বিষয় জ্ঞান ও প্রয়োগ ক্ষমতা পরিমাপ করা সম্ভব হয়।

পরীক্ষার্থীদের উত্তরদানের স্বাধীনতা প্রদানের দিক থেকে প্রবন্ধধর্মী প্রশ্নকে যেমন দুই ভাগে ভাগ করা যায়, তেমনি উদ্দেশ্যের দিক থেকেও এই প্রশ্নগুলিকে ভাগ করা যায়। এই প্রশ্নগুলির উদ্দেশ্য বা শিক্ষার্থীদের কর্ম প্রকৃতির পরিপ্রেক্ষিতে অনেক মনোবিজ্ঞানীরা নিবন্ধাত্মক প্রশ্নকে বিভিন্ন শ্রেণীতে ভাগ করেছেন। এই শ্রেণীবিভাগ নানান ধরনের হ'য়ে থাকে। নরম্যান ই গ্রুনলুণ্ড (Norman E. Gronlund) বারো রকমের প্রবন্ধধর্মী প্রশ্নের উল্লেখ করেছেন। এই ধরনের বিভিন্ন জাতীয় প্রশ্নের একটি ক'রে উদাহরণ দিলে তাদের প্রকৃতি বোঝা সহজ হবে।

॥ এক ॥ বর্ণনা বা বিবরণমূলক (Descriptive) প্রশ্ন

উদাহরণ—হাইড্রার দেহ গঠন বর্ণনা কর।

(এখানে কোন বিশেষ বস্তু বা ঘটনার বৈশিষ্ট্যগুলি মনে করতে হয় এবং যুক্তিপূর্ণ-ভাবে সেগুলি পরিবেশন করতে হয়।)

॥ দুই ॥ তুলনামূলক (Comparative) প্রশ্ন

উদাহরণ—শীত ও গ্রীষ্ম ঋতু দু'টির বৈশিষ্ট্যগুলির মধ্যে তুলনা কর।

(এখানে দু'টি বা তার বেশী ঘটনা বা বিষয়ের বৈশিষ্ট্যগুলিকে বিশ্লেষণ ক'রে তাদের সুবিধা এবং অসুবিধাগুলি বিবৃত করতে হয়।)

॥ তিন ॥ কার্য-কারণমূলক (Cause and effect) প্রশ্ন

উদাহরণ—সাইফোনের কার্যকারিতা বিবৃত কর।

(এই ধরনের প্রশ্ন সমাধানের জন্য বিভিন্ন পর্যায়ে কার্য-কারণ সম্পর্কের উপর বিশেষ গুরুত্ব আরোপ করতে হয়।)

॥ চার ॥ বিচারমূলক (Justifying) প্রশ্ন

উদাহরণ—'রাজ্যের হাতে অধিক ক্ষমতা থাকা উচিত'—এই উক্তির স্বপক্ষে ও বিপক্ষে তোমার অভিমত ব্যাখ্যা কর।

(এখানে যুক্তিসহ বিচার বিশ্লেষণের মাধ্যমে বিষয়বস্তু উপস্থাপন করা প্রয়োজন হয়।)

॥ পাঁচ ॥ সংক্ষিপ্তকরণ (Summarising) প্রশ্ন

উদাহরণ—মুঘল সাম্রাজ্যের পতনের কারণগুলি সংক্ষেপে বর্ণনা কর।

(এখানে অভিজ্ঞতার পুনরুদ্রেক, মূল বিষয় নির্বাচন এবং তার বিন্যাসের প্রয়োজন হয় এই জাতীয় সমস্যার সমাধানের জন্য।)

॥ ছয় ॥ সিদ্ধান্ত নির্ণায়ক (Inferring) প্রশ্ন

উদাহরণ—পরিবেশের দূষণ রোধে বনমহোৎসবের বিশেষ অবদান আছে। এর অভাবে বিশেষ কি হতে পারে ?

(এখানে প্রদত্ত বিবৃতির বিভিন্ন দিক ভাল এবং খারাপ বিবেচনা ক'রে সিদ্ধান্ত করতে হয়।)

॥ সাত ॥ শ্রেণীবিন্যাসকরণ (Classification) প্রশ্ন

উদাহরণ—শিক্ষণের দ্বারা যে আচরণগত পরিবর্তনগুলি সাধিত হয় তাদের একটি শ্রেণীবিন্যাসের তালিকা তৈরী কর।

(এখানে শুধুমাত্র পূর্বজ্ঞানকে স্মরণ করার প্রয়োজন হয়।)

॥ আট ॥ সৃজনাত্মক (Creating) প্রশ্ন

উদাহরণ—বিশ্ব শান্তি স্থাপনের জন্য মানুষ আজ পর্যন্ত যে প্রচেষ্টা করেছে তার পরিপ্রেক্ষিতে স্থায়ী বিশ্ব শান্তির জন্য একটি পরিকল্পনা তৈরী কর।

(এখানে প্রাপ্ত তথ্যের ভিত্তিতে একটি সৃজনাত্মক আলোচনা উপস্থাপন করতে হয়।)

॥ নয় ॥ প্রয়োগমূলক (Applying) প্রশ্ন

উদাহরণ—তড়িৎ চৌম্বকের ধর্ম বলতে কি বোঝ ? এমন একটি যন্ত্রের বিবরণ দাও যে যন্ত্র এই ধর্মের ভিত্তিতে তৈরী করা হয়েছে।

(এখানে অধীত জ্ঞানের ব্যবহারিক দিক সম্পর্কে ধারণা থাকা আবশ্যক হয়।)

॥ দশ ॥ বিশ্লেষণমূলক (Analysing) প্রশ্ন

উদাহরণ—স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্রের যে কোন চারটি প্রধান প্রধান বৈশিষ্ট্যের উল্লেখ কর।

(এখানে যুক্তির সাহায্যে বিষয়বস্তু উপস্থাপন করা প্রয়োজন হয়।)

॥ এগার ॥ সংশ্লেষণমূলক (Synthesing) প্রশ্ন

উদাহরণ—প্রমাণ কর যে, যে কোন ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণের সমান।

(এখানে এই ধরনের সমস্যা সমাধানের আবশ্যিক তথ্য নির্ধারণ করতে হয় এবং তাদের যুক্তি সহকারে পুনর্বিন্যাস করতে হয়।)

॥ বার ॥ মূল্যায়নভিত্তিক (Evaluating) প্রশ্ন

উদাহরণ—সম্রাট আকবরের শাসন নীতির মূল্যায়ন কর। (এখানে মূলনীতি ব্যক্ত করার পর অন্যান্য প্রাপ্ত তথ্যের ভিত্তিতে সেটিকে বিচার করতে হয়।)

এখানে প্রবন্ধধর্মী প্রশ্নের যে ভিন্ন ভিন্ন শ্রেণী বিভাগের উল্লেখ করা হ'ল সেগুলিই যে সব তা বলা যায় না। প্রকৃতপক্ষে প্রবন্ধধর্মী প্রশ্নের উত্তরের মত প্রশ্ন তৈরী করার ক্ষেত্রেও প্রশ্নকারীর যথেষ্ট স্বাধীনতা থাকে। সেই কারণে পরীক্ষক নিজের স্বাধীনতা অনুযায়ী প্রশ্নের প্রকৃতি পরিবর্তন করতে পারেন।

নিবন্ধাত্মক প্রশ্ন বা অভীক্ষাপদের সুবিধা (Advantages of Essay-type questions or test items) :

পৃথিবীর সকল দেশেই নিবন্ধাত্মক পরীক্ষা ব্যবস্থার প্রচলন আছে। এই ব্যবস্থায় প্রশ্নগুলি বা অভীক্ষা পদগুলি রচনাধর্মী হয় এবং কতকগুলি বিশেষ ধরনের সুবিধা পাওয়া যায় যা অন্যান্য ব্যবস্থায় পাওয়া যায় না। এই ব্যবস্থার অন্তর্গত প্রশ্নগুলির বৈশিষ্ট্যসমূহ বিচার করলে এই বিশেষ সুবিধাগুলির বিষয় বোঝা যায়।

॥ এক ॥ নিবন্ধাত্মক প্রশ্ন বা পরীক্ষা শিক্ষার্থীদের পারদর্শিতা, বোধগম্যতা, চিন্তামূলক কৌশল এবং অন্যান্য জটিল শিক্ষণ ফলশ্রুতি (বিশেষ ক'রে প্রত্যুত্তরের মৌলিকত্ব) পরিমাপ করতে পারে। এই জাতীয় পরীক্ষার মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের বিষয় জ্ঞান, বিষয় সম্পর্কিত ধারণাগুলি নির্বাচন এবং সংগঠন করার ক্ষমতা, লেখার ক্ষমতা, বিষয় জ্ঞানের তাৎপর্য নির্ণয় এবং মৌলিকত্ব সম্পর্কিত সমস্যা সমাধানের কৌশল পরিমাপ করা সম্ভব হয়। বিস্তৃতিধর্মী ও নিয়ন্ত্রণধর্মী উভয় জাতীয় রচনাত্মক প্রশ্নের ক্ষেত্রে এই নীতি বিশেষভাবে ফলপ্রদ হয়।

॥ দুই ॥ এই জাতীয় অভীক্ষায় খুবই কম প্রশ্নের প্রয়োজন হয়। প্রশ্নগুলি তৈরী করা সহজ হ'লেও সাধারণভাবে যা অনুমান করা হয় তার চেয়ে অপেক্ষাকৃতভাবে কঠিন। তবে শিক্ষকরা এই প্রবন্ধধর্মী প্রশ্নের ব্যাপারে অধিক আগ্রহ প্রকাশ করেন। কারণ এই ধরনের প্রশ্ন তৈরী করার ক্ষেত্রে তাঁদের বিশেষ পরিশ্রম করতে হয় না।

॥ তিন ॥ এই ধরনের প্রশ্ন বা অভীক্ষাপদ দ্বারা শিক্ষার্থীদের কতকগুলি মানসিক বৈশিষ্ট্য পরিমাপ করা যায়। যেমন, জ্ঞানের সামান্যীকরণের ক্ষমতা ও অধীত জ্ঞানের প্রয়োগ ক্ষমতা। পরীক্ষা-নিরীক্ষার মাধ্যমে দেখা গেছে যে, এই জাতীয় প্রশ্নের উত্তরদানের ক্ষেত্রে পরীক্ষার্থীরা বিশেষভাবে সামান্যীকৃত জ্ঞান এবং

বিস্তৃত ক্ষেত্রে তার প্রয়োগের উপর গুরুত্ব আরোপ ক'রে থাকে। প্রবন্ধধর্মী প্রশ্নের এই সুবিধা বিস্তৃতধর্মী প্রশ্নের ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য হ'য়ে থাকে।

॥ **চার** ॥ এই জাতীয় প্রশ্নগুলির উত্তর পরীক্ষার্থীদের নিজেদের লিখতে হয়। ফলে তাদের লেখবার দক্ষতা বৃদ্ধি পায়। কিন্তু এ সম্বন্ধে অনেক মনোবিজ্ঞানী সন্দেহ প্রকাশ করেছেন।

নিবন্ধাত্মক প্রশ্ন বা অভীক্ষাপদের অসুবিধা (Disadvantages of Essay-type test items) :

প্রকৃতপক্ষে নিবন্ধাত্মক প্রশ্নগুলির অসুবিধা এত বেশী হয় যে, এই প্রশ্নগুলি ব্যবহারের ফলে নানান রকমের ত্রুটি দেখা যায়। ত্রুটিগুলি নিম্নরূপ হ'য়ে থাকে।

॥ **এক** ॥ নিবন্ধাত্মক প্রশ্ন যদি সঠিকভাবে শিক্ষণ-উদ্দেশ্যের পরিপ্রেক্ষিতে তৈরী করতে হয় তাহলে তার জন্য বেশী সময়ের প্রয়োজন হয়। কিন্তু আমরা সাধারণতঃ যেভাবে প্রশ্ন তৈরী করি, তাতে উপযুক্ত সময় দিতে অপারগ হই এবং ফলে পরিমাপের দিক থেকে তা ত্রুটিপূর্ণ হয়।

॥ **দুই** ॥ এই জাতীয় পরীক্ষায় বা প্রশ্নে সামগ্রিক বিষয় জ্ঞান পরিমাপ করা যায় না। ফলে কোন বিষয়ে পারদর্শিতা সম্বন্ধে কোনরূপ ভবিষ্যদ্বাণী করার ক্ষেত্রে নিবন্ধাত্মক পরীক্ষা নির্ভরযোগ্য হয় না।

॥ **তিন** ॥ এই জাতীয় পরীক্ষায় দেখা গেছে যে, একই পরীক্ষক একই উত্তরপত্র ভিন্ন ভিন্ন সময়ে ভিন্ন ভিন্ন ভাবে মূল্যায়ন ক'রে থাকেন। ফলে তাঁর প্রদত্ত নম্বরের ক্ষেত্রে পার্থক্য দেখা যায়। তাতে প্রশ্ন বা অভীক্ষাপদের নির্ভরযোগ্যতা কম হয়। তাছাড়া মূল্যায়নের ক্ষেত্রে বিভিন্ন পরীক্ষকের মধ্যে পার্থক্য দেখা যায়। তাতে অভীক্ষাপদের মূল্যায়নে নৈব্যক্তিকতাও যথেষ্ট পরিমাণে হ্রাস পায়।

॥ **চার** ॥ এই পরীক্ষায় পরীক্ষার্থীরা অনেক ক্ষেত্রে কৌশল গ্রহণ ক'রে নিজেদের অজ্ঞতা প্রকাশ করে না। ফলে পরীক্ষার্থীদের প্রকৃত জ্ঞান পরিমাপ করা শিক্ষকদের পক্ষে সম্ভব হয় না।

॥ **পাঁচ** ॥ এই জাতীয় প্রশ্নের উত্তর দীর্ঘ হওয়ার জন্য সময়ের সংগে সমতা রেখে প্রশ্ন সংখ্যা নির্বাচন করতে হয়। ফলে কোন বিষয়ে প্রকৃত শিখনমূলক অগ্রগতি এই পরীক্ষার দ্বারা পরিমাপ করা যায় না।

কখন নিবন্ধাত্মক প্রশ্ন বা অভীক্ষাপদ ব্যবহার করা যাবে? (When to use Essay-type test items ?) :

বর্তমান পরীক্ষা ব্যবস্থায় যে ত্রুটিগুলি দেখা যায় সেগুলি মূলতঃ নিবন্ধাত্মক প্রশ্নের ত্রুটিগুলির জন্যই হ'য়ে থাকে। কিন্তু তা সত্ত্বেও প্রবন্ধধর্মী পরীক্ষার গুরুত্ব অনস্বীকার্য। তার কারণ হ'ল যে, এই ধরনের পরীক্ষার মাধ্যমে বেশ কিছু সুবিধা পাওয়া যায় যার উল্লেখ পূর্বেই করা হয়েছে। তবুও এই পরীক্ষা নিয়ন্ত্রিতভাবে ব্যবহার করা উচিত। বর্তমানে অনেক শিক্ষাবিদ ও মনোবিজ্ঞানী এই অভিমত ব্যক্ত ক'রে থাকেন। তাঁরা

কয়েকটি ক্ষেত্রে এই পরীক্ষা ব্যবহারের কথা বলেছেন। যেসব ক্ষেত্রে এই পরীক্ষা ব্যবহার করা যাবে তাদের উল্লেখ এখানে করা হ'ল।

॥ এক ॥ যেখানে পরীক্ষার্থীদের লেখার ক্ষমতা মোটামুটিভাবে একই রকম হ'য়ে থাকে সেখানে প্রবন্ধধর্মী প্রশ্ন ব্যবহার করা যায়। কারণ এইরূপ অবস্থায় পরীক্ষার্থীদের কেউই তাড়াতাড়ি লেখার জন্য অতিরিক্ত বেশী সময় পায় না; ফলে লেখার ক্ষমতায় তারতম্যের জন্য পরিমাপের ক্ষেত্রে যে ত্রুটি দেখা যায় তা দূর করা সম্ভব হয়। কিন্তু এই ধরনের আদর্শ অবস্থা প্রায়ই পাওয়া যায় না। তবে উচ্চ শ্রেণীতে এই ধরনের পরীক্ষা প্রয়োগ করলে অনেক ক্ষেত্রে অবস্থানুরূপ ফল পাওয়া যায়।

॥ দুই ॥ যেখানে পরীক্ষার্থীদের সংখ্যা খুবই কম হয় সেখানে প্রবন্ধধর্মী পরীক্ষা প্রয়োগ করা যেতে পারে। কারণ এইরূপ ক্ষেত্রে পরীক্ষার উদ্দেশ্য পূরণের জন্য দীর্ঘ প্রশ্ন রচনা করা যেতে পারে এবং তাতে যে শ্রম ও সময় ব্যয় হয় তা উদ্দেশ্যের আনুপাতিক হারে বেশী হয়।

॥ তিন ॥ যেখানে ভাষাজ্ঞান, প্রকাশ ক্ষমতা ও ভঙ্গীমা, বিষয়বস্তু বিন্যাস ও উপস্থাপন ক্ষমতা, লেখার প্রাঞ্জল্য প্রভৃতি গুণাবলী পরিমাপযোগ্য উদ্দেশ্য হিসাবে বিবেচনা করা হয়, সেখানে এই ধরনের অভীক্ষাপদ বা প্রশ্ন ব্যবহার করা যেতে পারে।

॥ চার ॥ নিবন্ধাত্মক প্রশ্নগুলি জটিল শিখনের ফলশ্রুতি পরিমাপ করতে পারে। সুতরাং যেখানে শেখার উদ্দেশ্য শুধুমাত্র বিষয়জ্ঞান আহরণ করা নয়, অন্যান্য মানসিক বৈশিষ্ট্যের বিকাশ সাধন করা তার উদ্দেশ্য, সেখানে এই ধরনের পরীক্ষা সবচেয়ে বেশী প্রযোজ্য হয়।

॥ পাঁচ ॥ যেখানে পরিমাপের উদ্দেশ্য হ'ল শিক্ষার্থীদের মনোভাব ও দৃষ্টিভঙ্গী বিচার করা, সেখানে প্রবন্ধধর্মী প্রশ্ন ব্যবহার করা যেতে পারে। কারণ এই জাতীয় প্রশ্নের সাহায্যে বিষয় জ্ঞান অপেক্ষা শিক্ষার্থীদের দৃষ্টিভঙ্গী ও মনোভাবের প্রকৃতি ভালভাবে পরিমাপ করা যায়।

সুতরাং শিক্ষার্থীদের পারদর্শিতার মূল্যায়নের জন্য ত্রুটি থাকা সত্ত্বেও প্রবন্ধধর্মী প্রশ্নের গুরুত্ব অনস্বীকার্য। তবে কোন্ কোন্ ক্ষেত্রে এই জাতীয় প্রশ্ন প্রয়োগ করা যেতে পারে সে সম্বন্ধে শিক্ষক ও পরীক্ষক সিদ্ধান্ত গ্রহণ করতে পারেন।

নিবন্ধাত্মক প্রশ্নের গঠন নীতি

(Principles for Construction of Essay-type question) :

পূর্বের আলোচনার পরিপ্রেক্ষিতে একথা আমরা বলতে পারি যে, প্রবন্ধধর্মী প্রশ্নের যতই ত্রুটি থাকুক না কেন বাস্তবে এই প্রশ্নগুলির পরিমাপের ক্ষেত্রে যথেষ্ট গুরুত্ব আছে এবং এদের প্রয়োগও অপরিহার্য হ'য়ে থাকে। সুতরাং এই প্রশ্নগুলি যাতে সঠিকভাবে তৈরী করা যায় সেদিকে আমাদের বিশেষ লক্ষ্য দেওয়া আবশ্যক।

যদি এই জাতীয় প্রশ্নগুলি তৈরী করার সময় যথেষ্ট পরিমাণে গুরুত্ব আরোপ করা হয়, তাহলে নিবন্ধাত্মক প্রশ্নের ক্ষেত্রে নৈর্ব্যক্তিকতার অভাব বহুলাংশে রোধ করা সম্ভবপর হ'য়ে থাকে। দু'ভাবে নিয়ন্ত্রণ ক'রে এই ত্রুটি হ্রাস করা যেতে পারে—**প্রথমতঃ** যে প্রশ্নগুলির দ্বারা ঈপ্সিত আচরণ পরিমাপ করা যায় সেই প্রশ্নগুলি তৈরী করা এবং **দ্বিতীয়তঃ** যাতে পারদর্শিতা নির্ভরযোগ্যভাবে পরিমাপ করা যায় সেইভাবে উত্তর পত্রের মান-নির্ণয় পদ্ধতি অবলম্বন করা। এখানে উল্লেখ করা যেতে পারে যে, এই দুই প্রক্রিয়া পারস্পরিকভাবে সম্বন্ধযুক্ত।

প্রশ্নগুলির বা অভীক্ষাপদগুলির রচনায় উন্নতি বিধান করা (Improving Construction of Questions or Test items) : প্রবন্ধধর্মী প্রশ্ন বা অভীক্ষাপদের উন্নতি নিম্নলিখিত দিক থেকে করা সম্ভব হয়। শিক্ষক বা পরীক্ষকরা যদি এই নীতিগুলি প্রশ্নগুলি রচনায় মেনে চলেন তাহলে এই জাতীয় পরীক্ষা ব্যবস্থায় নৈর্ব্যক্তিকতা সাধন করা সম্ভবপর হবে।

॥ **এক** ॥ সাধারণভাবে পরিমাপের ক্ষেত্রে নৈর্ব্যক্তিক বা বস্তুধর্মী প্রশ্নগুলি প্রবন্ধধর্মী প্রশ্নগুলি অপেক্ষা বেশী সন্তোষজনক হিসাবে বিবেচনা করা হয়। বস্তুধর্মী প্রশ্নগুলির মান-নির্ণয় যত সহজে করা যায় প্রবন্ধধর্মী প্রশ্নগুলির মান নির্ণয় ঠিক তত সহজে করা যায় না। কিন্তু জটিল শিক্ষণ ফলশ্রুতি বস্তুধর্মী প্রশ্নগুলির সাহায্যে পরিমাপ করা সম্ভব হয় না। বিশেষ ক'রে ধারণাগুলির বিন্যাস, একত্রিত করণ, এবং প্রকাশ বস্তুধর্মী প্রশ্নগুলির সাহায্যে পরিমাপ করা যায় না। এই ক্ষেত্রে প্রবন্ধধর্মী প্রশ্নগুলি বিশেষভাবে কার্যকরী হ'য়ে থাকে। শিক্ষার্থীদের শিক্ষণীয় বিষয়ে পারদর্শিতার মূল্যায়নে এই জাতীয় প্রশ্নগুলির অবদান গুরুত্বপূর্ণ হিসাবে বিবেচিত হ'য়ে থাকে। **(Rule : Use essay questions for those learning outcomes which cannot satisfactorily be measured by objective items.)**

॥ **দুই** ॥ প্রশ্ন বা অভীক্ষাপদ তৈরী করার সময় শিক্ষণের ফলশ্রুতি সম্পর্কিত উদ্দেশ্য স্থির ক'রে নিতে হয়। অর্থাৎ যা পরিমাপ করতে চাওয়া হয় তা বিবেচনা করেই প্রশ্ন তৈরী করতে হয়। **(Rule : Formulate questions or test-items that call forth the objectives specified in the learning outcomes.)**

॥ **তিন** ॥ প্রায়ই দেখা যায় যে, শিক্ষক যে বিশেষ উদ্দেশ্য স্মরণ ক'রে প্রশ্নগুলি তৈরী করেন সেই উদ্দেশ্য প্রশ্নের ভাষার অস্পষ্টতা এবং দ্ব্যর্থবোধকতার দরুণ শিক্ষার্থীরা বুঝতে পারে না। ফলে শিক্ষার্থীরা প্রশ্নগুলির ব্যাখ্যা ভিন্নভাবে ক'রে থাকে এবং উত্তরগুলির মাধ্যমে প্রশ্নগুলি থেকে যা চাওয়া হয় তা পাওয়া যায় না। এই কারণে প্রশ্নগুলিতে 'তুলনা কর', 'তালিকা প্রস্তুত কর,' 'যুক্তি দাও,' 'বিন্যাস কর' প্রভৃতি নির্দেশ ব্যবহার করা উচিত। সাধারণতঃ প্রবন্ধ-ধর্মী প্রশ্নগুলিতে 'তোমার মতে কি হওয়া উচিত,' 'তুমি কি মনে কর', 'নিজের ভাষায় লেখ', 'এই বিষয়ে যা জান লেখ' প্রভৃতি নির্দেশ ব্যবহার করা হয়। এই

ধরনের নির্দেশ অনেকক্ষেত্রেই সঠিক উত্তর নির্ধারণ করতে পারে না। উত্তরগুলিতে ব্যক্তিগত প্রভাব আসার সম্ভাবনা থাকে। বিশেষ করে নিয়ন্ত্রিত উত্তরধর্মী প্রশ্নগুলির ক্ষেত্রে এই জাতীয় ত্রুটি দেখা যায়। পক্ষান্তরে বিস্তৃত উত্তরধর্মী প্রশ্নগুলির ক্ষেত্রে এই ধরনের ত্রুটি অপেক্ষাকৃতভাবে কম হয়। সুতরাং প্রতিটি প্রশ্নে শিক্ষার্থীকে কি উত্তর করতে হবে তার নির্দেশ পরিষ্কারভাবে লিখে দিলে এবং প্রশ্নগুলির ভাষা বিভ্রান্তমূলক না হ'লে ত্রুটিগুলি হ্রাস পাবে। (**Rule** : Phrase each question so that the pupil's task is clearly indicated, and avoid vague and ambiguous language from each question.)

॥ **চার** ॥ অধিকাংশ প্রবন্ধধর্মী প্রশ্নের উত্তরদানে শিক্ষার্থীর লেখার দ্রুততার উপর গুরুত্ব আরোপ করা হয়। কিন্তু এই জাতীয় প্রশ্ন থেকে সঠিক উত্তর পেতে হ'লে উপযুক্ত সময় নির্দিষ্ট থাকা উচিত। যদি সময়ের অভাবে পরীক্ষার্থীরা প্রশ্নের যথাযথ উত্তর করতে না পারে তাহলে প্রবন্ধধর্মী পরীক্ষার উদ্দেশ্য ব্যর্থ হবে। এই কারণে প্রবন্ধধর্মী প্রশ্ন তৈরী করবার সময় প্রতিটি প্রশ্নে উত্তর দিতে কত সময় লাগবে তা স্থির ক'রে নেওয়া উচিত। এই ক্ষেত্রে যে সকল শিক্ষার্থীর লেখার গতি শ্লথ তাদের বিষয়ও বিবেচনা করা উচিত। সুতরাং প্রত্যেকটি প্রশ্নের উত্তরদানের জন্য যে সময় ব্যয় করা উচিত তার নির্দেশ প্রশ্নের শুরুতেই পরীক্ষার্থীদের জানিয়ে দেওয়া উচিত। তার ফলে পরীক্ষর্থীরা প্রশ্নের সময়-সীমার সম্বন্ধে অযথা উদ্বেগ বোধ করবে না। (**Rule** : Indicate an approximate time-limit for each question.)

॥ **পাঁচ** ॥ প্রবন্ধধর্মী প্রশ্নপত্র ব্যবহারের সাধারণ নিয়ম হ'ল যে, পরীক্ষার্থীদের কাছ থেকে যে কয়েকটি প্রশ্নের উত্তর চাওয়া হয় তার বিকল্প কিছু প্রশ্ন ঐ প্রশ্নপত্রে অন্তর্গত করা এবং সেইগুলি থেকে নির্বাচন ক'রে তারা প্রয়োজনীয় সংখ্যক প্রশ্নগুলির উত্তর দিতে পারে। ধরা যাক, শিক্ষক একটি অভীক্ষাতে ছয়টি প্রশ্ন অন্তর্ভুক্ত করলেন এবং অভীক্ষাটিতে নির্দেশ লিপিবদ্ধ করলেন যে, এই প্রশ্নগুলি থেকে যে কোন তিনটি প্রশ্নের উত্তর লিখতে হবে। এই নিয়ম সাধারণভাবে শিক্ষার্থীরা বিশেষভাবে পছন্দ করে; কারণ তারা যেগুলির উত্তর ভালভাবে জানে কেবল সেই প্রশ্নগুলিই নির্বাচন করতে পারে। কিন্তু এই বিকল্প প্রশ্নগুলির জন্য আমরা একই অভীক্ষা থেকে পরীক্ষার্থীদের কাছ থেকে একই ধরনের শিখনের ফলশ্রুতি পাই না। তাছাড়া এইরূপ পরিস্থিতিতে বলা যায় যে, যেখানে পরীক্ষার্থীরা বিভিন্ন ধরনের প্রশ্নের উত্তর দেয়, সেখানে স্পষ্টভাবে প্রকাশ পায় যে, পরীক্ষার্থীরা ভিন্ন ধরনের পরীক্ষায় অংশ গ্রহণ করছে এবং তাতে জ্ঞানার্জন বিষয়ে পারদর্শিতার মূল্যায়নের সাধারণ ভিত্তি নষ্ট হয়। এমন কি বিন্যাসকরণের ক্ষমতাও (ability to organise) প্রশ্নগুলির প্রত্যুত্তরের সাধারণ ভিত্তির অভাবে যথাযথভাবে পরিমাপ করা যায় না। কারণ বিন্যাসকরণ হলো বিষয়বস্তুর বিন্যাসিত ক্রিয়াশীলতা এবং অভীক্ষার প্রশ্নগুলির ক্ষেত্রে প্রশ্নের

ভিন্নতার জন্য পরীক্ষার্থীরা এই বিন্যাসকরণ করতে পারে না। ফলে পরীক্ষার নৈর্ব্যক্তিকতা নষ্ট হয়। তাছাড়া অনেক ক্ষেত্রেই পরীক্ষার্থীদের পক্ষে প্রশ্নগুলির সঠিক উত্তর করার অক্ষমতা তাদের পারদর্শিতাকে তুলনামূলকভাবে বিচার করতে অসুবিধা সৃষ্টি করে ; কারণ এইরূপ ক্ষেত্রে পরিমাপের নির্দিষ্ট ভিত্তি অনেক সময়ই পাওয়া যায় না। ফলে অভীক্ষার বৈধতাও হ্রাস পায়। সুতরাং প্রবন্ধধর্মী প্রশ্নের উন্নতি করতে হ'লে বিকল্প প্রশ্ন দেওয়ার নীতি গ্রহণ না করাই বাঞ্ছনীয়। (Rule : Avoid the use of optional questions.)

॥ **ছয়** ॥ প্রবন্ধধর্মী প্রশ্নগুলির সংগে অন্য ধরনের প্রশ্ন ব্যবহার না করাই উচিত। তাতে পরীক্ষার্থীদের মানসিক অবস্থার পরিবর্তন হওয়ার সম্ভাবনা থাকে। ফলে অনেক ক্ষেত্রেই তারা প্রশ্নের সঠিক উত্তর দিতে পারে না। তবে নিয়ন্ত্রিত প্রবন্ধধর্মী প্রশ্নে অন্যান্য প্রশ্ন দেওয়া যেতে পারে। (Rule : Avoid other questions mixing with essay-type questions.)

নিবন্ধাত্মক পরীক্ষার উন্নতি করতে হ'লে অভীক্ষাগুলিতে পদ নির্বাচনের সময় উপরিউক্ত নিয়মগুলি মানা উচিত। এই নিয়মগুলি মানলে প্রবন্ধধর্মী প্রশ্নের অনেক ত্রুটি দূর করা সম্ভব হবে এবং নৈর্ব্যক্তিকতাও বৃদ্ধি পাবে।

নিবন্ধাত্মক প্রশ্নের মান-নির্ণয় পদ্ধতির উন্নতি সাধন

(Improvement of Scoring method for Essay-type questions)

নিবন্ধাত্মক প্রশ্নগুলির অনির্ভরযোগ্যতার অন্যতম কারণ হলো মান-নির্ণয় পদ্ধতি। যখন এই জাতীয় প্রশ্নগুলির উত্তরের মূল্যায়ন করা হয় তখন তার মধ্যে পরীক্ষকের ব্যক্তিগত প্রভাব এসে যায়। নিম্নলিখিত নীতিগুলি অনুসরণ করলে এই অসুবিধা বহুলাংশে দূর করা যায়।

॥ **এক** ॥ প্রশ্নগুলি তৈরী করার সময় উত্তরসমূহ কিরূপ হবে তা স্থির ক'রে নিতে হয়। প্রতিটি উত্তরের জন্য কত নম্বর আরোপ করা উচিত তাও নির্দিষ্ট ক'রে রাখতে হয়। সাধারণতঃ আমরা উত্তর পাওয়ার পরে মান নির্ণয় করি। তাতে পরীক্ষক পরীক্ষার্থীদের উত্তর দানের কৌশলের দ্বারা প্রভাবিত হ'য়ে উত্তর পত্রের মূল্যায়ন করেন। ফলে মূল্যায়ন সঠিকভাবে নির্ভরযোগ্য হয় না। এই অবস্থা দূর করতে হ'লে প্রশ্ন তৈরীর করার সময় প্রশ্নের সম্ভাব্য উত্তর কেমন হবে তা স্থির ক'রে নিতে হয়। অর্থাৎ উত্তর সম্বলিত পত্র (Scoring key) তৈরী করতে হয়। পরে যদি পরীক্ষার্থীদের উত্তরগুলিকে এই উত্তর সম্বলিত পত্রের সংগে মিলিয়ে বিচার করা যায় তাহলে মান-নির্ণয় পদ্ধতির নৈর্ব্যক্তিকতা বহুলাংশে বৃদ্ধি করা যেতে পারে এবং পরীক্ষকের ব্যক্তিগত মতামতের প্রভাবও দূর করা সম্ভবপর হবে। (Rule : Prepare an outline of the expected answer in advance.)

॥ **দুই** ॥ নিবন্ধাত্মক প্রশ্নগুলির মান নির্ণয়ের জন্য সাধারণতঃ দু'ধরনের পদ্ধতি আছে। একটি পদ্ধতিকে **সাংখ্যমান পদ্ধতি** (Point method) বলা হয় এবং অপরটিকে **মূল্য নির্ণায়ক পদ্ধতি** (Rating method) বলে। সাংখ্যমান পদ্ধতিতে প্রত্যেক প্রশ্নকে উত্তর সম্বলিত পত্রের উত্তরের সংগে তুলনা করা হয় এবং প্রশ্নের উত্তরের যথার্থতা বিচার ক'রে সংখ্যা ভিত্তিক মূল্যমান দেওয়া হয়। মূল্য নির্ণায়ক পদ্ধতিতে প্রতিটি উত্তরপত্রে যেভাবে প্রশ্ন পড়া হয় সেইভাবে স্তপাকার (pile) করে পরপর সাজিয়ে রাখা হয়। এই স্তপাকার গুণের মাত্রা নির্দেশ করে এবং প্রত্যেক প্রশ্নে প্রদত্ত মূল্যমান (credit) নির্ণয় করে। যদি প্রশ্নে আটটি সাংখ্যমান দেওয়া হয়, তাহলে উদাহরণস্বরূপ, শূন্য (none or zero) থেকে আট মূল্যমান প্রথায় নয়টি স্তপাকার ব্যবহার করা হয়। সাধারণতঃ মূল্য নির্ণায়ক পদ্ধতিতে পাঁচ এবং দশের মধ্যে শ্রেণী বিন্যাস (Categories) ব্যবহার করা হয়।

নিয়ন্ত্রিত উত্তরধর্মী প্রশ্নগুলির সাংখ্যমান পদ্ধতি দ্বারা সাধারণতঃ সন্তোষজনকভাবে মূল্যায়ন করা যেতে পারে। একক প্রশ্নের অন্তর্গত নিয়ন্ত্রিত সুবিধা এবং সীমিত সংখ্যক বৈশিষ্ট্যসমূহকে সংখ্যাভিত্তিক মূল্য যথার্থতার সংগে প্রদান ক'রে গুণের মাত্রা ব্যাখ্যা করা সম্ভব ক'রে তোলে। বিস্তৃত উত্তরধর্মী প্রশ্নের মূল্যায়নে সাধারণতঃ মূল্য নির্ণায়ক পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়। এই জাতীয় প্রশ্নগুলির উত্তরে মূল্যায়িত সদৃশ গুণাবলী, বিষয়ের বিন্যাস এবং ধারণাগুলির প্রাসঙ্গিকতা সম্পর্কে কেবলমাত্র স্থূল বিচার করা যেতে পারে। আমাদের আশার (expectation) যথার্থতা অনুসারে এইরূপ বৈশিষ্ট্যগুলিকে আমরা দশটি অংশে (Categories) ভাগ করতে পারি।

যেখানে মূল্য নির্ণায়ক পদ্ধতি ব্যবহার করা হয় সেখানে মূল্যায়িত প্রত্যেক বৈশিষ্ট্যর জন্য পৃথকভাবে মূল্য নির্ণয়করণ বাঞ্ছনীয়। বিন্যাসকরণ, ব্যাপকতা, ধারণাগুলির প্রাসঙ্গিকতা প্রভৃতির জন্য উত্তরগুলির মূল্য নির্ণয় (rating) পৃথকভাবে করা উচিত। তাতে নৈর্ব্যক্তিকতা এবং ফলশ্রুতির ত্রুটি নির্ণায়ক মূল্য (diagnostic value) বৃদ্ধি পায়। (**Rule : Use the scoring method which is most appropriate.**)

॥ **তিন** ॥ নিবন্ধাত্মক প্রশ্নে এমন কিছু অপ্রয়োজনীয় বৈশিষ্ট্যের উপর গুরুত্ব আরোপ করা হয় যেগুলি ঐ প্রশ্নের উত্তরকে প্রভাবিত করে। এই বৈশিষ্ট্যগুলির মধ্যে উল্লেখযোগ্য হ'ল হাতের লেখার স্পষ্টতা, বানান, বাক্যের গঠন, যতি চিহ্ন এবং পরিচ্ছন্নতা। তাই যখন উত্তরগুলির বিষয়বস্তু মূল্যায়ন ক'রে মূল্যমান দেওয়া হয়, তখন যাতে পূর্বানুরূপ বৈশিষ্ট্যগুলি পরীক্ষকের বিচারকে প্রভাবিত করতে না পারে সে সম্বন্ধে তাঁকে বিশেষভাবে যত্নবান হ'তে হবে। কয়েকটি ক্ষেত্রে প্রশ্নের উদ্দেশ্যের স্বার্থে এইরূপ বৈশিষ্ট্যগুলির উপর গুরুত্ব আরোপ করতে হয়। যেখানে তা করা হয়, সেখানে লিখিত উত্তরের মাধ্যমে পরীক্ষার্থীর প্রকাশ ভঙ্গীমা অথবা প্রত্যেক নির্দিষ্ট বৈশিষ্ট্যের জন্য পৃথক পৃথক মূল্যমান বা প্রাপ্তাংক প্রদানের ব্যবস্থা রাখা উচিত।

যতদূর সম্ভব নিবন্ধাত্মক প্রশ্নে এমন কোন বৈশিষ্ট্য অন্তর্ভুক্ত করা উচিত হবে না যা নির্দিষ্ট শিখন ফলশ্রুতির পারদর্শিতাকে কলুষিত করতে পারে।

নিবন্ধাত্মক প্রশ্নে অপ্রয়োজনীয়, অপ্রাসঙ্গিক এবং অশুদ্ধ তথ্যপূর্ণ বিষয়সমূহের সমাবেশে উত্তরের মূল্যায়নের ক্ষেত্রে ত্রুটি দেখা যায়। এই ধরনের প্রশ্নে শিক্ষার্থীরা উত্তরদানের সময় প্রশ্নের শুদ্ধতা বা প্রাসঙ্গিকতা বিচার না ক'রে অপ্রয়োজনীয় তথ্য উত্তরের মধ্যে অন্তর্ভুক্ত ক'রে থাকে।

তারা এই আশা পোষণ করে যে, পরীক্ষক উত্তরপত্র মূল্যায়ন করার সময় প্রতিটি প্রশ্নের উত্তরের প্রাসঙ্গিকতা বিচার ক'রে যথাযথ মূল্যমান প্রদান করবেন। কিন্তু বাস্তবে পরীক্ষার্থীদের এই প্রত্যাশা অধিকাংশ ক্ষেত্রে পূর্ণ হয় না। কারণ অনেক-ক্ষেত্রে পরীক্ষা-নিরীক্ষার মাধ্যমে দেখা গেছে যে, নিবন্ধাত্মক পরীক্ষা ব্যবস্থায় পরীক্ষক প্রতিটি উত্তরপত্রের মূল্যায়নে প্রতিটি প্রশ্নের উত্তরের বিচার সঠিকভাবে করার সময় পান না অথবা করতে পারেন না। ফলে মূল্যমান প্রদানের ক্ষেত্রে ত্রুটি দেখা যায়। এই ব্যবস্থায় শিক্ষার্থীদের মনের ভাব প্রকাশে উৎসাহিত করা হয় না। তাদের চিন্তা করার ক্ষমতা এবং মূল্যায়ন করার দক্ষতা পরিমাপ করা যায় না। যদিও নিবন্ধাত্মক প্রশ্নের প্রধান উদ্দেশ্য পরীক্ষার্থীর যুক্তি সহকারে মনের ভাব প্রকাশের ক্ষমতা, চিন্তা করার ক্ষমতা এবং মূল্যায়ন করার দক্ষতা বিচার করা, তথাপি উত্তরে অপ্রয়োজনীয় বা অবাস্তব তথ্যের আধিক্য হওয়ার দরুণ যথার্থ মূল্যমান প্রদান করা যায় না। পক্ষান্তরে যদি অপ্রাসঙ্গিক এবং অশুদ্ধ তথ্যের জন্য প্রতিটি প্রশ্নের উত্তর থেকে মূল্যমান হ্রাস করতে হয়, তাহলে কত মূল্যমান হ্রাস করতে হবে সে সম্পর্কে প্রশ্ন দেখা দেয় এবং যথার্থ মূল্যমান প্রদানে অসুবিধার সৃষ্টি হয়। সুতরাং এই ধরনের প্রশ্নে কোন্ কোন্ বৈশিষ্ট্য পরিমাপ করতে হবে তা পূর্ব নির্ধারিত হওয়া উচিত। যদি কোন ক্ষেত্রে এইসব বিষয়ের উপর গুরুত্ব দিতে হয় তাহলে সেখানে কতটুকু গুরুত্ব দিতে হবে তাও পূর্বনির্দিষ্ট হওয়া উচিত। পরীক্ষার্থীদের অভীক্ষা প্রদানের সময় বিশেষভাবে বলে দেওয়া উচিত যে, প্রতিটি প্রশ্নের প্রাসঙ্গিকতা বজায় রেখে উত্তর দিতে হবে; অন্যথায় মূল্যমান হ্রাস পেতে পারে। (**Rule : Decide on provisions for handling factors which are irrelevent to the learning outcomes being measured.**)

॥ **চার** ॥ একটি উত্তরপত্র থেকে অপর উত্তরপত্র মূল্যায়নের জন্য নির্ধারিত আদর্শ বিধির (standard method) পরিবর্তন নিবন্ধাত্মক প্রশ্নগুলির মূল্যমানে অনির্ভরযোগ্যতা সৃষ্টি করে। যখন সাধারণ উত্তর সমন্বিত উত্তরপত্রকে অকৃতকার্য-কারীর উত্তরপত্রের সংগে তুলনা করা হয়, তখন এই জাতীয় উত্তরপত্র খুবই উচ্চ-স্তরের উত্তরপত্র হিসাবে বিবেচিত হয়; আবার যদি ঐ একই উত্তরপত্রকে উচ্চস্তরের উত্তরপত্রের সংগে তুলনা করা হয়, তখন এই একই উত্তরপত্র নিম্নস্তরের উত্তরপত্র হিসাবে পরিগণিত হয়। এই প্রভাব হ্রাস করার একটি উপায় হ'ল সমস্ত উত্তরপত্রের প্রথম প্রশ্নের উত্তরগুলির মূল্যায়ন করা, তারপর সমস্ত উত্তরপত্রগুলিকে ভাল ক'রে

মিলিয়ে দ্বিতীয় প্রশ্নের উত্তরগুলির মূল্যায়ন করা এবং একই উপায়ে সমস্ত উত্তরগুলি মূল্যায়ন করা। এই প্রক্রিয়াতে একটি নির্দিষ্ট সমরূপ মূল্যায়নের মান স্থির করা যেতে পারে। কারণ তাতে প্রতিটি প্রশ্ন বিচার করার ভিত্তিমান স্থির রাখা সহজ হয় এবং বিভিন্ন মাত্রার সঠিক উত্তরগুলির মধ্যে সহজে তুলনা করা যেতে পারে। যেখানে মান নির্ধারণ পদ্ধতি (rating method) ব্যবহার করা হয় এবং উত্তরপত্রগুলিকে প্রতিটি উত্তরের ভিত্তিতে কয়েকটি অংশে (piles) ভাগ ক'রে রাখা হয়, সেখানে প্রতিটি উত্তর দ্বিতীয়বার পড়ে এবং প্রয়োজনানুযায়ী পুনঃ শ্রেণীবিন্যাস ক'রে পরিবর্তনীয় আদর্শ বিধি (shifting standard method) পুনঃ পরীক্ষা করা যেতে পারে।

নিবন্ধাত্মক প্রশ্নগুলির মূল্যমান নির্ধারণে যে ত্রুটি দেখা যায় তা একটি প্রশ্নের সমস্ত উত্তরগুলি একই সময়ে মূল্যায়ন ক'রে দূর করা যেতে পারে। যেখানে একই সময়ে একটি উত্তরপত্রের সমস্ত উত্তরগুলি মূল্যায়ন করা হয়, সেখানে প্রথমে কতিপয় উত্তরগুলি শিক্ষার্থীর পারদর্শিতা সম্বন্ধে পরীক্ষকের মনে এমন একটি সাধারণ ধারণা সৃষ্টি করে যা একাধিক উত্তরগুলি সম্বন্ধে তার বিচারকে প্রভাবিত করে। এইভাবে যদি প্রথম উত্তরগুলি উচ্চ মানের হয় তাহলে পরীক্ষক অবশিষ্ট উত্তরগুলিতে বেশী মূল্যমান প্রদান ক'রে থাকেন এবং প্রথম উত্তরগুলি নিম্নমানের হ'লে তিনি অবশিষ্ট উত্তরগুলিতে কম মূল্যমান প্রদান করেন। তাছাড়া যদি একটি অভীক্ষায় (test) এরকম অনেকগুলি প্রশ্ন বা অভীক্ষাপদ থাকে যা পরীক্ষককে একজন পরীক্ষার্থীর উত্তরপত্র মূল্যায়ন করতে গিয়ে প্রশ্নানুযায়ী চিন্তা করতে হয়, তাহলে তাতে পরীক্ষকের মনে তাড়াতাড়ি মানসিক অবসাদ ও বিরক্তির সৃষ্টি হয়। ফলে এই ব্যক্তিগত মানসিক অবস্থা উত্তরপত্র মূল্যায়নের উপর প্রভাব বিস্তার করে। এই অবস্থা দূর করার জন্য প্রতিটি প্রশ্ন বা অভীক্ষাপদের ভিত্তিতে উত্তরপত্রগুলি মূল্যায়ন করা উচিত। এই পদ্ধতিতে বাহ্যিক মূল্যবোধ (halo effect) দূর করা যায়। (**Rule : Evaluate all answers to one question before going on to the next question.**)

॥ **পাঁচ** ॥ নিবন্ধাত্মক প্রশ্নের উত্তর মূল্যায়নের সময় পরীক্ষার্থী সম্বন্ধে পরীক্ষকের পূর্ব ধারণা মূল্যায়নকে প্রভাবিত করে। শ্রেণী কক্ষে শিক্ষাদানের সময় যদি কোন শিক্ষক কোন ছাত্র সম্পর্কে ভাল ধারণা পোষণ করেন এবং ঐ ছাত্রের পরীক্ষার উত্তর পত্র মূল্যায়ন করার সময় তিনি দেখেন যে, ছাত্রটি প্রশ্নের উত্তর প্রয়োজনীয় তথ্য সহকারে লেখেনি তখনও যদি পূর্ব ধারণার ভিত্তিতে তিনি ঐ উত্তরপত্রের মূল্যায়নে বেশী মূল্যমান প্রদান করেন, এবং অপর কোন একটি ছাত্র তার উত্তরপত্র প্রয়োজনীয় তথ্য সম্ভার সমন্বিত হওয়া সত্ত্বেও ঐ শিক্ষক ঐ উত্তরপত্র মূল্যায়ন ক'রে কম মূল্যমান প্রদান করেন তাহলে এই ধরনের 'বাহ্যিক মূল্যবোধ', (halo effect) মূল্যায়নে গুরুত্বপূর্ণ ত্রুটির সৃষ্টি করে এবং তাতে মূল্যমান প্রদান পদ্ধতির নির্ভরযোগ্যতা বহুলাংশে হ্রাস পায়। এই কারণে নিবন্ধাত্মক প্রশ্নের উত্তরপত্র মূল্যায়নের সময়

পরীক্ষার্থীর পরিচয় গোপন রাখা বাঞ্ছনীয়। এইরূপ ক্ষেত্রে প্রতিটি উত্তরপত্রে পরীক্ষার্থীর নামের পরিবর্তে পরীক্ষার্থীর পরিচয়জ্ঞাপক সংখ্যা ব্যবহার করা উচিত। যেখানে হাতের লেখার সাহায্যে পরীক্ষার্থীর পরিচয় গোপন করা যায় না, সেখানে যতদূর সম্ভব পরীক্ষককে পক্ষপাতিত্বমূলক মনোভাব অবশ্যই পরিহার করতে হবে। (**Rule :** **Evaluate the answers without looking at the pupil's name.**)

॥ ছয় ॥ যখন পুরস্কার, বৃত্তি, বিশেষ ধরনের শিখন এবং অনুরূপ বিষয়ের জন্য ছাত্রছাত্রী নির্বাচন করতে হয়, তখন অভীক্ষাগুলিতে সময় সময় নিবন্ধাত্মক প্রশ্ন অন্তর্ভুক্ত করা হয়। এইরূপ ক্ষেত্রে দু'জন বা ততোধিক দক্ষ ব্যক্তিদের দ্বারা উত্তরপত্রগুলি স্বতন্ত্রভাবে পরীক্ষা করিয়ে নিতে হয় এবং নির্ধারিত ফলাফলের মধ্যে তুলনা ক'রে উত্তরপত্রগুলির মূল্যায়ন করতে হয়। কোন বৃহৎ ত্রুটিসমূহের নিষ্পত্তি সন্তোষজনকভাবে করার পর অধিক নির্ভরযোগ্য ফলাফলের জন্য নির্ধারিত স্বতন্ত্র মূল্যমানগুলির গড়মান নির্ণয় করা যেতে পারে। অন্যভাবে বলা যায় যে, সকল রকম বিধিনিষেধ আরোপ করা সত্ত্বেও পরীক্ষক মূল্যমান প্রদানের ক্ষেত্রে নিজস্ব ব্যক্তিগত ইচ্ছাকে প্রয়োগ করতে পারেন। এই অসুবিধা দূর করার জন্য একই উত্তরপত্র বিভিন্ন পরীক্ষক দ্বারা মূল্যায়ন করানো উচিত। বিভিন্ন পরীক্ষক একই উত্তরপত্র মূল্যায়ন করলে তাদের ব্যক্তিগত প্রভাব হ্রাস পাওয়ার সম্ভাবনা থাকে। ফলে পরীক্ষার নৈর্ব্যক্তিকতা বাড়ানো যেতে পারে। (**Rule :** **Obtain two or more independent ratings with regard to each question, if especially important decisions are to be based on the results.**)

পরিশেষে বলা যায় যে, নিবন্ধাত্মক প্রশ্নের যথেষ্ট ত্রুটি থাকা সত্ত্বেও এবং এই ত্রুটিগুলি সম্পূর্ণভাবে দূর করা না গেলেও এই জাতীয় প্রশ্নের গুরুত্ব পরিমাপের ক্ষেত্রে একেবারেই অস্বীকার করা যায় না। যতদূর সম্ভব বিভিন্ন কৌশল অবলম্বন ক'রে তার নৈর্ব্যক্তিকতার হার বাড়ানো যেতে পারে।

নৈর্ব্যক্তিক বা বস্তুনিষ্ঠ প্রশ্ন বা অভীক্ষা পদ
(Objective-type Question or test-item)

পূর্বের আলোচনা থেকে দেখা যায় যে, আমাদের বহুল প্রচলিত পরীক্ষা-ব্যবস্থায় এমন এক ধরনের ত্রুটি আছে যাকে **পরীক্ষক বা ব্যক্তিনির্ভর ত্রুটি (Personal error) বলা হয়**। পরীক্ষক বা ব্যক্তি যখন কোন বিষয় পর্যবেক্ষণ করে বা সেই বিষয়ের মূল্যায়ন করে, তখন সেই পর্যবেক্ষণ বা মূল্যায়নে তার ব্যক্তিগত মতামতের প্রতিফলন ঘটে থাকে। তাতে পরিমাপজনিত ফলাফল নির্ভুল হওয়ার পরিবর্তে ত্রুটিপূর্ণ হ'য়ে থাকে। এই ত্রুটি মূলতঃ পর্যবেক্ষণমূলক ত্রুটি। ব্যক্তিগত এবং পর্যবেক্ষণমূলক ত্রুটির মধ্যে কোন পার্থক্য নেই। শিক্ষামূলক এবং মনোবৈজ্ঞানিক পরিমাপের ক্ষেত্রে এই ধরনের ত্রুটি অপেক্ষাকৃত বেশী হয়। আমাদের প্রচলিত মূল্যায়ন-

পদ্ধতি বা পরীক্ষা-ব্যবস্থার বিরুদ্ধে যে সমালোচনা করা হয় তার মূলে আছে এই ধরনের ত্রুটি। পরিমাপের ক্ষেত্রে এই ত্রুটি দূর করতে হ'লে অভীক্ষার পদগুলি বা পরীক্ষার প্রশ্নগুলি নৈর্ব্যক্তিক বা বস্তুনিষ্ঠ (Objective) হওয়া বাঞ্ছনীয়।

পরীক্ষার বা অভীক্ষার নৈর্ব্যক্তিকতা বলতে কি বোঝা যায় ?

(What is understood by the Objectivity of Examination or Test ?)

পরিমাপ-যন্ত্র যদি আদর্শ যন্ত্র হিসাবে পরিগণিত হয়, তাহলে ঐ যন্ত্রটি বহু ব্যক্তি ব্যবহার করলেও প্রত্যেকেই একই প্রকার পরিমাপ পাবেন। যখন একটি টেবিলের দৈর্ঘ্য একটি মাপনির সাহায্যে পরিমাপ করা হয়, তখন যদি দৈর্ঘ্যের পরিমাপ সর্বদা একই প্রকার হয় তাহলে বলা যাবে যে, মাপনিটি আদর্শ মাপনি। এইরূপ ক্ষেত্রে কোন ব্যক্তিই তার নিজস্ব পরিমাপের প্রভাব আরোপ করতে পারে না। ফলে কোনরূপ পর্যবেক্ষণমূলক ত্রুটি হয় না। কিন্তু যখন দেখা যায় যে, একজন ব্যক্তি একটি টেবিলের দৈর্ঘ্য 4 মিটার মাপতে গিয়ে 3·9 মিটার মেপেছেন, তাহলে বুঝতে হবে যে, তাঁর পর্যবেক্ষণে কোনরূপ ত্রুটি আছে। সাধারণতঃ এই জাতীয় ত্রুটি ভৌত পরিমাপের ক্ষেত্রে ব্যক্তির দৈহিক কারণে ঘটে থাকে। অনেক ক্ষেত্রে প্রাকৃতিক নিয়মেও হ'য়ে থাকে। এই ত্রুটি সহজে নির্ণয় করা যায়। যখন কোন মাপনি বা পরিমাপের ক্ষেত্রে এই জাতীয় ত্রুটি দেখা যায়, তখন বলা যেতে পারে যে, প্রাপ্ত পরিমাপ নৈর্ব্যক্তিক নয়। মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষা বিষয়ক পরিমাপের ক্ষেত্রে এই জাতীয় ত্রুটির সম্ভাবনা বেশী পরিমাণে ঘটতে পারে। কারণ এই ক্ষেত্রে উত্তরের মান নির্ধারণের সময় পরীক্ষকের মতামতের প্রভাব খুব বেশী পরিমাণে পড়ার সম্ভাবনা থেকে থাকে। প্রায়ই দেখা যায় যে, কোন পরীক্ষক উত্তরের একটি অংশের উপর অপেক্ষাকৃত কম গুরুত্ব আরোপ করেন। আবার অন্য একজন পরীক্ষক উত্তরের অন্য একটি অংশের উপর অপেক্ষাকৃত বেশী গুরুত্ব আরোপ করেন। প্রশ্নের মূল্যায়নে পরীক্ষকদের মতামতের এই পার্থক্য পরিমাপ করা খুবই অসুবিধাজনক। কারণ প্রাপ্ত পরিমাপের নিশ্চয়তা সম্পর্কে কোনরূপ ধারণা পূর্ব থেকে করা যায় না। কিন্তু যখন দেখা যায় যে, কোন বিশেষ পরিমাপের ক্ষেত্রে একই রকম মূল্যমান (score value) পাওয়া যায়, তখন সেক্ষেত্রে পরীক্ষকদের নিজস্ব কোনরূপ ব্যক্তিগত প্রভাব কার্যকরী হয় না। অর্থাৎ পরিমাপটি নৈর্ব্যক্তিক। অন্যভাবে বলা যায় যে, একই অভীক্ষা একই ব্যক্তি সমষ্টির উপর প্রয়োগ ক'রে বিভিন্ন পরীক্ষক যদি একই প্রকার মূল্যমান পান, তাহলে সে ক্ষেত্রে অভীক্ষাটি নৈর্ব্যক্তিক হবে। সুতরাং বিভিন্ন পরীক্ষক দ্বারা প্রযুক্ত কোন অভীক্ষার একই মূল্যমান বা পরিমাপ পাওয়ার সম্ভাব্য মাত্রাকে অভীক্ষার নৈর্ব্যক্তিকতা হিসাবে ব্যাখ্যা করা যেতে পারে। (Objectivity of a test can be defined as the probable degree to which different examinees obtain the same reasult.) অর্থাৎ, কোন অভীক্ষা সম্পূর্ণভাবে নৈর্ব্যক্তিক হ'লে

যে কোন পরীক্ষক তার সাহায্যে কোন পরীক্ষার্থীর পারদর্শিতার মান বা মানসিক বৈশিষ্ট্য নৈর্ব্যক্তিকভাবে পরিমাপ করতে পারেন। এই দিক দিয়ে বলা যেতে পারে যে, যে সব অভীক্ষাপদ বা প্রশ্নে শিক্ষার্থী বা পরীক্ষক উভয়েরই ব্যক্তিগত প্রভাব পড়ার সম্ভাবনা থাকে না, তাদের বস্তুধর্মী বা নৈর্ব্যক্তিক অভীক্ষা বলা হয়। যাঁরাই এই অভীক্ষা ব্যবহার করুন না কেন পরিমাপজনিত ফলশ্রুতির মধ্যে সাদৃশ্য থাকবে।

মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষাবিষয়ক পরিমাপের ক্ষেত্রে নৈর্ব্যক্তিকতা সম্বন্ধে স্পষ্ট ধারণার প্রয়োজন হয়। এর জন্য তার বৈশিষ্ট্যগুলির সম্যক পরিচয় আবশ্যক হয়। কারণ এই বৈশিষ্ট্যগুলি সম্পর্কে ধারণা না থাকলে নৈর্ব্যক্তিকতার তাৎপর্য নির্ণয় করা সহজসাধ্য হয় না। এই বৈশিষ্ট্যগুলির উল্লেখ নিম্নরূপভাবে করা যায়।

॥ **এক** ॥ অভীক্ষা নৈর্ব্যক্তিক হ'লে তার পরিমাপের নৈর্ব্যক্তিকতাও বেশী হওয়ার সম্ভাবনা থাকে।

॥ **দুই** ॥ অভীক্ষা নৈর্ব্যক্তিক হ'লে নির্ভরযোগ্যতার সঙ্গে তার পারস্পরিক সম্বন্ধ থাকে। পরীক্ষাভেদে তার ফলশ্রুতির মধ্যে কোনরূপ পরিবর্তন দেখা যায় না। অভীক্ষার প্রয়োগ ও পুনঃ প্রয়োগলব্ধ ফলশ্রুতির মধ্যে কোন পার্থক্য পাওয়া যায় না। অভীক্ষাটি নির্ভরযোগ্য হয়।

॥ **তিন** ॥ অভীক্ষার বৈধতার সংগে নৈর্ব্যক্তিকতার কোন সম্পর্ক নেই। অনেক সময় দেখা যায় যে, কোন অভীক্ষা হয়ত খুব বেশী নৈর্ব্যক্তিক ; কিন্তু তার বৈধতা খুবই কম। আবার কোন অভীক্ষার বৈধতা খুব বেশী ; কিন্তু অভীক্ষাটি নৈর্ব্যক্তিক নয়। এখানে মনে রাখা প্রয়োজন যে, যে কোন অভীক্ষা বৈধ হওয়া খুব বেশী প্রয়োজন। অভীক্ষার বৈশিষ্ট্য বিচার করার সময় প্রথমে অভীক্ষাটি বৈধ কিনা দেখতে হয় এবং পরে তার নৈর্ব্যক্তিকতা বিচার করার প্রয়োজন হয়। সুতরাং অভীক্ষার বৈধতার প্রশ্ন বাদ দিয়ে নৈর্ব্যক্তিকতা আনার চেষ্টা করলে অভীক্ষাটির পরিমাপজনিত ফলশ্রুতি ত্রুটিপূর্ণ হবে।

॥ **চার** ॥ নির্ভরযোগ্যতা বা বৈধতা নির্ধারণের ক্ষেত্রে যে রকম গাণিতিক সূত্র ব্যবহার হয় সেইরকম কোন সূত্রের সাহায্যে নৈর্ব্যক্তিকতা নির্ণয় করা যায় না। তাছাড়া নৈর্ব্যক্তিকতার জন্য কোনরূপ সূচকও (index) পাওয়া যায় না। কতকগুলি সাংগঠনিক নিয়ম ও পদ্ধতি ব্যবহারের সাহায্যে অভীক্ষার নৈর্ব্যক্তিকতা স্থির ক'রে নিতে হয়।

অভীক্ষাপদের নিম্ন নৈর্ব্যক্তিকতার কারণসমূহ
(Causes of low objectivity of test-items)

অভীক্ষা নৈর্ব্যক্তিক হ'লে বিভিন্ন পরীক্ষকের প্রাপ্ত পরিমাপের মধ্যে সাফল্য পাওয়া যায়। নৈর্ব্যক্তিকতার অভাব ঘটলে বিভিন্ন পরীক্ষকের প্রাপ্ত পরিমাপের মধ্যে পার্থক্য হয়। এই পার্থক্যের কারণ হিসাবে বলা যায় যে, পরীক্ষকরা পরিমাপের সময় বা অভীক্ষায় ব্যক্ত শিক্ষার্থীদের উত্তর বা প্রতিক্রিয়াগুলি বিশ্লেষণের সময়

নিজেদের মানসিক বৈশিষ্ট্যগুলি বা মতামত আরোপ ক'রে থাকেন। স্থতরাং যে অবস্থাতে শিক্ষক তাঁর ব্যক্তিগত মতামত উত্তরপত্র মূল্যায়নের ক্ষেত্রে আরোপ করার স্থযোগ পান সেই অবস্থা অভীক্ষা বা পরীক্ষার নৈর্ব্যক্তিকতাকে কমিয়ে দেয়। প্রধানতঃ এই কারণগুলিকে দু'টি ভাগে ভাগ করা যায়—(এক) অভীক্ষা বা পরীক্ষা পদের প্রকৃতিগত কারণ এবং (দুই) অভীক্ষালব্ধ প্রতিক্রিয়ার মান নির্ণয়গত কারণ।

(এক) অভীক্ষা বা পরীক্ষা পদের প্রাকৃতিগত কারণের জন্য নৈর্ব্যক্তিকতা হ্রাস (Causes for lowering of objectivity due to the nature of test or examination items)—অভীক্ষা বা পরীক্ষাতে যে পদগুলি অন্তর্ভুক্ত করা হয়, সেই পদগুলির মধ্যে যদি কোন সাংগঠনিক কিংবা প্রকৃতি-গত কোন ত্রুটি থেকে থাকে তাহলে অভীক্ষা বা পরীক্ষার নৈর্ব্যক্তিকতা কমে যায়। এই কারণগুলির মধ্যে নিম্নলিখিত কারণগুলি বিশেষ উল্লেখযোগ্য—

(i) যদি অভীক্ষা পদের বা প্রশ্নের উত্তরে নির্দিষ্ট একক উত্তরের অভাব থাকে এবং বিভিন্নভাবে তার উত্তর দেওয়া যেতে পারে, তাহলে অভীক্ষার নৈর্ব্যক্তিকতা হ্রাস পায়। কারণ এইরূপ ক্ষেত্রে ঐ অভীক্ষা পদের উত্তরটির মান নির্ণয় করার সময় পরীক্ষককেও তাঁর নিজের মতামত প্রয়োগ করতে হয়; এমনকি যখন বিভিন্ন পরীক্ষক ঐ পদটির মান নির্ধারণ করেন, তখনও তাঁদের মূল্যায়নে ব্যক্তি-স্বাতন্ত্র্যের প্রভাব দেখা যায়। ফলে তাঁদের প্রদত্ত মূল্যমানের মধ্যে পরিবর্তন স্বাভাবিকভাবে ঘটতে পারে।

(ii) যখন পরীক্ষক অভীক্ষার পদ বা প্রশ্নগুলির সাহায্যে পরীক্ষার্থীদের নির্দিষ্ট বৈশিষ্ট্য ছাড়াও অন্যান্য বৈশিষ্ট্য পরিমাপ করেন এবং মূল্যায়নের সময়ে তিনি ঐ নির্দিষ্ট বৈশিষ্ট্য ছাড়া অপর বৈশিষ্ট্যগুলির উপর গুরুত্ব আরোপ করেন তখন শুধুমাত্র নির্দিষ্ট বৈশিষ্ট্যের পরিমাপজনিত ফলশ্রুতি যেরকমভাবে পাওয়া যেত, অন্যান্য বৈশিষ্ট্যের দরুণ ঠিক সেই ধরনের ফলশ্রুতি পাওয়া যায় না। যেমন, নিবন্ধাত্মক পরীক্ষায় দেখা যায় যে, এখানে বিষয় জ্ঞানের সংগে ভাষা জ্ঞান, প্রকাশভঙ্গী, বিষয়ের বিন্যাস প্রভৃতি বৈশিষ্ট্যগুলির উপর গুরুত্ব আরোপ করা হয়। এই গুরুত্ব প্রদানের সময়ে পরীক্ষকরা সমতা রক্ষা করতে না পারায় পরীক্ষার নৈর্ব্যক্তিকতায় ত্রুটি দেখা যায়।

(iii) শিক্ষাবিষয়ক অভীক্ষা পদের ভাষায় ত্রুটি থাকলে উত্তরের মূল্যায়ন সঠিক হয় না এবং অভীক্ষার নৈর্ব্যক্তিকতা হ্রাস পায়।

(iv) মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষাবিষয়ক প্রশ্নগুলি অনেক সময় এমন জটিলভাবে তৈরী করা হয় যে পরীক্ষার্থীরা প্রশ্নগুলির উত্তরের জন্য কি কি তথ্য উপস্থিত করতে হবে তা বুঝতে পারে না। ফলে উত্তরগুলি সঠিক হয় না। তাছাড়া একই অভীক্ষার প্রশ্নে অনেক ক্ষেত্রে অনেকগুলি বিষয় অন্তর্ভুক্ত করা হয়। তাতে অভীক্ষার অন্তর্গত প্রশ্নটির সঠিক উত্তর কি হবে সে সম্বন্ধে শিক্ষার্থীর মনে বিভ্রান্তির সৃষ্টি হয় এবং প্রশ্নটিতে অন্তর্গত সকল বিষয়ের প্রতিটি অংশের প্রতি নজর দেওয়া তার সম্ভব হয় না। পরীক্ষকগণও প্রশ্নের উত্তরের মান প্রদানের সময় সকল প্রশ্নের সকল অংশের

বিচার করতে পারেন না। আবার অনেকক্ষেত্রে প্রশ্নের বিশেষ একটি অংশের উপর তাঁরা গুরুত্ব আরোপ করেন। এই ধরনের অবস্থায় অভীক্ষার নৈর্ব্যক্তিকতা হ্রাস পায়।

(v) মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষাবিষয়ক অভীক্ষায় যথাযথ নির্দেশের অভাব হ'লে পরীক্ষার্থী এবং পরীক্ষক উভয়েই বিভ্রান্ত হয়। ফলে অভীক্ষার নৈর্ব্যক্তিকতা হ্রাস পায়।

(দুই) অভীক্ষালব্ধ প্রতিক্রিয়ার মান নির্ণয়গত কারণের জন্য নৈর্ব্যক্তিকতা হ্রাস (Causes for lowering objectivity due to scoring of response to test)—উত্তরপত্রের মূল্যমান নির্ণয়ের পদ্ধতি সংক্রান্ত ক্রটির কারণে নৈর্ব্যক্তিকতা হ্রাস পায়। অভীক্ষার নৈর্ব্যক্তিকতা যে সব ক্রটির জন্য হ্রাস পায় সেই ক্রটিগুলি হ'ল নিম্নরূপ—

(i) শিক্ষাবিষয়ক প্রশ্নপত্রে অনেক সময় কতকগুলি অংশ থাকে। প্রতিটি অংশের জন্য নির্দিষ্ট কোন মূল্যমান থাকে না। ফলে বিভিন্ন পরীক্ষক বিভিন্নভাবে মূল্যমান ভাগ ক'রে উত্তরপত্রগুলির মান নির্ণয় করেন। তার ফলে উত্তরপত্রগুলির মূল্যায়নে পার্থক্য দেখা যায় এবং পরিমাপে নৈর্ব্যক্তিকতা হ্রাস পায়।

(ii) যেখানে মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষাবিষয়ক অভীক্ষায় প্রশ্নগুলির উত্তর বিভিন্নভাবে দেওয়া হয়, এবং উত্তরগুলির মূল্যমান প্রদানে পূর্বনির্দিষ্ট কোন পদ্ধতি থাকে না সেখানে বিভিন্ন পরীক্ষক তাঁদের মতানুযায়ী প্রতিটি প্রশ্নের উত্তরের মূল্যমান প্রদানের সুযোগ পান। তাতে অভীক্ষার নৈর্ব্যক্তিকতা হ্রাস পায়। সুতরাং কি ধরনের উত্তর হ'লে কত মূল্যমান দেওয়া যাবে তা যদি পূর্বেই ঠিক করা থাকে তাহলে অভীক্ষার নৈর্ব্যক্তিকতা বজায় রাখা সম্ভব হয়।

(iii) যখন পরীক্ষার মূল্যমান নির্ধারণে পরীক্ষকের আচরণ ও সিদ্ধান্ত নিয়ন্ত্রণ করা যায় না তখন নৈর্ব্যক্তিকতা হ্রাস পায়।

এখানে অভীক্ষার নৈর্ব্যক্তিকতা হ্রাসের যে কারণগুলির উল্লেখ করা হ'ল সেই কারণগুলি পরস্পর সম্বন্ধযুক্ত। তাই এই কারণগুলি স্মরণ রেখে যদি কোন অভীক্ষার পদগুলি গঠন করা হয় এবং তাদের বাঞ্ছিত উত্তরগুলির মূল্যমান প্রদানের পদ্ধতি স্থির করা হয় তাহলে অভীক্ষার নৈর্ব্যক্তিকতা বজায় রাখা সম্ভব হবে এবং যে সকল ক্রটির জন্য নৈর্ব্যক্তিকতা হ্রাস পায় সেই ক্রটিগুলি দূর করা সহজ হবে।

অভীক্ষার নৈর্ব্যক্তিকতা সংরক্ষণ
(Securing objectivity of test)

অভীক্ষার নৈর্ব্যক্তিকতা সংরক্ষণ ও বৃদ্ধি করতে হ'লে অভীক্ষাতে এমন প্রশ্ন অন্তর্ভুক্ত করতে হবে যার একটি নির্দিষ্ট উত্তর থাকবে এবং মূল্যমানও স্থির থাকবে। ফলে এই জাতীয় প্রশ্নের মূল্যায়নে পরীক্ষার্থী এবং পরীক্ষকের ব্যক্তিগত প্রভাব

পড়ার সম্ভাবনা থাকে না। এইরূপ প্রশ্নযুক্ত অভীক্ষাকে নৈর্ব্যক্তিক বা বস্তুধর্মী অভীক্ষা বলা হয়। এই ধরনের অভীক্ষার প্রশ্নে উত্তরদানের ক্ষেত্রে পরীক্ষার্থীদের স্বাধীনতা কম থাকে এবং উত্তরপত্র পরীক্ষার ক্ষেত্রে পরীক্ষকদের বিচার-বিবেচনা কাজে লাগানোর সুযোগ কম হয়। সাংগঠনিক দিক থেকে এই অভীক্ষাগুলি অনেক বেশী নির্ভরশীল। এখানে পরীক্ষার্থীদের কেবলমাত্র কয়েকটি নির্দিষ্ট শব্দ প্রয়োগ ক'রে বা কতকগুলি ধারণা নির্বাচন ক'রে পরীক্ষার কাজটি সম্পন্ন করতে হয়। মনোবিদ্দের মতানুসারে নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্নের সংজ্ঞা নিরূপণ করতে গিয়ে বলা যায় যে, "Objective test includes items which are highly structured and require the pupil to supply a word or two, or to select the correct answer from among a limited number of alternatives."

পূর্বেই বলা হ'য়েছে যে, অভীক্ষার নৈর্ব্যক্তিকতা কোন গাণিতিক পদ্ধতিতে নির্ধারণ করা যায় না। যখন কোন অভীক্ষার উত্তরপত্র মূল্যায়নে পরীক্ষকের ব্যক্তিগত প্রভাব থাকে না এবং যেটুকু প্রভাব থাকে তা রোধ করা যায় তখন সেই অভীক্ষাটি নৈর্ব্যক্তিক হবে। সুতরাং অভীক্ষার নৈর্ব্যক্তিকতা হ্রাসের কারণগুলি দূর ক'রে তার নৈর্ব্যক্তিকতা নির্ণয় করা যায় এবং সংরক্ষণ করা যায়। মূলতঃ অভীক্ষার নৈর্ব্যক্তিকতা দু'টি কারণে হ্রাস পায়—(এক) অভীক্ষার পদগুলির সাংগঠনিক ত্রুটি এবং (দুই) মূল্যমান নির্ণয়ের স্থিরতার অভাব। যদি এই দু'টি দিক থেকে সতর্কতা অবলম্বন করা যায়, তাহলে অভীক্ষার নৈর্ব্যক্তিকতা সংরক্ষণ করা সম্ভব হয়।

অভীক্ষার পদগুলির সাংগঠনিক ত্রুটি দূর করতে হ'লে যে যে সমস্যা দেখা যায়, সেই সমস্যাগুলির তাৎপর্য বিশ্লেষণ করতে হয়। আমাদের প্রচলিত শিক্ষা ব্যবস্থায় শিক্ষার্থীদের শিক্ষাগত যোগ্যতা সাধারণতঃ নিবন্ধাত্মক প্রশ্নের সাহায্যে পরিমাপ করা হয়। এই জাতীয় প্রশ্নগুলি ত্রুটিমুক্ত না হওয়ায় পরিমাপ নৈর্ব্যক্তিক হয় না। কারণ প্রশ্নগুলির কোন নির্দিষ্ট উত্তরমান না থাকাতে শিক্ষার্থীদের পক্ষে অনেক সময় উত্তরের সঠিকত্ব স্থির করা সম্ভব হয় না। ফলে উত্তরের মূল্যমান প্রদানে পার্থক্য ঘটে এবং প্রশ্নের নৈর্ব্যক্তিকতা হ্রাস পায়। সুতরাং নির্দিষ্ট উত্তর সম্বলিত প্রশ্নপত্র রচনা করা সম্ভব হ'লে অভীক্ষার নৈর্ব্যক্তিকতা সংরক্ষণ করা সম্ভব হবে এবং নির্ভরযোগ্যতাও বৃদ্ধি পাবে। এই উদ্দেশ্যে অধুনা অভীক্ষার মধ্যে নিয়ন্ত্রিত উত্তর সম্বলিত প্রশ্ন, সংক্ষিপ্ত-উত্তর সম্পর্কিত প্রশ্ন এবং বস্তুধর্মী প্রশ্ন অন্তর্ভুক্ত করা হয়। এই ধরনের অভীক্ষাপদে উত্তরের একটি নির্দিষ্ট মান সংরক্ষিত থাকে। ফলে উত্তরের মূল্যায়নে পরীক্ষকের কোন ব্যক্তিগত প্রভাব থাকে না। সুতরাং প্রচলিত নিবন্ধাত্মক পরীক্ষার সংস্কার সাধন ক'রে, অভীক্ষাপদে বস্তুধর্মী প্রশ্ন ব্যবহার ক'রে এবং সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন সংযোগ ক'রে নৈর্ব্যক্তিকতা সংরক্ষণ করা যায়।

অন্যদিক দিয়ে উত্তরপত্রের মূল্যায়নে পরীক্ষকের প্রভাব নৈর্ব্যক্তিকতা হ্রাস করে। সেই কারণে যদি প্রত্যেক পরীক্ষক একই নিয়মে উত্তরের মূল্যায়ন করেন, তাহলে নৈর্ব্যক্তিকতা সংরক্ষণ করা সম্ভব হয়। সেই জন্য প্রশ্নপত্রের উত্তরগুলি মূল্যায়নের

ক্ষেত্রে নির্দেশপত্র তৈরী করতে হয়। মূল্যায়নের সময় প্রত্যেক পরীক্ষককে একটি ক'রে মূল্যায়নের নির্দেশপত্র দিতে হয় যার ভিত্তিতে পরীক্ষক প্রতিটি উত্তরের মূল্যমান প্রদান করতে পারেন। এই ধরনের নির্দেশপত্রকে **প্রাপ্তাংক নির্ণয়পত্র** (Scoring key) বলা হয়। তাতে প্রশ্ন, প্রশ্নের বিশিষ্ট অংশের জন্য নির্দিষ্ট মান, বিভিন্ন সম্ভাব্য উত্তর ও তার মান, উত্তরের বিভিন্ন পর্যায়ের জন্য আংশিক মান প্রভৃতি লিপিবদ্ধ করা থাকে। এই প্রাপ্তাংক নির্ণয়পত্রের সাহায্যে পরীক্ষকদের উত্তরপত্রের মান নির্ণয় করতে দিলে তাঁদের ব্যক্তিগত প্রভাব কার্যকরী হওয়ার সুযোগ কম থাকে।

এই আলোচনার পরিপ্রেক্ষিতে বলা যায় যে, কোন অভীক্ষার নৈর্ব্যক্তিকতা তিনটি পন্থা গ্রহণ করলে সংরক্ষণ করা যায়। যেমন, (**এক**) প্রচলিত নিবন্ধাত্মক পরীক্ষার সংস্কার সাধন করা, (**দুই**) বস্তুনিষ্ঠ প্রশ্নপত্র তৈরী করা এবং (**তিন**) প্রাপ্তাংক নির্দেশপত্র নির্ধারণ করা। প্রথম ও তৃতীয় পন্থা দু'টির আলোচনা পূর্বেই করা হয়েছে। এখানে বস্তুনিষ্ঠ প্রশ্ন কিভাবে নির্বাচন করা যায় সে সম্বন্ধে কিছু বিস্তারিত আলোচনা করার প্রয়োজন আছে। কারণ নিবন্ধাত্মক অপেক্ষা বস্তুনিষ্ঠ প্রশ্নে নৈর্ব্যক্তিকতা সংরক্ষণ করা সহজ ও সম্ভব হয়।

বস্তুনিষ্ঠ ও নিবন্ধাত্মক প্রশ্নের মধ্যে তুলনা

(Comparison between Objective and Eassy-type questions)

বস্তুনিষ্ঠ ও নিবন্ধাত্মক প্রশ্নের তুলনামূলক বিচারে দেখা যায় যে, বস্তুনিষ্ঠ প্রশ্নের দ্বারা শিক্ষার্থীদের বিষয়বস্তুর জ্ঞান সঠিকভাবে পরিমাপ করা সম্ভব হয়। কিন্তু নিবন্ধাত্মক প্রশ্নের ন্যায় বস্তুনিষ্ঠ প্রশ্নের দ্বারা শিক্ষার্থীর বিশ্লেষণ বা সমন্বয় করার ক্ষমতা কিংবা বিষয়বস্তু পরিবেশনের ক্ষমতা পরিমাপ করা যায় না। যখন শিক্ষাবিষয়ক পরিমাপের ক্ষেত্রে জ্ঞান পরিমাপের জন্য গুরুত্ব আরোপ করা হয়, তখন এই জাতীয় প্রশ্নের পরিমাপজনিত নির্ভরযোগ্যতা অনেক বেশী হয়। এই ধরনের প্রশ্নের দ্বারা যখন অভীক্ষা তৈরী করা হয়, তখন অভীক্ষার পদ-সংখ্যা অনেক বেশী হয় এবং অনেক বিস্তৃত ক্ষেত্রে জ্ঞানের পরিমাপ করা যায়। নিবন্ধাত্মক প্রশ্নে এই ধরনের গুণের অভাব আছে। কারণ এখানে পদ-সংখ্যা কম হয়। বস্তুনিষ্ঠ প্রশ্ন দ্বারা শিক্ষার্থীদের প্রতিক্রিয়াকে সুনিয়ন্ত্রিত করা যায়। তারা নির্দিষ্ট উত্তরটি দিতে বাধ্য হয়। ফলে শিক্ষাবিষয়ক জ্ঞান অনেক বেশী সঠিকভাবে পরিমাপ করা যায়। তাছাড়া বস্তুনিষ্ঠ প্রশ্নগুলির উত্তরের মান সহজে নির্ণয় করা যায়। কারণ পরীক্ষকের দীর্ঘ উত্তরের বিভিন্ন অংশের প্রতি লক্ষ্য রাখা প্রয়োজন হয় না। এই ধরনের প্রশ্নের মান নির্ণয়ের রীতি পূর্ব নির্ধারিত থাকে। সেই কারণে প্রশ্নের মান নির্ণয়ের সময় পরীক্ষকদের ব্যক্তিগত প্রভাব আরোপ করার কোন সম্ভাবনা থাকে না। বস্তুনিষ্ঠ প্রশ্নের নৈর্ব্যক্তিকতা এবং নির্ভরযোগ্যতা অনেক বেশী হয়। বস্তুনিষ্ঠ প্রশ্নের বৈশিষ্ট্যগুলির তাৎপর্য বোঝার জন্য নিবন্ধাত্মক প্রশ্নের বৈশিষ্ট্যগুলির সংগে তুলনা করা আবশ্যক। এই উদ্দেশ্যে পরপৃষ্ঠায় একটি তালিকা দেওয়া হ'ল।

সারণী 11·1

বস্তুনিষ্ঠ ও নিবন্ধাত্মক প্রশ্নের তুলনা

বৈশিষ্ট্য	বস্তুনিষ্ঠ প্রশ্ন	নিবন্ধাত্মক প্রশ্ন
পরিমাপজনিত শিক্ষাগত ফলশ্রুতি (Learning outcomes measured)	বিষয়বস্তুর জ্ঞান সঠিকভাবে পরিমাপ করতে পারে। কতিপয় প্রশ্ন, যেমন, যোজ্যতা নির্ণায়ক প্রশ্ন বোঝার ক্ষমতা, চিন্তা করার কৌশল এবং অন্যান্য জটিল ফলশ্রুতি পরিমাপ করতে পারে। কিন্তু বিষয়বস্তু সম্পর্কিত ধারণার বিন্যাস ও চয়নের ক্ষমতা, লেখার দক্ষতা, প্রকাশভঙ্গী, এবং অন্যান্য ধরনের সমস্যা সমাধানের ক্ষমতা পরিমাপ করতে পারে না।	বিষয়বস্তুর জ্ঞান সঠিকভাবে পরিমাপ করতে পারে না। বোঝার ক্ষমতা, চিন্তা করার কৌশল এবং অন্যান্য জটিল শিক্ষাগত ফলশ্রুতি (বিশেষভাবে যেখানে প্রতিক্রিয়ার মৌলিকত্ব বিচার করতে হয়) পরিমাপ করতে পারে। বিষয়বস্তু সম্পর্কিত ধারণার বিন্যাস ও চয়নের ক্ষমতা, লেখার দক্ষতা, প্রকাশভঙ্গী এবং অন্যান্য ধরনের সমস্যা সমাধানের ক্ষমতাও পরিমাপ করা যায়।
প্রশ্নের রচনা (Preparation of questions)	একটি অভীক্ষার জন্য অপেক্ষাকৃতভাবে অনেক প্রশ্নের প্রয়োজন হয়। প্রশ্নের রচনা পরিশ্রমসাধ্য ও সময়সাপেক্ষ হয়।	একটি অভীক্ষার জন্য খুবই অল্প প্রশ্নের প্রয়োজন হয়। প্রশ্নের রচনা অপেক্ষাকৃতভাবে সহজ হ'লেও সাধারণভাবে যা ধারণা করা যায় তার চেয়ে বিশেষ পরিশ্রমসাধ্য হয়।
বিষয়বস্তুর বিস্তৃতি (Sampling of course content)	অভীক্ষাতে সঠিক সংখ্যক প্রশ্ন অন্তর্ভুক্ত করার জন্য সমগ্র পাঠ্যবিষয় ব্যাপকভাবে অনুশীলন ক'রে প্রশ্ন তৈরী করা হয়।	প্রশ্নের সংখ্যা কম হওয়ার জন্য সমগ্র পাঠ্যবিষয়কে অন্তর্ভুক্ত ক'রে প্রশ্ন তৈরী করা যায় না।

বৈশিষ্ট্য	বস্তুনিষ্ঠ প্রশ্ন	নিবন্ধাত্মক প্রশ্ন
শিক্ষার্থীর প্রতিক্রিয়ার নিয়ন্ত্রণ (Control of pupil's response)	প্রশ্নের গঠন পরিপূর্ণ হওয়ার জন্য শিক্ষার্থীর প্রতিক্রিয়া নিয়ন্ত্রণ করা যায়। মিথ্যা তথ্য সরবরাহ করা বন্ধ করা যায়। লেখার কৌশলের প্রভাব পরিহার করা যায়। নির্বাচন প্রকৃতির প্রশ্নের জন্য অনুমান ভিত্তিক উত্তরের আধিক্য নিয়ন্ত্রণ করা যায় না।	প্রশ্নের উত্তরে লেখার স্বাধীনতা থাকার জন্য মিথ্যা তথ্য সরবরাহ করার এবং লেখার কৌশলের প্রভাব মূল্যমান কমিয়ে দেয়। শিক্ষার্থীদের উত্তরের দৈর্ঘ্য নিয়ন্ত্রণ করা যায় না। এইক্ষেত্রে অনুমানের প্রভাব অনেকাংশে হ্রাস করা যায়।
মূল্যমান নির্ণয় (Scoring)	মূল্যমান নৈর্ব্যক্তিক হয়। মূল্যমান নির্ণয় অপেক্ষাকৃত সহজ এবং তাড়াতাড়ি করা যায়।	মূল্যমান নির্ণয়ে ব্যক্তিগত প্রভাব থাকে। মূল্যমান নির্ণয় করা দুরূহ এবং পরিশ্রমসাধ্য হয়।
শিক্ষণের প্রভাব (Influence of learning)	এই জাতীয় প্রশ্নগুলি শিক্ষার্থীদের বিশেষ বিষয়ে ব্যাপক জ্ঞান লাভে অনুপ্রাণিত করে এবং প্রশ্নগুলি বিচার করার ক্ষমতার উন্মেষ সাধন করে। যদি প্রশ্নগুলি সতর্কতার সংগে তৈরী করা যায়, তাহলে শিক্ষার্থীদের বোধগম্যতা, চিন্তণের কৌশল এবং অন্যান্য জটিল ফলশ্রুতির বিকাশ পরিমাপ করা যায়।	শিক্ষার্থীদের বিষয়বস্তুর অংশ বিশেষ পাঠে অনুপ্রাণিত করে। বিশেষভাবে বিষয়সম্পর্কিত ধারণা কার্যকরীভাবে বিন্যাস করতে, সংশ্লেষণ করতে এবং প্রকাশ করতে উৎসাহিত করে। সময়সীমা স্বল্পতার জন্য অনেক ক্ষেত্রে লেখার দৈন্যতা প্রকাশ করে।
নির্ভরযোগ্যতা (Reliability)	নির্ভরযোগ্যতা খুবই বেশী হওয়া সম্ভব, যদি প্রশ্নগুলি সঠিকভাবে রচনা করা যায়।	অসমঞ্জস মূল্যমানের দরুণ নির্ভরযোগ্যতা খুবই কম হয়।

বস্তুনিষ্ঠ বা নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্নের প্রকার ভেদ
(Classification of objective test)

বর্তমানে নৈর্ব্যক্তিক বা বস্তুনিষ্ঠ প্রশ্নগুলি মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষাবিষয়ক পরিমাপের ক্ষেত্রে অধিক সংখ্যায় ব্যবহার করা হয়। তার একমাত্র কারণ হ'ল যে, প্রশ্নগুলি বেশী মাত্রায় নৈর্ব্যক্তিক হ'য়ে থাকে। এই প্রশ্নগুলি ভিন্ন ভিন্নভাবে ব্যবহার করা হয়। এই প্রশ্নগুলিকে সাংগঠনিক এবং প্রতিক্রিয়া সৃষ্টির দিক দিয়ে দু'টি ভাগে ভাগ করা যায়—(এক) **সরবরাহ প্রকৃতি** (Supply type) এবং **(দুই) নির্বাচনী প্রকৃতি** (Selective type)। যে সকল প্রশ্নের উত্তর দেওয়ার সময় পরীক্ষার্থীকে সঠিক উত্তরটি কি হবে তা স্থির ক'রে নিয়ে উত্তরদান কাজটি সম্পাদন করতে হয়, সেই উত্তরগুলিকে সরবরাহ প্রকৃতির উত্তর বলা হয়। অপরদিকে যে সকল প্রশ্নের উত্তর দেওয়ার সময় পরীক্ষার্থীকে সঠিক উত্তরটি কি হবে তা নির্বাচন ক'রে নিয়ে উত্তরদান কাজটি সম্পাদন করতে হয়, সেই উত্তরগুলিকে নির্বাচন প্রকৃতির উত্তর বলা হয়। এই দুই শ্রেণীর প্রশ্নগুলিকে তাদের প্রকৃতি অনুযায়ী আবার ভিন্ন ভিন্ন উপশ্রেণীতে ভাগ করা যায়। সরবরাহ প্রকৃতির প্রশ্নগুলিকে দু'টি উপশ্রেণীতে ভাগ করা হয়—**সংক্ষিপ্ত উত্তর সম্বলিত প্রশ্ন** (**Short-answer type**) এবং **সম্পূর্ণকরণ জাতীয়** (**Completion type**) প্রশ্ন। অপরদিকে নির্বাচনী প্রকৃতির প্রশ্নকে তিনটি উপশ্রেণীতে ভাগ করা হয়—**বিকল্প উত্তর বা সত্য-মিথ্যা ধর্মী** (Alternate response or true-false type), **বহুমুখী নির্বাচনধর্মী** (Multiple choice type) এবং **যোজ্যতা নির্ণায়ক** (Matching type)। এখানে মৌলিক কয়েকটি নৈর্ব্যক্তিক বা বস্তুনিষ্ঠ প্রশ্নের কথা উল্লেখ করা হ'ল। তাছাড়া এই প্রশ্নগুলির সাহায্যে বিভিন্ন ধরনের বস্তুনিষ্ঠ প্রশ্ন রচনা করা যেতে পারে। এই ধরনের প্রশ্নের কিছু সুবিধা ও অসুবিধা আছে। এখানে প্রত্যেক ধরনের প্রশ্নের প্রকৃতি সম্বন্ধে পৃথকভাবে আলোচনা করা হ'ল।

সংক্ষিপ্ত উত্তর সম্বলিত প্রশ্ন (Short-answer type questions) : এই ধরনের প্রশ্নের উত্তর একটি বা দু'টি শব্দ (word), বাক্য বিন্যাস (phrase), সংখ্যা (number) বা চিহ্ন (symbol) দ্বারা করা যেতে পারে। এখানে প্রশ্নগুলির উত্তর সোজাসুজিভাবে চাওয়া হয়। অর্থাৎ অভীক্ষা পদটি প্রশ্নের আকারে উপস্থাপন করা হয় এবং প্রশ্নের পাশে উত্তরটি লেখার জন্য একটি নির্দিষ্ট জায়গা দেওয়া থাকে। সেখানে উত্তরটি লিখতে হয়।

উদাহরণ

প্রশ্ন	উত্তর
(1) দূরদর্শনের আবিষ্কারক কে ?	
(2) গড়মান কোন্ সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় করা যায় ?	

এই শ্রেণীতে পাটিগণিত, গণিত, বিজ্ঞান এবং অন্যান্য ক্ষেত্র থেকে প্রশ্ন অন্তর্ভুক্ত করা যায় এবং উত্তরটি শিক্ষার্থীকেই সরবরাহ করতে হয়।

সংক্ষিপ্ত উত্তর সম্বলিত প্রশ্নের ব্যবহার (Uses of short-answer type questions) : অপেক্ষাকৃত সহজ শিখন ফলশ্রুতির ব্যাপক বৈচিত্র পরিমাপের জন্য এই জাতীয় প্রশ্ন উপযোগী হ'য়ে থাকে। শিক্ষাক্ষেত্রে বিভিন্ন ধরনের জ্ঞানমূলক পারদর্শিতা এইরূপ প্রশ্নের সাহায্যে পরিমাপ করা যায়। অর্থাৎ বিভিন্ন ধরনের শিক্ষণ ফলশ্রুতি (learning outcome) এই জাতীয় প্রশ্নের দ্বারা পরিমাপ করা সম্ভব হয়। এখানে নিম্নলিখিত উদাহরণগুলির সাহায্যে বোঝানো হয়েছে। যেমন—

॥ এক ॥ শিক্ষার্থীর কোন বিষয়ের সংজ্ঞা সম্বন্ধে জ্ঞান (Knowledge of terminology) নির্ণয় করার জন্য নিম্নরূপ প্রশ্ন করা হয়।

প্রশ্ন : আবহাওয়া মানচিত্রের উপরে তাপমাত্রা চাপের বিন্দুগুলি সংযোগ ক'রে যে রেখাগুলি পাওয়া যায় সেই রেখাগুলির নাম কি ?—

॥ দুই ॥ শিক্ষার্থীর কোন বিশেষ ঘটনা বা বিষয় সম্বন্ধে জ্ঞান (Knowledge of specific facts) আছে কিনা তাও এই প্রশ্নের মাধ্যমে জানা যায়।

প্রশ্ন : ভারতবর্ষের বিভিন্ন রাজ্যের বিধান সভার সদস্যরা কত বছরের জন্য নির্বাচিত হন ?—

॥ তিন ॥ শিক্ষার্থীদের কোন বিশেষ নীতি সম্বন্ধে জ্ঞান (Knowledge of principle) আছে কিনা তা জানার জন্য এই জাতীয় প্রশ্ন ব্যবহার করা হয়।

প্রশ্ন : যদি একটি পাত্রে একটি গ্যাসের তাপমাত্রা স্থির রাখা হয় এবং তাতে চাপের মাত্রা বাড়ানো হয় তাহলে আয়তনে কি কোনরূপ পরিবর্তন হবে ?—

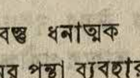
॥ চার ॥ কোন পদ্ধতি বা প্রক্রিয়া সম্বন্ধে কোন জ্ঞান (Knowledge of method or procedure) শিক্ষার্থীদের আছে কিনা তা পরিমাপ করার জন্য এই জাতীয় প্রশ্ন ব্যবহার করা হয়।

প্রশ্ন : কোন তড়িতাহত বস্তু ধনাত্মক (+ve) বা ঋণাত্মক (−ve) স্থির করার জন্য কি ধরনের পন্থা ব্যবহার করা হয় ?

॥ পাঁচ ॥ সংখ্যামূলক তথ্যের সরল ব্যাখ্যা (simple interpretation of data) সংক্ষিপ্ত ধর্মী প্রশ্নের সাহায্যে জানা যায়।

প্রশ্ন : (i) হিমালয় শব্দটির মধ্যে কতগুলি অক্ষর আছে ?—

(ii) নীচে প্রদত্ত ত্রিভুজের প্রতিটি কোণের পরিমাণ কত ?—



পূর্বের আলোচনা থেকে দেখা যাচ্ছে যে, শুধু যে নির্দিষ্টধর্মী শিখন ফলশ্রুতি এই জাতীয় প্রশ্নগুলির সাহায্যে পরিমাপ করা যায় তাই নয়, অপেক্ষাকৃত সরল শিখন

উদ্দেশ্যগুলিও পরিমাপ করা সম্ভবপর হয়। প্রধানতঃ জ্ঞানমূলক অভিজ্ঞতাগুলি এই প্রশ্নগুলির মাধ্যমে পরিমাপ করা যায়।

সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্নের সুবিধা
(Advantages of short-answer type questions)

সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্নের কতকগুলি সুবিধা আছে। তার জন্য এই জাতীয় প্রশ্ন শিখন ফলশ্রুতি পরিমাপের ক্ষেত্রে খুব বেশী ব্যবহার করা হয়।

॥ **এক** ॥ সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্নগুলি তৈরী করা খুবই সহজ। সাধারণতঃ সরল শিখন ফলশ্রুতি এই ধরনের প্রশ্নের মাধ্যমে সহজেই পরিমাপ করা যায়। শিক্ষার্থীদের মুখস্থ তথ্য বা জ্ঞানের পুনরুদ্রেক (recall) করার ক্ষমতা এই জাতীয় প্রশ্নে পরিমাপ করা যায়।

॥ **দুই** ॥ এই ধরনের প্রশ্নের উত্তর শিক্ষার্থীদের নিজেদের চেষ্টায় লিখতে হয়। কোন প্রশ্নের সঠিক উত্তর জানা না থাকলে অনুমানের উপর ভিত্তি ক'রে উত্তর দেওয়া তাদের পক্ষে প্রায় সম্ভব হয় না। ফলে অনুমানের জন্য যে ত্রুটি হয় তা অনেকাংশে দূর করা যায়।

সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্নের অসুবিধা (Disadvantage of short-answer type questions) : এই জাতীয় প্রশ্নের প্রধান দু'টি ত্রুটি আছে। তার জন্য প্রশ্নগুলি খুবই সাবধানতার সংগে তৈরী ক'রে ব্যবহার করা উচিত। ত্রুটি দু'টি নিম্নরূপ :

॥ **এক** ॥ এই জাতীয় প্রশ্নের সাহায্যে শুধুমাত্র জ্ঞানমূলক অভিজ্ঞতা পরিমাপ করা সম্ভব হয়। মানসিক বৈশিষ্ট্য সম্বলিত জটিল শিখন ফলশ্রুতি পরিমাপ করা যায় না। এই ধরনের প্রশ্ন শিক্ষার্থীদের স্মরণ-প্রক্রিয়াকে কেবলমাত্র পরিমাপ করতে পারে। শিখনের ফলে শিক্ষার্থীদের মনোভাবের কোন পরিবর্তন হয়েছে কিনা তা পরিমাপ করা যায় না। সেই কারণে শুধুমাত্র সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্নের ব্যবহার শিক্ষামূলক পরিমাপের ক্ষেত্রকে সংকীর্ণ ক'রে তোলে।

॥ **দুই** ॥ এই ধরনের প্রশ্নের উত্তর মূল্যায়নের ক্ষেত্রে অসুবিধা দেখা যায়। প্রশ্নের ভাষা যদি বিশেষ ধর্মী না হয়, তাহলে পরীক্ষার্থীদের উত্তর বিভিন্ন প্রকার হ'তে পারে। উদাহরণস্বরূপ যদি কোন প্রশ্ন এইরূপ হয়—"শ্রীশ্রীরামকৃষ্ণ পরমহংসদেব কোথায় জন্মগ্রহণ করেন?" উত্তরে কেউ গ্রামের নাম, কেউ জেলার নাম, কেউবা রাজ্যের নাম লিখতে পারে। এই অবস্থায় সঠিকভাবে উত্তরের মূল্যমান প্রদান করা অসুবিধার সৃষ্টি করে। ফলে পরীক্ষক নিজ নিজ মতানুযায়ী প্রশ্নটির মূল্যমান প্রদান করতে পারেন। এমত অবস্থায় পরীক্ষকদের ব্যক্তিগত প্রভাব দূর করা সম্ভব হয় না। তাছাড়া অনেক সময় কোন প্রশ্নের উত্তর লিখতে গিয়ে পরীক্ষার্থীরা বানান ভুল করতে পারে। এখন কি ধরনের বানান ভুলে কতটুকু মূল্যমান দেওয়া হবে, কিংবা বানান ভুলে আদৌ মূল্যমান দেওয়া যাবে কিনা তা সম্পূর্ণভাবে পরীক্ষকদের মতামতের উপর নির্ভর করে। কারণ এক্ষেত্রে কি ধরনের বানান ভুল হ'লে কতটুকু

মূল্যমান প্রদান করা যাবে তা পূর্ব থেকে স্থির করা সম্ভব হয় না।। এই অসুবিধা দূর করতে হ'লে এই জাতীয় প্রশ্নের ভাষা সুনির্বাচিত ও সুগঠিত হওয়া উচিত।

সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্নগুলি রচনা করার নিয়মাবলী (Rules of construction of short-answer type questons) :

পূর্বের আলোচনায় দেখা গেছে যে সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্নগুলি ত্রুটিমুক্ত নয়। এই ত্রুটিগুলি দূর করতে পারলে এই জাতীয় প্রশ্ন সম্বলিত অভীক্ষার বা প্রশ্নপত্রের নির্ভরযোগ্যতা এবং নৈর্ব্যক্তিকতা বৃদ্ধি করা সম্ভব হয়। এই উদ্দেশ্যে প্রশ্নগুলি যখন রচনা করা হয় তখন নিম্নলিখিত নীতিগুলি স্মরণ রাখা আবশ্যক।

॥ এক ॥ প্রশ্নগুলির শব্দ এবং ভাষা এমন হওয়া উচিত যাতে উত্তরগুলি সংক্ষিপ্ত এবং সুনির্দিষ্ট (brief and definite) হয়। অর্থাৎ শিক্ষার্থীরা প্রশ্নগুলির ভাষা প'ড়ে তাদের উত্তরগুলি একটি শব্দ, পদসমষ্টি (phrase) বা সাংকেতিক চিহ্ন দ্বারা দিতে বা লিখতে পারে। এখানে উদাহরণের সাহায্যে ত্রুটিহীন ও ত্রুটিযুক্ত প্রশ্ন দু'টি দেখানো হয়েছে। যেমন,

উদাহরণ

ত্রুটিহীন প্রশ্ন : যে প্রাণী অপর প্রাণীদের মাংস ভক্ষণ ক'রে সেই প্রাণীকে (মাংসাশী) প্রাণীর শ্রেণীভুক্ত করা হয়।

....

ত্রুটিযুক্ত প্রশ্ন : যে প্রাণী অপর প্রাণীদের মাংস ভক্ষণ ক'রে সেই প্রাণী হলো (মাংসাশী)।

....

॥ দুই ॥ সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্নগুলি পাঠ্য পুস্তকের ভাষা প্রত্যক্ষভাবে ব্যবহার ক'রে তৈরী করা উচিত নয়। কারণ পাঠ্য পুস্তকের অধিকাংশ ভাষা খুবই সাধারণধর্মী এবং বহু অর্থবহ হ'য়ে থাকে। এই ভাষার উপর ভিত্তি ক'রে যদি এই জাতীয় প্রশ্ন তৈরী করা হয় তাহলে শিক্ষার্থীদের শিখন ফলশ্রুতির যথাযথ প্রতিফলন তাদের উত্তরের মধ্যে পাওয়া যায় না এবং উত্তরের সঠিক মূল্যমান প্রদানে পরীক্ষকদের অসুবিধায় পড়তে হয়। ফলে প্রশ্নের নির্ভরযোগ্যতা এবং নৈর্ব্যক্তিকতা হ্রাস পায়।

সুতরাং প্রশ্নের ভাষা যতদূর সম্ভব এমন হওয়া উচিত যাতে প্রশ্নের মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের বিষয় সম্বন্ধীয় শিখন ফলশ্রুতি সঠিকভাবে পরিমাপ করা যেতে পারে। তাতে প্রশ্নের নির্ভরযোগ্যতা এবং নৈর্ব্যক্তিকতা বৃদ্ধি পাবে। এখানে উদাহরণের সাহায্যে দু'টি প্রশ্ন দেখানো হয়েছে। যেমন,

উদাহরণ

ত্রুটিহীন প্রশ্ন : ক্লোরিণ সেই উপাদান দলভুক্ত হয় যে উপাদানগুলি ধাতুগুলির সংগে একত্রিত হ'য়ে লবণ তৈরী করে। একে বলা হয় (**হেলোজেন**)।

ত্রুটিযুক্ত প্রশ্ন : ক্লোরিণ হলো একটি (**হেলোজেন**)।

॥ **তিন** ॥ অসম্পূর্ণ বিবৃতিমূলক (statement) প্রশ্ন অপেক্ষা প্রত্যক্ষ (direct) প্রশ্ন সাধারণভাবে বেশী বাঞ্ছনীয়। প্রত্যক্ষ প্রশ্নের দুই প্রকার সুবিধা আছে—(i) এই ধরনের প্রশ্ন শিক্ষার্থীদের নিকট বেশী মাত্রায় স্বাভাবিক হ'য়ে থাকে ; কারণ এইরূপ প্রশ্ন শ্রেণী কক্ষের আলোচনার পরিপ্রেক্ষিতে তৈরী করা হয়। বিশেষভাবে প্রাথমিক বিদ্যালয়ে যখন শিক্ষার্থীদের প্রথম সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্নের সাহায্যে তাদের শিখনলব্ধ জ্ঞান পরিমাপ করা হয়, তখন প্রত্যক্ষ প্রশ্ন বিশেষ কার্যকরী হয়। (ii) স্বাভাবিকভাবে প্রত্যক্ষ প্রশ্নের মাধ্যমে শিক্ষণীয় বিষয়ের প্রতিফলন যথাযথভাবে করা যায় এবং অসম্পূর্ণ বিবৃতিমূলক প্রশ্নে ভাষার যে বিভ্রান্তি থাকে তাও প্রত্যক্ষ প্রশ্নের সাহায্যে দূর করা সম্ভব হয়। এখানে উদাহরণের সাহায্যে তিনটি প্রশ্ন দেখানো হয়েছে। যেমন,

উদাহরণ

সবচেয়ে ভাল প্রশ্ন : কোন্ বছর জন গ্লিন পৃথিবী ব্যাপী তাঁর প্রথম কক্ষ-পথ যাত্রা সম্পূর্ণ করেন ? (**1962**)

ভাল প্রশ্ন : কখন জন গ্লিন পৃথিবী ব্যাপী তাঁর প্রথম কক্ষপথ যাত্রা সম্পূর্ণ করেন ? (1962)

ত্রুটিযুক্ত প্রশ্ন : জন গ্লিন পৃথিবী ব্যাপী তাঁর প্রথম কক্ষপথ যাত্রা সম্পূর্ণ করেন (1962)।

॥ **চার** ॥ যেখানে উত্তর সংখ্যামূলক এককে (numerical unit) প্রকাশ করতে হয় সেখানে যেরূপ উত্তর চাওয়া হয় তার নির্দেশ যেন প্রশ্নের মধ্যে থাকে। এই নীতি গণিতের প্রশ্নে বিশেষভাবে কার্যকারী হ'য়ে থাকে। গণিতের প্রশ্নে শিক্ষার্থীরা কোন্ এককে উত্তর প্রকাশ করবে তার নির্দেশ অবশ্যই প্রশ্নের মধ্যে রাখতে হবে। তাতে বিভিন্ন পরীক্ষার্থীর উত্তর সমতাসম্পন্ন হবে। এখানে উদাহরণের সাহায্যে ত্রুটিহীন প্রশ্নটি দেখানো হয়েছে। যেমন,

উদাহরণ :

ত্রুটিহীন প্রশ্ন : যদি প্রতিটি কমলালেবুর ওজন $5\frac{3}{4}$ আউন্স হয়, তাহলে এক ডজন কমলালেবুর ওজন কত হবে ? (4) পাঃ (4) আঃ

॥ **পাঁচ** ॥ অনেকগুলি প্রশ্নাংশ একটি প্রশ্নের মধ্যে অন্তর্ভুক্ত করা উচিত নয়। একত্রে দু'টি বা তার বেশী প্রশ্নাংশ একটি প্রশ্নের মধ্যে থাকলে পরীক্ষার্থীদের মনে বিভ্রান্তির সৃষ্টি হয়। ফলে অধিকাংশ ক্ষেত্রে পরীক্ষার্থীদের পক্ষে সঠিক উত্তর দান করা সম্ভব হয় না। প্রশ্নের নির্ভরযোগ্যতা এবং নৈব্যক্তিকতাও হ্রাস পায়। যদি দু'টি প্রশ্ন করা একান্তভাবে প্রয়োজন হয় তাহলে প্রশ্ন দু'টি পৃথক পৃথক ভাবে উপস্থাপন করতে হয়। এখানে উদাহরণের সাহায্যে দু'টি প্রশ্ন দেখানো হয়েছে। যেমন,

উদাহরণ :

ত্রুটিহীন প্রশ্ন : আচরণবাদ প্রবর্তকের নাম কি ? প্যাভলভের প্রবর্তিত তাত্ত্বিক অবদানের নাম কি ?

মানসিক ক্ষমতার দ্বি-উপাদান তত্ত্বের প্রবর্তকের নাম কি?

ত্রুটিযুক্ত প্রশ্ন: আচরণবাদ প্রবর্তকের নাম (ওয়াটসন), প্যাভলভের প্রবর্তিত তাত্ত্বিক অবদানের নাম (সক্রিয় অনুবর্তন) এবং মানসিক ক্ষমতার দ্বি-উপাদান তত্ত্বের প্রবর্তকের নাম (স্পিয়ারম্যান) কি?

সম্পূর্ণকরণ প্রশ্ন (Completion type Questions)

সম্পূর্ণকরণধর্মী প্রশ্ন এবং সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন উভয়েই সরবরাহ প্রকৃতি বিশিষ্ট প্রশ্ন। উভয় ক্ষেত্রেই পরীক্ষার্থীদের উত্তরটি সরবরাহ করতে হয়। এই প্রকার প্রশ্নের মধ্যে পার্থক্য কেবলমাত্র ভাষায় হ'য়ে থাকে। সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্নটির বিবৃতি প্রশ্নাকারে দেওয়া হয়। কিন্তু সম্পূর্ণকরণ প্রশ্নটি সাধারণতঃ একটি অসম্পূর্ণ বিবৃতি আকারে দেওয়া হয়।

উদাহরণ:

প্রশ্ন: জলাতঙ্ক রোগের ঔষধ আবিষ্কার করেন (লুই পাস্তুর)।

প্রশ্ন: যান্ত্রিক শক্তিকে বৈদ্যুতিক শক্তিতে পরিবর্তন করা যায় (জেনারেটর) মাধ্যমে।

সংক্ষিপ্ত প্রশ্নের সকল বৈশিষ্ট্য এই ধরনের প্রশ্নের মধ্যে বর্তমান থাকে। এই জাতীয় প্রশ্নের সাহায্যে শুধুমাত্র সহজ এবং বিশেষ বিষয়কেন্দ্রিক জ্ঞান পরিমাপ করা যায়। শিক্ষার্থীদের স্মরণ-ক্ষমতা এই প্রশ্নের সাহায্যে পরিমাপ করা সম্ভব হয়। এই সকল প্রশ্ন সহজেই রচনা করা যায়। শিক্ষার্থীরা এই সকল প্রশ্নের উত্তর অনুমানের উপর ভিত্তি ক'রে দিতে পারে না। এই প্রশ্নগুলির গঠন-প্রকৃতি সহজ ও সরল হওয়ায় এই প্রশ্নগুলির সাহায্যে জটিল শিক্ষণমূলক পারদর্শিতা পরিমাপ করা যায় না। অনেক সময় পরীক্ষার্থীদের উত্তরদানের প্রকৃতিতে তারতম্য হওয়ায় উত্তরের মূল্যমান প্রদান করা পরীক্ষকদের পক্ষে অসুবিধাজনক হয়। সুতরাং বলা যায় যে, সম্পূর্ণকরণধর্মী এবং সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্নগুলি প্রকৃতিগত দিক দিয়ে তাদের মধ্যে পূর্ণ সাদৃশ্য থাকলেও আকৃতির দিক দিয়ে উভয়ের মধ্যে কিছু পার্থক্য আছে। এই জাতীয় প্রশ্নগুলিতে যে অসুবিধা দেখা যায় সেগুলি দূর করতে হলে এদের রচনার সময় সতর্কতা অবলম্বন করা আবশ্যক।

সম্পূর্ণকরণ প্রশ্ন রচনা করার নিয়মাবলী (Rules of Construction of Completion type questions): এই ধরনের প্রশ্ন তৈরী করার সময় পূর্বে লিখিত নীতিগুলি মনে রাখা প্রয়োজন। তাছাড়া পর পৃষ্ঠায় প্রদত্ত নীতিগুলিও অনুসরণ করা বাঞ্ছনীয়।

॥ **এক** ॥ এই জাতীয় প্রশ্নের অসম্পূর্ণ অংশটি বা শূন্য স্থানটি প্রশ্নের শেষে থাকা বাঞ্ছনীয়।

॥ **দুই** ॥ প্রশ্নের ভাষা যাতে পরীক্ষার্থীদের বোধগম্য হয় সেদিকে বিশেষভাবে লক্ষ্য রাখতে হবে। প্রশ্নের প্রদত্ত বিবৃতির ভাষা পরীক্ষার্থীদের বোধগম্য না হ'লে প্রশ্নের উদ্দেশ্য ব্যর্থ হবে।

॥ **তিন** ॥ প্রশ্নের **শূন্য স্থানটি** যেন একটি মাত্র উত্তরের সাহায্যে পূর্ণ করা যায়।

॥ **চার** ॥ অসম্পূর্ণ প্রশ্নে অধিক শূন্যস্থান ব্যবহার করা উচিত নয়। এই জাতীয় প্রশ্নে অধিক **শূন্যস্থান** ব্যবহার করলে প্রশ্নের উদ্দেশ্য নষ্ট হবে এবং পরীক্ষার্থীরা অনুমানের উপর ভিত্তি ক'রে প্রশ্নের উত্তর দানের সুযোগ পাবে।

বিকল্প উত্তর বা সত্য-মিথ্যা উত্তরধর্মী প্রশ্ন (Alternate response or true-false response type questions) :

বিকল্প উত্তর বা সত্য-মিথ্যা উত্তরধর্মী প্রশ্নগুলিতে ঘোষণামূলক বিবৃতি থাকে। এই জাতীয় প্রশ্নে শিক্ষার্থীকে সত্য-মিথ্যা, শুদ্ধ-অশুদ্ধ, হাঁ বা না, স্বীকার বা অস্বীকার প্রভৃতিতে দাগ দিতে বলা হয়। প্রত্যেক ক্ষেত্রে দুই প্রকার উত্তরের সম্ভাবনা থাকে। যেহেতু এই জাতীয় প্রশ্নে প্রায়ই সত্য বা মিথ্যা দু'টি শব্দের মাধ্যমে উত্তর দিতে হয় সেইহেতু এই প্রশ্নকে **সত্য-মিথ্যা উত্তরধর্মী** প্রশ্ন বলা হয়। আবার যেহেতু যে সব প্রশ্নে সম্ভাব্য দু'টি উত্তরের মধ্যে একটিকে নির্ধারণ ক'রে পরীক্ষার্থীকে উত্তর দিতে হয়, সেইহেতু এই প্রশ্নকে **বিকল্প উত্তরধর্মী** প্রশ্নও বলা হয়। এই জাতীয় প্রশ্নে সত্য-মিথ্যা উত্তরধর্মী প্রশ্ন থেকে কিছু পার্থক্য দেখা যায়। 'সত্য-মিথ্যা' উত্তরধর্মী প্রশ্নে কেবলমাত্র সত্য বা মিথ্যা উত্তরাকারে দেওয়া হয়। কিন্তু বিকল্প উত্তরধর্মী প্রশ্নে ভিন্ন ভিন্ন আকারে বিভিন্ন সময়ে প্রশ্নের উত্তর উপস্থাপন করা হয়। যেমন, কোন সময় প্রশ্নটির সত্য-মিথ্যা নির্ণয় করতে বলা হয়, কোন সময় প্রশ্নের উত্তর হাঁ বা না তে দাগ দিতে বলা হয়। আবার কোন সময় প্রশ্নটি ভুল বা নির্ভুল তা নির্দেশ করতে বলা হয়। সাধারণভাবে এই জাতীয় প্রশ্নকে বিকল্প উত্তরধর্মী প্রশ্ন বলা হয়।

উদাহরণ

প্রশ্ন : নীচের প্রশ্নগুলি পড়। যদি প্রশ্নের উত্তর 'হাঁ' হয় তাহলে প্রশ্নের পাশে 'হাঁ' তে "বন্ধনী ( )" চিহ্ন দাও এবং যদি 'না' হয় তাহলে প্রশ্নের পাশে 'না' তে "বন্ধনী ( )" চিহ্ন দাও।

(i) 38 এর 50% 19 এর চেয়ে বেশী কি ? (হাঁ) না।

(ii) $\frac{4}{10}$ এর 50% কি $\frac{2}{5}$ এর সমান হবে ? হাঁ (না)।

প্রশ্ন : নীচের প্রশ্নগুলি পড়। যদি প্রশ্নটি সত্য হয়, তাহলে প্রশ্নের পাশে 'স'-তে "বন্ধনী ( )" চিহ্ন দাও এবং যদি মিথ্যা হয় তাহলে প্রশ্নের পাশে 'মি' তে "বন্ধনী ( )" চিহ্ন দাও।

(i) গাছের পাতার সবুজ রংকে ক্লোরোফিল বলা হয়। (স) মি

(ii) পৃথিবী সূর্যের চারিদিকে ঘোরে। (স) মি

বিকল্প উত্তরধর্মী প্রশ্নের ব্যবহার (Uses of Alternate response type questions) :

এই জাতীয় প্রশ্নের সাহায্যে শিক্ষার্থীদের বিষয়কেন্দ্রিক জ্ঞান পরিমাপ করা যায়। তথ্যমূলক বিবৃতির সঠিকত্ব বুঝবার ক্ষমতা, কোন শব্দ বা ধারণার সংজ্ঞা, কোন বিষয়ে মৌলিক নীতি বুঝবার যোগ্যতা প্রভৃতি শিক্ষণমূলক পারদর্শিতা এই ধরনের প্রশ্নের সাহায্যে পরিমাপ করা যায়। তাছাড়া কিছু জটিল শিখন ফলশ্রুতিও এই বিকল্প উত্তরধর্মী প্রশ্নের সাহায্যে পরিমাপ করা সম্ভব হয়। এই প্রশ্নগুলি নির্বাচন শ্রেণীভুক্ত হ'য়ে থাকে। যে মানসিক ও শিক্ষাগত বৈশিষ্ট্যগুলি এই ধরনের প্রশ্নের সাহায্যে পরিমাপ করা যায়, সেগুলি হলো—

(i) শিক্ষার্থীদের তথ্য এবং মতামতের মধ্যে পার্থক্য নির্ণয় করার ক্ষমতা। যদি প্রশ্নের মধ্যে কতকগুলি তথ্যের বিবৃতি এবং কতকগুলি মতামতের বিবৃতি দিয়ে শিক্ষার্থীদের সঠিক তথ্য এবং মতামত নির্দেশ করতে বলা হয় তাহলে তাদের পার্থক্য নির্ণয় করার ক্ষমতা পরিমাপ করা যেতে পারে।

উদাহরণ

নীচের বিবৃতিগুলি পড়। এইগুলির মধ্যে কোন্‌টি তথ্য (ত) এবং কোন্‌টি মতামত (ম) "বন্ধনী ( )" চিহ্ন দ্বারা নির্দেশ কর।

(i) ভারতের সংবিধান সকলের মতামত প্রকাশের মৌলিক অধিকার স্বীকার করে। (ত) ম

(ii) ভারতের সংবিধানে বিচ্ছিন্নতাবাদ আন্দোলন রোধ করার আইনানুগ ব্যবস্থা থাকা বাঞ্ছনীয়। ত (ম)

(2) শিক্ষার্থীদের নিজস্ব দৃষ্টিভঙ্গী ও বিশ্বাস পরিমাপ করা। শিক্ষা দিয়ে শিক্ষার্থীদের দৃষ্টিভঙ্গী ও জীবনের মূল্যবোধে পরিবর্তন আনা যায়। এই পরিবর্তন কতখানি হ'ল তা পরিমাপ করা যায়। বিবৃতির সাহায্যে প্রশ্ন উপস্থাপন করা হয় এবং এই বিবৃতিগুলিতে কোন ব্যক্তি বা ঘটনার উপর গুরুত্ব আরোপ করা হয়।

উদাহরণ

নীচের বিবৃতিগুলি পড়। এইগুলির মধ্যে কোন্‌টি সত্য (স) এবং কোন্‌টি মিথ্যা (মি) "বন্ধনী ( )" চিহ্ন দ্বারা নির্দেশ কর।

(i) আমাদের দেশে শিক্ষার মাধ্যম নিয়ে দ্বন্দের অবসান ঘটানো সম্ভবপর নয়। (স) মি

(ii) আমরা 'অধিক শ্রম অধিক পারিশ্রমিক' নীতিতে বিশ্বাস করি না। স (মি)

উপরিউক্ত বিবৃতিগুলি যেভাবে দেওয়া হয়েছে সেগুলি যদি শিক্ষার্থীদের পাঠ্য-পুস্তকের মধ্যে না থাকে, তাহলে উত্তর নির্বাচনের সময় তাদের নিজস্ব বিশ্লেষণ-রীতি বা দৃষ্টিভঙ্গীকে কাজে লাগাতে হয়। ফলে এই ধরনের প্রশ্নের সাহায্যে শিক্ষার্থীদের বিশ্লেষণ-ক্ষমতা, উন্নত চিন্তন ক্ষমতা এবং মূল্যবোধ পরিমাপ করা হয়।

(3) এই ধরনের প্রশ্নের মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের কার্যকারণ সম্বন্ধ স্থাপনের ক্ষমতাও পরিমাপ করা যায়। এই বিশেষ মানসিক বৈশিষ্ট্য পরিমাপ করার জন্য বিকল্প উত্তরধর্মী প্রশ্নকে ভিন্ন আকারে উপস্থাপন করতে হয়। এখানে বিবৃতির মধ্যে দু'টি সত্য বিবৃতি থাকে এবং বিবৃতিটির কোন্ অংশ গ্রহণীয় এবং কোন্‌টি বর্জনীয় তা শিক্ষার্থীকে উত্তর হিসাবে নির্দেশ করতে হয়।

উদাহরণ

নীচে একটি বিবৃতির দু'টি অংশ দেওয়া আছে। এই অংশ দু'টি পৃথক পৃথকভাবে সত্য। এই বিবৃতিটি যদি গ্রহণীয় হয় তাহলে স-এ ( ) চিহ্ন দাও এবং বর্জনীয় হ'লে মি-এ ( ) চিহ্ন দাও।

(i) পাতাগুলির প্রয়োজন আছে ; কারণ তারা গাছের গুঁড়িতে ছায়া দান করে। স (মি)

(ii) কিছু উদ্ভিদের সূর্যালোক প্রয়োজন হয় না। কারণ তারা অন্য উদ্ভিদ থেকে খাদ্য সংগ্রহ করে। (স) মি

এখানে উল্লেখিত উদাহরণ থেকে দেখা যাচ্ছে যে, বিকল্প উত্তরধর্মী প্রশ্নের সাহায্যে শিক্ষার্থীর বিষয় সম্বন্ধীয় জ্ঞান ছাড়াও অনুষঙ্গ হিসাবে অন্যান্য শিক্ষণ ফলশ্রুতি বা উদ্দেশ্য পরিমাপ করা যায়। তবে প্রয়োজন অনুসারে প্রশ্নের সাংগঠনিক কিছু পরিবর্তন সাধন করতে হয়।

বিকল্প উত্তরধর্মী প্রশ্নের সুবিধা (Advantages of alternate answer type questions) :

শিক্ষামূলক এবং মনোবৈজ্ঞানিক পরিমাপের ক্ষেত্রে এই জাতীয় প্রশ্নের ব্যবহারে যে সুবিধা পাওয়া যায় তার উল্লেখে বলা যায় যে, প্রশ্নগুলি সহজে তৈরী করা যায়। পাঠ্যপুস্তকের বিস্তৃত বিষয়বস্তুর উপর ভিত্তি ক'রে এই জাতীয় প্রশ্ন তৈরী করা সম্ভব হয়। বিষয় সম্পর্কিত জ্ঞান এবং জ্ঞানমূলক অভিজ্ঞতা পরিমাপ করা যায়। প্রকৃত সঠিক বিবৃতি বুঝবার ক্ষমতা, কোন বিশেষ ধারণার সংজ্ঞা এবং কোন বিষয়ের মৌলিক নীতি বুঝবার ক্ষমতা, তথ্য ও মতামতের মধ্যে পার্থক্য নির্ণয় করার যোগ্যতা, শিক্ষার্থীদের নিজস্ব দৃষ্টিভঙ্গী, বিশ্বাস ও মূল্যবোধ, কার্যকারণ সম্পর্ক স্থাপনের ক্ষমতা এই জাতীয় প্রশ্নের মাধ্যমে পরিমাপ করা যায়। সহজ ও সরল কতকগুলি শিখন ফলশ্রুতি ছাড়াও অপেক্ষাকৃত কিছু আনুষঙ্গিক জটিল শিখনমূলক পারদর্শিতা এই

জাতীয় প্রশ্নের মাধ্যমে পরিমাপ করা সম্ভব। প্রশ্নগুলির স্বরূপ স্পষ্ট হওয়ার দরুণ পরীক্ষার্থীরা সহজেই এইগুলি গ্রহণ করতে পারে।

এখানে বিকল্প উত্তরধর্মী প্রশ্নের যে সুবিধাগুলির কথা উল্লেখ করা হ'ল তা বাস্তবে সম্পূর্ণভাবে পাওয়া যায় না। কোন কোন ক্ষেত্রে এই সুবিধাগুলি থাকলেও সব ক্ষেত্রে এরূপ সুবিধা পাওয়া সম্ভব হয় না। কারণ আদর্শ বিকল্প উত্তরধর্মী প্রশ্ন তৈরী করা খুবই কঠিন কাজ।

বিকল্প উত্তরধর্মী প্রশ্নের অসুবিধা (Disadvantages of alternate answer-type questions) : এই জাতীয় প্রশ্নের যে সুবিধাগুলির কথা বলা হয়, তাও যেমন সম্পূর্ণভাবে বাস্তব নয়, তেমনি তাদের কতকগুলি প্রত্যক্ষ অসুবিধা আছে। এই জাতীয় প্রশ্নের মাধ্যমে সকল রকম শিক্ষাগত ফলশ্রুতিকে পরিমাপ করা যায় না। এদের পরিমাপের কোনরূপ সার্বজনীন মূল্য নেই। প্রশ্নগুলি হাঁ-না, সত্য-মিথ্যা, তথ্য-মতামত প্রভৃতি বিবৃতি আকারে উপস্থাপন করা হয়। এই বিবৃতিগুলি অনেক সময় এমন দ্ব্যর্থবোধক হয় যে, যোগ্য পরীক্ষার্থীরাও নির্ভুল ও ভুল উত্তরের মধ্যে পার্থক্য নির্ণয় করতে পারে না। পাঠ্য বিষয়ের মধ্যে এমন অনেক অংশ আছে যার উপর ভিত্তি ক'রে সম্পূর্ণ সত্য বা সম্পূর্ণ মিথ্যা বিবৃতি তৈরী করা যায় না। এই জাতীয় প্রশ্নে পরীক্ষার্থীরা অনুমান করার অনেক বেশী সুযোগ পায়। সময় সময় শতকরা 50 ভাগের বেশী প্রশ্নের উত্তর পরীক্ষার্থীরা অনুমানের ভিত্তিতে দিতে পারে। অনেক পরীক্ষার্থী অনুমানের ভিত্তিতেই ভাল মূল্যমান বা প্রাপ্তাংক অর্জন করতে পারে। অনুমান সংশোধন করার জন্য যে সাধারণ নিয়মের প্রচলন আছে তা প্রয়োগ করলেও পরিমাপটি যে নির্ভুল হবে যে সম্বন্ধে নিশ্চিত কিছু বলা যায় না। এই জাতীয় প্রশ্নে উত্তরদানের মাধ্যমে কোন বিষয়ে পরীক্ষার্থীদের আংশিক জ্ঞান পরিমাপ করা যায়। কারণ কোন পরীক্ষার্থী একটি বিবৃতিকে মিথ্যা হিসাবে বিবেচনা ক'রে পূর্ণ প্রাপ্তাংক পেতে পারে। কিন্তু বাস্তবে এমন অবস্থা হ'তে পারে যে, সঠিক বিবৃতিটি কি হওয়া উচিত তা সে জানে না। ফলে এই জাতীয় প্রশ্ন দ্বারা প্রত্যক্ষভাবে তার জ্ঞান পরিমাপ করা অনেক সময় অসুবিধাজনক হ'য়ে থাকে।

এই অসুবিধার জন্য বিকল্প উত্তরধর্মী প্রশ্নের বা অভীক্ষা পদের নির্ভরযোগ্যতা কম হয়। এইরূপ প্রশ্নের কোনরূপ নির্ণায়ক মূল্য (Diagnostic vaule) থাকে না এবং প্রতিটি পদের বিশ্লেষণও অর্থহীন হয়। প্রশ্নগুলি প্রায়ই নৈর্ব্যক্তিক হয় না। নিতান্ত প্রয়োজন না হ'লে এই জাতীয় প্রশ্ন ব্যবহার করা উচিত নয়। কেবলমাত্র যে সব ক্ষেত্রে বিষয়বস্তুর দু'টি বিবৃতি (যেমন, তথ্য থেকে মতামত, কার্যকারণের সম্পর্ক, কুসংস্কার থেকে বিজ্ঞানসম্মত বিশ্বাস, প্রাসঙ্গিক থেকে অপ্রাসঙ্গিক তথ্য, বৈধ থেকে অবৈধ সিদ্ধান্ত প্রভৃতি) গঠন করা যেতে পারে, সে সব ক্ষেত্রেই এই প্রশ্নগুলি ব্যবহার করা উচিত। অন্য কোন নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্ন দ্বারা যেখানে শিক্ষামূলক অভিজ্ঞতা পরিমাপ করা সম্ভব সেখানে বিকল্প উত্তরধর্মী প্রশ্ন ব্যবহার করা উচিত নয়।

বিকল্প উত্তরধর্মী প্রশ্ন রচনা করার নিয়মাবলী

(Rnles of Construction of Alternate type questions)

বিকল্প উত্তরধর্মী প্রশ্ন তৈরী করার সময় কতকগুলি নীতি অনুসরণ করা উচিত। কারণ প্রদত্ত বিবৃতিগুলির গঠনের উপর এই জাতীয় প্রশ্নের বৈধতা নির্ভর করে।

॥ এক ॥ দীর্ঘ জটিল বিবৃতিগুলি পরিহার করা উচিত। কারণ বিবৃতি দীর্ঘ ও জটিল হ'লে বেশীর ভাগ ক্ষেত্রে তা ভুল হয়। এই জাতীয় বিবৃতিতে যে সাধারণ ধারণা দেওয়া হয় তা অনেক ব্যাপকভাবে করা হয় ব'লে তার মধ্যে ত্রুটি থেকে যায়। তাই দু'টি বিকল্প উত্তরধর্মী প্রশ্নের ক্ষেত্রে বিবৃতি যত সংক্ষিপ্ত হয় ততই ভাল।

॥ দুই ॥ বিবৃতির মধ্যে তুচ্ছ শব্দ ব্যবহার করা উচিত নয় যা পরীক্ষার্থীর মনে বিভ্রান্তির সৃষ্টি করে, এমন শব্দও ব্যবহার করা উচিত নয় যা পরীক্ষার্থীদের বিবৃতিটি না বুঝেই উত্তরদানে সাহায্য করে। অনেক ক্ষেত্রে বিবৃতির মধ্যে "কখনও কখনও" "সাধারণতঃ" "প্রায়ই" প্রভৃতি শব্দ ব্যবহার করা হয়। এই শব্দগুলি পরীক্ষার্থীদের নির্ভুল বিবৃতি অনুমান করতে সাহায্য করে। আবার বিবৃতির মধ্যে "কেউ না" "কেবলমাত্র" "কখনও না" প্রভৃতি শব্দগুলি ব্যবহার করলে পরীক্ষার্থীরা ভুলবিবৃতি অনুমান করতে পারে। এই কারণে বিবৃতির মধ্যে "কখনও কখনও" "সাধারণতঃ" "প্রায়ই" প্রভৃতি শব্দগুলি বিবৃতি তৈরী করার সময় পরিহার করা উচিত।

॥ তিন ॥ এই জাতীয় প্রশ্নে ঋণাত্মক, বিশেষ ক'রে দু'টি ঋণাত্মক শব্দের ব্যবহার পরিহার করা উচিত। বাক্যে কখনও ঋণাত্মক শব্দ ব্যবহার করা বিশেষ প্রয়োজন হ'লে অবশ্যই শব্দটি চিহ্নিত ক'রে দিতে হয়। তাতে শব্দটি পরীক্ষার্থীদের নজরে পড়ে। বিবৃতিতে দু'টি ঋণাত্মক শব্দ (যেমন, পরীক্ষণে কোন সোপানই অপ্রয়োজনীয় হয় না) থাকলে বিবৃতিটি অবশ্যই পরিহার করা উচিত।

॥ চার ॥ যে সকল বিবৃতিমূলক প্রশ্নের সাহায্যে কার্যকারণ সম্পর্ক নির্ধারণ করা যায় সেই সকল বিবৃতিমূলক প্রশ্ন ছাড়া কোন বিবৃতিতে একই সংগে দু'টি ধারণা অন্তর্ভুক্ত করা উচিত নয়। যদি দু'টি তথ্য একই বিবৃতির মধ্যে অন্তর্ভুক্ত করা হয় তাহলে অনেক সময় একটি তথ্য ভুল এবং একটি সত্য হতে পারে। পরীক্ষার্থীরা যদি কোন একটি তথ্যের উপর গুরুত্ব আরোপ করে, তাহলে তাদের মনে বিভ্রান্তি সৃষ্টি হ'তে পারে। এইজন্যে বিকল্প উত্তরধর্মী প্রশ্নে জটিল বাক্য ব্যবহার করা, দু'টি ধারণা অন্তর্ভুক্ত করা উচিত নয়।

॥ পাঁচ ॥ পূর্বেই বলা হয়েছে যে, এই জাতীয় প্রশ্নের মাধ্যমে পরীক্ষার্থীদের মতামত, মনোভাব, মূল্যবোধ প্রভৃতি কতকাংশ পরিমাপ করা যায়। এই উদ্দেশ্যে প্রশ্ন তৈরী করার সময় বিবৃতিগুলি এমন ভাবে তৈরী করতে হয় যাতে তাদের প্রত্যেকটির উদ্দেশ্যগত তাৎপর্য থাকে।

॥ ছয় ॥ এই ধরনের প্রশ্নে নির্ভুল বিবৃতি ও ভুল বিবৃতির দৈর্ঘ্য সমান রাখা উচিত। সাধারণভাবে সত্য বিবৃতিকে বড় ক'রে তৈরী করা হয়। কারণ কোন বিবৃতির সত্যতা ঠিক রাখার জন্য বিবৃতিটিকে বড় ক'রে তৈরী করার প্রবণতা

দেখা দেয়। যেসব অতিরিক্ত শব্দ ব্যবহার করলে সত্যটির পরিবর্তন একেবারে সম্ভব নয়, সেইসব শব্দ বিবৃতির মধ্যে অন্তর্গত করা হয়। ফলে বিবৃতির দৈর্ঘ্য বেড়ে যায়। অপরদিকে মিথ্যা বিবৃতি নিয়ে বেশী চিন্তা করা হয় না। সেই কারণে মিথ্যা বিবৃতিগুলি অপেক্ষাকৃত দৈর্ঘ্যে ছোট হয়। এইরূপ ক্ষেত্রে মিথ্যা ও সত্য বিবৃতিগুলি দৈর্ঘ্যে যাতে সমরূপ হয় সেইরূপ চেষ্টা করা আবশ্যক হয়।

॥ **সাত** ॥ বিকল্প উত্তরধর্মী প্রশ্ন তৈরী করার সময় লক্ষ্য রাখা আবশ্যক হয় যে, প্রশ্নে নির্ভুল ও ভুল বিবৃতির সংখ্যা যেন সমান সমান থাকে। এখানে একথা স্মরণে রাখতে হয় যে, যদি প্রতিক্ষেত্রে সমান সংখ্যক নির্ভুল ও ভুল বিবৃতি ব্যবহার করা হয়, তাহলে পরীক্ষার্থীরা উত্তর করার সময় বিবৃতিগুলির এইরূপ গঠন-প্রকৃতি অনুধাবন করার সুযোগ পাবে এবং অনুমানের ভিত্তিতে উত্তর করতে পারবে। তাই সাধারণ নীতি হিসাবে মাঝে মাঝে নির্ভুল ও ভুল বিবৃতির অনুপাত পরিবর্তন করা প্রয়োজন হয়। অবশ্যই এই অনুপাতের সীমা কোন সময় যেন শতকরা 40 এবং 60 এর সীমা ছাড়িয়ে না যায় সেদিকে লক্ষ্য রাখতে হবে। কোন সময়ই সব ভুল বা সব নির্ভুল বিবৃতি ব্যবহার করা উচিত নয়।

॥ **আট** ॥ নিশ্চিতভাবে ভুল বা নির্ভুল বিবৃতি তৈরী করার সময় এমন অনেক বিবৃতি তৈরী করা হয় যাদের উদ্দেশ্যগত কোন তাৎপর্য নেই। এই জাতীয় বিবৃতি মূল্যায়নের কাজকে সাহায্য করে না। সুতরাং প্রত্যেকটি বিবৃতি এমন হওয়া উচিত যাতে তাদের প্রত্যেকের উদ্দেশ্যগত তাৎপর্য বজায় থাকে।

পূর্বের আলোচনার পরিপ্রেক্ষিতে একথা বলা যায় যে, বিকল্প উত্তরধর্মী প্রশ্ন তৈরী করা খুবই দুরূহ কাজ। তাছাড়া পূর্বোক্ত নীতিগুলি অনুসরণ করলেই যে এধরনের প্রশ্ন পরিমাপের ক্ষেত্রে নির্ভরযোগ্য হবে তা বলা যায় না। দেখা গেছে যে, এই জাতীয় প্রশ্নের উত্তর দিতে গিয়ে অনেক সময় পরীক্ষার্থীরা বিরক্তি বোধ করে। তাদের এই মানসিক অবস্থা তাদের প্রাপ্তাংক অর্জনের উপর প্রভাব বিস্তার করে। সেই কারণে নিতান্ত প্রয়োজন না হ'লে শিক্ষা বিষয়ক ও মনোবৈজ্ঞানিক পরিমাপের ক্ষেত্রে এই ধরনের প্রশ্ন ব্যবহার না করাই বাঞ্ছনীয়।

যোজ্যতা নির্ণায়ক প্রশ্ন
(Matching type questions)

যোজ্যতা নির্ণায়ক প্রশ্ন নির্বাচনী প্রশ্নের অন্তর্গত হয়। এখানে দু'টি সমান্তরাল স্তম্ভ থাকে। প্রথম স্তম্ভে সম্পূর্ণ প্রশ্নটিকে উপস্থাপন করা হয় এবং দ্বিতীয় স্তম্ভে ঐ প্রশ্নের সংগে সম্পর্কিত ধারণা বা প্রশ্নের উত্তর দেওয়া থাকে। উত্তর বা সম্পর্কিত ধারণার ক্রম দ্বিতীয় স্তম্ভে অদল বদল ক'রে দেওয়া থাকে। পরীক্ষার্থীর কাজ হ'ল যথাযোগ্য প্রশ্ন বা প্রদত্ত ধারণার সংগে উত্তরটি মিলিয়ে নির্দিষ্ট উত্তরটি বের করা। সাধারণভাবে প্রথম স্তম্ভের বামপার্শ্বে নির্দিষ্ট স্থানে যোজ্য উত্তরটির ক্রমিক সংখ্যা লিখতে হয়। পূর্বে প্রশ্ন ও উত্তরের মোট সংখ্যা স্তম্ভ দু'টিতে এক রাখা হতো। কিন্তু এই পদ্ধতিতে অনুমানের উপর ভিত্তি ক'রে উত্তর করা সহজ হয় ব'লে বর্তমানে

এই পদ্ধতির পরিবর্তন করা হয়েছে। এখন দ্বিতীয় স্তম্ভে উত্তরের সংখ্যা প্রথম স্তম্ভে প্রশ্নের সংখ্যা অপেক্ষা বেশী রাখা হয়। এই ধরনের প্রশ্নে বিবৃতি বা প্রশ্ন সমধর্মী হ'য়ে থাকে। এই প্রসঙ্গে যোজ্যতা নির্ণায়ক প্রশ্নের সংজ্ঞা দিতে গিয়ে বলা যায় যে, সাধারণতঃ যে অভীক্ষাপদে বা প্রশ্নে সংযোগমূলক প্রতিক্রিয়া সৃষ্টিতে পরীক্ষার্থীদের উৎসাহিত করা হয়, সেই প্রশ্নকে যোজ্যতা নির্ণায়ক প্রশ্ন বলা হয়।

উদাহরণ

নির্দেশ : A স্তম্ভের বিবৃতির সংগে B স্তম্ভের যে ধারণাটি যুক্ত তার ক্রমিক সংখ্যাটি A স্তম্ভের ডান দিকে বসাতে হবে। B স্তম্ভের শব্দগুলি প্রয়োজনে একেবারের বেশী ব্যবহার করা যেতে পারে। অপ্রয়োজনীয় হ'লে কোন শব্দ ব্যবহার করা নাও যেতে পারে।

উত্তর	স্তম্ভ A	স্তম্ভ B
……	1 প্রথম আমেরিকান নভোশ্চারী সেটিলাইটে চড়ে ছিলেন	A এড্ উইন অলড্রিন B নীল আরমস্ট্রং
……	2 প্রথম আমেরিকান নভোশ্চারী পৃথিবী প্রদক্ষিণ করেছিলেন	C ফ্রাং বোরম্যান D স্কট্ কারপেনটার
……	3 প্রথম আমেরিকান নভোশ্চারী আকশপথে হেঁটেছিলেন	E জন গ্লীন F ওয়ালী স্চিরা
……	4 প্রথম আমেরিকান নভোশ্চারী চাঁদে অবতীর্ণ হ'য়েছিলেন	G এলেন সেপার্ড H এড্ওয়ার্ড হোয়াট

যোজ্যতা নির্ণায়ক প্রশ্নের ব্যবহার (Uses of matching questions) :— সহজ অনুষঙ্গের ভিত্তিতে তথ্যমূলক বিষয় পরিমাপের জন্য এই ধরনের প্রশ্ন ব্যবহার করা হয়। এই প্রশ্নের মাধ্যমে পরীক্ষার্থীদের বিষয় জ্ঞান এবং সংযোগ করার ক্ষমতা পরিমাপ করা যায়। যেখানে শিখন অভিজ্ঞতা শিক্ষামূলক বিষয়ের মধ্যে সম্বন্ধ নির্ণয় করার ক্ষমতার উপর গুরুত্ব আরোপ ক'রে সেখানে এই ধরনের প্রশ্ন প্রয়োগ করা যেতে পারে। শিক্ষামূলক ফলশ্রুতি এইরূপ প্রশ্নের সাহায্যে যথাযোগ্যভাবে পরিমাপ করা যায়। পাঠ্যবিষয়ের যে সব বিশেষ ক্ষেত্রে শিক্ষা অভিজ্ঞতা সমূহের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় করা সম্ভব হয় উদাহরণস্বরূপ তার একটি তালিকা এখানে দেওয়া হল।

ব্যক্তি সকল (Persons)	…	কৃতিত্ব (Achievement)
তারিখসমূহ (Dates)	…	ঐতিহাসিক ঘটনা সকল (Historical events)
শব্দ বা শর্ত সকল (Terms)	…	সংজ্ঞা (Definitions)
নিয়মাবলী (Rules)	…	উদাহরণসমূহ (Examples)
সাংকেতিক চিহ্নসমূহ (Symbols)	…	ধারণা বা প্রত্যয়-সকল (Concepts)
লেখক সকল (Authors)	…	গ্রন্থের নাম (Titles of Books)

ইংরাজী শব্দ সকল (English words)	···	অর্থ (Meaning)
যন্ত্র সকল (Machines)	···	ব্যবহার (Uses)
উদ্ভিদ বা প্রাণী (Plants or Animals)	···	শ্রেণী বিন্যাস (Classification)
মূলনীতি (Principles)	···	উদাহরণ (Illustration)
বস্তু (Objects)	···	বস্তুর নাম (Names of objects)
অংশ (Parts)	···	কাজ (Function)

এছাড়া চিত্র সম্পর্কিত চিত্রণ সামগ্রীসমূহ সহযোগে এবং মানচিত্র, চার্ট ও ডায়াগ্রামে অবস্থান সনাক্তকরণে এই জাতীয় প্রশ্ন ব্যবহার করা হয়। বিষয় বস্তু উপস্থাপনের প্রকৃতি যাই হোক না কেন, শিক্ষার্থীদের কাজ হ'ল সেই সকল বিষয়বস্তু-গুলির মধ্যে আবশ্যিকভাবে সম্পর্ক স্থাপন করা যে সকল বিষয়বস্তুর মধ্যে সংযোগ স্থাপন করার কিছু যুক্তিমূলক ভিত্তি আছে। এইরূপ পরিস্থিতিতে শিক্ষার্থীদের জ্ঞানার্জন উপলব্ধির অপেক্ষাকৃত স্বল্প পরিসরে যোজ্যতা নির্ণায়ক প্রশ্ন ব্যবহার করা যায়।

যোজ্যতা নির্ণায়ক প্রশ্নের সুবিধা (Advantages of Matching type questions): মনোবৈজ্ঞানিক এবং শিক্ষাবিষয়ক পরিমাপের ক্ষেত্রে অন্যান্য নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্নগুলি অপেক্ষা যোজ্যতা নির্ণায়ক প্রশ্নগুলির কার্যকরীজনিত সুবিধা অনেক বেশী। কারণগুলি নিম্নরূপ—

॥ **এক** ॥ এই ধরনের প্রশ্নে স্বল্প স্থানের মধ্যে অনেক বেশী তথ্য উপস্থাপন করা এবং অপেক্ষাকৃত অল্প সময়ের মধ্যে সঠিক সংখ্যক পারস্পরিক সম্পর্কযুক্ত তথ্যমূলক সামগ্রী পরিমাপ করা সম্ভব হয়। এখানে যেহেতু শিক্ষার্থীদের বিভিন্ন ধারণার মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করতে হয়, সেইহেতু তাদের পক্ষে যেমন সামগ্রিক ধারণা গঠন করা সুবিধা হয়, তেমনি শিক্ষাগত অভিজ্ঞতা কার্যকরী করাও সম্ভব হয়।

॥ **দুই** ॥ এই ধরনের প্রশ্নের সাহায্যে শিক্ষার্থীদের কেবলমাত্র বিষয়কেন্দ্রিক জ্ঞানই পরিমাপ করা সম্ভব হয়। শিক্ষার্থীদের স্মৃতি শক্তিও পরিমাপ করা যায়।

॥ **তিন** ॥ এই ধরনের প্রশ্নের সুবিধা হ'ল যে, প্রশ্নগুলি অতি সহজে তৈরী করা যায়। এখানে বিবৃতিগুলির সংগে সংযুক্ত বিকল্প উত্তরগুলি তৈরী করতে খুব বেশী চিন্তার প্রয়োজন হয় না। বিবৃতিগুলির সংগে সংযুক্ত ধারণাগুলি একত্রিত হ'য়ে সম্ভাব্য উত্তরগুচ্ছ তৈরী করা হয়। এই প্রশ্নের কার্যকারিতা এবং নৈর্ব্যক্তিকতা তখনই বৃদ্ধি পাবে যখন একটি বিবৃতির অনুষঙ্গ ধারণা অন্যান্য বিবৃতির অনুষঙ্গ ধারণার যত কাছাকাছি হবে। কারণ এইরূপ ক্ষেত্রে পরীক্ষার্থীদের ধারণার নৈকট্যের জন্য পার্থক্য নির্ণয় ও সম্পর্ক স্থাপন ক'রে বিবৃতিগুলির উত্তর নির্ধারণ করতে বেশী চিন্তা করতে হয়।

যোজ্যতা নির্ণায়ক প্রশ্নের অসুবিধা (Disadvantage of Matching type questions) : মনোবৈজ্ঞানিক এবং শিক্ষামূলক পরিমাপের ক্ষেত্রে এই জাতীয় প্রশ্নের নিম্নলিখিত ত্রুটিগুলি দেখা যায়।

॥ এক ॥ এই জাতীয় প্রশ্নের দ্বারা শিক্ষার সংগে যুক্ত অন্য কোন মানসিক বৈশিষ্ট্য পরিমাপ করা সম্ভব হয় না। এই ধরনের নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্নের পরিমাপ-যোজ্যতা খুবই সংকীর্ণ হয়।

॥ দুই ॥ শিক্ষার্থীরা যোজ্যতা নির্ণায়ক প্রশ্নে সমাধানের সূত্র অনেক সহজে অনুমান করতে পারে। এখানে স্বল্প পরিসরের মধ্যে অনেক বেশী সংখ্যক প্রশ্ন একত্রিত করা হ'লেও ইচ্ছামত প্রশ্নের দৈর্ঘ্য বাড়ানো যায় না। এক সংগে অনেক বেশী সংখ্যক বিবৃতি একই প্রশ্নের মধ্যে দিলে পরীক্ষার্থীদের মনোযোগে অসুবিধা সৃষ্টি হয়। সেই কারণে ইচ্ছামত প্রশ্নের দৈর্ঘ্য বাড়ানো যায় না। ফলে সীমিত দৈর্ঘ্যের মধ্যে শিক্ষার্থীদের পক্ষে অনুমান ক'রে উত্তর করা সহজ হয়।

॥ তিন ॥ এধরনের প্রশ্নে বিকল্প-উত্তরের সংখ্যা ক্রমে ক্রমে কমতে থাকে। একটি স্তরে পরীক্ষার্থী একটি প্রশ্নের উত্তর সঠিকভাবে দিলে পরবর্তী স্তরে সেই উত্তরটিকে বাদ দি'য়ে অন্যগুলির উপর তাকে লক্ষ্য দিতে হয়। এইভাবে সর্বশেষ স্তরে ক্রমে বিকল্প উত্তরের সংখ্যা একেবারে কমে যায়। সুতরাং প্রথম স্তরে পরীক্ষার্থীর যে ধরনের মানসিক সক্রিয়তা প্রয়োজন হয়, পরবর্তী স্তরগুলিতে তা হ্রাস পেতে থাকে। ফলে অনুমানের ভিত্তিতে প্রশ্নের উত্তর সঠিক হওয়ার সম্ভাবনা অনেকাংশে বৃদ্ধি পায়। পরিমাপের ক্ষেত্রে এই ধরনের তারতম্য যেমন পরিমাপের নৈর্ব্যক্তিকতা বৃদ্ধি করতে পারে না তেমনি পরিমাপগুলি ত্রুটি পূর্ণ হওয়ার সম্ভাবনা থাকে।

পূর্বের আলোচনা থেকে বলা যায় যে, যোজ্যতা নির্ণায়ক প্রশ্নের ক্ষমতা খুবই সীমাবদ্ধ। মনোবৈজ্ঞানিক এবং শিক্ষাবিষয়ক পরিমাপের বিশেষ বিশেষ ক্ষেত্র ছাড়া এই প্রশ্নগুলি ব্যবহার করা যায় না। স্মরণ-প্রক্রিয়ার উপর ভিত্তি ক'রে পরীক্ষার্থীরা এইরূপ প্রশ্নের মাধ্যমে পূর্ব অভিজ্ঞতাকে আবদ্ধ করতে পারে না।

যোজ্যতা নির্ণায়ক প্রশ্ন গঠনের নিয়মাবলী (Rules for Construction of Matching type items) :

যোজ্যতা নির্ণায়ক প্রশ্নগুলি তৈরী করার সময় বিশেষ কয়েকটি নিয়মের প্রতি লক্ষ্য রাখতে হয়। প্রশ্নগুলি এমনভাবে তৈরী করতে হয় যাতে পরীক্ষার্থীরা প্রশ্নগুলির উত্তর করার সময় অনুমান করার কম সুযোগ পায়। প্রশ্নগুলি এমনভাবে তৈরী করতে হয় যে, পরীক্ষার্থীদের মনে কোনরূপ বিভ্রান্তির সৃষ্টি না হয় এবং তারা প্রশ্ন-গুলির উত্তর খুব তাড়াতাড়ি দিতে পারে। যোজ্যতা নির্ণায়ক প্রশ্নগুলির উল্লেখিত বৈশিষ্ট্যগুলি মনে রেখে নিম্নলিখিত নিয়ম অনুসারে প্রশ্নগুলি তৈরী করতে হয়।

॥ এক ॥ এই জাতীয় প্রশ্নের বিবৃতিগুলি সমধর্মী হওয়া উচিত। প্রশ্ন রচনা করার সময় এই কথা বিশেষভাবে মনে রাখতে হবে যে, একই প্রশ্নে বিভিন্নধর্মী

বিবৃতিগুলি সংযোগ করলে প্রশ্নের নির্ভরযোগ্যতা হ্রাস পায়। সুতরাং সমধর্মিতা বিষয়বস্তু ও কাঠিন্যমান উভয়দিক দি'য়ে বজায় রাখতে হয়। সেই কারণে নিয়ম অনুসারে এইরূপ প্রশ্নে একই ধরনের বিষয়বস্তুর মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করতে বলা হয়। তাতে প্রশ্নের নৈর্ব্যক্তিকতা বজায় রাখা সম্ভব হয় এবং নির্ভরযোগ্যতাও বৃদ্ধি পায়।

॥ **দুই** ॥ বিবৃতি এবং উত্তরের সংখ্যার মধ্যে পার্থক্য রাখা বিশেষভাবে আবশ্যক হয়। কারণ তাতে পরীক্ষার্থীদের পক্ষে অনুমানের ভিত্তিতে উত্তর করার প্রভাব কমানো সম্ভব হয়। প্রশ্নে বিবৃতির সংখ্যা উত্তরের সংখ্যা অপেক্ষা কম হওয়া উচিত। যেসব ক্ষেত্রে একটির বেশী বিবৃতির উত্তর একই হ'তে পারে, সেসব ক্ষেত্রে উত্তর সংখ্যা এমনভাবে অসমান রাখা আবশ্যক যাতে পরীক্ষার্থীরা সমমানের ভিত্তিতে উত্তর করার সুযোগ না পায়।

॥ **তিন** ॥ যোজ্যতা নির্ণায়ক প্রশ্নে বিবৃতির সংখ্যা খুব বেশী হওয়া উচিত নয়। বিবৃতির সংখ্যা 4 থেকে 8 এর মধ্যে হওয়া উচিত। বিবৃতির সংখ্যা খুব বেশী হ'লে একদিকে যেমন পরীক্ষার্থীর উত্তর করতে অসুবিধা হয়, অপরদিকে তেমনি পরীক্ষকদের পক্ষেও বিবৃতিগুলির উত্তরের মূল্যায়নে অসুবিধার সৃষ্টি হয়। তাছাড়া বিবৃতির বড় অংশ বামদিকে এবং ছোট অংশ (উত্তর) ডান দিকে থাকবে। তাতে পরীক্ষার্থীদের বিবৃতিগুলি পড়তে এবং সঠিক উত্তরটি নির্ধারণ করতে সুবিধা হবে।

॥ **চার** ॥ যোজ্যতা নির্ণায়ক প্রশ্নে বিবৃতিগুলিকে বিক্ষিপ্তভাবে সাজিয়ে উত্তরগুলিকে যুক্তিভিত্তিক ক্রমে সাজালে পরীক্ষার্থীদের উত্তর দিতে যেমন সুবিধা হয় তেমনি পরিমাপের নির্ভরযোগ্যতা বৃদ্ধি পায়।

॥ **পাঁচ** ॥ এই জাতীয় প্রশ্নের নির্দেশিকায় যোজ্যতা বা সম্পর্ক স্থাপনের মূল ভিত্তি কি হবে তা বলে দেওয়া উচিত। তাতে প্রশ্নের উদ্দেশ্য সম্বন্ধে পরীক্ষার্থীদের মনে কোনরূপ বিভ্রান্তি সৃষ্টির অবকাশ থাকবে না। উত্তর করার ক্ষেত্রে কোনরূপ অযথা সময় নষ্ট করার সম্ভাবনাও কম থাকে। বিবৃতিগুলি একবার পড়লেই কি করতে হবে তা সহজেই পরীক্ষার্থীরা বুঝতে পারবে।

॥ **ছয়** ॥ এই জাতীয় প্রশ্ন উত্তর করার সময় পরীক্ষার্থীদের একই সঙ্গে সব উত্তরগুলির প্রতি লক্ষ্য রাখতে হয়। যদি একই প্রশ্নের কিছু অংশ একটি পাতায় দেওয়া হয় এবং অপর পাতায় আবার কিছু অংশ দেওয়া হয়, তাহলে পরীক্ষার্থীদের উত্তরদান কাজের অসুবিধা হয়। সেই কারণে যে পাতায় যে প্রশ্নটি দেওয়া হবে সেই পাতায় যেন প্রশ্নটি সম্পূর্ণভাবে থাকে।

বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্ন (Multiple choice type questions)

নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্নগুলির মধ্যে সবচেয়ে বেশী পরিমাণে ব্যবহারযোগ্য এবং ব্যাপক প্রয়োগমূলক প্রশ্ন হ'ল বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্ন। যে সকল শিক্ষণ ফলশ্রুতি সংক্ষিপ্ত উত্তর সম্বলিত প্রশ্ন, সম্পূর্ণকরণ প্রশ্ন, বিকল্প উত্তরধর্মী প্রশ্ন, এবং যোজ্যতা নির্ণায়ক প্রশ্নের দ্বারা পরিমাপ করা যায়, সেই সকল শিক্ষণ ফলশ্রুতির অধিকাংশই বহুমুখী

নির্বাচনমূলক প্রশ্নের সাহায্যে বেশী কার্যকরীভাবে পরিমাপ করা যেতে পারে। তাছাড়া শিক্ষাগত পারদর্শিতা, জ্ঞান, বোধগম্যতা এবং প্রয়োগের ক্ষেত্রগুলিতে অধিক জটিল শিক্ষণ ফলশ্রুতির বিভিন্নতাও এই জাতীয় প্রশ্নের মাধ্যমে পরিমাপ করা সম্ভব হয়। তাই আধুনিক কালে মনোবৈজ্ঞানিক এবং শিক্ষা বিষয়ক পরিমাপের ক্ষেত্রে এদের ব্যবহার সবচেয়ে বেশী হ'য়ে থাকে। এই জাতীয় প্রশ্নের মাধ্যমে অনেক মানসিক বৈশিষ্ট্য পরিমাপ করা সম্ভব হয়।

বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্নের বৈশিষ্ট্য (Characteristics of multiple choice type questions) :

এই ধরনের প্রশ্নে একটি সমস্যা দেওয়া হয় এবং তার সম্ভাব্য সমাধানের একটি উত্তর তালিকা দেওয়া হয়। সমস্যাটি পড়ে সম্ভাব্য উত্তরের তালিকা থেকে যোগ্য উত্তরটি নির্বাচন করাই হলো পরীক্ষার্থীর কাজ। এই ধরনের প্রশ্নটিকে নির্বাচনধর্মী প্রশ্ন বলা হয়; কারণ এখানে সম্ভাব্য উত্তরগুলি থেকে সঠিক উত্তরটি নির্বাচন করতে হয়।

এই ধরনের প্রশ্নে মূল সমস্যাটিকে প্রশ্নের আকারে দেওয়া যেতে পারে, আবার অসম্পূর্ণ বিবৃতির আকারেও দেওয়া যেতে পারে। এই অংশকে **মূল অংশ** বা **কাণ্ড** (stem) বলা হয়। অপরদিকে উত্তরগুলিকে সাধারণভাবে **বিকল্পগুচ্ছ** (alternatives) বলা হয়। এই বিকল্পগুচ্ছের মধ্যে যেটি সঠিক তাকে **উত্তর** (answer) বলে এবং অন্যান্যগুলিকে **বিচলক** (distractor) বলে। পরীক্ষার্থীরা প্রশ্নের সঠিক উত্তরটি জানে কিনা তা এই বিচলকগুলির মাধ্যমে যাচাই ক'রে নেওয়া হয়। অর্থাৎ সঠিক উত্তরটি সম্বন্ধে পরীক্ষার্থীদের সন্দেহ আছে কিনা সে সম্পর্কে তাদের বিভ্রান্ত করাই হলো এই বিচলকগুলির মূল কাজ।

উদাহরণ

নির্দেশ—নীচের প্রশ্নগুলি মন দি'য়ে পড় এবং সম্ভাব্যগুলির মধ্যে যেটি ঠিক তার তলায় দাগ দাও।

প্রশ্ন 1 : নীচের মনোবিজ্ঞানীদের মধ্যে কাকে অভীক্ষায়নের জনক বলা হয়?
(ক) বিনে (খ) থর্ণডাইক (গ) ইস্কুইরাল (ঘ) টারম্যান (ঙ) সেগুইন

প্রশ্ন 2 : আসাম রাজ্যের রাজধানী যে শহরে অবস্থিত তার নাম—(ক) ডিগবয় (খ) ডিব্রুগড়, (গ) চেরাপুঞ্জী (ঘ) শিলং (ঙ) গুয়াহাটি

এই উদাহরণগুলি থেকে দেখা যাচ্ছে যে, প্রতিটি ক্ষেত্রে একটি মাত্র নির্ভুল উত্তর আছে। পরীক্ষার্থীকে ঐ নির্ভুল উত্তরটি খুঁজে বের করতে হয়। এখানে বিশেষভাবে লক্ষ্য করা যায় যে, নির্ভুল উত্তরটি ছাড়া অন্যান্য সব উত্তরই ভুল। এই জাতীয় প্রশ্নকে **সঠিক উত্তরভিত্তিক প্রশ্নও** বলা হয়। কিন্তু প্রকৃতপক্ষে এমন অনেক শিক্ষণলব্ধ অভিজ্ঞতা পরিমাপ করতে হয় যেখানে একক নির্ভুল উত্তর পাওয়া সম্ভব হয় না। যদি জিজ্ঞাসা করা হয়, "ভিলাই অঞ্চলে ভারী শিল্প গড়ে ওঠার কারণ

কি"? এই প্রশ্নের উত্তরে বহু কারণই উল্লেখ করা যেতে পারে। এই জটিল পরিস্থিতির শিক্ষণমূলক অভিজ্ঞতা পরিমাপ করার জন্য এক ধরনের বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্ন ব্যবহার করা যায়। এইক্ষেত্রে প্রশ্নের উত্তরে কয়েকটি কারণ উল্লেখ করা হয় যাদের মধ্যে সবচেয়ে উত্তম কারণটি নির্দিষ্ট করা থাকে। পরীক্ষার্থীদের উত্তম কারণটি উল্লেখ করতে বলা হয়। এই ধরনের বহুমুখী প্রশ্নকে বলা হয় **উত্তম উত্তর নির্বাচন ধর্মী প্রশ্ন**। এই ধরনের প্রশ্ন অপেক্ষাকৃতভাবে জটিল ও কঠিন। কারণ এখানে পরীক্ষার্থীকে অপেক্ষাকৃত সূক্ষ্মতর পার্থক্য নির্ণয় করতে হয়।

উদাহরণ

প্রশ্ন : একটি রাজ্যের জন্য একটি শহর নির্বাচন করতে হলে নিম্নলিখিত কোন্ উপাদানটির উপর সবচেয়ে বেশী গুরুত্ব দিতে হয়?

(ক) কেন্দ্রীয় অবস্থান (খ) ভাল আবহাওয়া (গ) ভাল যোগাযোগের ব্যবস্থা (ঘ) বৃহৎ জনসংখ্যা

বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্নের ব্যবহার (Uses of multiple choice questions) :

পূর্বেই বলা হয়েছে যে, বহুমুখী নির্বাচনধর্মী প্রশ্ন বিভিন্ন ধরনের শিক্ষামূলক ফলশ্রুতি বা পারদর্শিতা পরিমাপ করতে পারে। এর সাহায্যে খুব সহজ থেকে জটিল শিখন ফলশ্রুতি বা পারদর্শিতা পরিমাপ করা যায়। এই ধরনের প্রশ্নে যে কোন পাঠ্য বিষয় সম্বলিত জ্ঞান পরিমাপ করা যায়। তাই এই ধরনের প্রশ্ন নিয়ে অনেক আদর্শায়িত অভীক্ষা তৈরী করা হয়। এখানে এই ধরনের প্রশ্নের উপযোগিতার কথা উদাহরণের মাধ্যমে বোঝানো হয়েছে।

॥ এক ॥ **জ্ঞান বিষয়ক ফলশ্রুতির পরিমাপ (Measuring knowledge outcomes) :** সকল পাঠ্য বিষয়ে জ্ঞানের ক্ষেত্রে শিখনের ফলশ্রুতি খুবই উল্লেখযোগ্য এবং বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্নগুলি এই ফলশ্রুতির বিভিন্নতা পরিমাপ করতে পারে। এই প্রসঙ্গে বিভিন্ন প্রকার উদাহরণ উল্লেখ করা যায়। এখানে এমন কিছু উদাহরণের কথা বলা হ'ল।

শব্দার্থ সম্পর্কিত জ্ঞান (Knowledge of terminology) : শিক্ষার্থীরা কোন শব্দের অর্থ জানে কিনা তা এই জাতীয় প্রশ্নের দ্বারা জানা যায়। এখানে একই শব্দের প্রায় সমরূপ অর্থ দেওয়া হয়। এই অর্থগুলির মধ্যে সঠিক শব্দার্থটি নির্দিষ্ট ক'রে প্রশ্নের নির্দেশ অনুসারে পরীক্ষার্থীদের কাজ করতে হয়।

উদাহরণ

প্রশ্ন : পরমাদ শব্দের প্রকৃত অর্থ কি?

(ক) আপদ (খ) বিপদ (গ) বিপত্তি (ঘ) ভ্রান্তি

নির্দিষ্ট তথ্যের জ্ঞান (Knowledge of Specific facts) : শিক্ষার্থীদের তথ্যমুখী জ্ঞান বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্ন দ্বারা পরিমাপ করা সম্ভব হয়। এর সাহায্যে

বোধগম্যতা, চিন্তনের কৌশল এবং অন্যান্য জটিল শিখন ফলশ্রুতি পরিমাপ করা যায়। কে, কি, কখন এবং কোথায় প্রশ্নগুলি এই জাতীয় প্রশ্নের মাধ্যমে দেওয়া হয়।

প্রশ্ন 1 : আমেরিকার প্রথম **কোন্** নভোশ্চারী মহাকাশ পথে পৃথিবী প্রদক্ষিণ করেন ?

(ক) স্কট্ কারপেন্টার (খ) জন গ্লীন (গ) ভিরগ্রীল গ্রীমসম (ঘ) এলেন সেপার্ড

প্রশ্ন 2 : ভারতের প্রথম যে মহাকাশযান মহাকাশ পথে পৃথিবী প্রদক্ষিণ করে তার নাম কি ?

(ক) রোহিণী (খ) এট্লাস (গ) আর্যভট্ট (ঘ) ভাস্কর

প্রশ্ন 3 : ভারতের প্রথম মহাকাশ যান **কখন** মহাকাশ পথে নিক্ষিপ্ত হয়েছিল ?

(ক) 1972 (খ) 1973 (গ) 1974 (ঘ) 1975

প্রশ্ন 4 : ভারতের প্রথম মহাকাশ সম্পর্কিত গবেষণা কেন্দ্র **কোথায়** স্থাপিত হয়েছিল ?

(ক) ত্রিবানড্রাম (খ) গুজরাট (গ) ডেরাডুন (ঘ) আমেদাবাদ

মূলনীতি সম্পর্কিত জ্ঞান (Knowledge of Principles)—এই জাতীয় প্রশ্নের দ্বারা বিভিন্ন পাঠ্য বিষয়ের বিষয়বস্তু সংক্রান্ত মূলনীতি সম্পর্কিত জ্ঞান পরিমাপ করা যায়।

প্রশ্ন : কোন্ নীতির উপর ভিত্তি ক'রে একটি রাজ্যের রাজধানীর অবস্থান ঠিক করা উচিত ?

(ক) অবস্থান (খ) জলবায়ু (গ) যাতায়াত ব্যবস্থা (ঘ) জনসংখ্যা

পদ্ধতি এবং প্রক্রিয়া সংক্রান্ত জ্ঞান (Knowledge of Methods and Procedure) : বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্নের দ্বারা শিক্ষার্থীদের কোন বিশেষ কর্ম সম্পাদনের পদ্ধতি ও প্রক্রিয়া সংক্রান্ত জ্ঞানও পরিমাপ করা যায়।

প্রশ্ন : কোন রাজ্যের কোন বিলকে আইনে পরিণত করতে হ'লে কার সম্মতি প্রয়োজন হয় ?

(ক) মন্ত্রিসভা (খ) রাজ্য আইন সভা (গ) রাষ্ট্রপতি (ঘ) কেন্দ্রীয় আইন সভা

॥ দুই ॥ বোধগম্যতা এবং প্রয়োগের স্তরে শিখন ফলশ্রুতির পরিমাপ (Measuring learning outcomes at the understanding and application levels) : বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্ন শুধুমাত্র বাহ্যিক জ্ঞান পরিমাপ করে তাই নয়, জ্ঞানের বোধগম্যতা নির্ণয় এবং প্রয়োগ কৌশল পরিমাপ করতে পারে। অন্যান্য নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্নের সাহায্যে বাহ্যিক জ্ঞান পরিমাপ করা যায় এবং এই ধরনের জ্ঞান পরিমাপের ক্ষেত্রে শুধুমাত্র স্মরণ ক্ষমতাই বিচার করা হয়। কিন্তু জটিল শিখনলব্ধ জ্ঞানের তাৎপর্যমূলক ফলশ্রুতি এবং প্রয়োগ কৌশল পরিমাপ করতে হ'লে বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্নের আবশ্যক হয়। এই প্রসঙ্গে বিভিন্ন প্রকার উদাহরণ উল্লেখ করা যেতে পারে।

তথ্য এবং নীতি প্রয়োগ স্থির করার ক্ষমতা (Ability to identify application of facts and principles) : যদি শিক্ষার্থীদের কোন তথ্য বা নীতি কেবলমাত্র পুনরাবৃত্তি করার অতিরিক্ত ঐ তথ্য বা নীতির প্রয়োগমূলক তাৎপর্য নির্ণয় করার ক্ষমতা পরিমাপ করতে হয়, তাহলে একটি সাধারণ পদ্ধতি হ'ল যে, একটি নতুন পরিস্থিতিতে তারা এইগুলি সঠিকভাবে প্রয়োগ করতে পারে কিনা তা নির্ধারণ করা। শিক্ষার্থীদের জ্ঞানের প্রয়োগ-ক্ষমতা পরিমাপের জন্য নিম্নরূপ প্রশ্ন করা যেতে পারে।

উদাহরণ

প্রশ্ন 1 : নীচে যে বাক্যগুলি দেওয়া আছে সেই বাক্যগুলি নির্ভুল করার জন্য সঠিক শব্দের তলায় দাগ দাও।

1. This is the boy { who / that / whom } asked the question.

2. This is the dog { who / that / whom } he asked about.

প্রশ্ন 2 : নিম্নলিখিত বস্তুগুলির কার্যকারিতা ব্যাখ্যা করার জন্য প্যাসক্যালের সূত্র ব্যবহার করা যেতে পারে।

(ক) বৈদ্যুতিক পাখা (খ) হাইড্রলিক ব্রেকস্ (গ) লিভার (ঘ) সিরিঞ্জ

কার্যকারণ সম্পর্ক ব্যাখ্যা করার ক্ষমতা (Ability to interprete relationships) : শিক্ষার্থীরা পূর্ব অভিজ্ঞতার ভিত্তিতে দু'টি ঘটনার মধ্যে যে কার্যকারণ সম্পর্ক আছে তার তাৎপর্য নির্ণয় করতে পারে কিনা তা বহুমুখী নির্বাচন-মূলক প্রশ্নের দ্বারা পরিমাপ করা যায়। এই ধরনের কার্যকারণ সম্পর্ক স্থাপনের জন্য যে শুধুমাত্র পূর্বজ্ঞানের পুনরাবৃত্তি করা প্রয়োজন হয় তাই নয়, পূর্ব-অভিজ্ঞতার সামান্যীকরণ নির্ধারণ করার আবশ্যক হয়। এই প্রসঙ্গে নিম্নলিখিত উদাহরণ উল্লেখ করা যায়।

উদাহরণ

প্রশ্ন : রুটি যদি রেফ্রিজারেটরের মধ্যে রাখা হয় তাহলে দ্রুত শক্ত হয়, কারণ—

(ক) ঠাণ্ডা ছত্রাক বৃদ্ধিতে বাধার সৃষ্টি করে।

(খ) অন্ধকার রুটি শক্ত হওয়াতে বাধার সৃষ্টি করে।

(গ) ঠাণ্ডায় রুটি দ্রুত শুকিয়ে যেতে বাধার সৃষ্টি করে।

(ঘ) রুটি ঠিক রাখতে উত্তাপ ও আলোর প্রয়োজন হয়।

পদ্ধতি এবং প্রক্রিয়া বিচার করার ক্ষমতা (Ability to justify methods and procedures) :

বিষয়বস্তুর বোধগম্যতার একটি গুরুত্বপূর্ণ দিক হলো কোন বিশেষ পদ্ধতি বা প্রক্রিয়ার অন্তর্নিহিত অর্থ উপলব্ধি করা। একজন শিক্ষার্থী কোন একটি সমস্যা সমাধানের সঠিক পদ্ধতি বা প্রক্রিয়ার অন্তর্গত সঠিক স্তরগুলি জানতে পারে, কিন্তু কেন সে ঐভাবে কাজ করে তা বলতে পারে না। তাই শিক্ষার্থী যে পদ্ধতিতে বা যে প্রক্রিয়াতে কাজ করবে তার কারণ তার পক্ষে জানা উচিত। এর অভাব ঘটলে তার শিক্ষা পূর্ণ হয়েছে একথা বলা যাবে না। বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্ন দ্বারা শিক্ষার্থীরা কোন পদ্ধতি বা প্রক্রিয়া সঠিকভাবে উপস্থাপন করতে পারে কিনা তা পরিমাপ করা যায়।

উদাহরণ

প্রশ্ন : কৃষকরা কেন বিভিন্ন সময়ে বিভিন্ন ফসল রোপন করে ?

(ক) মাটির উর্বরতা রক্ষা করতে (খ) বাজার সহজলভ্য হওয়ার জন্য (গ) শস্য উৎপাদন বজায় রাখতে (ঘ) সারা বছর অধিক কাজ করার অবস্থা বজায় রাখতে।

পূর্বোক্ত আলোচনার পরিপ্রেক্ষিতে বলা যায় যে, বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্নের সাহায্যে বিভিন্ন উদ্দেশ্যমুখী পারদর্শিতা পরিমাপ করা যায়। অন্য যে কোন নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্ন অপেক্ষা বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্নে বিভিন্ন প্রকার জটিল শিখন ফলশ্রুতিও পরিমাপ করা সম্ভব হয়।

বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্নের সুবিধা (Advantages of multiple choice questions) :

ইতিপূর্বে আলোচনা প্রসঙ্গে এই জাতীয় প্রশ্নের সুবিধাগুলি উদাহরণ সহযোগে উল্লেখ করা হয়েছে। এখানে সংক্ষেপে সেইগুলিই আলোচনা করা হবে।

॥ **এক** ॥ এই জাতীয় প্রশ্নে জ্ঞান বিষয়ক পারদর্শিতা ব্যাপকভাবে পরিমাপ করা যায়।

॥ **দুই** ॥ জটিল শিখন পরিস্থিতিতে শিখন ফলশ্রুতি এই ধরনের প্রশ্নের মাধ্যমে কার্যকরীভাবে পরিমাপ করা যায়।

॥ **তিন** ॥ এই জাতীয় প্রশ্নের মধ্যে অধিক পরিমাণে বৈচিত্র্য থাকার দরুণ অন্যান্য নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্নের ত্রুটিগুলি দূর করা সম্ভব হয়। এইরূপ প্রশ্ন সহযোগে তৈরী অভীক্ষা পদগুলি পরীক্ষার্থীদের মনে কোনরূপ বিভ্রান্তি সৃষ্টি করতে পারে না।

॥ **চার** ॥ পরীক্ষার্থীদের অনুমান করার প্রবণতা এই জাতীয় প্রশ্নের মাধ্যমে কমিয়ে ফেলা সম্ভব হয়। কারণ প্রশ্নের সংশ্লিষ্ট উত্তরের সংখ্যা বেশী হলে অনুমানের সম্ভবনা কম হয়। ইবেলের (Ebel) মতে "প্রশ্নের বিকল্প উত্তরের সংখ্যার বৃদ্ধির প্রভাব যেমন অনুমানের সুযোগ কমিয়ে দেয়, তেমনি পরিমাপের নির্ভরযোগ্যতা এবং নৈর্ব্যক্তিকতা বৃদ্ধি করে।" ("As the effect of increasing alternatives

of item reduces the opportunity of guessing, so the reliability and objectivity of measurement are correspondingly increased".)

॥ পাঁচ ॥ যেখানে সমস্যার সমাধান স্পষ্টভাবে সত্য বা মিথ্যা উত্তরের সাহায্যে করা না গেলেও সঠিকত্বের মাত্রাতে সমাধানে তারতম্য করা যায় (যেমন উত্তম পদ্ধতি, উত্তম যুক্তি, উত্তম ব্যাখ্যা) সেখানে বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্নে বহুবিধ পাঠ্যবিষয়ের শিখন ফলশ্রুতি পরিমাপ করা সম্ভব হয়।

॥ ছয় ॥ বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্ন যোজ্যতা নির্ণায়ক প্রশ্নের সমতুল্য হ'লেও সমধর্মী বিষয়বস্তুর প্রয়োজন এইরূপ প্রশ্নে পরিহার করা যায়। যোজ্যতা নির্ণায়ক প্রশ্ন বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্নের সংশোধিত সংস্করণ এবং এই প্রশ্নে প্রশ্ন ও বিকল্প উত্তরের তালিকা তৈরী করতে উভয়ের মধ্যে সম্পর্কিত ধারণার প্রয়োজন হয়। কিন্তু অনেক পাঠ্যবিষয়ের ক্ষেত্রে কার্যকরী যোজ্যতা নির্ণায়ক প্রশ্ন তৈরী করতে বহুল পরিমাণে পারস্পরিক সম্পর্কিত বিষয়বস্তু পাওয়া অসুবিধাজনক হয়। এই অসুবিধা বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্নের ক্ষেত্রে সহজেই দূর করা যায়। কারণ এখানে প্রতিটি প্রশ্নই একক ধারণা পরিমাপ করে। যখন বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্ন ব্যবহার করা হয় তখন একটি নির্দিষ্ট ক্ষেত্রে এক বা একাধিক সম্পর্ক পরিমাপ করা সম্ভব হয়।

॥ সাত ॥ ক্রনব্যাকের (Cronbach) মতে বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্ন পরীক্ষার্থীদের মধ্যে কোন প্রশ্নের উত্তর করতে বিশেষ ধরনের মানসিক অবস্থা (response set) সৃষ্টি করে না। ফলে মানসিক অবস্থার তাড়নায় পরীক্ষার্থীদের ভুল উত্তর করার সম্ভাবনা থাকে না। কিন্তু অন্যান্য নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্নের ক্ষেত্রে পরীক্ষার্থীরা অনেক সময় এই মানসিক অবস্থার তাড়নায় বিশেষ এক ধরনের উত্তরকে বেছে নেয় যার মধ্যে ভুল উত্তর থেকে যাওয়ার সম্ভাবনা থাকে।

॥ আট ॥ এই ধরনের প্রশ্নে শিক্ষার্থীরা কিরূপ ভুল করে তা সহজেই নির্ণয় করা যায় এবং তার ভিত্তিতে সংশোধনমূলক শিক্ষণের ব্যবস্থা করা সম্ভব হয়। এই জাতীয় প্রশ্নের নির্ণায়ক মূল্য (diagnostic value) আছে।

পূর্বের আলোচনার ভিত্তিতে বলা যায় যে,বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্নের ব্যাপক ব্যবহার এবং বিশেষ সুবিধার দরুন এই জাতীয় প্রশ্ন নিয়ে উচ্চমানের অভীক্ষা পদ তৈরী করা সহজ হয়। তার অর্থ এই নয় যে, উত্তম বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্ন তৈরী করতে চেষ্টার প্রয়োজন হয় না। সযত্নে পাঠ্যবিষয়ের একই ক্ষেত্রে যে বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্নগুলি তৈরী করা হয় সেই প্রশ্নগুলি সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী, সত্য-মিথ্যা বা যোজ্যতা নির্ণায়ক প্রশ্নগুলি অপেক্ষা উচ্চমানের প্রশ্ন হিসাবে বিবেচিত হয়। সেই কারণে বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্ন অন্যান্য যে কোন নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্ন অপেক্ষা ভাল। তাই এই জাতীয় প্রশ্ন মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষাবিষয়ক পরিমাপের ক্ষেত্রে বিশেষভাবে ব্যবহার করা হয়। প্রয়োজন বোধে অন্যান্য নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্নও এই জাতীয় প্রশ্নের সংগে ব্যবহার করা যেতে পারে। শুধুমাত্র বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্ন বৈজ্ঞানিক বিচারে সবচেয়ে ভাল এই ভিত্তিতে অভীক্ষা পদ হিসাবে এর ব্যবহার সর্বদা যুক্তি-যুক্ত হয় না।

বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্নের অসুবিধা (Disadvantages of multiple choice questions) : এই জাতীয় প্রশ্নের যেমন সুবিধা আছে তেমনি কতকগুলি অসুবিধা আছে।

॥ **এক** ॥ এই জাতীয় প্রশ্নের সাহায্যে 'কাগজ-পেন্সিল' অভীক্ষার (paper-pencil test) ন্যায় ভাষা বিষয়ক দক্ষতা প্রত্যক্ষভাবে পরিমাপ করা যায় না। কারণ যে সকল প্রশ্ন শিক্ষার্থীদের সমাধান করতে হয় সেগুলি হ'ল ভাষা ভিত্তিক প্রশ্ন। অথচ এই জাতীয় প্রশ্ন ভাষার মাধ্যমে উপস্থাপন করা হলেও এখানে ব্যবহারিক ভাষা ব্যবহারের কোন প্রয়োজন হয় না। উত্তরের সংগে ব্যবহারিক অভিজ্ঞতার কোন সম্পর্কও থাকে না। পরীক্ষার্থীরা সমস্যামূলক প্রশ্নের সমাধান মানসিক স্তরে ক'রে থাকে এবং উত্তরও অনুরূপভাবে দি'য়ে থাকে। ফলে পরিমাপের কৌশল বাস্তব অবস্থা বর্জিত হয়। তার দ্বারা পরীক্ষার্থীদের মানসিক সক্রিয়তা এবং তাত্ত্বিক অভিজ্ঞতা পরিমাপ করা যায় মাত্র।

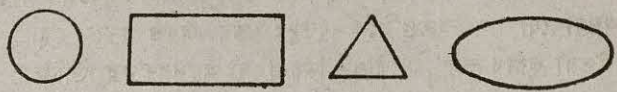
॥ **দুই** ॥ অন্যান্য নির্বাচনধর্মী প্রশ্নগুলির (selection type questions) ন্যায় বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্নগুলির অন্যতম ত্রুটি হ'ল যে, পরীক্ষার্থীরা সমস্যামূলক প্রশ্নের সমাধানে কতটা দক্ষতা অর্জন করেছে তা পরিমাপ করা যায় না। কারণ তাদের বিকল্প উত্তরগুলির মধ্যে সঠিক উত্তরটি নির্বাচন করতে হয়। সমস্যা সমাধান প্রক্রিয়া সম্পর্কে তারা বলার বা লেখার কোন সুযোগ পায় না। এই কারণে গণিত বা বিজ্ঞানের ক্ষেত্রে এই ধরনের প্রশ্ন খুব কার্যকরী হয় না।

॥ **তিন** ॥ অন্যান্য নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্নগুলির ন্যায় পরীক্ষার্থীরা জ্ঞানের বিষয়বস্তু এই জাতীয় প্রশ্নের সাহায্যে সুবিন্যস্তভাবে উপস্থাপন করতে পারে না। ফলে বিষয়বস্তু সম্পর্কিত ধারণাগুলি উপস্থাপন এবং সুবিন্যস্ত করার ক্ষমতা এই ধরনের প্রশ্নের মাধ্যমে পরিমাপ করা যায় না।

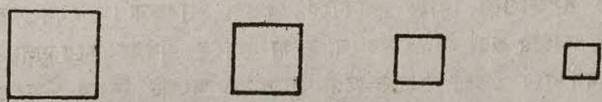
॥ **চার** ॥ বহুমুখী প্রশ্নগুলির সবচেয়ে বড় ত্রুটি হলো যে, ঠিক কতগুলি ভুল উত্তর প্রতিটি প্রশ্নে দেওয়া যাবে সে সম্বন্ধে সুনির্দিষ্ট নিয়মের অভাব। স্কানেল এবং ট্রাসি (Scannell and Tracy) গবেষণামূলক অনুসন্ধানে এমন কোনরূপ সিদ্ধান্তে আসতে পারে নি যে, কতগুলি বিচলক (distractor) প্রশ্নে সন্নিবেশিত করলে প্রশ্নের নির্ভর-যোগ্যতা বৃদ্ধি পাবে। প্রাক্ প্রাথমিক স্তরের শিক্ষার্থীদের ক্ষেত্রে এই বিচলকের যে একটি বিশেষ প্রভাব আছে সে সম্বন্ধে অধিকাংশ মনোবিজ্ঞানীরা একমত। কারণ এই স্তরের ছেলেমেয়েদের শব্দ ভাণ্ডার খুবই সীমিত। তাই ভাষার মাধ্যমে প্রশ্নের মধ্যে বিচলকের ব্যবহার এই ধরনের শিক্ষার্থীদের পক্ষে সঠিক উত্তর নির্বাচন করতে বিশেষ অসুবিধার সৃষ্টি করে। অবশ্য গবেষণামূলক অনুসন্ধানে প্রাক্ প্রাথমিক স্তরের শিক্ষার্থীদের নতুন অর্জিত ধারণাগুলি পরিমাপের জন্য একটি পদ্ধতি উদ্ভাবন করা হ'য়েছে। এই পদ্ধতিতে ভাষার পরিবর্তে চিত্রের সাহায্যে শিক্ষার্থীদের সমস্যা সমাধানের দক্ষতা পরিমাপ করা হয়। উদাহরণটি লক্ষ্য করলে এই ব্যক্তব্যের সত্যতা বিচার করা যাবে।

উদাহরণমূলক বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্ন
প্রাক্ প্রাথমিকস্তরে ব্যবহারের উপযোগী
(নির্দেশ : মৌখিকভাবে দেয়)

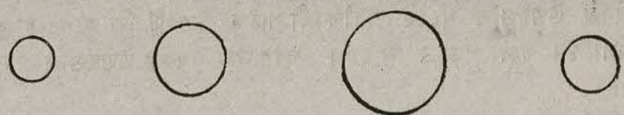
আয়তক্ষেত্রের মধ্যে 'X' চিহ্ন বসাও



সবচেয়ে ছোট বর্গক্ষেত্রের মধ্যে 'X' চিহ্ন বসাও



সবচেয়ে বড় গোল চিহ্নের মধ্যে 'X' চিহ্ন বসাও



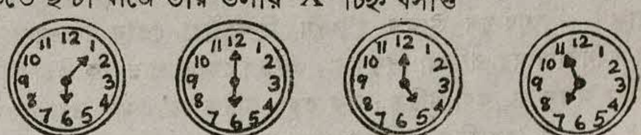
তৃতীয় গাছের মধ্যে 'X' চিহ্ন বসাও



সবচেয়ে ছোট সাদা অংশের মধ্যে 'X' চিহ্ন বসাও



যে ঘড়িতে ছ'টা বাজে তার তলায় 'X' চিহ্ন বসাও



যে অক্ষর দু'টি সমান তাদের তলায় 'X' চিহ্ন বসাও

P b q b

যে শব্দ দু'টির উচ্চারণ সমরূপ তাদের তলায় 'X' চিহ্ন বসাও

Top Toy Tip Tom

চিত্র সংখ্যা—11.1

বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্ন গঠনের নিয়মাবলী (Rules of Construction of Multiple Choice type questions) :

বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্নগুলি ব্যাপকভাবে মনোবৈজ্ঞানিক এবং শিক্ষাবিষয়ক পরিমাপের ক্ষেত্রে ব্যবহার করা হয়। সুতরাং এই জাতীয় প্রশ্নগুলির রচনা পদ্ধতি সম্বন্ধে আমাদের ধারণা আবশ্যক হয়। এই প্রশ্নগুলির নির্ভরযোগ্যতা বৃদ্ধি করার জন্য প্রশ্নগুলিকে বোধগম্য ক'রে তুলতে হয় এবং উপযুক্ত সংখ্যক বিচলক ব্যবহার করতে হয়। অনুমানযোগ্য সংকেতগুলিকে যতদূর সম্ভব বর্জনও করতে হয়। এই কারণে প্রশ্নগুলি তৈরী করার সময় নিম্নলিখিত নিয়মাবলী অনুসরণ করা উচিত।

॥ এক ॥ এই জাতীয় প্রশ্নের মূল কাঠামো (stem) সম্পূর্ণ হওয়া বাঞ্ছনীয়। প্রশ্নগুলিতে সমস্যাগুলি নির্দিষ্ট আকারে দেওয়া আবশ্যক। এমন অসম্পূর্ণ বাক্য প্রশ্নগুলিতে ব্যবহার করা উচিত নয় যে, বাক্য প্রশ্নকে অর্থবহ করে তুলতে না পারে। প্রশ্নগুলি এমনভাবে তৈরী করতে হবে যাতে মূল অংশটি বিকল্প উত্তরগুলি ছাড়াই অর্থপূর্ণ হ'য়ে ওঠে। প্রশ্নগুলি তৈরী করার সময় একথা মনে রাখা আবশ্যক হয় যে, প্রশ্নের বিকল্প উত্তরগুলি পড়েই পরীক্ষার্থী সঠিক উত্তরটি কি হবে তা বুঝতে যেন তাকে বিভ্রান্তির মধ্যে পড়তে না হয়। তার জন্য বিকল্প উত্তরগুলি সমধর্মী হওয়া বাঞ্ছনীয়।

॥ দুই ॥ প্রশ্নগুলির মূল অংশে বেশী সংখ্যক তথ্য থাকা বাঞ্ছনীয় এবং অপ্রাসঙ্গিক তথ্য না থাকাই উচিত। অপ্রাসঙ্গিক তথ্য প্রশ্নগুলির অন্তর্ভুক্ত হ'লে পরীক্ষার্থীদের মনে বিভ্রান্তির সৃষ্টি হয় এবং তাদের পক্ষে সঠিক উত্তর নির্ধারণ করতে সময় বেশী লাগে।

॥ তিন ॥ প্রশ্নগুলি সদর্থক (positive) শব্দের মাধ্যমে তৈরী করা উচিত। প্রশ্নগুলিতে 'না', 'নয়', 'খুবই অল্প' এবং অনুরূপ নঞর্থক (negative) শব্দযুক্ত বিবৃতি সাধারণতঃ প্রয়োজন না হ'লে ব্যবহার করা উচিত নয়। একটা সাধারণ ধারণা প্রচলিত আছে যে, নঞর্থক শব্দযুক্ত বাক্য প্রশ্নের কাঠিন্য বাড়িয়ে দেয়। কিন্তু এই ধারণা ভ্রান্ত। শিক্ষার মূল উদ্দেশ্য হ'ল যে, শিক্ষার্থীরা কোন বিশেষ ঘটনা জানুক বা কোন কর্মসম্পাদনের প্রক্রিয়া শিখুক। এইরূপ ক্ষেত্রে প্রশ্নে 'কি করা উচিত', সেই ধরনের তথ্য অন্তর্ভুক্ত করা উচিত ; 'কি করা উচিত নয়' এমন তথ্য অন্তর্ভুক্ত করা উচিত নয়। তবে বৈজ্ঞানিক পরীক্ষামূলক প্রশ্নগুলিতে নঞর্থক বিবৃতি দেওয়া যেতে পারে। কারণ এইরূপ ক্ষেত্রে শিক্ষার্থীদের বিশেষ সতর্কতা অবলম্বন করতে হয় এবং শিক্ষণের মাধ্যমে তাদের কোথায় কোথায় সতর্কতা অবলম্বন করতে হবে তা শিখিয়ে দেওয়া হয়। এক্ষেত্রে নঞর্থক প্রশ্নও ব্যবহার করা যেতে পারে।

॥ চার ॥ প্রশ্নের প্রদত্ত বিকল্প উত্তরগুলি প্রশ্নের মূল অংশগুলির সংগে ব্যাকরণের নীতিতে যুক্ত থাকা উচিত। প্রশ্নের মূল অংশ এবং বিকল্প উত্তরগুলি উপস্থাপনে এমন ভাষা ব্যবহার করতে হবে যাতে উভয়ই অর্থপূর্ণ হয়। সাধারণভাবে প্রশ্ন গঠন করার

সময় এই দিকে লক্ষ্য রাখা হয় না। ফলে অনেক পরীক্ষার্থীই প্রশ্নগুলি উত্তর করার সময় বিভ্রান্ত হয়। তারা মনে করে যে, যে উত্তরটি মূল অংশে সামঞ্জস্যপূর্ণ হয় না সেই উত্তরটি ভুল।

॥ **পাঁচ** ॥ প্রশ্নের বিকল্প উত্তরগুলি নির্ধারণ করার সময় বিশেষভাবে লক্ষ্য রাখা প্রয়োজন। প্রশ্নের মধ্যে অবশ্যই একটি মাত্র নির্ভুল বা উত্তম উত্তর অন্তর্ভুক্ত করা আবশ্যক।

॥ **ছয়** ॥ যেখানে এই জাতীয় প্রশ্নের মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের শিক্ষণীয় বিষয় সম্পর্কে বোধগম্যতা পরিমাপ করতে হয় সেখানে প্রশ্নগুলির মধ্যে কিছুটা অভিনবত্ব থাকা বাঞ্ছনীয়। তবে প্রশ্নগুলিতে অধিক পরিমাণে অভিনবত্ব যাতে না থাকে সে সম্পর্কেও সতর্ক হওয়া উচিত। কারণ অধিক অভিনবত্ব শিক্ষার্থীদের মনে বিভ্রান্তি ঘটাতে পারে। তাছাড়া যেখানে এই জাতীয় প্রশ্নের দ্বারা শিক্ষার্থীর অধীত জ্ঞানের প্রয়োগ ক্ষমতা এবং তাৎপর্য নির্ণয়ের ক্ষমতা পরিমাপ করতে হয় সেখানে প্রশ্নের মধ্যে নতুন পরিস্থিতি সৃষ্টি করতে হবে। প্রত্যেক প্রশ্নে এমন একটি নতুন পরিস্থিতি শিক্ষার্থীর সামনে উপস্থিত করতে হবে যাতে সে তার অধীত জ্ঞান প্রয়োগ করতে পারে। ফলে তার অধীত জ্ঞান সম্পর্কিত প্রয়োগ-ক্ষমতা পরিমাপ করা যাবে। গতানুগতিক পরিস্থিতিতে প্রশ্ন তৈরী করলে তার দ্বারা অধীত জ্ঞানের পুনরাবৃত্তি হয় এবং প্রয়োগ-ক্ষমতা পরিমাপ করা যায় না। এই প্রসঙ্গে স্মরণ রাখা আবশ্যক হয় যে, অভিনবত্ব প্রশ্নের নির্ভরযোগ্যতা বৃদ্ধি করে।

॥ **সাত** ॥ প্রশ্নগুলির মূল অংশ এবং সঠিক উত্তরগুলির মধ্যে ভাষাগত বা অর্থগত অনুষঙ্গ পরিহার করা আবশ্যক। কারণ তাতে পরীক্ষার্থীরা সঠিক উত্তরটি অনুমান করার সুয়োগ পায়। এখানে উদাহরণের সাহায্যে বলা যায় যে, যদি পরীক্ষার্থীকে জিজ্ঞাসা করা হয়—"তোমার অঞ্চলে ঘুর্নিঝড়ের সতর্কতামূলক নির্দেশ জানতে কোন্ স্থানীয় সরকারী বিভাগের সংগে যোগাযোগ করবে?' এই প্রশ্নের উত্তরে অন্যান্য বিকল্প উত্তরগুলির মধ্যে যদি বলা হয় "স্থানীয় আবহাওয়া অফিসের সংগে," তাহলে প্রশ্ন ও উত্তরে একই শব্দ ব্যবহারের জন্য পরীক্ষার্থীরা সহজেই সঠিক উত্তরটি অনুমান করতে পারবে। পরিবর্তে অন্যান্য বিকল্প উত্তরগুলির মধ্যে যদি বলা হয় "নিকটবর্তী সরকারী আবহাওয়া অফিসের সংগে", তাহলে 'স্থানীয়" কথাটির দ্বারা যে অনুমান করার সুযোগ ছিল, তা থাকছে না।

॥ **আট** ॥ এই জাতীয় প্রশ্নে প্রত্যেক উত্তরের সংগে যে বিকল্প উত্তরগুলি দেওয়া থাকে সেগুলি সতর্কতার সংগে নির্বাচন করতে হয়। প্রশ্নে বিচলক বা বিকল্প উত্তরগুলি এমনভাবে নির্বাচন করতে হয় যাতে শুদ্ধ উত্তরটির সংগে ভুল উত্তরগুলির পার্থক্য খুবই কম থাকে এবং প্রত্যেকটিই শুদ্ধ উত্তর হিসাবে নির্বাচিত হওয়ার সম্ভাবনা থাকে। উত্তরগুলিকে মূল প্রশ্নের পরিপ্রেক্ষিতে সব সময় প্রায় সমধর্মী করার চেষ্টা করতে হয়।

॥ **নয়** ॥ এই ধরনের প্রশ্নে সঠিক উত্তরটি নির্দিষ্টধর্মী করার জন্য অনেক সময় তার দৈর্ঘ্য বিকল্প ভুল উত্তরগুলি অপেক্ষা বড় করতে হয়। ফলে পরীক্ষার্থীরা সঠিক উত্তরটি কি হবে তার সংকেত পেয়ে যায় এবং অনুমানের ভিত্তিতে সঠিক উত্তরটি ঠিক করার সুযোগ পায়। এই কারণে প্রশ্নে সঠিক উত্তরের এবং বিকল্প ভুল উত্তরগুলির দৈর্ঘ্য সমান করতে হয়। যেখানে এইরূপ সম্ভব হবে না সেখানে ভুল উত্তরগুলির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করতে হবে।

॥ **দশ** ॥ বিকল্প উত্তরগুলির মধ্যে সঠিক উত্তরটির অবস্থান প্রশ্নগুলির মধ্যে কোন নির্দিষ্ট নিয়ম অনুসারে না হওয়াই বাঞ্ছনীয়। প্রশ্নভেদে সঠিক উত্তরটিকে ইতস্ততঃ বিক্ষিপ্ত অবস্থানে বসাতে হবে।

॥ **এগার** ॥ বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্নে অনেক সময়ই উত্তরের ক্ষেত্রে "কোনটা নয়" কিংবা "প্রশ্নগুলি হ'তে পারে" বিকল্প উত্তর হিসাবে ব্যবহার করা হয়। এই ধরনের বিকল্প উত্তর ব্যবহার না করাই উচিত। কারণ প্রশ্নের উত্তর হিসাবে পরীক্ষার্থীদের নিকট হতে যা চাওয়া হয় অনেক ক্ষেত্রেই তা পাওয়া অসুবিধাজনক হয়। অবশ্য গাণিতিক সমস্যার ক্ষেত্রে এই জাতীয় বিকল্প উত্তর ব্যবহার করা যেতে পারে।

॥ **বার** ॥ যেখানে অন্যান্য ধরনের প্রশ্ন ব্যবহার করা যায় সেখানে বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্ন ব্যবহার না করাই উচিত। গণিত এবং বিজ্ঞান বিষয়ে এমন কিছু সমস্যামূলক পরিস্থিতি আছে যেখানে সরবরাহ ধরনের (**Supply type**) সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্নগুলি বিশেষভাবে ব্যবহার করা উচিত। যেখানে প্রশ্নে কেবলমাত্র দু'টি সম্ভাব্য উত্তরের (যেমন, তথ্য বা মতামত) প্রয়োজন হয়, সেখানে বিকল্প-উত্তরধর্মী প্রশ্ন উপযোগী হয়। যেখানে যথেষ্ট সংখ্যক সমধর্মী প্রশ্ন থাকে এবং অল্প সংখ্যক ভুল প্রশ্ন থাকলেই প্রশ্নের কার্যকারিতা নষ্ট হয় না, সেখানে যোজ্যতা নির্ণায়ক প্রশ্নের প্রয়োজন হয়। যদিও অভীক্ষা পদগুলিতে বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্নগুলি যথেষ্ট পরিমাণে ব্যবহার করা উচিত, তবুও পূর্ববর্তী পরিচ্ছেদে অভীক্ষা রচনার যে মৌলিক নিয়মগুলি সম্পর্কে আলোচনা করা হয়েছে সেই নিয়মগুলি বিশেষভাবে স্মরণ রাখা উচিত। অর্থাৎ সেই প্রশ্নগুলি নির্বাচন করা বাঞ্ছনীয় যেগুলি শিখন ফলশ্রুতি প্রত্যক্ষ এবং কার্যকরীভাবে পরিমাপ করতে পারে।

পূর্বের আলোচিত নিয়মগুলি অনুসরণ ক'রে বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্ন তৈরী করতে পারলে প্রশ্নগুলি অপেক্ষাকৃতভাবে নির্ভরযোগ্য হয় এবং সেগুলির দ্বারা শিক্ষার্থীদের নানান ধরনের শিক্ষাগত যোগ্যতা পরিমাপ করা যায়। একথা মনে রাখা প্রয়োজন যে, বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্নগুলি তৈরী করা কষ্টসাধ্য। সেই কারণে যদি অপর কোন নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্নের সাহায্যে শিক্ষামূলক দক্ষতা এবং পারদর্শিতা পরিমাপ করা সম্ভব হয় তাহলে বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্ন গঠন না করাই বাঞ্ছনীয়।

এই প্রসঙ্গে আমরা বলতে পারি যে, বিভিন্ন ধরনের প্রশ্ন বা অভীক্ষাপদ এক এক

প্রকার শিক্ষাগত পারদর্শিতা এবং যোগ্যতা পরিমাপ করতে পারে। এই প্রশ্নগুলির অধিকাংশ জ্ঞানমূলক অভিজ্ঞতা এবং অনুষঙ্গ হিসাবে কিছু কিছু জটিল শিখন ফলশ্রুতি পরিমাপ করে। যেমন, সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী এবং সম্পূর্ণকরণ প্রশ্নগুলি বিশেষভাবে গণিত ও বিজ্ঞান বিষয়ের ক্ষেত্রে শিক্ষার্থীদের সমস্যা সমাধানের ক্ষমতা পরিমাপ করতে পারে তেমনি এই প্রশ্নগুলির সাহায্যে সরল এবং অন্যান্য বিষয়কেন্দ্রিক জ্ঞানও পরিমাপ করা সম্ভবপর হয়। সত্য-মিথ্যা (true-false) বা বিকল্প উত্তরধর্মী (Alternate response type) প্রশ্নের সাহায্যে কার্যকারণ সম্পর্ক নির্ণয়ের ক্ষমতা পরিমাপ করা যায়। যোজ্যতা নির্ণায়ক (Matching type) প্রশ্নের মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের সম্বন্ধ স্থাপনের ক্ষমতা নির্ণয় করা যায়। এই ধরনের প্রশ্নের সাহায্যে বিষয়কেন্দ্রিক জ্ঞানও পরিমাপ করা সম্ভব হয়। বহুমুখী নির্বাচনমূলক (Multiple choice) প্রশ্নের দ্বারা জটিল শিক্ষাগত বৈশিষ্ট্য পরিমাপ করা সম্ভব হয়। এসব সত্ত্বেও সকল রকম শিখন ফলশ্রুতি এই ধরনের প্রশ্নের দ্বারা পরিমাপ করা যায় না। সেই কারণে জটিল শিখনমূলক ফলশ্রুতি পরিমাপের জন্য নিবন্ধাত্মক (Essay type) প্রশ্নের ব্যবহার করা আবশ্যক হয়। কিন্তু নিবন্ধাত্মক প্রশ্ন অভীক্ষার নৈর্ব্যক্তিকতা বৃদ্ধি করতে পারে না। তাই স্মিথ এবং টাইলার (Smith and Tyler) অন্য এক ধরনের নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্ন তৈরী করার নীতি সর্বপ্রথম প্রবর্তন করেন। এই প্রশ্নগুলিকে **তাৎপর্য নির্ণায়ক অনুশীলনী** (Interpretative exercise) বলা হয়। এই ধরনের প্রশ্ন সাধারণ শিক্ষণীয় বিষয়বস্তুর উপর ভিত্তি ক'রে তৈরী করা হয়। এই প্রশ্নগুলির রচনাতে লিখিত বিষয়বস্তু, সারণী, চার্ট, লেখচিত্র, ম্যাপ এবং চিত্রসমূহ ব্যবহার করা হয়। এই জাতীয় অনুশীলনীগুলি উত্তর করার জন্য শিক্ষার্থীদের বিশেষ কিছু তথ্য স্মরণ করার প্রয়োজন হয় না। প্রদত্ত তথ্যের ভিত্তিতে তাদের সিদ্ধান্ত গ্রহণ করতে, সম্পর্ক নির্ণয় করতে বা তাৎপর্য নির্ধারণ করতে বলা হয়। এই ধরনের প্রশ্নের প্রকৃতি পরিমাপের উদ্দেশ্যভেদে পরিবর্তন করা যায়। পরিমাপের ক্ষেত্রকে বাড়াতে হ'লে এবং পরিমাপের নৈর্ব্যক্তিকতা বৃদ্ধি করতে হ'লে এই ধরনের অনুশীলনী-গুলির ব্যবহার সবচেয়ে উপযোগী হিসাবে বিবেচিত হয়। তথ্যের প্রাসঙ্গিকতা নির্ণয়ের ক্ষমতা, সামান্যীকরণের যথার্থতা নিধারণের ক্ষমতা, নীতি সমূহ প্রয়োগ করার দক্ষতা, সিদ্ধান্ত গ্রহণের জন্য প্রয়োজনীয় অনুল্লেখিত অনুমানগুলি সনাক্তকরণের ক্ষমতা, প্রাসঙ্গিক এবং অপ্রাসঙ্গিক বিষয়ে সিদ্ধান্ত করার ক্ষমতা, এবং পরীক্ষণমূলক ফলাফল ব্যাখ্যা করার ক্ষমতা এই ধরনের তাৎপর্য নির্ণায়ক অনুশীলনের মাধ্যমে পরিমাপ করা যায়।

এখানে বোঝার সুবিধার্থে তাৎপর্য নির্ণায়ক অনুশীলনীর একটি উদাহরণ উল্লেখ করা হল। এই প্রশ্ন থেকে এই জাতীয় অনুশীলনীর উপযোগিতা সম্বন্ধে ধারণা করা যাবে। এই উদাহরণের সাহায্যে শিক্ষার্থীদের সিদ্ধান্ত গ্রহণ করার ক্ষমতা পরিমাপ করা হয়েছে।

উদাহরণ

প্রশ্ন : নীচে একটি ব্যাংকের কেরানী পদের জন্য প্রার্থী নির্বাচনী পরীক্ষায় বিভিন্ন বয়সের ব্যক্তিদের (পুরুষ ও মহিলা) শতকরা উত্তীর্ণের হার দেওয়া হয়েছে। তালিকার পরবর্তী অংশে কতকগুলি বিবৃতি দেওয়া আছে যেগুলি ঐ প্রদত্ত তথ্যের সংগে সম্পর্কযুক্ত। যদি বিবৃতিটি তথ্যের পরিপ্রেক্ষিতে গ্রহণযোগ্য হয় তাহলে S কে গোলাকৃতিতে (circle) আবদ্ধ কর ; যদি বিবৃতিটি গ্রহণযোগ্য না হয়, তাহলে R কে গোলাকৃতিতে আবদ্ধ কর এবং যদি বিবৃতিটি তথ্যের পরিপ্রেক্ষিতে কোন তাৎপর্য নির্দেশ না করে তাহলে N কে গোলাকৃতিতে আবদ্ধ কর।

তথ্য

বিভিন্ন বয়সের প্রার্থী	পুরুষদের মধ্যে শতকরা হিসাবে উত্তীর্ণদের হার	মহিলাদের মধ্যে শতকরা হিসাবে উত্তীর্ণদের হার
20—23	35·0	29·0
24—27	54·0	40·0
28—31	26·5	15·0
32 বছরের উর্ধে	32·0	10·0

উত্তর	বিবৃতি
S R N	পুরুষদের থেকে মহিলাদের পারদর্শিতা ভাল।
S R N	24 থেকে 27 বছর বয়সের মধ্যে পুরুষদের উত্তীর্ণ হওয়ার হার সবচেয়ে বেশী।
S R N	24 থেকে 27 বছর বয়সের মধ্যে মহিলাদের উত্তীর্ণ হওয়ার হার সবচেয়ে বেশী।

তাৎপর্য নির্ণায়ক প্রশ্নের সুবিধা ও অসুবিধা (Advantages and Disadvantages of Interpretative exercises) :

অন্যান্য নৈর্ব্যক্তিক অভীক্ষা পদগুলির সুবিধা এবং অসুবিধার ন্যায় তাৎপর্য নির্ণায়ক অনুশীলনীগুলির সুবিধা এবং অসুবিধা আছে। এই জাতীয় প্রশ্নের সুবিধার পরিপ্রেক্ষিতে বলা যায় যে, **প্রথমতঃ**, লিখিত বিষয়বস্তু বা তথ্য, চার্ট, লেখচিত্র, ম্যাপ এবং চিত্রসমূহের মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের ব্যাখ্যা করার ক্ষমতা পরিমাপ করা যায়। **দ্বিতীয়তঃ**, জটিল শিখন ফলশ্রুতি পরিমাপ করা সম্ভব হয়। বিশেষভাবে যখন চিন্তন এবং সমস্যা-সমাধান কৌশল সমূহ পরিমাপ করতে হয়, তখন এই জাতীয় প্রশ্ন উপযোগী হিসেবে বিবেচিত হয়। তাছাড়া বুদ্ধি সম্পর্কিত কৌশলের ব্যাপকতাও এই ধরনের অনুশীলনের সাহায্যে পরিমাপ করা যায়। **তৃতীয়তঃ**, জটিল শিখন ফলাফলের পরিমাপে এই জাতীয় অনুশীলনের সাহায্যে যথেষ্ট পরিমাণে অপ্রাসঙ্গিক তথ্যসমূহ দূর করা সম্ভব হয়। যেখানে একক বহুমুখী নির্বাচনমূলক প্রশ্নের সাহায্যে

শিক্ষার্থী সমাধান সম্পর্কিত নির্দিষ্ট তথ্যের অভাবে একটি নীতির বোধগম্যতা প্রকাশ করতে পারে না এবং পরিমাপের উদ্দেশ্যের সংগে প্রত্যক্ষভাবে সম্পর্কিত না হওয়ায় যেখানে বিস্তৃত তথ্যমূলক বিষয়ের অভাব প্রশ্নের উত্তরে বাধার সৃষ্টি করে সেখানে তাৎপর্য নির্ণায়ক অনুশীলনী এই অসুবিধা দূর করতে পারে। এই জাতীয় অনুশীলনীর সাহায্যে শিক্ষার্থীর বোধগম্যতা (understanding), চিন্তন কৌশল (thinking skills) এবং সমস্যা-সমাধানমূলক (problem-solving) দক্ষতা পরিমাপ করা যায়। **চতুর্থতঃ**, নিবন্ধাত্মক প্রশ্নের তুলনায় তাৎপর্য নির্ণায়ক প্রশ্নের সাহায্যে জটিল জ্ঞান বিষয়ক পারদর্শিতা সহজে পরিমাপ করা যায়। বিশেষ মানসিক প্রক্রিয়াগুলির প্রকাশ এই জাতীয় প্রশ্নের মাধ্যমে করা হয়। এখানে প্রশ্নের নৈর্ব্যক্তিক উত্তর নির্ণয় প্রক্রিয়া (objective scoring procedure) ব্যবহার করা যায়।

অন্যান্য অভীক্ষাপদগুলির ন্যায় তাৎপর্য নির্ণায়ক প্রশ্নে কিছু নির্দিষ্ট প্রকার অসুবিধা দেখা যায়। **প্রথমতঃ**, এই ধরনের প্রশ্ন তৈরী করা খুবই কঠিন। যে সকল বিষয় শিক্ষার্থীদের নিকট নতুন এবং শিক্ষণমূলক ফলশ্রুতির (instructional outcomes) ক্ষেত্রে প্রাসঙ্গিক সেই সকল বিষয়ে এই জাতীয় প্রশ্ন তৈরী করতে বিশেষ অনুসন্ধানের প্রয়োজন হয়। প্রশ্ন তৈরীর সম্পূর্ণ প্রক্রিয়া সময় সাপেক্ষ হয় এবং অন্যান্য নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্নগুলি তৈরী করতে যে কৌশল অবলম্বন করতে হয় এখানে তার চেয়ে বেশী কৌশল গ্রহণ করতে হয়। বিভিন্ন বিষয়ে যথেষ্ট সংখ্যক উদাহরণমূলক প্রশ্ন তৈরী করতে হয়। এই কাজ অত্যন্ত শ্রমসাধ্য এবং অভিজ্ঞতা সাপেক্ষ। জটিল শিখন ফলশ্রুতিতে বেশীমাত্রায় শিক্ষণমূলক (instructional) গুরুত্ব আরোপ করা প্রয়োজন হয়। অন্যথায় এই ধরনের প্রশ্নের উদ্দেশ্য ব্যর্থ হয়। এই জাতীয় প্রশ্ন তৈরীর ক্ষেত্রে অভীক্ষা নির্মাতার যথেষ্ট অভ্যাস এবং অভিজ্ঞতা থাকা উচিত। **দ্বিতীয়তঃ**, যেখানে শিক্ষণীয় বিষয়ে পঠনের বিশেষ আবশ্যক হয় এবং শিক্ষার্থী পঠন কৌশলে দুর্বল হয় সেখানে এই জাতীয় প্রশ্নে ঈপ্সিত ফল পাওয়া যায় না। অবশ্য পঠনের সুযোগ কম ক'রে এবং প্রশ্নের বিষয়বস্তু সংক্ষিপ্ত আকারে উপস্থাপন ক'রে পঠন বিষয়ে দুর্বল শিক্ষার্থীদের আংশিকভাবে সাহায্য করা যেতে পারে। প্রাথমিক স্তরে শিক্ষার্থীদের ক্ষেত্রে এই জাতীয় প্রশ্ন বিশেষ কার্যকরী হয় না। এই ক্ষেত্রে বিষয়-বস্তুকে চিত্রের মাধ্যমে প্রশ্নাকারে উপস্থাপন করা যেতে পারে। **তৃতীয়তঃ**, নিবন্ধাত্মক প্রশ্নের তুলনায় জটিল অর্জিত জ্ঞানবিষয়ক পারদর্শিতার পরিমাপ হিসাবে তাৎপর্য নির্ণায়ক প্রশ্নে দুইপ্রকার ত্রুটি দেখা যায়—(**এক**) এই ধরনের প্রশ্ন সমস্যা সমাধান নির্ণায়ক দৃষ্টিভঙ্গীর (Diagnostic view) পরিপ্রেক্ষিতে করতে পারে, সম্পূর্ণতার দৃষ্টিভঙ্গীতে (holistic view) করতে পারে না। সম্পূর্ণতার দৃষ্টিভঙ্গীতে সমস্যা সমাধান করতে হ'লে নিবন্ধাত্মক প্রশ্ন বিশেষ কার্যকরী হয়। (**দুই**) যেহেতু তাৎপর্য নির্ণায়ক অনুশীলনী সাধারণতঃ নির্বাচনমূলক প্রশ্ন সেইহেতু এই প্রশ্ন কেবল-মাত্র শিখন ফলশ্রুতির পুনরাবৃত্তি স্তরে সীমাবদ্ধ থাকে। যেখানে সমস্যার সংজ্ঞা

আরোপ করার ক্ষমতা, প্রকল্পগুলি (hypotheses) রচনা করার ক্ষমতা, তথ্যগুলি বিন্যাস করার ক্ষমতা এবং সিদ্ধান্ত করার ক্ষমতা পরিমাপ করতে হয় সেখানে নিবন্ধাত্মক প্রশ্নের ন্যায় সরবরাহমূলক প্রক্রিয়া (supply procedure) অবশ্যই ব্যবহার করা উচিত।

তাৎপর্য নির্ণায়ক অনুশীলনীগুলি গঠন করার নিয়মাবলী (Rules for Constructing Interpretative exercises) :

অন্যান্য নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্নগুলি যেমন বিভিন্ন প্রকার নিয়ম অনুসরণ ক'রে তৈরী করা হয় তেমনি তাৎপর্য নির্ণায়ক অনুশীলনী বা প্রশ্নও নিয়ম ব্যতিরেকে গঠন করা যায় না। এখানে নিয়মগুলি উল্লেখ ক'রে বলা যায় যে, (1) পাঠ্যবিষয়ের উদ্দেশ্যের সংগে সমতা রেখে প্রশ্নের প্রস্তাবনাসূচক তথ্য নির্বাচন করা উচিত (Select introductory material of question in harmony with the objectives of the course); (2) শিক্ষার্থীদের পঠনের যোগ্যতা এবং বিষয়বস্তুর অভিজ্ঞতার উপযোগিতা অনুযায়ী প্রশ্নের প্রস্তাবনামূলক তথ্য নির্বাচন করা উচিত (Select introductory material of question in accordance with the appropriateness of the curricular experience and reading level of pupils); (3) শিক্ষার্থীদের নিকট নতুনত্ব হয় এমন প্রস্তাবনাসূচক তথ্য সহযোগে প্রশ্ন নির্বাচন করা উচিত (Select introductory material that is new to pupils); (4) সাধারণ পঠন কৌশলের প্রভাব হ্রাস করতে যতদূর সম্ভব প্রশ্নের প্রস্তাবনাসূচক তথ্য সংক্ষিপ্ত এবং অর্থবহ ক'রে প্রশ্ন নির্বাচন করা উচিত (Select introductory materiai that is as far as brief and meaningful); (5) স্পষ্টতা, সংক্ষিপ্ততা এবং অধিক ব্যাখ্যা সংক্রান্ত মূল্যের জন্য প্রয়োজন অনুসারে প্রস্তাবনাসূচক তথ্য সংশোধন করা উচিত (Revise introductory material for clarity, conciseness and greater interpretative value); (6) প্রস্তাবনাসূচক তথ্যের ব্যাখ্যা এবং বিশ্লেষণের উপর ভিত্তি ক'রে তাৎপর্য নির্ণায়ক প্রশ্নগুলি যাতে উত্তর করা সম্ভব হয় এমন প্রশ্ন তৈরী করা উচিত (Construct such interpretive questions, answer of which can be made on the basis of analysis and interpretation of introductory material); (7) প্রস্তাবনাসূচক বিষয়বস্তুর দৈর্ঘ্যের অনুসারে প্রশ্নের সংখ্যা নির্ধারণ করা উচিত (Make the number of test items proportional to the length of the introductory material), সাধারণভাবে প্রস্তাবনাসূচক বিষয়বস্তু সংক্ষিপ্ত হওয়া উচিত এবং সংশ্লিষ্ট প্রশ্নগুলির সংখ্যা অধিক হওয়া বাঞ্ছনীয় (Usually introductory material should be bring and related questions should be large in number); (8) তাৎপর্য নির্ণায়ক অনুশীলনীর জন্য প্রশ্নগুলি তৈরী করতে নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্নগুলি রচনা করার নিয়মাবলী অনুসরণ করা উচিত (In constructing test items for interpretative exercises,

observe all pertinent rules for constructing objective items); (9) মূল প্রশ্নগুলি তৈরী করতে প্রশ্নগুলির সংশ্লিষ্ট বিবৃতিগুলি সমধর্মী এবং পারস্পরিক সম্পর্কযুক্ত হওয়া উচিত (In constructing key type test items, make the statements related to the questions homogeneous and mutually exclusive).

উদাহরণ

প্রস্তাবনাসূচক বিষয়বস্তু : জাতীয় স্বাস্থ্যের স্বার্থে সমস্ত শহরের জল সরবরাহ পরিশোধিত হওয়া উচিত।

নির্দেশ : মন দিয়ে নিম্নলিখিত বিবৃতিগুলি পড়। প্রতিটি বিবৃতির ডান দিকে A, B, C, তিনটি অক্ষর দেওয়া আছে। এই বিবৃতিগুলির নীচে অপর একটি প্রশ্ন-সূচক বিবৃতি প্রস্তাবনাসূচক বিষয়বস্তুর পরিপ্রেক্ষিতে দেওয়া আছে। A, B, C বিবৃতিগুলির মধ্যে যে বিবৃতিটি প্রশ্নসূচক বিবৃতিটির উপযোগী হবে সেই বিবৃতির সংগে যুক্ত অক্ষরটি প্রশ্নসূচক বিবৃতিটির ডান দিকে **বসাও**।

মৌলিক বিবৃতি (Key Statement) :

A—যদি বিবৃতিটি প্রস্তাবনাসূচক বিষয়বস্তু সমর্থন করে

B—যদি বিবৃতিটি প্রস্তাবনাসূচক বিষয়বস্তুটি অস্বীকার করে

C—যদি বিবৃতিটি প্রস্তাবনাসূচক বিষয়বস্তুটি সমর্থন বা অস্বীকার করে

প্রশ্নসূচক বিবৃতি :

……1. একজন ব্যক্তির স্বাস্থ্যের উপর পরিশোধিত জলের দীর্ঘস্থায়ী প্রভাব অনুসন্ধান করা হয়নি।

পূর্বের আলোচিত নিয়মগুলি অনুসরণ ক'রে তাৎপর্য নির্ণায়ক অনুশীলনী রচনা করতে পারলে অনুশীলনীগুলি অপেক্ষাকৃতভাবে নির্ভরযোগ্য হয়। এই অনুশীলনীগুলি দ্বারা উচ্চতর মানসিক প্রক্রিয়াগুলির উপর ভিত্তি ক'রে জটিল অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক শিখন ফলশ্রুতি পরিমাপ করা যায়। এই ফলশ্রুতির অন্তর্গত হ'ল বোধগম্যতা, যুক্তি-করণ, চিন্তন এবং সমস্যা সমাধান। এই সকল ক্ষেত্রে উদ্দেশ্যের পূর্তি সাধন নৈর্ব্যক্তিক এবং ব্যক্তিনিষ্ঠ উভয় পন্থাগুলির সাহায্যে পরিমাপ করা যেতে পারে। সর্বাপেক্ষা অধিকমাত্রায় যে ধরনের নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্ন ব্যবহার করা হয় সেই প্রশ্ন হ'ল তাৎপর্য নির্ণায়ক অনুশীলনী। কারণ এই অনুশীলনীর মধ্যে অন্যান্য বিভিন্ন ধরনের নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্নগুলিকে অন্তর্ভুক্ত করা যায়। তবে প্রসঙ্গক্রমে একথাও স্মরণ রাখা দরকার যে, এই জাতীয় অনুশীলনীগুলি (exercises) ব্যবহারের প্রধান বাধা হ'ল এদের রচনা করার কষ্টসাধ্যতা। এই ক্ষেত্রে তিনটি প্রক্রিয়ার উপর লক্ষ্য রাখতে হয়—(1) উপযুক্ত প্রস্তাবনাসূচক তথ্য নির্ধারণ করা, (2) যে ফলশ্রুতি পরিমাপ করতে হবে তার সংগে সমতা রেখে তথ্যের সংশোধন করা এবং (3) ঈপ্সিত আচরণ যে নির্ভরশীল অভীক্ষা-পদগুলি বা প্রশ্নসমূহ পরিমাপ করতে পারে সেইগুলি রচনা করা। এখানে বলা যেতে

পারে যে, এই স্তরগুলি অনুসরণ ক'রে যে অনুশীলনীগুলি পাওয়া যাবে সেইগুলির সাহায্যে পঠন-পাঠন ক্রিয়া কলাপ (teaching-learning practices) পরিমাপ করা সম্ভব হবে এবং শিক্ষার্থীদের শিক্ষাগত যোগ্যতা পরিমাপ করা যাবে।

প্রাসঙ্গিক গ্রন্থ নির্দেশিকা

Coffman, W. E.: "Essay Examinations,", Chapter 10 in R. L. Thorndike (Ed. 1971), **Educational Measurement.** Washington, D. C.: American Council on Education.

Ebel, R. L. (1979): **Essentials of Educational Measurement,** 3rd Ed. Englewood chiffs, N. J.: Prentice-Hall, Inc.

Gronlund, N. E. (1977): Constructing Achievement Tests, 2nd Ed Englewood chiffs, N. J.: Prentice-Hall, Inc.

Gronlund, N. E. (1961): **Measurement and Evaluation in Teaching,** 4th Ed. NewYork: Macmillan Publishing Co., Inc.

Mehrens, W. A., and I. J. Lehmann (1978): **Measurement and Evaluation in Education and Psychology,** 2nd Ed. NewYork: Holt, Rinehart and Winston.

Morse, H. T., and G. H. McCune. (1971): Selceted Items for the Testing of Study skills and Critical Thinking: Washington, D.C.: American Council on Education.

Thorndike, R. L., and E. P. Hagen. (1977): **Measurement and Evaluation in Psychology and Education,** 4th Ed. NewYork: John Wiley & Sons.

Wesman, A. G.: "Writing the Test Item," chapter 4 in R. L. Thorndike (Ed. 1971) **Educational Measurement,** Washington D. C.: American Council on Education.

দ্বাদশ পরিচ্ছেদ

অভীক্ষা প্রাপ্তাংক এবং তার রূপান্তরণ
(Test Scores and Their Transformation)

মনোবিজ্ঞান, শিক্ষাতত্ত্ব এবং সমাজ-বিজ্ঞান বিষয়ক অভীক্ষাবলী তৈরী করতে হ'লে যেমন অভীক্ষার পদগুলির বিশ্লেষণ, নির্ভরযোগ্যতা এবং বৈধতা নির্ধারণ করতে হয় তেমনি অভীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলির স্বরূপ বিবেচনা করাও আবশ্যক হয়। কারণ প্রাপ্তাংকগুলির প্রকৃতির উপর অভীক্ষার মান নির্ধারণ প্রক্রিয়া নির্ভর করে এবং তার গণনা সহজতর হ'তে পারে। সুতরাং একথা মনে রাখা দরকার যে, মান নির্ধারণ প্রক্রিয়া বুঝতে এবং মান নির্ধারণ করার পূর্বে অভীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলির স্বরূপ সম্বন্ধে অভীক্ষা নির্মাতার পূর্ণ জ্ঞান থাকা উচিত। এই পরিচ্ছেদে উপরোক্ত আলোচনার পরিপ্রেক্ষিতে অভীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলির বিভিন্ন দিকগুলি সম্বন্ধে পর্যালোচনা করা হয়েছে।

বিভিন্ন অভীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলিকে মাত্রা রূপে (in terms of degree) প্রকাশ করা হয়। সুতরাং সর্বাগ্রে প্রাপ্তাংকগুলিকে বিশ্লেষণ করার জন্য সংখ্যাগুলির এবং গাণিতিক প্রক্রিয়াগুলির স্বরূপ বোঝা প্রয়োজন হয়। এখানে মনে রাখতে হবে যে, সংখ্যাগুলি সব সময় একই প্রকার অর্থ প্রকাশ করে না, যেমন 1+2 যে সর্বদা 3 হবে তা জানা অনেক সময়ই প্রয়োজন হয় না। কারণ বিভিন্ন প্রকারের মাপনির উপর ভিত্তি ক'রে তা নির্ধারিত হ'য়ে থাকে। সাধারণভাবে মানসিক পরিমাপে সংখ্যাগুলির প্রয়োগ চার প্রকারের মাপনির উপর ভিত্তি ক'রে করা হয়, যেমন, নামসূচক মাপনি (Nominal scale), ক্রমসূচক মাপনি (Ordinal scale), ব্যাপ্তিসূচক মাপনি (Interval scale) এবং আনুপাতিক মাপনি (Ratio scale)। নামসূচক মাপনির মৌলিক কাজ হ'ল শ্রেণীবদ্ধকরণ। তা প্রয়োগ সংখ্যার মাধ্যমেও করা যায়। উদাহরণস্বরূপ, এক ফুটবল খেলোয়াড়ের জার্সির পিছনে 10 সংখ্যা লিখে তাকে শ্রেণীবদ্ধ করা যায় কিংবা দলসমষ্টির মধ্যে তার স্থানের পরিমাপসূচক অবস্থা স্থির করা যায়। আবার এই শ্রেণীবদ্ধকরণের উপর ভিত্তি ক'রে ব্যক্তিদের কার্যক্রম অনুসারে শ্রেণীবিন্যাস করা যায়। যেমন, ম্যানেজার, সেলসম্যান, বা করণিক। এই শ্রেণীবদ্ধকরণ গুণাত্মক বা পরিমাণাত্মক হ'য়ে থাকে।

উপরোক্ত মাপনি বা কোন অভীক্ষা থেকে আমরা যে প্রাপ্তাংকগুলি পাই সেগুলি থেকে আমরা ঐসব মাপনি বা অভীক্ষা সম্বন্ধে সঠিক ধারণা লাভ করতে পারি। তাই প্রাপ্তাংকগুলির প্রকৃতি জানার জন্য ঐ প্রাপ্তাংকগুলির বণ্টন সম্বন্ধে আমাদের সম্যক ধারণার প্রয়োজন হয়।

অভীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলির বিভাজন
(Distribution of test-scores)

অভীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলির বিভাজন কেন্দ্রীয় প্রবণতা (Central tendency) এবং বিস্তৃতির (dispersion) স্বরূপ প্রকাশ ক'রে থাকে। কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপিক মান (value of measurement) একমাত্রিক (unitary) হয়। এর সাহায্যে (i) পরিমাপযোগ্য তথ্যাবলীকে মাত্র একটি মানের মাধ্যমে সহজে প্রকাশ করা যায়, (ii) দুই বা ততোধিক দলের পারদর্শিতা তুলনামূলকভাবে বিচার করা সহজ হয়, (iii) একটি নির্দিষ্ট শ্রেণীর স্থায়ী তুল্যাংক মান (standard interpretative value) নির্ণয় করা যায় এবং (iv) কোন তুল্যাংক মানের পরিপ্রেক্ষিতে বিচার ক'রে শ্রেণীর যোগ্যতা নির্ধারণ করা যায়। রাশিবিজ্ঞানে পরিমাপলব্ধ প্রাপ্তাংকগুলির (scores) প্রতিনিধি হিসাবে গড়মানকে (average value) কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ হিসাবে ব্যবহার করা হয়। এই প্রাপ্তাংকগুলি কেন্দ্রীয় প্রবণতার কতখানি নিকটতম বা তার থেকে কতটুকু বিচ্যুত তা পরিসংখ্যা বিভাজনের (frequency distribution) সাহায্যে এবং গড়মানের মাধ্যমে প্রকাশ করা যায়। অভীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলির বিস্তৃতির (dispersion) পার্থক্যও কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপগুলি থেকে বোঝা যায়। এই পরিমাপগুলিকে গড়মান বলা হয়। গড়মানের প্রকারভেদ ভিন্ন হ'লেও মনোবিজ্ঞান, শিক্ষাতত্ত্ব এবং সমাজ বিজ্ঞানে মুখ্যতঃ তিন প্রকার গড়মান ব্যবহার করা হয়। যেমন, পাটিগাণিতিক গড় (Arithmetic average or Mean), মধ্যমমান (Median) এবং ভূয়িষ্ঠক (Mode)। এই প্রত্যেক ধরনের কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ নির্ণয়ের পদ্ধতি যেমন ভিন্ন, তেমনি তারা ভিন্ন ভিন্ন দিক থেকে তথ্যাবলীর গুণ প্রকাশ করে। তাদের তাৎপর্যও ভিন্ন হয়।

গড় (Mean)—সাধারণভাবে রাশিবিজ্ঞানে পাটিগাণিতিক গড়কে গড় বলা হয়। সমজাতীয় রাশিরই গড় নির্ণয় করা যায়। গড়মানের একটি একক (unit) থাকে। যে রাশি বা সংখ্যাগুলির গড় নির্ধারণ করা হয়, সেগুলির যে একক, গড়টিরও সেই একক হয়। শিক্ষাবিষয়ক মূল্যায়নের ক্ষেত্রে যদি বিভিন্ন বিষয়ের পরিমাপগুলিকে শুদ্ধ রাশি হিসাবে ব্যবহার করা হয়, তাহলে ঐ বিষয়গুলির পরিমাপের এক একটি একক থাকে। যেমন বাংলা পরীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলির গড় বাংলা পরিমাপকের এককে হয়; ইংরাজী পরীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলির গড় ইংরাজী পরিমাপকের এককে হয়। তাই বিভিন্ন পাঠ্য বিষয়ে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির গড় তুলনাযোগ্য হয় না। তবে সাধারণভাবে তাদের তুলনামূলক সূচক হিসাবে ব্যবহার করা হয়। দুই ধরনের সংখ্যা পাওয়া যায়—অবিন্যস্ত এবং বিন্যস্ত। অবিন্যস্ত এবং বিন্যস্ত সংখ্যাগুলির গড় রাশিবিজ্ঞানের নিয়ম অনুসারে ভিন্ন ভাবে নির্ণয় করা হয়। অবিন্যস্ত রাশি সমষ্টির গড় নির্ণয় করার জন্য রাশি সমষ্টির অন্তর্গত রাশিগুলির যোগফলকে রাশিগুলির মোট সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা হয়। উদাহরণস্বরূপ, একটি বিদ্যালয়ের 10 জন ছাত্র বাংলার একটি শ্রেণী পরীক্ষায় যথাক্রমে 43, 46, 35,

52, 55, 62, 70, 38, 40, 50 নম্বর পেয়েছে। ঐ 10 জন ছাত্রের বাংলায় গড়-মান প্রদত্ত সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় করা যায়।

গড় (Mean বা M) $= \frac{\Sigma X_i}{N}$

এখানে, X_i = এক একটি সংখ্যা বা রাশি

ΣX_i = সকল X_i সংখ্যা বা রাশিগুলির যোগফল

N = মোট সংখ্যা বা রাশি বা প্রাপ্তাংক

এই সূত্রের সাহায্যে 10 জন ছাত্রের বাংলায় গড় মান হবে—

$$\Sigma x_i = 43+46+35+52+55+62+70+38+40+50$$

$$= 491$$

$$N = 10$$

$$M = \frac{491}{10} = 49{\cdot}1$$

যখন সংখ্যাগুলি অপেক্ষাকৃতভাবে খুবই বেশি হয়, তখন ঐ সংখ্যাগুলির গড় পূর্বোক্ত নিয়মে নির্ণয় করা যায় না। সংখ্যাগুলিকে পরিসংখ্যা বিভাজনে শ্রেণীবদ্ধ করতে হয়। এই ধরনের সংখ্যা সমষ্টিকে বিন্যস্ত সংখ্যা বলা হয়। দু'টি পদ্ধতির সাহায্যে এই সংখ্যাগুলির গড়মান নির্ধারণ করা যায়। একটিকে বলা হয় **দীর্ঘ পদ্ধতি (Long method)** এবং অপরটিকে বলা হয় **সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি (Short method)** বা **কল্পিত গড় পদ্ধতি (Assumed mean method)** বা **কোডিং পদ্ধতি (Coding method)**। রাশি বিজ্ঞানের নিয়ম অনুসারে দু'টি পদ্ধতির সূত্র নিম্নরূপ—

দীর্ঘ পদ্ধতি (Long method)

গড় (Mean বা M বা $\overline{X}$) $= \frac{\Sigma f x_i}{N}$

এখানে, x = শ্রেণীর মধ্যবিন্দু (midpoint)

f = শ্রেণীর পরিসংখ্যা (frequency)

N = মোট পরিসংখ্যা বা প্রাপ্তাংক

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি (Short method)

গড় (Mean বা M বা $\overline{X}$) $= \overline{X}' + \frac{\Sigma f x'}{N} x_i$

এখানে $\overline{X}'$ = কল্পিত গড়, বা কোন শ্রেণীবিভাগের মধ্যবিন্দু

i = শ্রেণী প্রসার

f = পরিসংখ্যা

x' = কল্পিত গড় থেকে শ্রেণীবিভাগের মধ্যবিন্দুর পার্থক্য

N = মোট প্রাপ্তাংক

মধ্যমমান (Median)

যখন প্রাপ্তাংকগুলির বিভাজনে এমন একটি বিন্দু থাকে যার উপর এবং নীচে সমান সংখ্যক রাশি থাকে তখন এই বিন্দুকে মধ্যমমান বলা হয়। মধ্যমমান পরিমাপক মাপনি বা স্কেলে এমন একটি বিন্দু থাকে যা মাপনিকে দু'টি ভাগে ভাগ করে। মধ্যমমান নির্ণয়ের ক্ষেত্রে রাশি সমষ্টির রাশিগুলির সংখ্যা বা রাশি সমষ্টিতে কয়টি প্রাপ্তাংক আছে তার উপর গুরুত্ব দেওয়া হয়। গড়মান নির্ণয়ের মত এখানেও দু'ধরনের সংখ্যা সমষ্টি পাওয়া যায়—অবিন্যস্ত এবং বিন্যস্ত। অবিন্যস্ত রাশি সমষ্টির মধ্যমমান নির্ণয় করতে হ'লে প্রাপ্তাংকগুলিকে মানের ক্রমে সাজাতে হয়। পরে এই রাশিগুলিকে গণনা ক'রে এমন একটি বিন্দুতে পৌঁছাতে হয় যার উপর ও নীচে সমান সংখ্যক প্রাপ্তাংক থাকে। এর জন্য যে সূত্র ব্যবহার করা হয়, তা হ'ল—

মধ্যমমান (Median or Mdn)

$$=\frac{N+1}{2} \text{ তম পদ}$$

উদাহরণ স্বরূপ, 12, 15, 10, 8, 17, 23, 19, 20, 5, 28, 30 প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যমমান নির্ণয় করতে হবে।

প্রাপ্তাংকগুলিকে মানের ক্রমোচ্চ হারে সাজালে নিম্নরূপ হবে—

5, 8, 10, 12, 15, 17, 19, 20, 23, 28, 30

এখানে, $N=11$

মধ্যমমান হবে $\frac{11+1}{2}$ বা 6ষ্ঠ (6th) পদ

$\therefore$ মধ্যমমান $=17$

উদাহরণস্বরূপ, 20, 40, 45, 32, 25, 35, 42, 28 প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যমমান নির্ণয় করতে হবে।

প্রাপ্তাংকগুলিকে মানের ক্রমোচ্চ হারে সাজালে নিম্নরূপ হবে—

20, 25, 28, 32, 35, 40, 42, 45

এখানে, $N=8$

মধ্যমমান হবে $\frac{8+1}{2}$ বা 4·5 তম পদ, অর্থাৎ 3য় এবং 4র্থ পদের মধ্যবর্তী।

$$\therefore \text{ মধ্যমমান}=\frac{32+35}{2}=\frac{67}{2}=33{\cdot}5$$

যখন সংখ্যা বা রাশিগুলি অপেক্ষাকৃতভাবে খুবই বেশি হয়, তখন ঐ সংখ্যাগুলির মধ্যমমান পূর্বোক্ত নিয়মে নির্ণয় করা যায় না। সংখ্যাগুলিকে পরিসংখ্যা বিভাজনে শ্রেণীবদ্ধ করতে হয়। এই ধরনের সংখ্যা সমষ্টিকে বিন্যস্ত সংখ্যা বলা হয়। এখানে যেমন একটি সুবিধা আছে যে, রাশি সমষ্টির প্রকৃত মান জানার প্রয়োজন নেই,

তেমনি অসুবিধাও আছে, যেমন এখানে পরিসংখ্যা বিভাজন থেকে সব সময় $\frac{N}{2}$ সংখ্যক পাওয়া মুশকিল হ'য়ে পড়ে। এই অসুবিধা দূর করার জন্য আংশিক মাপনি মূল্য নির্ণয় করা হয়। পরিসংখ্যা বিভাজন থেকে মধ্যমমান নির্ণয় করার জন্য দু'টি সূত্র ব্যবহার করা হয়।

সূত্র—1

মধ্যমমান (Mdn)

$$= L_L + \frac{N/2 - f_n}{f_m} X i$$

এখানে,

L_L = যে শ্রেণীতে মধ্যমমান আছে তার নিম্ন সীমা

N = মোট পরিসংখ্যা

f_n = যে শ্রেণীতে মধ্যমমান আছে তার নীচের শ্রেণী পর্যন্ত পরিসংখ্যাগুলির যোগফল

f_m = যে শ্রেণীতে মধ্যমমান আছে সেই শ্রেণীর পরিসংখ্যা

i = শ্রেণীর প্রসার

সূত্র—2

মধ্যমমান (Mdn)

$$= U_L - \frac{N/2 - f_n}{f_m} X_i$$

এখানে,

U_L = যে শ্রেণীতে মধ্যমমান আছে তার উচ্চ সীমা

f_n = যে শ্রেণীতে মধ্যমমান আছে তার উপরের শ্রেণী পর্যন্ত পরিসংখ্যাগুলির যোগফল।

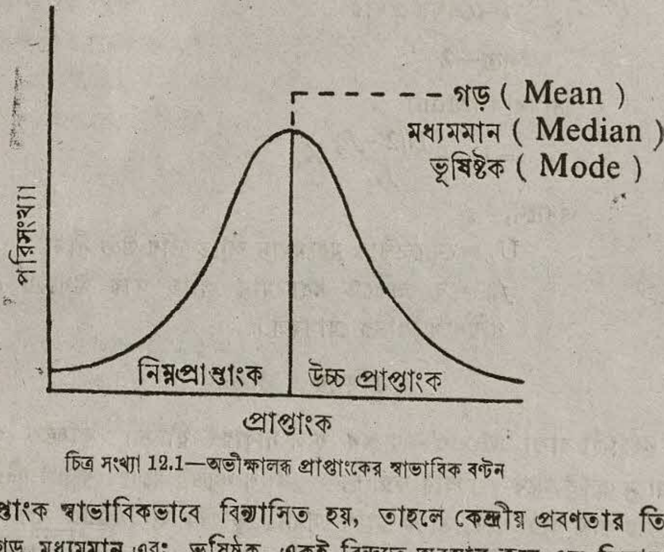
ভূয়িষ্ঠক (Mode)

ইংরাজী বাক্য 'Mode'-এর অর্থ হ'ল সাধারণ রীতি। ভূয়িষ্ঠক শব্দটি রাশি বিজ্ঞানে একই অর্থে ব্যবহার করা হয়। রাশি সমষ্টির মধ্যে যে রাশিটির পুনরাবৃত্তি সবচেয়ে বেশী বার ঘটে, তাকে রাশি সমষ্টির ভূয়িষ্ঠক বা Mode বলা হয়। যখন প্রাপ্তাংকগুলি বা রাশিগুলি অবিন্যস্ত অবস্থায় থাকে, তখন তাদের ক্রমানুসারে সাজিয়ে নিতে হয়। পরে যে রাশি বা সংখ্যাটির পুনরাবৃত্তি বেশী বার ঘটে তাকে ভূয়িষ্ঠক হিসাবে নির্বাচন করা হয়। ধরা যাক, 8, 5, 6, 12, 8, 9, 10, 11, 8, 7, 6, 12 প্রাপ্তাংকগুলির ভূয়িষ্ঠক নির্ণয় করতে হবে। প্রথমে রাশিগুলিকে মানের ক্রমানুসারে 5, 6, 6, 7, 8, 8, 8, 9, 10, 11, 12, 12 রাশিতে সাজানো হ'ল। তারপর দেখা গেল যে, এই রাশি সমষ্টিতে 8 সংখ্যাটির সবচেয়ে বেশিবার পুনরাবৃত্তি

ঘটেছে। সুতরাং এখানে 8 সংখ্যাটিই ভূয়িষ্টক হবে। আবার যখন প্রাপ্তাংকগুলি বা রাশিগুলি বিন্যস্ত অবস্থায় থাকে; অর্থাৎ রাশি সমষ্টি পরিসংখ্যা বিভাজনে (frequency distribution) থাকে, তখন ভূয়িষ্টক নির্ণয় করার জন্য প্রথমতঃ সর্বোচ্চ পরিসংখ্যা (Highest frequency) যুক্ত শ্রেণীটি নির্বাচন ক'রে নিতে হয়। ঐ শ্রেণীর মধ্যবিন্দুকে ভূয়িষ্টক হিসাবে নির্ধারণ করা হয়।

গাণিতিক গড়, মধ্যমমান এবং ভূয়িষ্টক-এর মধ্যে একটি বিশেষ সম্পর্ক আছে। সম্পর্কটি হ'ল ভূয়িষ্টক $(M_0) = 3 \times$ মধ্যমমান $(Mdn) - 2 \times$ গড় (M)। এই সূত্রানুসারে কোন দু'টির মান জানা থাকলে তৃতীয়টি নির্ণয় করা সহজ হয়।

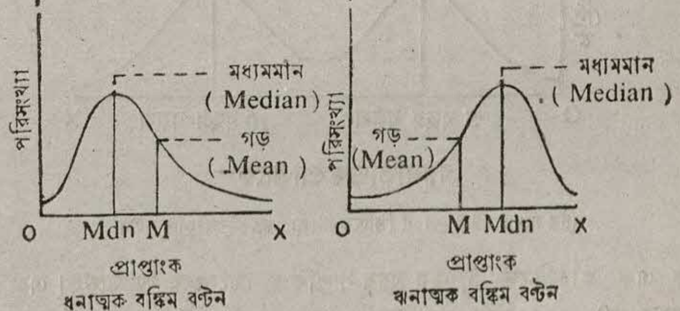
পূর্বোক্ত পদ্ধতিগুলির মাধ্যমে পরিমাপ বা অভীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলি থেকে যে বিভিন্ন ধরনের গড়মান নির্ণয় করা হয় সেগুলি সাধারণতঃ বিভিন্নভাবে বিন্যাসিত হ'য়ে থাকে। ফলে কেন্দ্রীয় প্রবণতার এই পরিমাপকগুলি থেকে মানসমূহের আদর্শস্থানীয় বৈশিষ্ট্যের (typical of scores) একটা সহজ বিবরণ পাওয়া যায় না। এমন কি কোন বৃহৎ দলসমষ্টির অন্তর্গত ব্যক্তিবর্গের নিকট হ'তে প্রাপ্ত পরীক্ষণলব্ধ প্রাপ্তাংকগুলির বণ্টন অধিকাংশ ক্ষেত্রে স্বাভাবিক বণ্টনের অনুরূপও হয় না। কিন্তু তা স্বাভাবিক বণ্টনের অনুরূপ হওয়া উচিত। (চিত্র সংখ্যা—12.1)



চিত্র সংখ্যা 12.1—অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংকের স্বাভাবিক বণ্টন

যদি প্রাপ্তাংক স্বাভাবিকভাবে বিন্যাসিত হয়, তাহলে কেন্দ্রীয় প্রবণতার তিন পরিমাপক—গড়, মধ্যমমান এবং ভূয়িষ্টক একই বিন্দুতে অবস্থান করে এবং বিন্যাসটি দু'টি সমানভাগে বিভক্ত হয়। প্রায়ই পরিমাপলব্ধ সিদ্ধান্ত এই ধারণার উপর ভিত্তি ক'রে করা হ'য়ে থাকে যে, সমস্ত জনসংখ্যার যোগ্যতার বিন্যাস স্বাভাবিক বণ্টনের সমান হবে। কিন্তু প্রকৃতপক্ষে অভীক্ষার প্রাপ্তাংকের বিন্যাস স্বাভাবিক বণ্টনের সমান হতে পারে অথবা নাও পারে। কারণ অনেকক্ষেত্রে দেখা যায় যে, অভীক্ষকের মতামত, অভীক্ষাপদগুলির অন্তর্নিহিত ত্রুটিসমূহ, ত্রুটিপূর্ণভাবে অভীক্ষার প্রয়োগ,

প্রয়োগকালীন নানাবিধ অসুবিধা, অভীক্ষার্থীর ব্যক্তিগত অসুবিধা প্রভৃতির দরুণ অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংকগুলি অসমধর্মী (heterogeneous) হয়, অর্থাৎ সমভাবে বিস্তারিত না হ'য়ে বঙ্কিমতার দিকে আকর্ষিত হ'য়ে থাকে। ফলে প্রান্তস্থিত প্রাপ্তাংকগুলি (extreme scores) কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপগুলির উপর প্রভাব বিস্তার করে। চিত্র সংখ্যা—12.1 এর ন্যায় বিন্যাসটি প্রতিসম বা স্বাভাবিক (symmetrical or normal) হয় না। যখন এই প্রাপ্তাংকগুলি সাধারণভাবে বিন্যাসিত হয় না, তখন ঐ প্রাপ্তাংকগুলি বঙ্কিম বণ্টন বা বিন্যাস (skewed distribution) সৃষ্টি করে। তার অর্থ হ'ল যে, বিন্যাসের একটি অংশে প্রাপ্তাংকগুলি বেশী পরিমাণে সম্মিলিত হ'লে অন্য অংশে কম পরিমাণে সম্মিলিত হবে। (চিত্র সংখ্যা—12.2)।

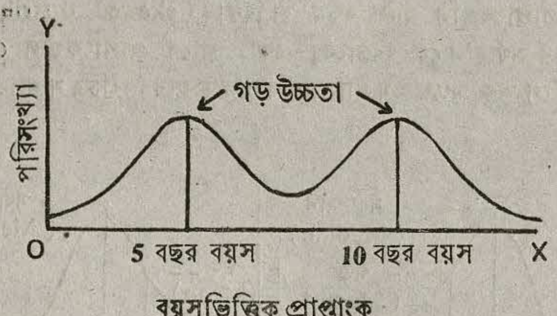


চিত্র সংখ্যা 12.2—অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংকগুলির ধনাত্মক এবং ঋণাত্মক বঙ্কিম বণ্টন
(Positive and Negative Skewed Distribution of test Scores)

যখন বণ্টন বঙ্কিমাকৃতি (skewed) হয়, তখন ঐ অবস্থায় মধ্যমমান এবং গড় একই কেন্দ্রের বা বিন্দুর উপর থাকে না (চিত্র সংখ্যা—12.2)। বণ্টন বঙ্কিমাকৃতি হ'লে মধ্যমমান বণ্টনের পশ্চাদভাগে বা শেষ অংশে অবস্থিত হয়। বেশী উচ্চমান সমন্বিত প্রাপ্তাংক মধ্যমমানকে বাড়িয়ে দেয়; আর নিম্নমান সমন্বিত প্রাপ্তাংক মধ্যমমানকে কমিয়ে দেয়। যখন বণ্টনের শেষ অংশ ডান দিকে বেশী হেলে (slop) থাকে তখন বণ্টন ধনাত্মকভাবে বঙ্কিমাকৃতি (positively skewed) এবং যখন বণ্টন বাম দিকে বেশী হেলে (slop) থাকে তখন বণ্টন ঋণাত্মকভাবে বঙ্কিমাকৃতি (negatively skewed) হয়। পরীক্ষায় দেখা গেছে যে, যখন একটি কঠিন অভীক্ষার প্রাপ্তাংক ধনাত্মক বঙ্কিমাকৃতি বণ্টন নির্ধারণ ক'রে থাকে তখন একটি সহজ অভীক্ষার প্রাপ্তাংক ঋণাত্মক বঙ্কিমাকৃতি বণ্টন সৃষ্টি ক'রে থাকে। আরও দেখা গেছে যে, যখন বণ্টন বঙ্কিমাকৃতি (skewed) হয় তখন মধ্যমমান অপেক্ষা গড়কে কেন্দ্রীয় প্রবণতার সঠিক পরিমাপক রূপে গণ্য করা হয়। কারণ উচ্চ বা নিম্ন প্রাপ্তাংকের কোন প্রভাব সাধারণতঃ গড়ের উপর পড়ে না।

পরিমাপে এমন অবস্থাও দেখা যায় যখন প্রাপ্তাংকগুলির এক বণ্টন দু'টি ভাগে বিভক্ত হয় এবং একে দ্বি-আকৃতি বণ্টন (bimodal distribution) বলে।

এমন অবস্থা তখনই হয় যখন দুই প্রকার নমুনাসমূহ (samples) একই বণ্টনের অন্তর্গত হয়। এই দ্বি-আকৃতি বিন্যাসের দু'টি আকৃতির অগ্রভাগ (peaks) সমুচ্চ (same height) হ'তে পারে অথবা নাও হ'তে পারে। উদাহরণস্বরূপ 5 বছর বয়সের 50 জন ছেলেদের এবং 10 বছর বয়সের 50 জন ছেলেদের উচ্চতাগুলি নিয়ে একই X-অক্ষের (axis) উপর দু'টি বণ্টন টানা হ'ল। চিত্র সংখ্যা—12.3 তে উভয় বয়স সম্পর্কিত দলসমষ্টি ছেলেদের উচ্চতার এই বণ্টন দু'টি দেখানো হ'য়েছে।



চিত্র সংখ্যা 12.3—বয়স ভিত্তিক প্রাপ্তাংকের দ্বি-আকৃতি বণ্টন

বণ্টনের এক আকৃতিতে 5 বছর বয়স সম্পর্কিত ছেলেদের গড় উচ্চতা এবং অপর আকৃতিতে 10 বছর বয়স সম্পর্কিত ছেলেদের গড় উচ্চতা প্রদর্শিত হয়েছে। এখানে বিন্যাসটি দ্বি-আকৃতি (bimodal) হয়েছে এবং আকৃতির অগ্রভাগ সমুচ্চ হয়েছে। এর থেকে আমরা সাধারণভাবে এই সিদ্ধান্ত করতে পারি যে উভয় দলসমষ্টি ছেলেদের মধ্যে পার্থক্য থাকলেও গড় উচ্চতায় তাদের মধ্যে পার্থক্য থাকবে না।

কিন্তু যখনই আমরা পূর্বোক্ত কোন কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপকে (measure of central tendency) কার্যে প্রয়োগ করি, তখনই আমাদের মনে রাখতে হবে যে, আমাদের প্রকৃত উদ্দেশ্য হ'ল পরিমাপলব্ধ প্রাপ্তাংকগুলির একটা সহজ বিবরণ পাওয়া এবং তাদের পারস্পরিক তুলনামূলক সম্পর্ক সম্বন্ধে একটা স্পষ্ট ধারণা করা। এতদ্ সত্ত্বেও যখন কেন্দ্রীয় প্রবণতার এই পরিমাপগুলির মাধ্যমে নির্বাচিত নমুনাসমূহের প্রাপ্তাংকগুলির সংগে জনসংখ্যার আদর্শ স্থানীয় বৈশিষ্ট্যসমূহের (typical of population scores) তুলনা করা হয় তখন তাদের মধ্যে পার্থক্য লক্ষ্য করা যায়। অধিকাংশ ক্ষেত্রে এই পার্থক্য নমুনাসমূহের প্রাপ্তাংকগুলির নির্ভরযোগ্য স্থিতিশীলতায় বিঘ্ন ঘটাতে পারে। যে ত্রুটির জন্য এইরূপ অবস্থার সৃষ্টি হয় তা প্রাপ্তাংকগুলির সমধর্মীতার (homogeniety) অভাব কিংবা বিস্তারের (dispersion) জন্য হ'তে পারে। সেই কারণে অভীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলির বণ্টনে কেন্দ্রীয় প্রবণতা পরিমাপ নির্ধারণের যেমন প্রয়োজনীয়তা আছে তেমনি বিচ্যুতি (variability) পরিমাপেরও গুরুত্ব

আছে। মনে করা যাক্, একজন শিক্ষক একই শ্রেণীর দু'টি দলকে (section) বাংলা পড়ান। তিনি তাদের পরীক্ষা নিয়ে দেখলেন যে, তারা বাংলায় যে পরীক্ষালব্ধ সংখ্যা পেয়েছে সেই সংখ্যার গড়মান হ'ল 64। এখন এই গড়মান থেকে ধারণা করা যায় যে, দু'টি দলের বাংলা বিষয়ে পারদর্শিতা সমান। কিন্তু আসলে দু'টি দলের মধ্যে পার্থক্য থাকতে পারে। ধরা যাক্, একটি দলের প্রাপ্তাংক 25 থেকে 85 এর মধ্যে বিস্তৃত এবং অপর দলের প্রাপ্তাংক 45 থেকে 75 এর মধ্যে বিস্তৃত। উভয় ক্ষেত্রেই গড়মান 64। অর্থাৎ দু'টি দলের গড়মান এক হ'লেও তাদের প্রাপ্ত পরিমাপগুলির বিস্তৃতির (dispersion) মধ্যে পার্থক্য আছে। সর্বনিম্ন ও সর্বোচ্চ মানের মধ্যে পার্থক্যের তারতম্য বর্তমান। এখানে দ্বিতীয় দলটি প্রথম দল অপেক্ষা প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের বা পারদর্শিতার দিক থেকে সমধর্মী (Homogeneous)। অর্থাৎ তাদের ব্যক্তিগত প্রাপ্তাংক ও গড় প্রাপ্তাংকের মধ্যে ব্যবধান অপেক্ষাকৃতভাবে কম। রাশিবিজ্ঞানের বিচারে, যে রাশিপুঞ্জের বিস্তৃতি যত কম হবে তাদের সমভাবাপন্নতা uniformity) তত বেশী হবে। অর্থাৎ একটি শ্রেণীতে কোন বিষয়ে শিক্ষার্থীদের প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের সংগে ঐ বিষয়ে শ্রেণীর গড় প্রাপ্তাংকের পার্থক্য যত কম হবে ঐ শ্রেণীর পরীক্ষার্থীদের ঐ একই বিষয়ে পারদর্শিকতা তত সম্ভাবাপন্ন (uniform) হবে। যদি উভয় প্রাপ্তাংকের মধ্যে পার্থক্য বেশী হয় তাহলে পরীক্ষার্থীদের পারদর্শিতায় বিচ্যুতি বেশী হবে। মনোবৈজ্ঞানিক, শিক্ষাবিষয়ক ও সমাজতাত্ত্বিক সমস্যাবলীর ক্ষেত্রে এই একই নীতি সমভাবে প্রযোজ্য। এই কারণে শিক্ষাবিষয়ক ও সমাজতাত্ত্বিক তথ্যাবলী বা মনোবৈজ্ঞানিক বৈশিষ্ট্য সমূহের তাৎপর্য জানার জন্য কেন্দ্রীয় প্রবণতা পরিমাপের সংগে বিচ্যুতি সম্পর্কে ধারণা থাকা আবশ্যক হয়। তাছাড়া এই পর্যালোচনার মাধ্যমে জানা যায় যে, পরিমাপগুলি কতটা গুরুত্বপূর্ণ বা অর্থবহ হবে এবং তারা পরস্পর কতটা সমধর্মী হবে। সাধারণভাবে বিচ্যুতি নির্ণয় করার জন্য নিম্নলিখিত পদ্ধতিগুলি প্রয়োগ করা হয়।

প্রসার (Range)

বিস্তৃতির বিভিন্ন প্রকার পরিমাপের মধ্যে সর্বাপেক্ষা সহজতম হ'ল **প্রসার**। খুব সহজভাবে বলা যায় যে, উচ্চতম ও নিম্নতম মানের মধ্যে পার্থক্যই হ'ল প্রসার। বিস্তৃতির পরিমাপ হিসাবে প্রসারের সাহায্যে অতি সহজভাবে পার্থক্যের ব্যাপ্তি নির্ধারণ করা যেতে পারে। যদি বিস্তৃতির একটা মোটামুটি রূপরেখা পাওয়ার জন্য দ্রুত হিসাবের প্রয়োজন হয় অথবা যদি সংখ্যাতত্ত্বের সংগে পরিচিত নয় এমন কোন ব্যক্তির দ্বারা গণনার কাজ করাতে হয়, তাহলে এক্ষেত্রে প্রসার বিশেষ কার্যকর এবং সহায়ক পদ্ধতি হিসাবে পরিগণিত হ'তে পারে। তাছাড়াও তথ্যাবলীকে যদি অপেক্ষাকৃত স্বল্পবিদ্যাবুদ্ধিসম্পন্ন ব্যক্তির নিকট উপস্থিত করা প্রয়োজন হয় সেক্ষেত্রে প্রসারই হবে বিস্তৃতি নির্দেশের একমাত্র সহজবোধ্য উপায়।

চতুর্থক পার্থক্য (Quartile Deviation)

সমাজতাত্ত্বিক গবেষণায় খুবই কম ব্যবহৃত হ'লেও মনোবৈজ্ঞানিক এবং শিক্ষা-বিষয়ক গবেষণায় প্রায়ই **চতুর্থক পার্থক্য** ব্যবহার করা হয়। চতুর্থক পার্থক্যও এক প্রকারের প্রসার ; কিন্তু এখানে উচ্চতম ও নিম্নতম মানের ব্যবধান নির্দেশের পরিবর্তে একে যদৃচ্ছামূলকভাবে (arbitrarily) প্রথম ও তৃতীয় চতুর্থকের মধ্যে পার্থক্য হিসাবে গণ্য করা হয়। চতুর্থক পার্থক্য 'Q' প্রতীক দ্বারা প্রকাশ করা হ'য়ে থাকে। সূত্রটি নিম্নরূপ—

$$Q=\frac{Q_3-Q_1}{2}$$

এই সূত্র থেকে লক্ষ্য করা যায় যে, Q নির্ণয় করার জন্য Q_1 এবং Q_3 নির্ণয় করা আবশ্যক হয়। Q_1 এবং Q_3 নির্ণয় করার জন্য মধ্যমমান (Median) নির্ণয়ের পদ্ধতি প্রয়োগ করা হয়। নীচের সূত্রটির সাহায্যে Q_1 এবং Q_3 নির্ণয় করা যায়।

$$P_P=L_L+\frac{P_N-F}{f_P}\times i$$

যখন P_P = প্রয়োজনীয় শতাংশ বিন্দু (এখানে Q_1 বা Q_3), i = শ্রেণী প্রসার, P_N = N-এর শতকরা যতভাগ প্রয়োজন (এখানে Q_1-এর ক্ষেত্রে N-এর 25% এবং Q_3-এর ক্ষেত্রে N-এর 75%)। F = যে শ্রেণীতে শতাংশ বিন্দু আছে তার নীচ পর্যন্ত পরিসংখ্যার যোগফল ; F_P = যে শ্রেণীতে শতাংশ বিন্দু আছে তার পরিসংখ্যা। L_L = যে শ্রেণীতে শতাংশ বিন্দু আছে তার নিম্নসীমা।

চতুর্থক পার্থক্য সর্বদাই সমগ্র বিষয়ের অর্ধাংশের প্রসার পরিমাপ ক'রে থাকে। দু'টি প্রান্তিক বিষয় অপেক্ষা নমুনা থেকে নমুনান্তরে Q_1 ও Q_3 এর স্বল্পতর পরিবর্তন হেতু প্রসার অপেক্ষা চতুর্থক পার্থক্য অধিকতর সুস্থিত পরিমাপ (stable measure) হিসাবে পরিগণিত হয়।

গড় পার্থক্য (Mean Deviation or Average deviation)

বিস্তৃতি সংক্রান্ত কোন পরিমাপে যদি সমগ্র তথ্যাবলীকে ব্যবহার করা হয়, তাহলে যে কোন একটি কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ থেকে প্রতিটি মানের পার্থক্যের গড় নির্ণয় করাই হবে উপযুক্ত উপায়। কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ হিসাবে মধ্যমমান (Median) বা ভূষিষ্টক (Mode) ব্যবহার করা হ'য়ে থাকে। কারণ গড় হ'ল অধিকাংশ ক্ষেত্রে কেন্দ্রীয় প্রবণতার একক সন্তোষজনক পরিমাপ। সুতরাং গড় পার্থক্যের সংজ্ঞা হ'ল : গড় থেকে প্রতিটি মানের চিহ্ন রর্জিত (কারণ গড় থেকে ব্যবধানের পরিমাণ নির্ণয়ের ক্ষেত্রে বিয়োগ চিহ্নকে উপেক্ষা করতে হয়) ব্যবধানের যোজিত গড় (arithmetic mean)। নিম্নে (ক) অবিন্যস্ত তথ্যাবলী (ungrouped data) এবং (খ) শ্রেণীবদ্ধ তথ্যাবলী (grouped data) থেকে গড় বিচ্যুতি নির্ণয়ের সূত্র দেওয়া হল :

(ক) গড় পার্থক্য (MD or AD) $=\frac{\Sigma(X-\overline{X})}{N}$

(খ) গড় পার্থক্য (MD or AD) $= \frac{\Sigma fx}{N}$

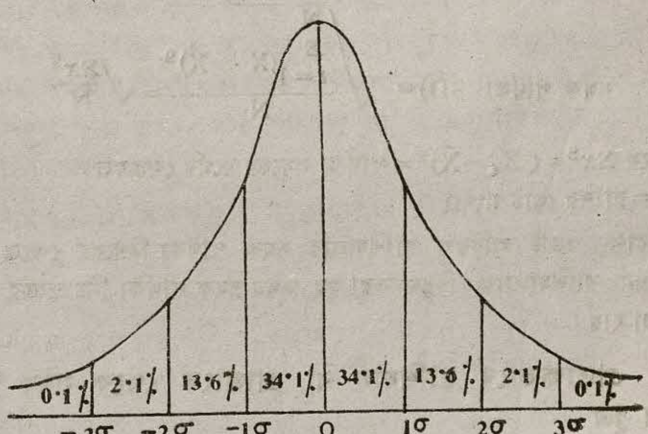
এখানে, f = পরিসংখ্যা

x = গড় থেকে শ্রেণী মধ্যবিন্দুর পার্থক্য

N = মোট সংখ্যা

সমক পার্থক্য (Standard deviation)

বিস্তৃতি পরিমাপের সর্বাপেক্ষা কার্যকর এবং বহুল ব্যবহৃত পরিমাপটি হ'ল সমক পার্থক্য। সমক পার্থক্যের সংজ্ঞা হ'ল গড় থেকে প্রতিটি মানের পার্থক্যের বর্গের যোজিত গড়ের বর্গমূল (square root of the arithmetic mean of the squared deviations from the mean)। স্বাভাবিক বণ্টনের (normal distribution) নিয়ম অনুসারে এই বণ্টনের মধ্য অক্ষের (middle axis) পাদবিন্দুকে গড় বা μ হিসাবে চিহ্নিত করা হয়। মধ্য অক্ষের দু'টি ভাগের ক্ষেত্রফল সব সময় স্থির থাকে এবং গড় থেকে দু'টি ভাগের উভয় অংশ ± ও সমান দূরত্বে ভাগ করা হয়। সাধারণতঃ সমক পার্থক্যকে (σ) পরিমাপের একক (unit of measurement) হিসাবে প্রকাশ করা হয়। চিত্রসংখ্যা—12.4 এ লেখচিত্রটি দেখানো হয়েছে। এই লেখচিত্র মূল মধ্যরেখা বরাবর সমপতিত (symmetrical) হয়। এই কারণে ঐ মূল মধ্য-রেখাকে শূন্য (0) ধ'রে ডান ও বাম দিকে কেটিগুলির (ordinates) মান 1σ, 2σ, 3σ, এবং -1σ, -2σ, -3σ পর্যন্ত বিস্তৃত হয়। এই বণ্টনের মধ্যে শতকরা 99·73 ব্যক্তিবর্গকে অন্তর্ভুক্ত করা যায়। কেবলমাত্র ·27 অংশ $\pm 3\sigma$ দূরত্বের বাইরে বাদ



চিত্র সংখ্যা 12.4—সমক পার্থক্যের স্তর

পড়ে। স্বাভাবিক বণ্টনের শতকরা হিসাবে যে কোন পরিমাপের প্রাপ্তাংকগুলি গড় থেকে উভয়দিকে এক পরিমিত ব্যবধানের ($\pm 1\sigma$) কেটিদ্বয়ের মধ্যেই 68·26%

পরিসংখ্যাগুলি অবস্থিত থাকবে ; অনুরূপভাবে গড় থেকে উভয় দিকে দুই এবং তিন পরিমিত ব্যবধানের কেটিদ্বয়ের ($\pm 2\sigma$ এবং $\pm 3\sigma$) মধ্যে 95·44%এবং 99·73% পরিসংখ্যাগুলি অবস্থিত হবে।

গড় পার্থক্য (Mean deviation) গণনা করার সময় আমরা দেখেছি যে, গড় পার্থক্য নির্ণয় করার জন্য ঋণাত্মক চিহ্নগুলিকে (negative sign) বাদ দি'য়ে পার্থক্যগুলির চরমমানের সমষ্টি নির্ণয় করতে হয়। গাণিতিক বিচারের পরিপ্রেক্ষিতে এই প্রক্রিয়া ত্রুটিমুক্ত হয় না। এই অসুবিধা দূর করার জন্য একটি বিকল্প পদ্ধতি গ্রহণ করা হয়। এই পদ্ধতিতে পার্থক্যগুলির বর্গ নির্ণয় (x^2) করা হয়। পরে ঐ বর্গগুলি যোগ করা হয়। এইভাবে পার্থক্যগুলির বর্গের গড় নির্ণয় করলে যে ফল পাওয়া যায় তাকে **ভেদাঙ্ক** (Variance) বলা হয়। অবিন্যস্ত ও বিন্যস্ত তথ্যাবলীর (data) ভেদাঙ্ক নিম্ন সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় করা যায়।

$$\text{ভেদাঙ্ক} = S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(X-\overline{X})^2}{N}$$

এখন যদি এই ভেদাঙ্কের বর্গমূল নির্ণয় করা যায় তাহলে পার্থক্যের যে পরিমাপ পাওয়া যাবে তা'কে **সমক পার্থক্য** (Standard deviation) বলা হয়। সাধারণভাবে ভেদাংকের বর্গমূলের ধনাত্মক মানকে সমক পার্থক্য বলে। সমক পার্থক্য নির্ণয় করার সূত্রটি নিম্নরূপ :

$$\text{সমক পার্থক্য (SD)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(X-\overline{X})^2}{N}} = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{N}}$$

এখানে $\Sigma x^2 = (X_i - \overline{X})^2$ = পার্থক্য সমূহের বর্গের ক্ষেত্রফল
N = রাশির মোট সংখ্যা

উপরোক্ত সূত্রটি অবিন্যস্ত রাশিমালার সমক পার্থক্য নির্ণয়ের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য হয়। যখন রাশিমালাকে বিন্যস্ত করা হয়, তখন সমক পার্থক্য নিম্ন সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় করা যায়।

(ক) প্রত্যক্ষভাবে রাশিমান বা প্রাপ্তাংক থেকে সমক পার্থক্য নির্ণয়ের সূত্র

$$\text{সমক পার্থক্য (SD)} = \frac{1}{N}\sqrt{N\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2}$$

এখানে, ΣX^2 = প্রাপ্তাংকগুলির বর্গের যোগফল
$(\Sigma X)^2$ = প্রাপ্তাংকগুলির সমষ্টির বর্গ, N = মোট সংখ্যা

(খ) বিন্যস্ত রাশিমালা থেকে সমক পার্থক্য নির্ণয়ের সূত্র

(i) দীর্ঘ পদ্ধতি (Long method)

সমক পার্থক্য (SD) = $\sqrt{\frac{\Sigma fxi^2}{N}}$

এখানে, f = এক একটি শ্রেণীর পরিসংখ্যা

x = শ্রেণীর মধ্যবিন্দুর গড় থেকে পার্থক্য, অর্থাৎ $(X - \overline{X})$

N = মোট পরিসংখ্যা

(2) কল্পিত গড় পদ্ধতি (Assumed mean method)

সমক পার্থক্য (SD) = $i\sqrt{\frac{\Sigma fx'}{N} - \left(\frac{\Sigma fx'}{N}\right)}$

এখানে, f = এক একটি শ্রেণীর পরিসংখ্যা

x' = কল্পিত গড় থেকে প্রত্যেকটি শ্রেণীর পার্থক্য

N = মোট পরিসংখ্যা

i = শ্রেণীর পার্থক্য

এখানে উল্লেখ করা যেতে পারে যে, সমক পার্থক্য (standard deviation) ও আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলির (standard scores) মধ্যে প্রত্যক্ষভাবে একটা সম্পর্ক আছে। কারণ সমক পার্থক্যের উপর ভিত্তি ক'রে আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলি নির্ণয় করতে হয়। আবার এই আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলি যে কোন অভীক্ষা বা পরিমাপের বৈধতা নির্ধারণের জন্যও প্রয়োজন হয়। স্বাভাবিক বণ্টনে নির্দিষ্ট কোন প্রাপ্তাংক (X – অক্ষের উপর বিন্দু) ও গড় বা কেন্দ্র বিন্দুর (Mean) মধ্যে যে ক্ষেত্রটি আবদ্ধ, তার পরিমাণ নির্ণয় করার জন্য সাধারণতঃ সমক পার্থক্যকে একক (unit) হিসাবে ব্যবহার করা হয়। তার সাহায্যে গড় ও প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যে দূরত্বের অবস্থানও নির্ণয় করা যায়।

পরিমাপের প্রাপ্তাংকগুলি ব্যক্ত করার রীতি (Mode of expressing test-scores) :

যখন পরিমাপ বা অভীক্ষা অভীক্ষার্থীদের উপর প্রয়োগ করা হয় তখন যে তথ্যাবলী পাওয়া যায় সেইগুলিকে প্রধানতঃ দু'টি ভাগে ভাগ করা হয়—(i) **মূল প্রাপ্তাংক** (Raw scores) এবং (ii) **মাননির্ধারিত পরিমাপলব্ধ প্রাপ্তাংক** (Normative test-scores)

(i) **মূল প্রাপ্তাংক** (Raw scores)—কোন বস্তু বা ব্যক্তি সম্পর্কে সম্যক ধারণা করতে হ'লে প্রথমে তার সম্বন্ধে বিভিন্ন সূত্র থেকে নানা রকম তথ্য সংগ্রহ করতে হয়। এই তথ্য দু'রকমের হ'তে পারে—**পরিমাণগত** (quantitative) এবং **গুণগত** (qualitative)। যে কোন ধরনের পরিমাপের ক্ষেত্রে তথ্যটি পরিমাণ-

গত বা গুণগত যাই হোক-না-কেন, তাকে একটি সংখ্যা দ্বারা প্রকাশ করতে হয়। কারণ সংখ্যার মাধ্যমেই বৈশিষ্ট্য বা পরিমাপের বৈজ্ঞানিক তাৎপর্য নির্ণয় করা সম্ভব হয়। রাশিবিজ্ঞানের ক্ষেত্রে বিভিন্ন ক্ষেত্র থেকে যে তথ্য সংগ্রহ বা ব্যবহার করা হয় তা মূলতঃ সংখ্যাভিত্তিক হয়। এই সংখ্যাভিত্তিক তথ্যগুলিকে মূল প্রাপ্তাংক (Raw score) বলে। কিন্তু এই মূল প্রাপ্তাংকের সাহায্যে ঐ সকল প্রাপ্তাংকের সংগে সংশ্লিষ্ট বস্তু বা ব্যক্তির সম্বন্ধে সঠিক ধারণা করা যায় না। তার জন্য এই প্রাপ্তাংকগুলিকে আদর্শ প্রাপ্তাংকে (standard scores) রূপান্তরিত করতে হয়।

(ii) **মাননির্ধারিত পরিমাপলব্ধ প্রাপ্তাংক (Normative test-scores)** —পূর্বেই বলা হ'য়েছে যে, পরিমাপ বা অভীক্ষার মূল প্রাপ্তাংকগুলি আক্ষরিক অর্থে কোন অর্থই বহন করে না। প্রাপ্তাংকগুলি তখনই অর্থবহ হয়, যখন তাদের কোন দলসমষ্টির প্রাপ্তাংকগুলির সংগে তুলনা করা যায়। তার জন্য মানসমন্বিত প্রক্রিয়ার (Normative system) প্রয়োজন হয়। এই প্রক্রিয়ার সাহায্যে একব্যক্তির প্রাপ্তাংক বা দলসমষ্টির গড় প্রাপ্তাংককে কোন নির্দিষ্ট সদৃশ দলসমষ্টির প্রাপ্তাংকের সংগে তুলনা করতে হয়। মাননির্ধারিত পরিমাপলব্ধ প্রাপ্তাংকগুলির প্রয়োগ থেকে জানা যায় যে, দলসমষ্টির সংগে সম্পর্কিত অন্যান্য ব্যক্তি সকলের তুলনাতে প্রত্যেক ব্যক্তি কি ধরনের উন্নতি ক'রে থাকে। এক দলের সংগে অপর দলের কার্যসম্পাদনের তুলনা করাতেও মান নির্ধারিত পরিমাপলব্ধ প্রাপ্তাংকগুলি প্রয়োগ করতে হয়। অন্যভাবে বলা যায় যে, যখন কোন ব্যক্তি বা দলসমষ্টির অবস্থাকে জ্ঞাত ব্যক্তি বা দলসমষ্টির অবস্থা থেকে অনুমান করা হয়, তখনও মাননির্ধারিত অভীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলির প্রয়োগ সঠিকভাবে করতে হয়। তার জন্য মাননির্ধারিত অভীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলিকে পরিবর্তিত আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলিতে (Derived standard scores) প্রকাশ করা প্রয়োজন হয়। এখানে এই ধরনের প্রাপ্তাংকগুলি সম্বন্ধে আলোচনা করা হয়েছে।

পরিবর্তিত আদর্শ প্রাপ্তাংক
(Derived standard scores)

যখন মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে বিভিন্নভাবে গাণিতিক পদ্ধতিতে মাননির্ধারণ ক'রে রূপান্তরিত করা হয়, তখন যে প্রাপ্তাংকগুলি পাওয়া যায় সেই প্রাপ্তাংকগুলিকে পরিবর্তিত আদর্শ প্রাপ্তাংক বলা হয়। বিভিন্নভাবে পরীক্ষা-নিরীক্ষা, অভীক্ষা ও পরিমাপকগুলির প্রয়োগের ফলে যে সকল প্রাপ্তাংক পাওয়া যায় সেইগুলির তাৎপর্য নির্ভুলভাবে বোঝার জন্য তাদের পরিমাপক এককে (Unit of measurement) পরিবর্তন ক'রে নতুনভাবে পরিবেশন রাশিবিজ্ঞানের রীতি অনুসারে করতে হয়। এই পরিবেশন স্বাভাবিক বন্টনের ধর্মের উপর ভিত্তি ক'রে করা হয়। অর্থাৎ এই বন্টনকে কেন্দ্র ক'রে যে পদ্ধতিগুলি গ'ড়ে উঠেছে তাদের মাধ্যমে মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলিতে পরিবর্তন করা হয়। শিক্ষাবিষয়ক ও মনোবৈজ্ঞানিক

সমস্যাবলী নির্ভুলভাবে অনুশীলনের জন্য এই পরিবর্তিত আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলির প্রয়োজন হয়। এখানে এই রকম কয়েকটি পদ্ধতি সম্পর্কে আলোচনা করা হ'য়েছে।

॥ এক ॥ Z-প্রাপ্তাংক (Z-scores)

॥ দুই ॥ আদর্শ বা সিগমা প্রাপ্তাংক (**Standard or σ-scores**)

॥ তিন ॥ টি-প্রাপ্তাংক (T-scores)

॥ চার ॥ স্টেন প্রাপ্তাংক (**Sten scores**)

॥ পাঁচ ॥ স্টানাইন প্রাপ্তাংক (**Stanine scores**)

॥ ছয় ॥ শতাংশ প্রাপ্তাংক (**Percentile scores**)

॥ সাত ॥ বুদ্ধ্যংক বিচ্যুতি প্রাপ্তাংক (**IQ Deviation scores**)

॥ এক ॥ Z-প্রাপ্তাংক
(Z-scores)

মূল প্রাপ্তাংকগুলির তাৎপর্য নির্ভুলভাবে নির্ণয় করা এবং ব্যাখ্যা করার এক প্রকার সহজতম পরিবর্তিত প্রাপ্তাংক হ'ল Z-প্রাপ্তাংক। কোন প্রাপ্ত বণ্টনে একটি প্রাপ্তাংক গড় প্রাপ্তাংকের কত উপরে বা নীচে আছে তা সাধারণভাবে সমক পার্থক্যের (SD) দ্বারা বোঝানো হয়। এই প্রাপ্তাংকগুলিকে সিগমা (σ) প্রাপ্তাংকও বলা হয়। এই সিগমা (σ) প্রাপ্তাংকগুলির পরিপ্রেক্ষিতে Z-প্রাপ্তাংক নির্ণয় করা হয়। যখন মূল প্রাপ্তাংক গড় প্রাপ্তাংক থেকে 'যোগ' বা 'বিয়োগ' চিহ্ন সহযোগে যে বিচ্যুত প্রাপ্তাংক (deviated score) পাওয়া যায় এবং সেই বিচ্যুত প্রাপ্তাংককে মূল প্রাপ্তাংকগুলির সমক পার্থক্য (SD) দ্বারা ভাগ ক'রে যে প্রাপ্তাংক পাওয়া যায় তখন সেই প্রাপ্তাংককে **Z-প্রাপ্তাংক** বলা হয়। কোন প্রাপ্তাংক বণ্টনে একটি প্রাপ্তাংক গড় প্রাপ্তাংকের কত সমক পার্থক্যের উপরে বা নীচে আছে তা Z-প্রাপ্তাংকের মাধ্যমে বোঝানো যায়। প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলি পরিবর্তিত ক'রে Z-প্রাপ্তাংকের যে বণ্টন পাওয়া যায় সেই বণ্টনের একটি নির্দিষ্ট গড় (Mean) এবং সমক পার্থক্য (SD) থাকবে। প্রকৃতপক্ষে যে কোন রূপান্তরিত প্রাপ্তাংকের একটি নির্দিষ্ট গড় এবং সমক পার্থক্য থাকবে। এই দিক দি'য়ে বিচ্যুত প্রাপ্তাংক (deviated score) এবং পরিবর্তিত প্রাপ্তাংকের (derived score) একটি সংজ্ঞা নির্দেশ করা যেতে পারে। গড় প্রাপ্তাংক থেকে মূল প্রাপ্তাংকগুলির প্রত্যেকটি প্রাপ্তাংক 'বিয়োগ' দিয়ে যে প্রাপ্তাংকগুলি পাওয়া যায় সেই প্রাপ্তাংকগুলিকে বিচ্যুত প্রাপ্তাংক (deviation score) বলে এবং কোন প্রাপ্তাংককে কোন নির্দিষ্ট গড় এবং সমক পার্থক্য সম্পন্ন বণ্টনে পরিবর্তন ক'রে যে প্রাপ্তাংক পাওয়া যায় সেই প্রাপ্তাংককে পরিবর্তিত প্রাপ্তাংক (derived score) বলা হয়। (Scores stated in reference to the mean are called deviation scores,

which are obtained by subtracting the mean from each of the raw scores. Any score reduced in reference to the distribution with any definite mean and standard deviation is called derived score)। একটি ধনাত্মক বিচ্যুত প্রাপ্তাংক গড় প্রাপ্তাংকের উপরে এবং ঋণাত্মক বিচ্যুত প্রাপ্তাংক গড় প্রাপ্তাংকের নীচে অবস্থান করে। যেহেতু বিচ্যুত প্রাপ্তাংক থেকে Z-প্রাপ্তাংক নির্ণয় করা হয় সেইহেতু Z-প্রাপ্তাংকও ধনাত্মক হয়। স্বাভাবিক বণ্টনে প্রাপ্তাংকের গড় সর্বদা শূন্য (0) হয় এবং সমক পার্থক্য এক (1) হয়। অন্যভাবে বলা যায় যে, শূন্য (0) গড় এবং 1 সমক পার্থক্য সম্পন্ন বণ্টনে যে প্রাপ্তাংক পরিবর্তিত করা হয় সেই প্রাপ্তংকই Z-প্রাপ্তাংক হয়। হেণ্ডারসনের (Henderson) ভাষায় Z-প্রাপ্তাংকগুলি সম্বন্ধে আমরা নিশ্চিতভাবে বলতে পারি যে, শ্রেণীবিন্যাসে প্রত্যেক বণ্টনের বিচ্যুতি সমরূপ হয় এবং কোন প্রাপ্তাংকই অহেতুকভাবে অভিমত মুক্ত হয় না। (With Z-scores we ensure that the deviation of each distribution in the series is uniform and no score is unduly biased)। Z-প্রাপ্তাংকের গুরুত্ব স্বীকার ক'রে নুন্নালি (Nunnally) বলেন, "পরীক্ষার উদ্দেশ্যে অভীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলি Z-প্রাপ্তাংকগুলিতে পরিবর্তিত ক'রে প্রকাশ করা সাধারণভাবে উপযোগী হয়"। ("For practical purposes it is usually advantageous that test scores may be expressed in converting Z-scores".)।

Z-প্রাপ্তাংক নির্ণয় করার জন্য নিম্নলিখিত সূত্র প্রয়োগ করা যেতে পারে।

$$\text{Z-প্রাপ্তাংক} = \frac{X - \overline{X}}{\sigma}$$

এখানে, X = প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক

$\overline{X}$ = বণ্টনের গড়

σ = বণ্টনের সমক পার্থক্য (SD)

Z-প্রাপ্তাংক নির্ধারণের পদ্ধতি (Method of determining Z-scores)

কিভাবে একটি বণ্টনে Z-প্রাপ্তাংক নির্ণয় করা যায় যে সম্পর্কে দু'টি উদাহরণের সাহায্যে এখানে আলোচনা করা হয়েছে।

উদাহরণ—1. যদি অংক সম্পর্কিত অর্জিত জ্ঞানের অভীক্ষাতে 10 জন ছাত্রের গড় প্রাপ্তাংক 40 এবং সমক বিচ্যুতি 8 হয়, তাহলে 20, 28, 36, 48, 42, 56, 30, 44, 58, 24 মূল প্রাপ্তাংক লব্ধ ছাত্রদের Z-প্রাপ্তাংকগুলি কি হবে ?

উপরি উক্ত উদাহরণের মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে সারণী 12.1 অনুসারে Z-প্রাপ্তাংকগুলিতে পরিবর্তিত করা যায়।

সারণী 12.1

মূল প্রাপ্তাংকগুলি Z-প্রাপ্তাংকগুলিতে পরিবর্তন

মূল প্রাপ্তাংক X	গড় প্রাপ্তাংক M	বিচ্যুত প্রাপ্তাংক D	সমক পার্থক্য দ্বারা ভাগ ÷σ	Z-প্রাপ্তাংক
20	40	−20	8	−2·50
28	40	−12	8	−1·50
36	40	− 4	8	−0·50
48	40	+ 8	8	+1·00
42	40	+ 2	8	+0·25
56	40	+16	8	+2·00
30	40	−10	8	−1·25
44	40	+ 4	8	+0·50
58	40	+18	8	+2·25
24	40	−16	8	− 2·00

এখানে আমরা দেখি যে, মূল প্রাপ্তাংককে Z-প্রাপ্তাংকে পরিবর্তিত করার জন্য সূত্রের প্রয়োগ করা হয়েছে। এই প্রক্রিয়াতে সর্বপ্রথম মূল প্রাপ্তাংক থেকে গড় বিয়োগ ক'রে বিচ্যুত প্রাপ্তাংককে সমক পার্থক্য দ্বারা ভাগ ক'রে Z-প্রাপ্তাংক নির্ণয় করা হয়েছে।

উদাহরণ—2. সারণী 12.2 তে সপ্তম শ্রেণীর পাঁচজন ছাত্রের চারটি বিষয়ে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক এবং ঐ সব বিষয়ে তাদের শ্রেণীর গড় পারদর্শিতা এবং সমক পার্থক্য দেওয়া আছে। এই উদাহরণ থেকে তিনটি প্রশ্নের উত্তর করতে হবে। (i) পাঁচ জন ছাত্রের প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের গড়ের ভিত্তিতে তাদের আপেক্ষিক অবস্থান কি হবে? (ii) বিভিন্ন বিষয়ে তাদের প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের Z-প্রাপ্তাংক কি হবে? (iii) পরিবর্তিত Z-প্রাপ্তাংকের ভিত্তিতে পাঁচজন ছাত্রের শ্রেণীতে অবস্থান কি হবে?

সারণী 12.2

বিষয়, শ্রেণীর গড়, সমক পার্থক্য এবং ছাত্রদের প্রাপ্তাংকগুলি

বিষয়	শ্রেণীর গড়	সমক পার্থক্য	ছাত্র				
			A	B	C	D	E
ইতিহাস (W)	40	5	45	50	50	50	35
ভূগোল (X)	35	4	53	45	50	45	45
অংক (Y)	50	5	80	60	55	52	40
বিজ্ঞান (Z)	40	4	42	65	60	50	45

সারণী 12.3

প্রতিটি ছাত্রের চারটি বিষয়ে মোট প্রাপ্তাংক, গড় প্রাপ্তাংক এবং চারটি বিষয়ে প্রতিটি ছাত্রের Z-প্রাপ্তাংক

ছাত্র	মোট প্রাপ্তাংক	গড় প্রাপ্তাংক	বিষয়			
			W	X	Y	
			Z—প্রাপ্তাংক			
A	220	44	+1·00	+4·50	+6·00	+0·50
B	220	44	+2·00	+2·50	+2·00	+6·25
C	215	43	+2·00	+3·75	+1·00	+5·00
D	197	39·5	+2·00	+2·50	+0·40	+2·50
E	165	33	−1·00	+2·50	−2·00	+1 25

সারণী 12.4

প্রতিটি ছাত্রের চারটি বিষয়ে Z—প্রাপ্তাংকের সমষ্টি

ছাত্র	চারটি বিষয়ে Z—প্রাপ্তাংকের সমষ্টি
A	12·00
B	12·75
C	11·75
D	7·40
E	0·75

(i) সারণী 12.3 তে যে গড় প্রাপ্তাংকগুলি দেখানো হয়েছে সেই প্রাপ্তাংকগুলির ভিত্তিতে পাঁচজন ছাত্রের চারটি বিষয়ে পারদর্শিতা সম্বন্ধে বলা যায় যে, ছাত্র A এবং B উভয়ে 44·00 প্রাপ্তাংক পেয়েছে। যদি এই মান শতকরা হারে পরিবর্তন করা যায় তাহ'লেও তাদের অনুক্রম (Ranking) একই রকম হবে। গড় ও শতকরা হিসেবে অন্যান্য ছাত্রদের আপেক্ষিক অবস্থান যথাক্রমে C, D ও E হবে। অর্থাৎ A ও B—প্রথম, C—দ্বিতীয়, D তৃতীয় এবং E চতুর্থ।

(ii) একই সারণীতে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলিকে Z-প্রাপ্তাংকে পরিবর্তিত করলে দেখা যাচ্ছে যে, তুলনামূলক বিচারে B ছাত্রের বিজ্ঞান বিষয়ে Z-প্রাপ্তাংক সবচেয়ে বেশী, A ছাত্রের অংক বিষয়ে Z-প্রাপ্তাংক সবার উপরে এবং C ছাত্রের বিজ্ঞান বিষয়ে Z-প্রাপ্তাংকের অবস্থান B ছাত্রের ঠিক পরেই। আপেক্ষিক অবস্থার পরিপ্রেক্ষিতে অন্যান্য ছাত্রদের বিষয়গুলিতে পারদর্শিতা অর্জনের ক্ষেত্রে অবস্থা খুবই সাধারণ এবং বিজ্ঞান বিষয়ে সর্বাপেক্ষা নৈরাশ্যজনক অবস্থা E ছাত্রের। এখানে Z-প্রাপ্তাংকের ভিত্তিতে ছাত্রদের আপেক্ষিক পারদর্শিতার অনুক্রমের (Rank) পরিবর্তন হয়েছে।

তাছাড়া D ও E ক্ষেত্রে দেখা যাচ্ছে যে, তাদের মধ্যে Z-প্রাপ্তাংকের ব্যবধান বেড়ে গেছে এবং সামগ্রিকভাবে E ছাত্রের শ্রেণীগত অবস্থান সবচেয়ে নিকৃষ্টমানের।

(iii) সারণী 12 4এ পাঁচজন ছাত্রের চারটি বিষয়ে Z-প্রাপ্তাংকের যে সমষ্টিগুলি দেখানো হয়েছে তার ভিত্তিতে পাঁচজন ছাত্রের আপেক্ষিক অবস্থান হ'ল A—প্রথম, B—দ্বিতীয়, C—তৃতীয়, D—চতুর্থ এবং E—পঞ্চম।

উপরোক্ত আলোচনার পরিপ্রেক্ষিতে দেখা যাচ্ছে যে, প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের ভিত্তিতে পাঁচজন ছাত্রের আপেক্ষিক অবস্থান বা অনুক্রম (rank) অনুসারে A ও B ছাত্রের পারদর্শিতা তুলনামূলকভাবে প্রায় সমরূপ।

Z-প্রাপ্তাংকের সুবিধা (Advantages of Z-scores)

শিক্ষা, সমাজতত্ত্ব ও মনোবিজ্ঞান বিষয় সংক্রান্ত তথ্যাবলীর তাৎপর্য নির্ণয়ের ক্ষেত্রে Z-প্রাপ্তাংকের ব্যবহারে বিশেষ কতকগুলি সুবিধা পাওয়া যায়। এখানে সেই সুবিধাগুলির বিষয়ে আলোচনা করা হয়েছে।

॥ এক ॥ Z-প্রাপ্তাংক প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলিকে একটি নির্দিষ্ট এককে পরিবর্তন করে।

॥ দুই ॥ নির্দিষ্ট কোন একক না থাকায় মূল প্রাপ্তাংকগুলির (raw scores) মধ্যে পারস্পরিক তুলনা করা সম্ভব হয় না। কারণ এই ধরনের তুলনামূলক বিচার বিশ্লেষণে তুলনাকারীর ব্যক্তিগত অভিমতের প্রাধান্যের প্রতিফলন ঘটে থাকে। ফলে বিশ্লেষণাত্মক সিদ্ধান্ত নির্ভুল হয় না। কিন্তু Z-প্রাপ্তাংকগুলিকে পরস্পরের মধ্যে সহজে তুলনা করা যায়। কারণ Z-প্রাপ্তাংকের একটি নির্দিষ্ট একক আছে এবং এককটি হ'ল সমক পার্থক্য (σ)। এই এককের পরিপ্রেক্ষিতে Z-প্রাপ্তাংক-গুলির মধ্যে পারস্পরিক তুলনা গাণিতিক বিচারে নির্ভুল হয় এবং কোনরূপ সিদ্ধান্ত করাও সহজ হয়।

॥ তিন ॥ স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্রের X-অক্ষে একক হিসেবে σ-একক বা $\frac{x}{\sigma}$ বা Z-একক স্থাপন করা হয়। ফলে যদি কোন প্রাপ্ত প্রাপ্তাংককে Z-প্রাপ্তাংকে পরিবর্তন করা হয়, তাহলে তার ব্যাপক তাৎপর্য নির্ণয় করা সহজ হয়। কারণ স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্রের X-অক্ষে গড় থেকে উভয় দিকে যে ক্ষেত্রফল পাওয়া যায় তা মূলতঃ σ-এককের উপর ভিত্তি ক'রে তিনটি ভাগে ভাগ করা হয়। এই বণ্টনের মোট ক্ষেত্রফল 100 বর্গ একক হিসেবে ধরা হয়। এখান থেকে যে কোন পরিমাপ সব সময় সম্পূর্ণ ক্ষেত্রের শতকরা হার হিসেবে পাওয়া যায় এবং তার উপর ভিত্তি ক'রে স্বাভাবিক বণ্টনে গড় থেকে বিভিন্ন বিন্দুর মধ্যে অন্তর্গত ক্ষেত্রের তালিকা তৈরী করা হয়। স্বাভাবিক বণ্টন দ্বিধা বিভক্ত হওয়ার জন্য তালিকাটি দ্বিমুখী হয়। এই তালিকায় নথিবদ্ধ মানগুলি $\frac{x}{\sigma}$ বা Z-প্রাপ্তাংকের উপর ভিত্তি ক'রে নির্ণয় করা হয়। যখন কোন মূল প্রাপ্তাংককে Z-প্রাপ্তাংকে পরিবর্তন করা

হয় তখন স্বাভাবিক বন্টনের ভিত্তিতে ঐ পরিবর্তিত প্রাপ্তাংকের নির্দিষ্ট মান নির্ণয় ক'রে তার তাৎপর্য আলোচনা করা সহজ হয়। এই Z-প্রাপ্তাংকের ভিত্তিতে কোন ছাত্রের দলের মধ্যে অবস্থান এবং একটি পরীক্ষার মানের সংগে অন্য পরীক্ষার মানের তুলনা সহজে নির্ণয় করা যায়।

॥ **চার** ॥ মনোবিজ্ঞান, সমাজতত্ব এবং শিক্ষা বিষয়ক অভীক্ষাবলী বা মাপনি গঠনের সময়, বিভিন্ন অভীক্ষাপদের কাঠিন্যমান Z-প্রাপ্তাংকের সাহায্যে নির্ণয় করা যায়।

Z-প্রাপ্তাংকের অসুবিধা (Disadvantages of Z-scores)

শিক্ষা, সমাজতত্ব ও মনোবিজ্ঞান বিষয় সংক্রান্ত তথ্যাবলীর তাৎপর্য নির্ণয় করার ক্ষেত্রে Z-প্রাপ্তাংকের ব্যবহার সুবিধাজনক ও যুক্তিপূর্ণ হিসাবে বিবেচিত হ'লেও বাস্তব দিক দিয়ে কিছু অসুবিধা লক্ষ্য করা যায়।

॥ **এক** ॥ মূল প্রাপ্তাংকগুলির তুলনায় Z-প্রাপ্তাংকগুলির মান খুবই কম হয়। Z-প্রাপ্তাংকের মান সাধারণতঃ দুই বা তার বেশী দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় করতে হয়। বাস্তবক্ষেত্রে দেখা যায় যে, অভিভাবকরা তাঁদের ছেলেমেয়েদের শিক্ষামূলক প্রগতিপত্রে যে ধরনের প্রাপ্তাংকগুলি দেখে থাকেন সেই প্রাপ্তাংকগুলিকে Z-প্রাপ্তাংকে পরিবর্তন ক'রে ঐ পত্রে দেখানো হ'লে তাঁদের পক্ষে প্রাপ্তাংকগুলির তাৎপর্য বোঝার ক্ষেত্রে অসুবিধার সৃষ্টি হয়। কারণ এই ধরনের প্রাপ্তাংকগুলির ক্ষুদ্র মান তাঁদের গাণিতিক ধারণার (mathematical concept) প্রতিকূল হয়।

॥ **দুই** ॥ কোন স্বাভাবিক বন্টনে Z-প্রাপ্তাংকের গড় শূন্য (0) হয় এবং সমক পার্থক্য 1 হয়। ফলে অর্ধেক সমক পার্থক্যের মান বন্টনের ধনাত্মক এবং অর্ধেক সমক পার্থক্যের মান ঋণাত্মক দিকে পড়ে। সেই কারণে কোন মূল প্রাপ্তাংক (raw score) Z-প্রাপ্তাংকে পরিবর্তিত হ'লে তার মান ধনাত্মক কিংবা ঋণাত্মক হ'য়ে থাকে। অনেক ক্ষেত্রে এই দুই ধরনের প্রাপ্তাংক নিয়ে কাজ করায় অসুবিধা হয়।

॥ **তিন** ॥ প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলিকে Z-প্রাপ্তাংকের মাধ্যমে একই এককে অর্থাৎ স্বাভাবিক বন্টনের সমক পার্থক্যের (σ) এককে পরিবর্তন করা যায়। তাদের মধ্যে পারস্পরিক তুলনা করা গাণিতিক বিচারে যুক্তি-যুক্ত হিসাবে বিবেচিত হয়। কিন্তু এই বিচার কেবলমাত্র সমধর্মী দল বা শ্রেণী থেকে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির ক্ষেত্রেই সীমাবদ্ধ থাকে। যেখানে প্রাপ্তাংকগুলির তাৎপর্য ব্যাপকভাবে নির্ধারণ করতে হয় সেখানে Z-প্রাপ্তাংকগুলিকে ব্যবহার করা যায় না। সারণী 12.3 এবং 12.4-এ এই সম্বন্ধে আলোচনা করা হয়েছে।

Z-প্রাপ্তাংকের বৈশিষ্ট্যাবলী (Characteristics of Z-Scores)

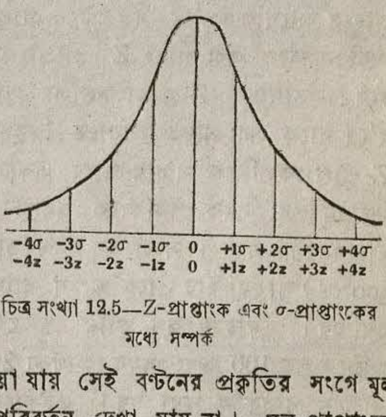
পূর্বোক্ত আলোচনার পরিপ্রেক্ষিতে Z-প্রাপ্তাংকের বৈশিষ্ট্যগুলি সম্বন্ধে ধারণা করা যেতে পারে। এখানে বৈশিষ্ট্যগুলির উল্লেখ করা হয়েছে।

॥ **এক** ॥ Z-প্রাপ্তাংক সূত্রানুসারে নির্ণয় করার সময় গড় প্রাপ্তাংক থেকে মূল প্রাপ্তাংকের পার্থক্য নির্ধারণ করতে হয়। পার্থক্য ধনাত্মক বা ঋণাত্মক যে কোন এক ধরনের হতে পারে বলে Z-প্রাপ্তাংক ধনাত্মক বা ঋণাত্মক হ'য়ে থাকে।

॥ **দুই** ॥ Z-প্রাপ্তাংকের মান খুবই কম হয়।

॥ **তিন** ॥ কোন বণ্টনের Z-প্রাপ্তাংকের সমষ্টির মান শূন্য (0) হয় ব'লে ঐ বণ্টনে Z-প্রাপ্তাংকের গড় শূন্য (0) হবে। সমক পার্থক্যকে Z-প্রাপ্তাংকের পরিমাপক একক হিসাবে ধরা হয় এবং Z-প্রাপ্তাংকের বণ্টনে এই সমক পার্থক্য (σ) 1 হয়।

॥ **চার** ॥ Z-প্রাপ্তাংকগুলির ভিত্তি হ'ল সমক পার্থক্য (σ)। কারণ মাপনি পদ্ধতির (scaling procedure) মাধ্যমে সমক পার্থক্যকে একক ধ'রে Z-প্রাপ্তাংকগুলি নির্ণয় করতে হয়। তাই স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্রে যেখানে মাপনির পরিমাপক এককগুলি সমক পার্থক্য (σ) হয় সেখানে মাপনির পরিমাপক এককগুলিকে Z-প্রাপ্তাংকে পরিবর্তিত করলে 'σ' চিহ্নের পরিবর্তে 'Z'-চিহ্ন ব্যবহার করা হয়। সুতরাং σ-প্রাপ্তাংকগুলির পরিমাপক এককের মধ্যে যে পারস্পরিক সম্পর্ক আছে তা চিত্র সংখ্যা—12.5-এ দেখানো হয়েছে।



চিত্র সংখ্যা 12.5—Z-প্রাপ্তাংক এবং σ-প্রাপ্তাংকের মধ্যে সম্পর্ক

॥ **পাঁচ** ॥ কোন বণ্টনের প্রাপ্ত মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে Z-প্রাপ্তাংকগুলিতে পরিবর্তন ক'রে যে বণ্টন পাওয়া যায় সেই বণ্টনের প্রকৃতির সংগে মূল প্রাপ্তাংকগুলির বণ্টনের প্রকৃতির কোন পরিবর্তন দেখা যায় না। মূল প্রাপ্তাংকগুলির বণ্টন বঙ্কিমাকৃতি (skewed) হ'লে তাদের Z-প্রাপ্তাংকের বণ্টনও বঙ্কিমাকৃতি হবে। উদাহরণ স্বরূপ, ধরা যাক, কোন বণ্টন থেকে ছয়টি সংখ্যা 35, 40, 50, 65, 85, 110 পাওয়া গেল। এই বণ্টনের গড় হ'ল 60 এবং সমক পার্থক্য হ'ল 10।

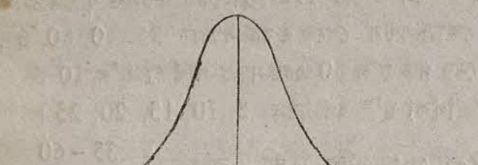
তাহ'লে প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যে পার্থক্য হ'ল যথাক্রমে 5, 10, 15, 20, 25।

এই সংখ্যাগুলির থেকে Z-প্রাপ্তাংকগুলি নির্ণয় করলে $\frac{35-60}{10}$ $\frac{40-60}{10}$; $\frac{50-60}{10}$; $\frac{65-60}{10}$; $\frac{85-60}{10}$; $\frac{110-60}{10}$ যথাক্রমে $-2{\cdot}5$, $-2{\cdot}0, -1{\cdot}0, +{\cdot}5, +2{\cdot}5 + 5{\cdot}0$ মানগুলি পাওয়া যাবে। এখন এই Z-প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যে অন্তঃপার্থক্য হবে $\frac{1}{2}$, 1, $1\frac{1}{2}$, 2, $2\frac{1}{2}$। এখানে তুলনামূলকভাবে বিশ্লেষণ করলে দেখা যায় যে, উভয় ক্ষেত্রেই সংখ্যাগুলির মধ্যে দূরত্বের অনুপাত সমান। এর থেকে ধারণা করা যায় যে, প্রাপ্ত প্রাপ্তংকগুলিকে Z-প্রাপ্তাংকগুলিতে পরিবর্তন করলে উভয় বণ্টনের প্রকৃতির মধ্যে কোন পরিবর্তন হয় না।

॥ ছয় ॥ যদি কোন বণ্টনের গড় প্রাপ্তাংক (Mean score) এবং সমক পার্থক্য (σ) জানা যায় তাহলে ঐ বণ্টনের মূল প্রাপ্তাংককে Z-প্রাপ্তাংকতে এবং Z-প্রাপ্তাংকে মূল প্রাপ্তাংকে পরিবর্তিত করা যায়। উদাহরণস্বরূপ যদি এক বণ্টনের গড় 30 এবং সমক পার্থক্য 10 হয় তাহলে ঐ বণ্টনের 60 মূল প্রাপ্তাংক Z-প্রাপ্তাংকে +3Z হবে। আবার অনুরূপ গড় ও সমক পার্থক্যের উপর ভিত্তি ক'রে Z-কে পরিবর্তন করলে মূল প্রাপ্তাংক 20 হবে। প্রথম 60 মূল প্রাপ্তাংক 3σ-এর উপরে এবং দ্বিতীয় ক্ষেত্রে 20 মূল প্রাপ্তাংক 1σ-এর নীচে থাকবে।

॥ দুই ॥ আদর্শ প্রাপ্তাংক বা সিগমা প্রাপ্তাংক
(Standard or σ-Scores)

যদি কোন বণ্টনে Z-প্রাপ্তাংকগুলির গড় মান শূন্য (0) এবং সমক পার্থক্য 1 হয়, তাহলে আপেক্ষিকভাবে সেই বণ্টনে প্রাপ্তাংকগুলির অর্ধেক গড়ের উপরে অথবা নীচে অবস্থান করবে এবং প্রায়ই Z-প্রাপ্তাংকগুলির অর্ধেক ঋণাত্মক এবং অর্ধেক ধনাত্মক হবে। তাছাড়া Z-প্রাপ্তাংকগুলির সাংখ্যমান খুবই ক্ষুদ্র দশমিক-ভগ্নাংশ সম্পন্ন হ'য়ে থাকে এবং এদের গণনাতে কিছুটা অসুবিধা থাকে। এই কারণগুলির জন্য Z-প্রাপ্তাংকগুলিকে সাধারণভাবে একটি নতুন বণ্টনে পরিবর্তন করা হয় যেখানে গড়মান এবং সমক পার্থক্যকে এমনভাবে নির্বাচন করা হয় যাতে σ-প্রাপ্তাংকের মান ধনাত্মক এবং পূর্ণ সংখ্যা হয়। এইভাবে যে পরিবর্তিত প্রাপ্তাংকগুলি (derived scores) পাওয়া যায় তাকে আদর্শ প্রাপ্তাংক (Standard score or σ-score) বলা হয়। উদাহরণস্বরূপ, আর্মি জেনারেল ক্লাসিফিকেশন অভীক্ষার মূল প্রাপ্তাংক-গুলিকে গড় 100 এবং সমক পার্থক্য 20 সম্পন্ন বণ্টনের ভিত্তিতে আদর্শ প্রাপ্তাংক-গুলিতে পরিবর্তন করা হয়। এইভাবে কোন প্রাপ্তাংক বণ্টনকে অপর বণ্টনে পরিবর্তন করলে বণ্টনের মাপনির মানের পরিবর্তন ঘটে। যেমন, যেখানে গড়ের মান 100 এবং সমক পার্থক্য 10 হয়, সেখানে ±5 সমক পার্থক্যের মান কিভাবে পরিবর্তন হয় তা চিত্র সংখ্যা 12.6-এ দেখানো হয়েছে। যেখানে Z-প্রাপ্তাংকে গড়মান শূন্য (0), সেখানে পরিবর্তিত মাপনিতে সেই গড়ের মান 100 ধরা হ'য়েছে; যেখানে Z-প্রাপ্তাংকের মান −1 হয়, সেখানে এই মাপনিতে প্রাপ্তাংকের মান (100—10) বা 90 হয়। যেখানে Z-প্রাপ্তাংকের মান +1 হয়, সেখানে এই মাপনিতে প্রাপ্তাংকের মান (100+10) বা

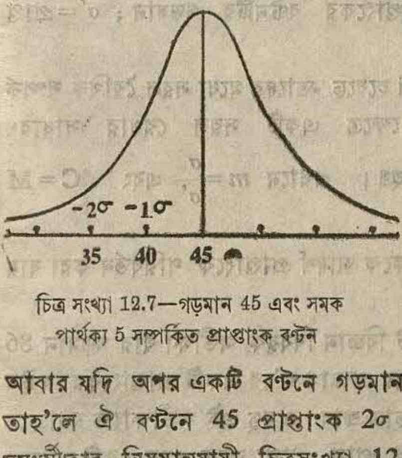


চিত্র সংখ্যা 12.6—সমক পার্থক্য মানের ভিত্তিতে বণ্টনের মাপনির মানের পরিবর্তন

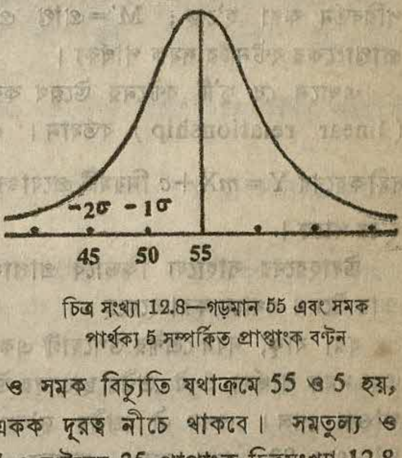
110 হয়। এইভাবে মাপনিটি 50 থেকে 150 একক পর্যন্ত বিস্তৃত থাকে। ফলে লক্ষ্য করা যায় যে, মাপনির পরিবর্তিত প্রাপ্তাংকগুলির মান ধনাত্মক হয়। যে কোন অভীক্ষা তৈরী করার জন্য এই ধরনের আদর্শ প্রাপ্তাংক (Standard scores) ব্যবহার করা হয়। যে কোন মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষাবিষয়ক অভীক্ষার তুল্যাংকমান (Norm) স্থির করার জন্যও এই রকম একটি আদর্শ প্রাপ্তাংক ব্যবহার করা হয়।

আদর্শ প্রাপ্তাংক নির্ধারণের পদ্ধতি (Method of determining standard scores)

আদর্শ প্রাপ্তাংকের বণ্টন নির্ণয় করার ক্ষেত্রে সমতুল্যতা ও সমধর্মীতার (equivalence and homogeniety) নিয়ম প্রয়োগ করতে হয়। যদি দু'টি প্রাপ্তাংক পরিমাণগত ভাবে দু'টি বণ্টনের সমক পার্থক্যের সমান দূরত্বে থাকে তাহলে প্রাপ্তাংক দু'টি সমতুল্য হবে। ধরা যাক, যদি একটি বণ্টনের গড়মান এবং সমক পার্থক্য যথাক্রমে 45 ও 5 হয়, তাহলে ঐ বণ্টনে 35 প্রাপ্তাংক 2σ একক দূরত্ব নীচে থাকবে।



চিত্র সংখ্যা 12.7—গড়মান 45 এবং সমক পার্থক্য 5 সম্পর্কিত প্রাপ্তাংক বণ্টন



চিত্র সংখ্যা 12.8—গড়মান 55 এবং সমক পার্থক্য 5 সম্পর্কিত প্রাপ্তাংক বণ্টন

আবার যদি অপর একটি বণ্টনে গড়মান ও সমক বিচ্যুতি যথাক্রমে 55 ও 5 হয়, তাহ'লে ঐ বণ্টনে 45 প্রাপ্তাংক 2σ একক দূরত্ব নীচে থাকবে। সমতুল্য ও সমধর্মীতার নিয়মানুযায়ী চিত্রসংখ্যা 12.7 এ বণ্টনের 35 প্রাপ্তাংক চিত্রসংখ্যা 12.8 এ বণ্টনের 45 প্রাপ্তাংকের সমতুল্য হবে। অর্থাৎ সমতুল্যতার নীতি অনুসারে উভয় বণ্টনে মূল মাপনির ভিত্তিতে প্রাপ্তাংক দু'টি 35 ও 45 সমদূরত্বে অবস্থান করে। এখানে দু'টি বণ্টনের প্রাপ্তাংকগুলিকে $\frac{X}{\sigma}$ দূরত্বের সমতুল্য হিসাবে গণ্য করা যায়।

এখন যদি দু'টি বণ্টনের মাপনি $\frac{X}{\sigma}$ একক এবং $\frac{X'}{\sigma'}$ এককে থাকে, তাহলে সমতুল্যতার নিয়ম অনুসারে

$$\frac{X}{\sigma}=\frac{X'}{\sigma'}$$

বা, $\frac{X-M}{\sigma}=\frac{X'-M'}{\sigma'}$

বা, $X-M=\frac{\sigma}{\sigma'}(X'-M')$

বা, $X=M+\frac{\sigma}{\sigma'}(X'-M')$

এখানে, M ও M' = দু'টি বণ্টনের গড়মান

σ ও σ' = দু'টি বণ্টনের সমক পার্থক্য

এই সূত্র অনুসারে কোন প্রাপ্তাংককে যে কোন আদর্শ প্রাপ্তাংকে পরিবর্তন করা যায়।

উপরোক্ত সূত্রের আক্ষরিক চিহ্নগুলির (notations or letter symbols) ব্যাখ্যা প্রসঙ্গে বলা যায় যে, X = আদর্শ প্রাপ্তাংক ; M = যে বণ্টনে প্রাপ্তাংকটিকে পরিবর্তন করা হচ্ছে তার গড়মান ; σ = যে বণ্টনে প্রাপ্তাংকটিকে পরিবর্তন করা হ'চ্ছে তার সমক পার্থক্য ; X' = প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক বা যে প্রাপ্তাংককে আদর্শ প্রাপ্তাংককে পরিবর্তন করা হ'চ্ছে ; M' = প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের বণ্টনটির গড়মান ; σ' = প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের বণ্টনটির সমক পার্থক্য।

এখানে যে দু'টি বণ্টনের উল্লেখ করা হয়েছে তাদের মধ্যে সরল রৈখিক সম্পর্ক (linear relationship) বর্তমান। এক্ষেত্রে একটি সরল রেখার সাধারণ সমীকরণের $Y=mX+c$ নিয়মটি প্রযোজ্য হয়। এখানে $m=\frac{\sigma}{\sigma'}$ এবং C = M হ'য়ে থাকে।

উদাহরণের সাহায্যে কিভাবে প্রাপ্তাংককে আদর্শ প্রাপ্তাংকে পরিবর্তন করা যায় তার উল্লেখ এখানে করা হয়েছে।

ধরা যাক্, নবম শ্রেণীর উপযোগী একটি বিজ্ঞান বিষয়ক অভীক্ষা যার গড়মান 86 এবং সমক পার্থক্য 5 ঐ শ্রেণীর ছাত্রদের উপর প্রয়োগ ক'রে একটি প্রাপ্তাংকের বণ্টন পাওয়া গেল। এখন ঐ শ্রেণীর দু'জন ছাত্র শ্যাম ও যদু এই অভীক্ষাতে যথাক্রমে 91 এবং 83 সংখ্যা পেল। তাদের এই প্রাপ্ত প্রাপ্তাংককে এমন একটি বণ্টনের আদর্শ প্রাপ্তাংকে পরিবর্তিত করতে হবে যার গড়মান = 100 এবং সমক পার্থক্য 10। এখানে পারদর্শিতার দিক থেকে কে সবচেয়ে ভাল ?

শ্যামের ক্ষেত্রে

$M=100, \sigma=10$

$X=91, M'=86$ এবং $\sigma'=5$

∴ শ্যামের প্রাপ্ত আদর্শ প্রাপ্তাংক (×)

$=\frac{10}{5}(91-86)+100$

$=2\times5+100=10+100=110$

যদুর ক্ষেত্রে

$M=100, \sigma=10$

$X'=83, M'=86$ এবং $\sigma'=5$

∴ যদুর প্রাপ্ত আদর্শ প্রাপ্তাংক (×)

$$=\frac{10}{5}(83-86)+100$$

$$=2\times(-3)+100$$

$$=-6+100=94$$

এখানে শ্যামের আদর্শ প্রাপ্তাংক = 110 এবং যদুর আদর্শ প্রাপ্তাংক = 94 উভয়ের আদর্শ প্রাপ্তাংকের তুলনাতে বলা যেতে পারে যে, পারদর্শিতার দিক দিয়ে যদু অপেক্ষা শ্যাম অপেক্ষাকৃত ভাল।

আদর্শ প্রাপ্তাংকের সুবিধা (Advantages of standard Scores)

মনোবিজ্ঞান ও শিক্ষাবিষয়ক তথ্যাবলীর তাৎপর্য নির্ধারণের ক্ষেত্রে আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলি ব্যবহার করলে যে সুবিধাগুলি পাওয়া যায় সেগুলির বিষয় এখানে উল্লেখ করা হল।

॥ **এক** ॥ আদর্শ প্রাপ্তাংকের ব্যবহারে যে কোন প্রাপ্তাংককে সুবিধা অনুযায়ী প্রয়োজনীয় এককে পরিবর্তন করা যায়।

॥ **দুই** ॥ আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলি ধনাত্মক হওয়ার জন্য এই প্রাপ্তাংকগুলির ব্যবহার সহজ হয়।

॥ **তিন** ॥ প্রয়োজন অনুযায়ী আদর্শ প্রাপ্তাংকের গড় এবং সমক পার্থক্য নির্বাচন করতে পারলে যে প্রাপ্তাংকগুলি পাওয়া যায় সেই প্রাপ্তাংকগুলি আমাদের চিরাচরিত গাণিতিক ধারণায় কোন বিভ্রান্তি সৃষ্টি করতে পারে না।

॥ **চার** ॥ আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলির মাধ্যমে বিভিন্ন বিষয়ের তথ্যাবলীকে সাংখ্যমানের ভিত্তিতে তুলনা করা খুবই সহজ হয়। কারণ এই পদ্ধতির সাহায্যে বিভিন্ন বিষয়ের প্রাপ্তাংকগুলিকে একই বণ্টনের সমতুল্য প্রাপ্তাংকে পরিবর্তন করতে কোনই অসুবিধা হয় না।

॥ **পাঁচ** ॥ মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষাবিষয়ক অভীক্ষাবলীর তুল্যাংকমান (Norm) আদর্শ প্রাপ্তাংকের মাধ্যমে সহজেই নির্ধারণ করা যায়।

আদর্শ প্রাপ্তাংকের অসুবিধা (Disadvantages of standard scores)

আদর্শ প্রাপ্তাংকের মাধ্যমে মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষাবিষয়ক তথ্যাবলীর তাৎপর্য নির্ধারণ করা খুবই সহজ হ'লেও এই প্রাপ্তাংকের মধ্যে এমন কিছু ত্রুটি দেখা যায় যেগুলি এর ব্যবহারে অসুবিধার সৃষ্টি করতে পারে।

॥ এক ॥ বিভিন্ন বণ্টনের সমতুল্যতা (Equivalence) ও সমধর্মীতার

(homogeneity) ধারণা আদর্শ প্রাপ্তাংক নির্ণয়ের ক্ষেত্রে গ্রহণ করা হয়। যখন বণ্টনগুলি একই প্রকৃতির হয়, তখন সমতুল্যতা ও সমধর্মীতার নীতি কার্যকরী হয়। কিন্তু যদি বণ্টনগুলির সমতুল্যতা ও সমধর্মীতা ভিন্ন প্রকৃতির হয়, তাহলে আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলির ক্ষেত্রে ত্রুটি থেকে যাওয়া সম্ভব হয়।

॥ দুই ॥ Z-প্রাপ্তাংকের বণ্টন ও আদর্শ প্রাপ্তাংকের (σ-প্রাপ্তাংক) বণ্টন একই প্রকৃতির হওয়া উচিত। সেই কারণে কোন প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির বণ্টনকে আদর্শ প্রাপ্তাংকের বণ্টনে পরিবর্তন করলে তাদের মধ্যে প্রকৃতিগত পার্থক্য দেখা যাবে না। আবার যদি প্রাপ্তাংকের বণ্টনটি স্বাভাবিক বণ্টনের নিয়মানুসারে না হয় তা'লে ঐ প্রাপ্তাংকের বণ্টনটিকে আদর্শ প্রাপ্তাংকের বণ্টনে পরিবর্তন করলে তা ত্রুটি-পূর্ণ হবে এবং আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলিকে সর্বজনীনভাবে ব্যবহার করা যাবে না। সুতরাং যে নমুনা দলের ভিত্তিতে আদর্শ বণ্টনটি তৈরী করা হবে তার প্রয়োগ তাৎপর্য ঐ দলের মধ্যেই সীমাবদ্ধ থাকবে।

টি-প্রাপ্তাংক (T-score)

যখন কোন প্রাপ্তাংককে আদর্শ প্রাপ্তাংকে পরিবর্তন করা হয় তখন প্রাপ্তাংকটি যে বণ্টন থেকে নেওয়া হয় সেই বণ্টনটির মধ্যে যদি কোন অসামঞ্জস্যতা থেকে যায়, তাহলে আদর্শ প্রাপ্তাংকেও তার প্রতিফলন ঘটবে। অর্থাৎ প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের ত্রুটি পরিবর্তিত আদর্শ প্রাপ্তাংকেও থেকে যায়। ফলে স্বাভাবিক বণ্টনের নিয়মানুযায়ী এই আদর্শ প্রাপ্তাংকের সাহায্যে সংখ্যার তাৎপর্য ব্যাখ্যা করা যায় না। এই অসুবিধা দূর করার জন্য প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের বণ্টনটিকে স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্রের অন্তর্ভুক্ত ক্ষেত্র অনুযায়ী স্বাভাবীকৃত ক'রে প্রাপ্তাংকগুলিকে আদর্শ প্রাপ্তাংকে অন্য আর একভাবে নির্ণয় করা যায় যাকে টি-প্রাপ্তাংক (T-score) বলা হয়। মনোবিজ্ঞানী উইলিয়ম মেক্‌কল (William McCall) এই ধরনের পদ্ধতির উদ্ভাবন করেন। মনোবিজ্ঞানী ই. এল. থর্নডাইক (E. L. Thorndike) এই পদ্ধতি উদ্ভাবনের কাজে মেক্‌কলকে বিশেষভাবে সাহায্য করেছিলেন এবং সেই কারণে মেক্‌কল থর্নডাইকের নামের আদ্যাক্ষর T-কে ব্যবহার ক'রে এই প্রাপ্তাংকের নামকরণ করেন। টি-প্রাপ্তাংকের বণ্টন স্বাভাবীকৃত হওয়ার জন্য এই বণ্টন অনুযায়ী পরিবর্তিত প্রাপ্তাংকগুলিতে অসামঞ্জস্যতা দেখা যায় না। প্রাপ্তাংকের মানগুলি ধনাত্মক হয়। যে কোন প্রাপ্তাংকের টি-প্রাপ্তাংক স্বাভাবিক বণ্টনের সমতুল্য শতাংশ বিন্দুর সাহায্যে নির্ণয় করা যায়।

টি-প্রাপ্তাংক নির্ণয়ের পদ্ধতি (Method of determining T-scores)

টি-প্রাপ্তাংক হ'ল স্বাভাবীকৃত আদর্শ প্রাপ্তাংক। এই আদর্শ প্রাপ্তাংকের পদ্ধতি অনুসরণ ক'রে টি-প্রাপ্তাংক নির্ণয় করা হয়। তার জন্য স্বাভাবিক বণ্টনের নীতির প্রেক্ষাপটে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলিকে আদর্শ প্রাপ্তাংকে পরিবর্তন করতে হয়। আদর্শ প্রাপ্তাংকের সূত্রানুসারে টি-প্রাপ্তাংকের সূত্র স্থির করা হয়। এই প্রসঙ্গে আমাদের

টি-প্রাপ্তাংকের সংজ্ঞা সম্পর্কে সুস্পষ্ট ধারণার আবশ্যক হয়। এই সংজ্ঞার পরিপ্রেক্ষিতে আমরা জানি যে, টি-প্রাপ্তাংক হ'ল এমন এক প্রকারের স্বাভাবীকৃত আদর্শ প্রাপ্তাংক যার গড়মান 50 এবং সমক বিচ্যুতি 10 হ'য়ে থাকে (T-scors are normalised standard scores with a mean of 50 and SD of 10)। সুতরাং টি-প্রাপ্তাংক নির্ণয়ের সূত্রটি আদর্শ প্রাপ্তাংকের সূত্র থেকে নির্ধারণ ক'রে নিতে হয়। কারণ টি-প্রাপ্তাংকের ভিত্তি হ'ল আদর্শ প্রাপ্তাংক। আদর্শ প্রাপ্তাংকের সূত্রটি হ'ল নিম্নরূপ—

$$X = M + \frac{\sigma}{\sigma'} (X' - M')$$

এখানে, X = আদর্শ প্রাপ্তাংক

M = যে বণ্টনে প্রাপ্তাংকটিকে পরিবর্তন করা হয় তার গড়মান

σ = যে বণ্টনে প্রাপ্তাংকটিকে পরিবর্তন করা হয় তার সমক পার্থক্য

X' = প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক বা যে প্রাপ্তাংককে আদর্শ প্রাপ্তাংকে পরিবর্তন করা হচ্ছে

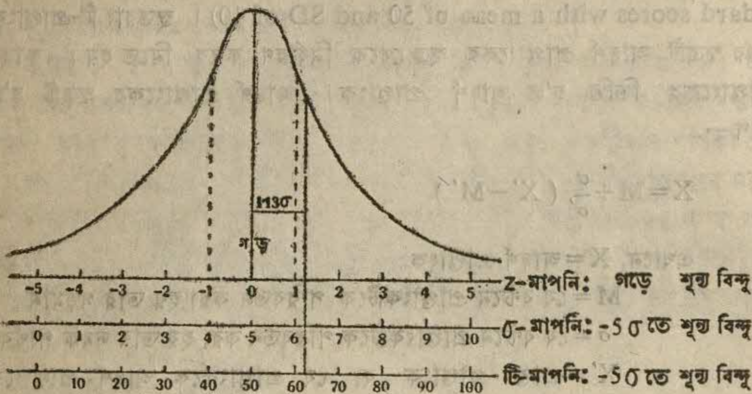
M' = প্রাপ্ত বণ্টনটির প্রাপ্তাংকের গড়মান

σ' = প্রাপ্ত বণ্টনটির প্রাপ্তাংকের সমক পার্থক্য

আদর্শ প্রাপ্তাংকের সূত্রটি থেকে আদর্শ প্রাপ্তাংক, $X = \sigma Z + M$ সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় করা হয়। এই সমীকরণে $M = 50$ এবং $\sigma = 10$ বসালে টি-প্রাপ্তাংকের সূত্রটি $T = 10Z + 50$ হবে। এখানে অবশ্যই প্রাপ্ত প্রাপ্তাংককে স্বাভাবিক বণ্টনে Z বা $\frac{X}{\sigma}$ মান কত হবে তা নির্ণয় করতে হবে। প্রথমে প্রাপ্তাংকের মধ্যবিন্দুর নীচে শতকরা কত ভাগ প্রাপ্তাংক আছে তা নির্ণয় করতে হয়। পরে ঐ শতকরা হার স্বাভাবিক বণ্টনে কত $\frac{X}{\sigma}$ বা Z বিন্দুর মধ্যে আছে স্বাভাবিক বণ্টনের তালিকা থেকে নির্ণয় করতে হয়। এই তালিকাটি যে কোন রাশি বিজ্ঞানের বইতে নথীবদ্ধ করা আছে। এইভাবে Z-প্রাপ্তাংকের মান পাওয়া গেলে উপরোক্ত সূত্রের সাহায্যে টি-প্রাপ্তাংক নির্ণয় করা যায়।

আমরা জানি যে স্বাভাবিক বণ্টনে $\pm 5\sigma$ দৈর্ঘ্যের মধ্যে বণ্টনের শতকরা 99·73 ভাগ প্রাপ্তাংক থাকে। এই বিস্তারকে বণ্টনের সামগ্রিক ক্ষেত্রের স্তর হিসাবে গণ্য করা হয়। Z-প্রাপ্তাংক বণ্টনে গড় শূন্য (0) এবং সমক পার্থক্য 1 হয়। যদি এই বণ্টনের গড় 5 ধরা হয়, তাহলে এমন এক ধরনের আদর্শ প্রাপ্তাংক পাওয়া যাবে যার গড় শূন্য (0) বিন্দু Z-প্রাপ্তাংকের −5 সমক পার্থক্য বিন্দুতে পড়বে। এই আদর্শ প্রাপ্তাংক বণ্টনের পরিমাপক মাপনটি শূন্য (0) বিন্দু থেকে সর্বোচ্চ 10 বিন্দু পর্যন্ত বিস্তৃত হবে। আবার এই আদর্শ প্রাপ্তাংকের গড় 50 এবং সমক পার্থক্য

10 হলে যে পরিমাপক মাপনি পাওয়া যাবে তা শূন্য (0) বিন্দু থেকে 100 বিন্দু পর্যন্ত বিস্তৃত হবে। চিত্র সংখ্যা 12.9 এ প্রাপ্তাংকের এই পরিবর্তন দেখানো হয়েছে।



চিত্র সংখ্যা 12.9—টি-মাপনিতে মূল বিন্দুর পরিবর্তন

পূর্বোক্ত আলোচনা থেকে বলা যায় যে, টি-প্রাপ্তাংকের মাপনি বা স্কেল মূল্যমানে গড় 50 এবং 1 সমক পার্থক্যতে 10 এককের সমান হয়। সুতরাং যদি টি-মাপনিতে এক প্রাপ্তাংক এমন হয় যার গড় 50 থেকে 1 সমক পার্থক্যের উপরে থাকে তাহলে তার টি-প্রাপ্তাংক 60 হবে। আবার যদি এই মাপনিতে এক প্রাপ্তাংক এমন হয় যার গড় 50 থেকে 2 সমক পার্থক্যের নীচে থাকে তাহাকে তার টি-প্রাপ্তাংক 30 হবে। এই প্রাপ্তাংকগুলির সাহায্যে মূল প্রাপ্তাংকগুলির পারস্পরিক তুলনা করা খুবই সহজ হয়।

এখন আমরা একটি উদাহরণের সাহায্যে মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে টি-প্রাপ্তাংকগুলিতে পরিবর্তন করার প্রক্রিয়া সম্বন্ধে আলোচনা করবো।

ধরা যাক, যদি একটি অংক সম্পর্কিত অর্জিত জ্ঞানের অভীক্ষাতে 10 জন ছাত্রের গড় প্রাপ্তাংক 40 হয় এবং সমক পার্থক্য 8 হয়, তাহলে 20, 24, 28, 30, 36, 42, 44, 48, 56, 58 মূল প্রাপ্তাংকলব্ধ ছাত্রদের টি-প্রাপ্তাংকগুলি কি হবে? সারণী 12.5এ প্রতিটি সংখ্যার সমতুল্য টি-প্রাপ্তাংকগুলির গণনা দেখানো হয়েছে।

সারণী—12.5

মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে T-প্রাপ্তাংকগুলিতে পরিবর্তন

মূল প্রাপ্তাংক (X)	গড়মান (M)	বিচ্যুত প্রাপ্তাংক (D)	সমক পার্থক্য ÷σ	Z-প্রাপ্তাংক	T-প্রাপ্তাংক
20	40	−20	8	−2·50	25·0
24	40	−16	8	−2·00	30·0
28	40	−12	8	−1·50	35·0
30	40	−10	8	−1·25	37·5
36	40	− 4	8	−0·50	45·0
42	40	+ 2	8	+0·25	52·5
44	40	+ 4	8	+0·50	55·0
48	40	+ 8	8	+1·00	60·0
56	40	+16	8	+2·00	70·0
58	40	+18	8	+2·25	72·5

এখানে আমরা দেখি যে, মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে সূত্রের সাহায্যে Z-প্রাপ্তাংকে পরিবর্তিত করা হয়েছে। এই প্রক্রিয়াতে সর্বপ্রথম মূল প্রাপ্তাংক থেকে গড় বিয়োগ ক'রে বিচ্যুত প্রাপ্তাংক বের করা হয় এবং আবার এই বিচ্যুত প্রাপ্তাংককে সমক পার্থক্য দ্বারা ভাগ ক'রে Z-প্রাপ্তাংকগুলি নির্ণয় করা যায়। শেষে T-প্রাপ্তাংকের সাহায্যে টি-প্রাপ্তাংকগুলি Z-প্রাপ্তাংকগুলি থেকে নির্ণয় করা হয়। এই টি-প্রাপ্তাংকগুলি নির্ণয় করার জন্য স্বাভাবিক বণ্টনের সারণী (Table of normal distribution) ব্যবহার করার প্রয়োজন হয় না। কেবলমাত্র সূত্রগুলির প্রয়োগেই টি-প্রাপ্তাংকগুলি নিধারণ করা হয়েছে।

যখন প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের বণ্টনটি স্বাভাবিক হয় না, তখন কিভাবে বণ্টনটিকে স্বাভাবিক করতে হয় সে সম্বন্ধে এখন আমরা আলোচনা করবো। আমরা জানি যে, টি-প্রাপ্তাংক গণনা করতে হ'লে বণ্টনটি অবশ্যই স্বাভাবিক হওয়া প্রয়োজন। কারণ টি-প্রাপ্তাংক হ'ল স্বাভাবীকৃত আদর্শ প্রাপ্তাংক। তাই প্রাপ্ত বণ্টনকে টি-প্রাপ্তাংকে পরিবর্তন করতে হ'লে তাকে স্বাভাবিক করতে হয়। তার জন্য যে কোন প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের নীচে শতকরা কত প্রাপ্তাংক আছে তা নির্ধারণ করতে হয়। পরে ঐ শতকরা হার স্বাভাবিক বণ্টনে কতটুকু অংশ পর্যন্ত ক্ষেত্রের অন্তর্গত হয় তা স্বাভাবিক বণ্টনের সারণী থেকে নির্ণয় করতে হয়। অর্থাৎ স্বাভাবিক বণ্টনের আনুপাতিক $\frac{X}{}$ বা Z-এর মান নির্ধারণ করতে হয়। এখন এই $\frac{X}{\sigma}$ বা Z-মানকে

সারণী—12.6

টি-প্রাপ্তাংক

নির্দিষ্ট প্রাপ্তাংকের মধ্যবিন্দুর নীচ পর্যন্ত প্রাপ্তাংক সংখ্যার (N) শতকরা হার	টি-প্রাপ্তাংক	নির্দিষ্ট প্রাপ্তাংকের মধ্যবিন্দুর নীচ পর্যন্ত প্রাপ্তাংক সংখ্যার (N) শতকরা হার	টি-প্রাপ্তাংক
·0032	10	53·98	51
·0048	11	57·93	52
·007	12	61·79	53
·011	13	65·54	54
·016	14	69·15	55
·023	15	72·57	56
·034	16	75·80	57
·048	17	78·81	58
·069	18	81·59	59
·097	19	84·13	60
·13	20	86·43	61
·19	21	88·49	62
·26	22	90·32	63
·35	23	91·92	64
·47	24	93·32	65
·62	25	94·52	66
·82	26	95·54	67
1·07	27	96·41	68
1·39	28	97·13	69
1·79	29	97·72	70
2·28	30	98·21	71
2·87	31	98·61	72
3·59	32	98·93	73
4·46	33	99·18	74
5·48	34	99·38	75
6·68	35	99·53	76
8·08	36	99·65	77
9·68	37	99·74	78
11·51	38	99·81	79
13·57	39	99·865	80
15·87	40	99·903	81
18·41	41	99·931	82
21·19	42	99·952	83
24·20	43	99·966	84
27·43	44	99·977	85
30·85	45	99·984	86
34·46	46	99·989	87
38·21	47	99·993	88
42·07	48	99·995	89
46·02	49	99·997	90
50·00	50		

এমন একটি আদর্শ বন্টনের প্রাপ্তাংকে পরিবর্তন করা হয় যার গড় 50 এবং সমক পার্থক্য 10 হয়। এইভাবে পরিবর্তনে প্রাপ্ত বন্টনের প্রাপ্তাংকগুলি স্বাভাবিক হয়।

কাজের সুবিধার জন্য টি-প্রাপ্তাংকের যে সারণী তৈরী করা হয়েছে তার উল্লেখ এখানে করা হ'ল। এই সারণীতে 10 থেকে 90 পর্যন্ত টি-প্রাপ্তাংকের মানগুলি দেওয়া আছে। টি-প্রাপ্তাংকের মানগুলির মধ্যে পারস্পরিক পার্থক্য খুবই নগণ্য, তাই ব্যবহারিক কাজে অসুবিধা হয় না।

সারণী 12.6 এর সাহায্যে কিভাবে একটি বন্টনের টি-প্রাপ্তাংক নির্ণয় করা হয় তা একটি উদাহরণের সাহায্যে আলোচনা করা হয়েছে।

নীচের সারণী 12.7-এ 62 জন ছাত্রের একটি পরীক্ষায় প্রাপ্ত সংখ্যার বন্টন দেওয়া আছে। প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির টি-প্রাপ্তাংক নির্ণয় করতে হবে।

সারণী—12.7

প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক এবং পরিসংখ্যা

প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক (X)	10	9	8	7	6	5	4	3
ছাত্র সংখ্যা (f)	1	4	6	10	8	13	18	2

সারণী—12.8

টি-প্রাপ্তাংকগুলির গণনা

প্রাপ্তাংক (X)	পরি-সংখ্যা (f)	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (C)	প্রাপ্তাংকের নীচ পর্যন্ত C_f + প্রাপ্তাংকের পরিসংখ্যার $\frac{1}{2}$	পূর্ববর্তী স্তম্ভের মানের শতকরা হার	টি-প্রাপ্তাংক
10	1	62	61·5	99·2	74
9	4	61	59	95·2	67
8	6	57	54	87·1	61
7	10	51	46	74·2	56
6	8	41	37	59·7	52
5	13	33	26·5	42·7	48
4	18	20	11	17·7	41
3	2	2	1	1·6	29
N=62					

এই উদাহরণের সমাধানের ক্ষেত্রে নিম্নরূপ প্রক্রিয়াগুলি গ্রহণ করা হয়েছে।

(1) প্রাপ্তাংক (X) এবং পরিসংখ্যাগুলি (f) প্রথম দু'টি স্তম্ভে লেখা হয়েছে।

(2) তৃতীয় স্তম্ভে বণ্টনের নীচের দিক থেকে প্রতিটি প্রাপ্তাংকের ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (Cum f) লেখা হয়েছে।

(3) এখন প্রতিটি প্রাপ্তাংকের নীচ পর্যন্ত ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা এবং ঐ প্রাপ্তাংকের মোট পরিসংখ্যার অর্ধেক যোগ ক'রে চতুর্থ স্তম্ভে লেখা হয়েছে। যেমন, এখানে 3 প্রাপ্তাংকের নীচে Cum $f=0$, সুতরাং ঐ প্রাপ্তাংকের মধ্যবিন্দুর নীচ পর্যন্ত পরিসংখ্যা হবে $0+2\div 2=1$; আবার 4 প্রাপ্তাংকের নীচ পর্যন্ত Cum $f=2$; সুতরাং ঐ প্রাপ্তাংকের মধ্যবিন্দুর নীচ পর্যন্ত পরিসংখ্যা হবে $2+18\div 2=2+9=11$

(4) এখন চতুর্থ স্তম্ভের মানগুলির শতকরা হার নির্ণয় করতে হবে। এইজন্য প্রত্যেকটি মানকে $\frac{100}{N}$ দিয়ে গুণ করতে হয়। এখানে $\frac{100}{62}=1{\cdot}6129$ হবে। নির্ণীত মানের শতকরা হারগুলি পঞ্চম স্তম্ভে লেখা হয়েছে।

(5) টি-প্রাপ্তাংকের সারণী 12.6 থেকে শতকরা পরিসংখ্যার ভিত্তিতে টি-প্রাপ্তাংক নির্ণয় করতে হবে। টি-প্রাপ্তাংক নির্ণয় করার সময় শতকরা হারের কাছাকাছি মানকে ধরা হয়েছে। যেমন, সারণী 12.8 এ চতুর্থ স্তম্ভের সবচেয়ে নীচের দিকে প্রাপ্ত শতকরা মান 1·6% আছে; সারণী 12.6 এ 1·39-এর নীচে 1·79-এর জন্য শতকরা মান 29 দেওয়া আছে। এই 29 সংখ্যাকেই টি-প্রাপ্তাংকের মান ধরা হয়েছে।

সারণী 12.6 এ পরবর্তী σ-বিন্দুগুলির বাঁ দিকে (অর্থাৎ নীচে) স্থিত শতকরা হারগুলি যা টি-প্রাপ্তাংক হিসাবে প্রকাশিত হয় তা নথীবদ্ধ করা হয়েছে। এই শতকরা হারগুলি রাশিবিজ্ঞানের স্বাভাবিক বণ্টনে গড় এবং নির্দেশিত σ-বিন্দুগুলির অন্তর্গত ক্ষেত্রের মধ্যে শতকরা হারগুলি নির্দেশ ক'রে থাকে। যেমন আমরা সারণী 12.6 থেকে টি-প্রাপ্তাংকগুলির মান সরাসরিভাবে নির্ণয় করতে পারি, তেমনি রাশিবিজ্ঞানের স্বাভাবিক বণ্টনের সারণী থেকেও টি-প্রাপ্তাংকের প্রাপ্তাংকগুলির মান নির্ণয় করা যায়। উদাহরণস্বরূপ, সারণী 12.8 এ সংখ্যা 8 এর নীচে শতকরা হার +87·1 এ পৌছানোর অর্থেক নির্দেশ করে যে, একটি প্রাপ্তাংক যা 87·1% এর অন্তর্গত হয় তা গড়ের ডানদিকে 37·1% (87·1% – 50%) হয়। স্বাভাবিক বণ্টনের সারণী থেকে আমরা বলতে পারি যে, বণ্টনের 37·1% গড় এবং 1·13σ এর মধ্যে অন্তর্গত হ'য়ে থাকে। যেহেতু টি-মাপনির সমক পার্থক্য (σ) 10 হয়, সেইহেতু 1·13σ টি—এককে 11 হয় এবং 50 এর সংগে 11 যোগ ক'রে আমরা 61 সংখ্যাটিকে প্রয়োজনীয় টি-প্রাপ্তাংক হিসাবে পেয়ে থাকি। চিত্রসংখ্যা 12.9 এ প্রাপ্তাংকের এই পরিবর্তন দেখানো হয়েছে।

টি-প্রাপ্তাংকের বৈশিষ্ট্য (Characteristics of T-scores) :

পূর্বের আলোচনার পরিপ্রেক্ষিতে আমরা টি-প্রাপ্তাংকের কতকগুলি বিশেষ বৈশিষ্ট্য লক্ষ্য ক'রে থাকি। এই বৈশিষ্ট্যগুলির উল্লেখ এখানে করা হলো।

॥ এক ॥ টি-প্রাপ্তাংক এক ধরনের আদর্শ প্রাপ্তাংক (standard score) যার গড় 50 এবং সমক পার্থক্য 10 হ'য়ে থাকে।

॥ দুই ॥ টি-মাপনিতে −50 বিন্দু থেকে শুরু হয় এবং শেষ হয় +50 বিন্দুতে। শেষ বিন্দুর টি-প্রাপ্তাংক 100 হয়।

॥ তিন ॥ টি-প্রাপ্তাংক নির্ণয় করা সহজ। ফলে শিক্ষাবিষয়ক, মনোবৈজ্ঞানিক এবং সামাজিক বিষয়ক তথ্যাবলী যেগুলি আমরা বিভিন্ন সূত্র থেকে পাই সেগুলিকে সারণী 12.6-এর সাহায্যে টি-প্রাপ্তাংকে পরিবর্তন ক'রে তুলনা করতে পারি।

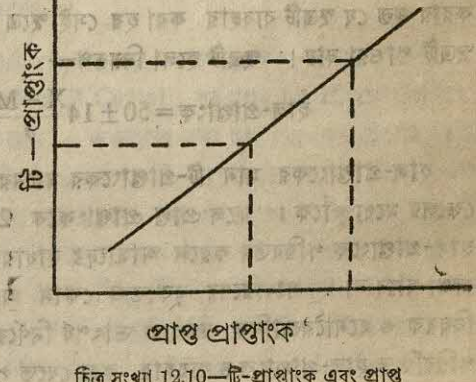
টি-প্রাপ্তাংকের সুবিধা (Advantages of T-scores)

পূর্বোক্ত আলোচনা থেকে আমরা জানি যে, টি-প্রাপ্তাংক এক ধরনের পরিবর্তিত আদর্শ প্রাপ্তাংক। সুতরাং আদর্শ প্রাপ্তাংকের সব সুবিধাগুলিই টি-প্রাপ্তাংকে বর্তমান। কিন্তু আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলিতে যে সব অসুবিধা ও ত্রুটি দেখা যায় সেগুলি টি-প্রাপ্তাংকে দেখা যায় না। টি-প্রাপ্তাংকের সুবিধাগুলি হলো নিম্নরূপ—

॥ এক ॥ যেহেতু টি-প্রাপ্তাংকগুলিকে একই এককে পরিবর্তন করা যায়, সেহেতু বিভিন্ন বিষয়ে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলিকে পারস্পরিকভাবে তুলনা করা সম্ভব হয়।

॥ দুই ॥ প্রাপ্ত প্রাপ্তাংককে টি-প্রাপ্তাংকে পরিবর্তনের মধ্য দি'য়ে স্বাভাবিক বণ্টনে পরিবর্তন করা সম্ভব হয়।

॥ তিন ॥ প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক এবং টি-প্রাপ্তাংকের মধ্যে সরল রৈখিক (Linear) সম্পর্ক থাকে। ফলে যদি প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলি এবং টি-প্রাপ্তাংকগুলি লেখচিত্রে স্থাপন করা হয়, তাহলে যে বিন্দুগুলি পাওয়া যায় সেই বিন্দুগুলি পরস্পর যোগ করলে একটি সরলরেখা পাওয়া যায়। এই সরলরেখার মাধ্যমে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংককে পরিবর্তন ক'রে টি-প্রাপ্তাংক পাওয়া যায়। চিত্র সংখ্যা 12.10 এ এই পরিবর্তন দেখানো হয়েছে।



চিত্র সংখ্যা 12.10—টি-প্রাপ্তাংক এবং প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের সরল রৈখিক সম্পর্ক

॥ চার ॥ এই পদ্ধতিতে নমুনা দলের বহির্ভূত প্রাপ্তাংকগুলিকে টি-প্রাপ্তাংকগুলিতে পরিবর্তন করা যায়।

॥ পাঁচ ॥ টি-প্রাপ্তাংকের প্রসার খুবই বেশী হওয়ায় যে কোন ধরনের প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের তাৎপর্য ব্যাখ্যা করা সহজ হয়।

॥ ছয় ॥ টি-প্রাপ্তাংকের মান 100 এককের মাপনির মধ্যে থাকাতে যদি প্রাপ্ত প্রাপ্তাংককে এই মাপনিতে পরিবর্তন করা হয়, তাহলে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক ও টি-প্রাপ্তাংক সম্পর্কে আমাদের ধারণার মধ্যে কোন পার্থক্য দেখা যাবে না। তাছাড়া সাধারণ ব্যক্তিবর্গও এই প্রাপ্তাংকের তাৎপর্য বুঝতে অসুবিধা বোধ করবে না।

টি-প্রাপ্তাংকের গুরুত্ব সম্বন্ধে গ্যারেট (Garrett) বলেন যে, "T scores have general applicability, a convenient unit, and they cover a wide range of talent. Besides these advantages, T scores from different tests are comparable and have the same meaning, since reference is always to a standard scale of 100 units based upon the normal probability curve".

উপরোক্ত সুবিধার জন্য শিক্ষাবিষয়ক, মনোবৈজ্ঞানিক ও সামাজিক বিষয়ক তথ্যাবলীর তাৎপর্য নির্ণয়ের ক্ষেত্রে আদর্শ প্রাপ্তাংক ব্যবহার না ক'রে টি-প্রাপ্তাংক ব্যবহার করা উচিত। ব্যবহারিক কাজের সুবিধার জন্য টি-প্রাপ্তাংকের নীতি অনুসরণ ক'রে কয়েকটি ধরনের প্রাপ্তাংক নির্ণয় করার রীতি প্রচলন আছে। সেগুলির উল্লেখ এখানে করা হল।

(1) হাল-প্রাপ্তাংক (Hull-score)

পরিসংখ্যানবিদ হাল (Hull) এই পদ্ধতির প্রবর্তন করেন। এই পদ্ধতি প্রয়োগের ফলে যে প্রাপ্তাংক পাওয়া যায় তাঁরই নাম অনুসারে সেই প্রাপ্তাংককে হাল-প্রাপ্তাংক বলা হয়। এই প্রাপ্তাংক টি-প্রাপ্তাংকের সমতুল্য। টি-প্রাপ্তাংক নির্ণয় করার জন্য যে সূত্রটি ব্যবহার করা হয় সেই সূত্রে 10 এর পরিবর্তে 14 বসালে হালের সূত্রটি পাওয়া যায়। সূত্রটি হলো নিম্নরূপ—

$$\text{হাল-প্রাপ্তাংক} = 50 \pm 14 \frac{X - M}{\sigma}$$

হাল-প্রাপ্তাংকের মান টি-প্রাপ্তাংকের মানের ন্যায় 100 এককের মাপনি বা স্কেলের মধ্যে থাকে। ফলে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংককে 20 টি-প্রাপ্তাংকের প্রতিকল্প হিসাবে হাল-প্রাপ্তাংকে পরিবর্তন করলে আমাদের সাধারণ ধারণার সঙ্গে তার কোন বৈসাদৃশ্য দেখা যাবে না। সাধারণের বুঝতেও কোন অসুবিধা হবে না। তাছাড়া শিক্ষা-বিষয়ক ও মনোবৈজ্ঞানিক তথ্যের তাৎপর্য নির্ণয়ের ক্ষেত্রে টি-প্রাপ্তাংকের ন্যায় এই পরিবর্তিত হাল-প্রাপ্তাংকও ব্যবহার করা যেতে পারে। তাতে ব্যবহারিক কাজেরও সুবিধা হবে।

(2) সি-প্রাপ্তাংক (C-score)

প্রখ্যাত পরিসংখ্যানবিদ জে. পি. গিলফোর্ড (J. P. Guilford) সি-প্রাপ্তাংকের উদ্ভাবন করেন। এই প্রাপ্তাংক টি-প্রাপ্তাংকের ন্যায় স্বাভাবীকৃত (normalised)

আদর্শ প্রাপ্তাংক। মাপনি বা স্কেলে এই প্রাপ্তাংকের প্রসার শূন্য (0) বিন্দু থেকে 10, অর্থাৎ মূল প্রাপ্তাংকের প্রসার 11 এককে বিভক্ত হ'য়ে থাকে। এই প্রাপ্তাংকে গড়মান (M) 5.0 এবং সমক পার্থক্য (σ) 2 হয়।

C এবং T প্রাপ্তাংকের মধ্যে পারস্পরিক সম্বন্ধ আছে এবং নিম্ন সমীকরণের দ্বারা এই সম্বন্ধ নির্ণয় করা যায়।

$$T = 5C + 25 \text{ বা } C = \cdot 2T - 5$$

C মাপনি বা স্কেলে টি-মাপনির বিশেষত্বগুলি নিহিত থাকে। এই পদ্ধতিতে প্রাপ্তাংকগুলি ছোট হয়। পরিসংখ্যানমূলক গণনা ও তার ব্যাখ্যা সহজ সরল হয়। কখন কখন কোন বিশেষত্বের উপর ভিত্তি ক'রে কোন দলসমষ্টির অন্তর্গত ব্যক্তির মূল্য নির্ধারণ (rating) করা যায়। যখন ঐ মূল্য নির্ধারণ 11 বিন্দুর উপর করা হয়, তখন এই নির্ধারণকে C-মাপনিতে শ্রেণী বিন্যাস ক'রে নেওয়া যায়। যখন এইরূপ শ্রেণীবিন্যাস করা সম্ভব হয়, তখন এই বিন্যাসে বিশেষত্বগুলি স্বাভাবিক বণ্টনের ভিত্তির উপর বিন্যস্ত হ'য়ে থাকে। তাছাড়া সমক পার্থক্য 2 হওয়ার জন্য এই প্রাপ্তাংক দলসমষ্টির মধ্যে বেশী পার্থক্য নির্দেশ করতে পারে না। এই প্রাপ্তাংকগুলির একটি বিশেষ ত্রুটি হ'ল যে, এইগুলিকে দু'টি সংখ্যা 0 – 1, 1 – 2 সংখ্যাতে লেখা যায় বলে কমপ্যুটারের সাহায্যে গণনা করার জন্য পাঞ্চ কার্ডে (punch card) দু'টি কলমের বা স্তম্ভের আবশ্যক হয়। তাতে এর প্রয়োগে অধিক পরিমাণে পাঞ্চ কার্ড প্রয়োজন হয়।

স্টেন প্রাপ্তাংক (Sten Scores)

আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলির (standard scores) পাঁচ প্রকার স্টেন প্রাপ্তাংক আছে। রেমণ্ড বী ক্যাটেল (Remond B Cattell) সর্বপ্রথম মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে স্টেন প্রাপ্তাংকগুলিতে পরিবর্তন করেন। অন্যভাবে বলা যায় যে, ক্যাটেলের মতে আদর্শ প্রাপ্তাংক হলো স্টেন্‌স (Stens) এবং এই মাপনিতে ব্যক্তি 1 থেকে 10 পর্যন্ত প্রাপ্তাংক পেতে পারে। স্টেন্‌স মাপনিতে গড় প্রাপ্তাংক 5·5 হ'য়ে থাকে। গড় প্রাপ্তাংকের প্রসার 4, 5, 6 এবং 7 বিন্দুতে এবং বেশী বা কম প্রাপ্তাংক প্রাপ্ত ব্যক্তিকে যথাক্রমে 8, 9, 10 বা 1, 2, 3 বিন্দুগুলিতে চিহ্নিত করা যায়। এই প্রাপ্তাংকগুলি সম্বন্ধে বলা যায় যে, স্টেন প্রাপ্তাংকগুলি হলো আদর্শ স্বাভাবীকৃত প্রাপ্তাংক যার গড় 5·5 এবং সমক পার্থক্য 2 হয়। ("Sten scores are standard normalised score with a Mean of 5·5 and SD of 2").

স্টেন প্রাপ্তাংকগুলিকে শতাংশেও (percentiles) পরিবর্তন করা যায় এবং তার সাহায্যে নির্ণয় করা যেতে পারে যে, অমুক ব্যক্তি 100 জন ব্যক্তিদের মধ্যে কোন পর্যায়ে বা ক্রমে আছে। এখানে স্টেন প্রাপ্তাংকগুলিকে শতাংশ প্রাপ্তাংকগুলিতে পরিবর্তন করার জন্য সারণী 12.9 তৈরী করা হয়েছে।

সারণী—12.9

স্টেন প্রাপ্তাংকের শতাংশে পরিবর্তন

স্টেন প্রাপ্তাংক	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
প্রাপ্তাংকের শতাংশ বিন্দু	1·2 পর্যন্ত	4·0 পর্যন্ত	10·6 পর্যন্ত	22·7 পর্যন্ত	40·1 পর্যন্ত	59·1 পর্যন্ত	77·3 পর্যন্ত	89·4 পর্যন্ত	96·0 পর্যন্ত	98·8 পর্যন্ত

স্ট্যানাইন প্রাপ্তাংক (Stanine score)

কাজের সুবিধার জন্য টি-প্রাপ্তাংকের নীতি অনুসরণ ক'রে এক ধরনের পরিবর্তিত প্রাপ্তাংক নির্ণয় করার পদ্ধতি মনোবিজ্ঞানীরা প্রবর্তন করেন। এই পরিবর্তিত প্রাপ্তাংককে স্ট্যানাইন প্রাপ্তাংক বলা হয়। দ্বিতীয় বিশ্ব যুদ্ধের সময় এই পদ্ধতির উদ্ভব হয়। সেই সময়ে অপেক্ষাকৃত স্বল্প সময়ের মধ্যে অধিক পরিমাণে মনোবৈজ্ঞানিক তথ্যাবলী বিশ্লেষণ করা প্রয়োজন হয়। তার জন্য এই ধরনের প্রাপ্তাংক ব্যবহারের প্রচলন ঘটে। কারণ স্ট্যানাইনের মাধ্যমে অতি সহজে এবং অল্প সময়ে পরিমাপের মূল প্রাপ্তাংকগুলির তুলনামূলক তাৎপর্য নির্ণয় করা সম্ভব হয়। স্ট্যানাইন কথাটি স্ট্যানডার্ড নাইনের (STANDARD NINE) সংক্ষিপ্ত আকার। অন্যভাবে বলা যায় যে, যখন কোন দলসমষ্টির প্রাপ্তাংকগুলিকে বিভিন্ন স্তরে প্রকাশ করতে হয়, তখন ঐ স্তরগুলিকে স্ট্যানাইনের সাহায্যে প্রকাশ করাই সহজ হয়, যার লক্ষ্য হলো সম্পূর্ণ স্তরগুলিকে নয়টি ক্রমে ভাগ করা এবং ঐগুলিকে স্ট্যানাইন নামে অভিহিত করা। স্ট্যানাইন প্রাপ্তাংকের বিস্তার স্বাভাবিক বন্টনের লেখচিত্রের ভূমিতে মাপনির ভিত্তিতে 1 (নিম্নতম) থেকে 9 (উচ্চতম) পর্যন্ত 9টি বিন্দুতে ধরা হয়। স্ট্যানাইন প্রাপ্তাংক এক ধরনের আদর্শ প্রাপ্তাংক যার গড় এবং সমক পার্থক্য হলো যথাক্রমে 5 এবং ·5σ। ন্যূনতম স্ট্যানাইনের অর্থ হলো যে, স্ট্যানাইন মাপনিতে একত্রিত হওয়া দলসমষ্টির মধ্যে সবচেয়ে কম সংখ্যা প্রাপ্ত ব্যক্তির সঠিক অবস্থান এবং সে সম্পূর্ণ দলসমষ্টির মধ্যে শতকরা কতটুকু অংশে অবস্থান ক'রে তার সঠিক নির্দেশ দান। এইভাবে উচ্চতম স্ট্যানাইনের অর্থ হলো যে, স্ট্যানাইন মাপনিতে একত্রিত হওয়া দলসমষ্টির মধ্যে বেশী সংখ্যা প্রাপ্ত ব্যক্তির সঠিক অবস্থান এবং সে সম্পূর্ণ দলসমষ্টির মধ্যে শতকরা কতটুকু অংশে অবস্থান ক'রে তার সঠিক নির্দেশ দান। শতকরা হারকে স্ট্যানাইন মাপনিতে অপেক্ষাকৃতভাবে সম এককে (equal units) প্রকাশ করা হয়। উদাহরণস্বরূপ, স্ট্যানাইনে 8 এবং 9 এর মধ্যে যে পার্থক্য পাওয়া যায়, সেই পার্থক্য 5 এবং 6এর মধ্যেও পাওয়া যায়। কিন্তু শতাংশের সম্বন্ধে এটা প্রযোজ্য হয় না। এখানে 90th এবং 99th শতাংশের মধ্যে পার্থক্য 40th এবং 49th শতাংশের মধ্যে পার্থক্য অপেক্ষা বেশী হয়। সুতরাং একথা বলা যেতে পারে যে, অন্য প্রাপ্তাংক পদ্ধতি অপেক্ষা স্ট্যানাইন গ্রেড বেশি স্থিতিশীল (stable) এবং নির্ভরযোগ্য হয়। যদি এই গ্রেডের উপর ভিত্তি ক'রে ব্যক্তিবর্গের পরীক্ষালব্ধ ফলাফলগুলি বিশ্লেষণ করা যায় তাহলে তাদের ফলাফলের মধ্যে পার্থক্য এক বা দুই বিন্দু পর্যন্ত হ'য়ে থাকে।

স্ট্যানাইন মাপনিতে মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে নয় বিন্দু মাপনিতে গড় (M) 5 এবং সমক পার্থক্য ·5σ এর সংগে পরিবর্তন ক'রে নেওয়া হয়। সিশোর (Seashore) তাঁর লেখা "পরীক্ষা প্রাপ্তাংকগুলিকে প্রকাশ করার পদ্ধতি"তে নির্দেশ করেছেন— "Except for stanine 9, the top, and stanine 1, the bottom, these groups are spaced in half-sigma units. Thus sigma 5 is defined as including the people who are within+0·25 sigma of the mean. Stanine 6 is the group defined by the half-sigma distance on the base line between+0·25 sigma and+0·75 sigma. Stanines 1 and 9 include all persons who are below—1.75 sigma and above+1·75 sigma respectively."

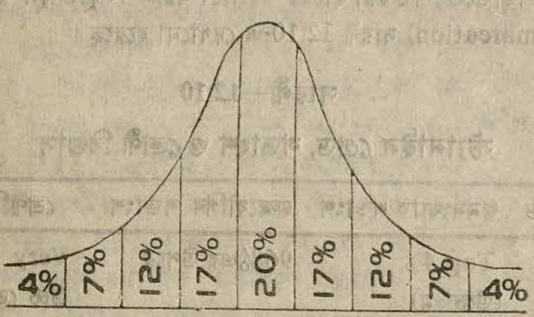
স্ট্যানাইন পদ্ধতিতে শতকরা হারের হিসাবে নয়টি বিন্দুতে মূল প্রাপ্তাংকগুলির সীমারেখা (demarcation) সারণী 12.10-এ দেখানো হয়েছে।

সারণী—12.10

স্ট্যানাইন গ্রেড, শতাংশ ও শ্রেণী বিন্যাস

স্ট্যানাইন গ্রেড	জনসংখ্যার শতাংশ	ক্রমযৌগিক শতাংশ	শ্রেণীবিন্যাস
9	Top 4% (উচ্চতম)	96%এর উপরে	Very high (খুবই উচ্চ শ্রেণী)
8	Next 7% (পরবর্তী)	89%এর উপর এবং 96%এর নীচে	High (উচ্চ শ্রেণী)
7	Next 12% (পরবর্তী)	77%এর উপর এবং 89%এর নীচে	Above average (সাধারণের উর্ধে)
6	Next 17% (পরবর্তী)	60%এর উপর এবং 77%এর নীচে	High average (উচ্চ শ্রেণীর সাধারণ)
5	Middle 20% (মধ্যবর্তী)	40%এর উপর এবং 60%এর নীচে	Average (সাধারণ)
4	Next 17% (পরবর্তী)	23%এর উপর এবং 40%এর নীচে	Lower average (নিম্ন সাধারণ)
3	Next 12% (পরবর্তী)	11%এর উপর এবং 23%এর নীচে	Below average (সাধারণের নীচে)
2	Next 7% (পরবর্তী)	4%এর উপর এবং 11%এর নীচে	Low (নিম্নতম)
I	Lowest 4% (নিম্নতম)	4% এর নীচে	Very low (খুবই নিম্নতম)

সারণী 12.10-এ যে শতাংশগুলির বিন্যাস দেখানো হয়েছে এবং যাদের ভিত্তিতে স্ট্যানাইন গ্রেডগুলি নির্ণয় করা হয়েছে সেইগুলির গণনা 'স্বাভাবিক বণ্টনে গড় থেকে বিভিন্ন বিন্দুর মধ্যে অন্তর্গত ক্ষেত্রের সারণী' থেকে নির্ধারণ করা হয়েছে। স্বাভাবিক বণ্টনের সারণী থেকে জানা যায় যে, যেহেতু স্বাভাবিক লেখচিত্রের ক্ষেত্রের গড় এবং $X/\sigma = \cdot25\sigma$ এর মধ্যে শতকরা 9·87 ভাগ প্রাপ্তাংক অন্তর্গত হয়, সেইহেতু গড়ও দুই দিক ·25σ প্রসারে ($M \pm \cdot25\sigma$) এর মধ্যে 19·74%(অর্থাৎ 9·87 × 2) অথবা 20% (দুই সংখ্যা পর্যন্ত) প্রাপ্তাংক থাকবে। সুতরাং অভীক্ষা প্রাপ্তাংকগুলির সমস্তই গড় 20% একক স্ট্যানাইন প্রাপ্তাংক 5 এর মধ্যে থাকবে। 5 এর উপর ক্ষেত্রের পরবর্তী 17% এ 6 স্ট্যানাইন প্রাপ্তাংক অন্তর্ভুক্ত ক'রে থাকে (·25σ এবং ·75σ এর মধ্যে অন্তর্গত হয়) ; ক্ষেত্রের পরবর্তী 12% এ প্রাপ্তাংক 7 হয় (·75σ এবং 1·25σ এর মধ্যে অন্তর্গত হয়) ; পরবর্তী 7% এর প্রাপ্তাংক 8 হয় এবং উচ্চ 4% এর স্ট্যানাইন



চিত্র সংখ্যা 12.11—স্বাভাবিক বণ্টনের ভূমিতে ৭টি বিন্দু এবং স্ট্যানাইন বিন্দুর মধ্যে শতকরা প্রাপ্তাংক হার

প্রাপ্তাংক 9 হয়। লেখচিত্রের নিম্ন অর্ধাংশে নিম্নতম 4% এর স্ট্যানাইন প্রাপ্তাংক 1 হয় ; পরবর্তী 7% এ 2, পরবর্তী 12% এ 3 এবং পরবর্তী 17% এ 4 হয়। স্ট্যানাইনের শেষ দুই প্রান্তে সেই শতকরা ভাগ প্রাপ্তাংকগুলি অন্তর্গত হয় যেগুলি স্বাভাবিক বণ্টনের শেষ দুই প্রান্তে অন্তর্গত হ'য়ে থাকে এবং এইভাবে শতকরা 100 ভাগের ক্ষেত্রটি সম্পূর্ণ হয়। উদাহরণস্বরূপ, যদি 100 জন ছাত্র একটি অভিক্ষমতা অভীক্ষাতে যে প্রাপ্তাংকগুলি পায় সেই প্রাপ্তাংকগুলিকে ক্রমানুসারে সাজানো হয়, তাহলে প্রথম 4 জন স্ট্যানাইন প্রাপ্তাংক 1 পাবে, পরবর্তী 7 জন স্ট্যানাইন প্রাপ্তাংক 2 পাবে, পরবর্তী 12 জন স্ট্যানাইন প্রাপ্তাংক 3 পাবে এবং সব শেষের 4 জন স্ট্যানাইন প্রাপ্তাংক 1 পাবে।

পূর্বোক্ত আলোচনা থেকে আমরা বলতে পারি যে, এক থেকে নয় মান বিশিষ্ট স্ট্যানাইন মাপনি বা স্কেলে যখন কোন প্রাপ্তাংকের বণ্টনকে স্বাভাবীকৃত (normalised) করা হয় তখন ঐ বণ্টনের অন্তর্গত পরিসংখ্যাগুলিকে সারণী 12.10

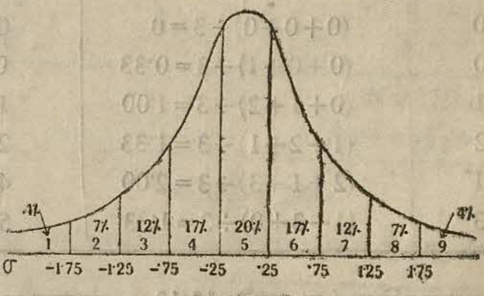
অনুসারে বিন্যস্ত করা যায়। বিভিন্ন স্ট্যানাইন প্রাপ্তাংকগুলির সংশ্লিষ্ট প্রকৃত (actual) প্রাপ্তাংকের শতাংশ বিন্দুগুলি এবং তাদের Z-প্রাপ্তাংকগুলি নিয়ে দেখানো হয়েছে।

সারণী—12.11

স্ট্যানাইন প্রাপ্তাংক, প্রকৃত প্রাপ্তাংকের শতাংশ বিন্দু এবং Z-প্রাপ্তাংক

স্ট্যানাইন প্রাপ্তাংক	1	2	3	4	5	6	7	8	9
প্রাপ্তাংকের শতাংশ বিন্দু	4·0	6·6	12·1	17·5	19·7	17·5	12·1	6·6	4·0
Z-প্রাপ্তাংক	−2	−1·5	−1	−0·5	0	+0·5	+1	+1·5	+2

বিভিন্ন স্ট্যানাইন বিন্দুর মধ্যে শতকরা যে প্রাপ্তাংকের হার ধরা হয় স্বাভাবিক বণ্টনের মাপনিতে তার লেখচিত্র দেখানো হলো।



চিত্র সংখ্যা 12.12—প্রত্যেক ষ্ট্যানাইন প্রাপ্তাংকের অন্তর্গত শতকরা হারের কাঠামো

স্ট্যানাইন গণনা করার জন্য নিম্ন সূত্রগুলি প্রয়োগ করা হয় :

॥ এক ॥ প্রত্যেক প্রাপ্তাংকের পরিসংখ্যা (frequency) গণনা ক'রে পরিসংখ্যা বণ্টন তৈরী করা হয়।

॥ দুই ॥ প্রত্যেক পরিসংখ্যাকে শতাংশে পরিবর্তিত করা হয়। (যোগ সংখ্যাগুলিকে প্রত্যেক পরিসংখ্যা দ্বারা ভাগ ক'রে 100 দ্বারা গুণ করা হয়।

॥ তিন ॥ শতাংশগুলিকে নীচে থেকে উপর পর্যন্ত যোগ ক'রে শতাংশ সারণী তৈরী করা হয়। এইগুলিকে প্রত্যেক মূল প্রাপ্তাংকের শতাংশ ক্রমবিন্যাসও বলা হয়।

॥ চার ॥ সারণী 12.10-এ বিভিন্ন স্ট্যানাইনের মধ্যে বিভক্ত বিন্দু রাখা হয় এবং এইগুলির জন্য বিভিন্ন স্ট্যানাইনগুলির প্রসারে প্রাপ্তাংক লেখা হয়।

তাছাড়া গ্যারেটও (Garrett) একটি পদ্ধতির উল্লেখ করেন। তিনি স্ট্যানাইনের প্রয়োগে মূল প্রাপ্তাংকগুলির স্থানে মসৃণীকৃত গড়গুলি (smoothed averages) ব্যবহারের উপর গুরুত্ব আরোপ করেন। তাঁর মতানুসারে মসৃণীকরণ (smoothing) দ্বারা নমুনাতে সৃষ্টি হ'তে পারে এমন ছোট ছোট ত্রুটিগুলি দূর করা যায়। স্ট্যানাইনকে প্রভাবিত করার জন্য আবশ্যক হয় যে, মূল প্রাপ্তাংকগুলি থেকে অধিকাংশ 5% এবং 10% মূল প্রাপ্তাংকগুলির গড় নির্ণয় করা। অন্যভাবে বলা যায় যে, 3 মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে মসৃণ করা হয়। সারণী 12.12 এ তিন মূল প্রাপ্তাংকগুলির পরিসংখ্যা মসৃণকরণের উদাহরণ দেওয়া হল।

সারণী – 12.12

মূল প্রাপ্তাংক, পরিসংখ্যা, মসৃণীকৃত পরিসংখ্যা ও ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা

মূল প্রাপ্তাংক	পরিসংখ্যা	মসৃণীকৃত পরিসংখ্যা	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা
(−1)	0		
(0)	0	(0+0+0)÷3=0	0
1	0	(0+0+1)÷3=0·33	0·33
2	1	(0+1+2)÷3=1·00	1·33
3	2	(1+2+1)÷3=1·33	2·66
4	1	(2+1+3)÷3=2·00	4·66
5	3	(1+3+0)÷3=1·33	5·99

এখানে মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে (যা সারণী 12·13 এ দেখানো হয়েছে) কিভাবে স্ট্যানাইন প্রাপ্তাংকগুলিতে পরিবর্তন করা যায় তা সারণী 12.14 এ নির্দেশ করা হয়েছে। পদ্ধতি হ'ল বন্টনে 4%, 11%, 23% প্রভৃতি প্রাপ্তাংক গণনা করা এবং স্ট্যানাইন ব্যাপ্তিগুলিতে (interval) উক্ত প্রাপ্তংকগুলি স্থাপন করার জন্য প্রাপ্তাংকের ব্যাপ্তিগুলি স্থির করা। প্রথমে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের শতাংশ স্থান নির্ণয় করা হয় এবং সেই শতাংশ বিন্দু কোন্ স্ট্যানাইন অংশে পড়বে তা নির্ধারণ করা হয়। সারণী 12.10 এ বিভিন্ন স্ট্যানাইন অংশে শতকরা কত প্রাপ্তাংক থাকে তা উল্লেখ করা হয়েছে।

একটি পঠন বিষয়ক অভীক্ষা কোন বিদ্যালয়ের নবম শ্রেণীর 125 জন ছাত্রের উপর প্রয়োগ ক'রে যে প্রাপ্তাংকগুলি পাওয়া যায় তার বন্টন সারণী 12.13 এ দেখানো হয়েছে।

সারণী—12.13

পঠন বিষয়ক অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংক ও পরিসংখ্যা

প্রাপ্তাংক	পরিসংখ্যা
75—79	1
70—74	3
65—69	6
60—64	12
55—59	20
50—54	36
45—49	20
40—44	15
35—39	6
30—34	4
25—29	2
	N=125
	Rate $=\frac{1}{125}=$ ·008

সারণী—12.14

পঠন বিষয়ক অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংকগুলির স্ট্যানাইন প্রাপ্তাংকে পরিবর্তন

স্ট্যানাইন মাপনি বা স্কেল	প্রতি ব্যাপ্তিতে শতকরা পূর্ণমান হিসাবে	ক্রমযৌগিক শতাংশ	প্রতি স্ট্যানাইন ব্যাপ্তিতে পঠন বিষয়ক প্রাপ্তাংকগুলি
9	4	100	70+
8	7	96	64−69
7	12	89	59−63
6	17	77	54−58
5	20	60	51−53
4	17	40	46−50
3	12	23	41−45
2	7	11	34−40
1	4	4	25−33
	N=100		

স্ট্যানাইন মাপনি বা স্কেলে পরিবর্তিত প্রাপ্তাংকের সুবিধা (Advantages of derived scores in Stanine Scale)

পূর্বের আলোচনা থেকে আমরা বলতে পারি যে, প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলিকে স্ট্যানাইন মাপনিতে পরিবর্তিত করলে কতকগুলি সুবিধা পাওয়া যায়। তাছাড়া সাধারণ আদর্শ প্রাপ্তাংকের যে সব অসুবিধাগুলি থাকে, টি-প্রাপ্তাংকের ন্যায় স্ট্যানাইন প্রাপ্তাংকেও সেগুলিকে দূর করা সম্ভব হয়। স্ট্যানাইন প্রাপ্তাংকের বিশেষ সুবিধাগুলি হ'ল—

(1) যখন একটি অভীক্ষা কোন দলের উপর প্রয়োগ ক'রে স্ট্যানাইন মাপনিতে যে প্রাপ্তাংকের বিন্যাস পাওয়া যায় এবং ঐ একই দলের উপর অন্য একটি অভীক্ষা প্রয়োগ ক'রে অনুরূপ যে স্ট্যানাইন প্রাপ্তাংকের বিন্যাস পাওয়া যায়, তখন এই উভয় বিন্যাসের প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যে সহজেই তুলনা ক'রে প্রাপ্তাংকগুলির তাৎপর্য নির্ধারণ করা যেতে পারে।

(2) স্ট্যানাইন মাপনির সাহায্যে অভীক্ষার তথ্যাবলী (data) সহজেই বিশ্লেষণ করা যায়।

(3) প্রাপ্ত প্রাপ্তাংককে স্ট্যানাইন প্রাপ্তাংকে পরিবর্তনের মাধ্যমে স্বাভাবিক বণ্টনে রূপান্তর করা সম্ভব হয়।

(4) স্বাভাবিক সম্ভাবনা বণ্টনের (Normal Probability Distribution) নীতির নিয়মে স্ট্যানাইন বিন্দুর মধ্যে শতকরা হার নির্ধারণ করা যায় ব'লে যে কোন ধরনের ছাত্রের (ভাল বা খারাপ) পারদর্শিতা সহজে ব্যাখ্যা করা সম্ভব হয়।

শতাংশ প্রাপ্তাংক (Percentile scores)

অন্য আর এক প্রকার আদর্শ প্রাপ্তাংক (Standard score) হলো শতাংশ প্রাপ্তাংক (Percentile scores)। পরিমাপে তুলনা করার সহজ পদ্ধতি হলো প্রাপ্তাংক গুলিকে উচ্চতম থেকে নিম্নতম ক্রমে প্রকাশ করা। কোন পরীক্ষায় ব্যক্তির শতাংশ প্রাপ্তাংক (Percentile score) শতকরা সেই সংখ্যা প্রকাশ করে যার নীচে বণ্টনের পরিসংখ্যার নির্দিষ্ট প্রাপ্তাংকগুলি থাকে। উদাহরণস্বরূপ, 25th শতাংশ সেই সংখ্যা নির্দেশ করে যার নীচে শতকরা 24 প্রাপ্তাংক থাকে। কোন পরীক্ষায় যদি এক ব্যক্তি 25 ক্রমিক প্রাপ্তাংক পায় তাহলে বোঝা যাবে যে, ঐ ব্যক্তি দলের শতকরা 24 জন ব্যক্তির উপরে থাকবে। অন্যভাবে বলা যায় যে, শতাংশ বণ্টনে কোন বিশেষ প্রাপ্তাংককে শতাংশ স্থিতিতে প্রকাশ করা হয়। শতাংশ প্রাপ্তাংক নির্ণয় করার জন্য নিম্ন প্রকার সূত্র প্রয়োগ করা হয়।

$$X_P = L + \frac{i}{f}\left(\frac{PN}{100} - T\right)$$

এখানে, X_P = নির্ণেয় শতাংশ বিন্দুর সমান অভীক্ষা প্রাপ্তাংক

L = যে শ্রেণীতে X_P অবস্থিত তার নিম্নসীমা (Lower limit)

i = শ্রেণী প্রসার

f = যে শ্রেণীতে শতাংশ প্রাপ্তাংক X আছে তার পরিসংখ্যা

PN = যে শতাংশ প্রাপ্তাংক নির্ণয় করতে হবে N-এর শতকরা তত ভাগ

T = যে শ্রেণীতে শতাংশ প্রাপ্তাংক আছে তার নীচের শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা

এই প্রকার শতাংশ প্রাপ্তাংক বিভিন্ন বণ্টনে প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যে তুলনা করতে সবচেয়ে সহজ বলে বিবেচিত হয়। শতাংশ প্রাপ্তাংকের প্রয়োগাত্মক গুরুত্ব সম্বন্ধে কয়েকজন মনোবিজ্ঞানীর অভিমত এখানে উল্লেখ করা হল।

এনাস্টেসীর (Anastasi) মতে "Not only do percentiles show where the individual stands in the normative sample, but they are also useful in comparing the individual's own performance on different tests."

ক্রনব্যাক (Cronbach) বলেন যে, "It magnifies small differences in score near the mean which may not be significant and it reduces the apparent size of large differences in score near the tail of distribution."

এখন মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে শতাংশ প্রাপ্তাংকে কিভাবে রূপান্তরিত করা যায় সে সম্বন্ধে আমরা একটি উদাহরণের সাহায্যে সারণী 12.15-এ বোঝানোর চেষ্টা করেছি।

সারণী—12.15

মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে শতাংশ প্রাপ্তাংকগুলিতে পরিবর্তন

মূল প্রাপ্তাংক X	পরিসংখ্যা f	পরিসংখ্যার শতকরা হার $f\%$	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা C_f	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার শতকরা হার $C_f\%$	শতাংশ প্রাপ্তাংক Ps
1	2	3	4	5	6
1	1	2·5	1	2·5	1·25
2	2	5·0	3	7·5	5·00
3	2	5·0	5	12·5	10·00
4	4	10 0	9	22·5	17·50
5	5	12·5	14	35·0	28·75
6	5	12·5	19	47·5	41·25
7	6	15·0	25	62 5	55·00
8	4	10·0	29	72·5	67·50
9	4	10·0	33	82·5	77·50
10	3	7·5	36	90·0	86·25
11	3	7·5	39	97·5	93·75
12	1	2·5	40	100·0	98·75

ধরা যাক, যদি এক ব্যক্তির মূল প্রাপ্তাংক 1 এর শতকরা হার নির্ণয় করতে হয়, তাহলে শতাংশ মাপনিতে সেই বিন্দু পেতে হবে যা প্রাপ্তাংক 1 এর সদৃশ হবে। উল্লেখিত সারণী 12.15 এ আমরা দেখি যে, প্রাপ্তাংক 1 সেই শ্রেণী বিন্যাসের মধ্যবিন্দু (midpoint) যার সীমা 0·5 থেকে 1·5 পর্য্যন্ত বিস্তৃত। সারণী 12.15 এর পঞ্চম স্তম্ভে আমরা দেখি যে, বণ্টনের 2·5% 0·5 নিম্ন সীমার নীচে আছে এবং 2·5% শ্রেণী বিন্যাস 0·5~1·5 এর মধ্যে পড়ে। এইভাবে 0·0+1·25 (2·5÷2) মধ্যবিন্দু 1 এর নীচে পড়ে। সুতরাং প্রাপ্তাংক 1 এর শতাংশ প্রাপ্তাংক 1·25 হবে। আবার যদি মূল প্রাপ্তাংক 4 এর শতকরা হার নির্ণয় করতে হয়, তাহলে শতাংশ মাপনিতে সেই বিন্দু পেতে হবে যা প্রাপ্তাংক 4 এর সদৃশ হবে। 12.15 এ আমরা দেখি যে, প্রাপ্তাংক 4 সেই শ্রেণী বিন্যাসের মধ্যবিন্দু যার সীমা 3·5 থেকে 4·5 পর্য্যন্ত বিস্তৃত। সারণী 12.15 এর পঞ্চম স্তম্ভে আমরা দেখি যে, বণ্টনের 12·5% 3·5 নিম্ন সীমার নীচে আছে এবং 10·0% শ্রেণী বিন্যাস 3·5~4·5 এর মধ্যে পড়ে। এইভাবে 12·5%+5 (10÷2) মধ্যবিন্দু 4 এর নীচে পড়ে। সুতরাং প্রাপ্তাংক 4 এর শতাংশ প্রাপ্তাংক 17·50 হবে। অনুরূপভাবে 6 এর শতাংশ প্রাপ্তাংক 35·0+6·25 (12·5÷2)=41·25 হবে। এইভাবে প্রত্যেক মূল প্রাপ্তাংকের শতাংশ প্রাপ্তাংক নির্ণয় করা হয়েছে এবং সারণী 12.15 এর ষষ্ঠ স্তম্ভে তালিকা বদ্ধ করা হয়েছে।

এর বিপরীত যদি আমরা কোন শতাংশ প্রাপ্তাংকের সদৃশ মূল প্রাপ্তাংক নির্ণয় করতে চাই তাহলে আমাদের বিপরীত দিকের কাজ করতে হবে। ধরা যাক, 40 শতাংশ সদৃশ মূল প্রাপ্তাংক আমরা নির্ণয় করতে চাই ; এমন পরিস্থিতিতে সারণী 12.15 এর পঞ্চম স্তম্ভে দেখা যায় যে, 35% 5·5 সীমার নীচে পড়ে এবং বণ্টনের 12·5% সীমা 5·5 থেকে 6·5 এর মধ্যে পড়ে। মাপনিতে 40 শতাংশ সদৃশ প্রকৃত প্রাপ্তাংক (actual score) পাওয়ার জন্য আমরা $\frac{5}{12\cdot5}$ নির্ণয় করব এবং 40 শতাংশ প্রাপ্তাংকের সদৃশ $5\cdot5+\left(\frac{5}{12\cdot5}\right)\times1\cdot0=5\cdot9$ প্রকৃত প্রাপ্তাংক হবে। অনুরূপভাবে 50 শতাংশ এবং 60 শতাংশ সদৃশ মূল প্রাপ্তাংক দু'টি পাওয়ার জন্য আমরা যথাক্রমে $\frac{5}{12\cdot5}$ এবং $\frac{6}{15\cdot0}$ নির্ণয় করব এবং 50 এবং 60 শতাংশ প্রাপ্তাংক দু'টির সদৃশ যথাক্রমে $6\cdot5+\left(\frac{5}{12\cdot5}\right)\times1\cdot0=6\cdot9$ এবং $7\cdot5+\left(\frac{6}{15\cdot0}\right)\times1\cdot0=7\cdot59$ প্রকৃত প্রাপ্তাংক হবে।

এইভাবে আমরা শতাংশ প্রাপ্তাংকের সদৃশ প্রকৃত প্রাপ্তাংক সহজে নির্ণয় করতে পারি এবং পরিশেষে ঐগুলিকে বিস্তৃতভাবে তালিকাবদ্ধ ক'রে দেখাতে পারি। এই ধরনের প্রাপ্তাংকগুলির সবচেয়ে প্রধান ত্রুটি হলো যে, এইগুলি বণ্টনের প্রকৃতির কোন বিচার করে না। যদি প্রকৃত প্রাপ্তাংকগুলি (actual scores) স্বাভাবিক

লেখচিত্রের (Normal curve) নীতির নিয়মে সংগৃহীত হয়, তাহলে ঐগুলি প্রাপ্ত সীমার তুলনায় বণ্টনের মধ্যে অধিক পরিমাণে একত্রিত হয়। আবার স্বাভাবিক বণ্টনে শতাংশ প্রাপ্তাংকগুলিকে সহজে ঐগুলির সদৃশ স্থিতি অনুসারে Z-প্রাপ্তাংক-গুলিতে রূপান্তরিত করা যেতে পারে। সারণী 12.16 এ শতাংশ প্রাপ্তাংকগুলিকে Z-প্রাপ্তাংকগুলিতে রূপান্তর ক'রে দেখানো হয়েছে।

সারণী—12.16

শতাংশ প্রাপ্তাংক ও Z-প্রাপ্তাংক

শতাংশ প্রাপ্তাংক	Z-প্রাপ্তাংক
1	−2·33
5	−1·64
10	−1·28
20	−0·84
30	−0·52
40	−0·25
50	+0·00
60	+0·25
70	+0·52
80	+0·84
90	+1·28
95	+1·68
99	+2·33

সারণী 12.16 এ শতাংশ প্রাপ্তাংক (percentile score) থেকে যে Z-প্রাপ্তাংক (Z-score) নির্ণয় করা হয়েছে তার জন্য 50 শতাংশকে গড় হিসাবে ধরা হয়। এই গড় মান থেকে শতাংশ প্রাপ্তাংক বাদ দেওয়া হয় এবং যে বিয়োগফল পাওয়া যায় সেই বিয়োগফল রাশিবিজ্ঞানের "স্বাভাবিক সম্ভাবনা লেখচিত্রের অন্তর্গত ক্ষেত্রফল" তালিকা (যে কোন রাশিবিজ্ঞানের পুস্তকে দেখানো আছে) থেকে $\frac{x}{\sigma}$ বা Z—মান নির্ণয় করা হয়। উদাহরণ স্বরূপ 1% প্রাপ্তাংকের Z-প্রাপ্তাংক (50% − 1% = 49% ; স্বাভাবিক সম্ভাবনা লেখচিত্র থেকে এই 49% এর Z—মান) ±2·33 হবে। অনুরূপভাবে 5% এর Z—মান (50% − 5% = 45% ; স্বাভাবিক সম্ভাবনা লেখচিত্র থেকে এই 45% এর Z—মান) ±1·64 হবে।

এখানে বলা প্রয়োজন যে, শতাংশ প্রাপ্তাংক এবং Z-প্রাপ্তাংকের মধ্যে পার্থক্য মুখ্যতঃ একই প্রকার হয়। যেখানে 40 এবং 50 শতাংশ প্রাপ্তাংকের মধ্যে পার্থক্য 0·25 Z হয় সেখানে 70 এবং 80 শতাংশ প্রাপ্তাংকের মধ্যে পার্থক্য 0·32 Z হবে।

বিচ্যুতি বুদ্ধ্যঙ্ক (Deviation IQ)

বিনে-সাইমান মাপনির (Binet-Simon scale) সাহায্যে বুদ্ধ্যঙ্ক নির্ণয় করা সম্বন্ধে আজকাল মনোবিজ্ঞানীরা বিশেষভাবে আলোচনা করছেন। বিশেষজ্ঞদের মত হ'ল যে, বিনে-সাইমন মাপনি দ্বারা গ্রাহ্য বুদ্ধ্যঙ্ক নির্ণয়ের ক্ষেত্রে জন্মগত বয়সের (chronological age) প্রয়োগ সঠিকভাবে করা যায় না। কারণ প্রায় ক্ষেত্রে সঠিক জন্মগত বয়সের হিসাব পাওয়া যায় না। ফলে এই মাপনির সাহায্যে বুদ্ধি সম্বন্ধে যে ফলাফল পাওয়া যায় তার ভিত্তিতে নির্ধারিত বুদ্ধ্যঙ্ক সম্বন্ধে সন্দেহের অবকাশ থেকে যায়। তাছাড়া বয়সের উপর ভিত্তি ক'রে বুদ্ধির বিভন্ন স্তরগুলিকেও প্রকাশ করা যেতে পারে না। বুদ্ধ্যঙ্ক সম্বন্ধে এই পুরাতন ধারণা সম্পর্কিত ত্রুটি দূর করার জন্য সর্বপ্রথম ভেক্সলার (Wechsler) বালক এবং বয়স্কদের বুদ্ধি মাপনিতে বিচ্যুতি বুদ্ধ্যক (Deviation IQ) ধারণার (concept) প্রবর্তন করেন। বর্তমানে অনেক প্রকার বুদ্ধি অভীক্ষাতে এই নতুন ধারণা প্রয়োগ করা হচ্ছে। এই নতুন ধারণা বুদ্ধ্যঙ্ক সমতুল্য (IQ equivalent) নামেও অভিহিত করা হয়।

এই পদ্ধতিতে প্রত্যেক বয়সের দল সমষ্টির অন্তর্গত ব্যক্তি সকলের বুদ্ধ্যঙ্ক সমতুল্য সমূহকে (IQ equivalents) তৎসংক্রান্ত বণ্টনে 100 গড় (mean) এবং 15 সমক পার্থক্যের (standard deviation) সংগে আদর্শায়িত (standardised) এবং স্বাভাবীকৃত (normalised) করা হয় যাতে কোন নির্দিষ্ট বয়সের প্রত্যেক বালকের সম্পাদিত কাজের ফলাফল ঐ বয়সের বালকদের তুল্যাংকমান বা নর্মের সংগে তুলনা করা যায়। উদাহরণস্বরূপ, যদি 12 বছর বয়সের বালকের বুদ্ধ্যঙ্ক 130 হয়, তাহলে এই পরিস্থিতিতে আমরা দেখি যে, ঐ বালকের বুদ্ধ্যঙ্ক ঐ বয়সের গড়মান থেকে 2 SD উপরে থাকবে। এইভাবে 85 বুদ্ধ্যঙ্ক (IQ) গড়মান থেকে 1 SD নীচে হবে।

বিচ্যুতি বুদ্ধ্যঙ্ক (Deviation IQ) সম্বন্ধে কয়েকজন বিশেষজ্ঞের নিম্নরূপ অভিমত উদ্ধৃত করা হলো।

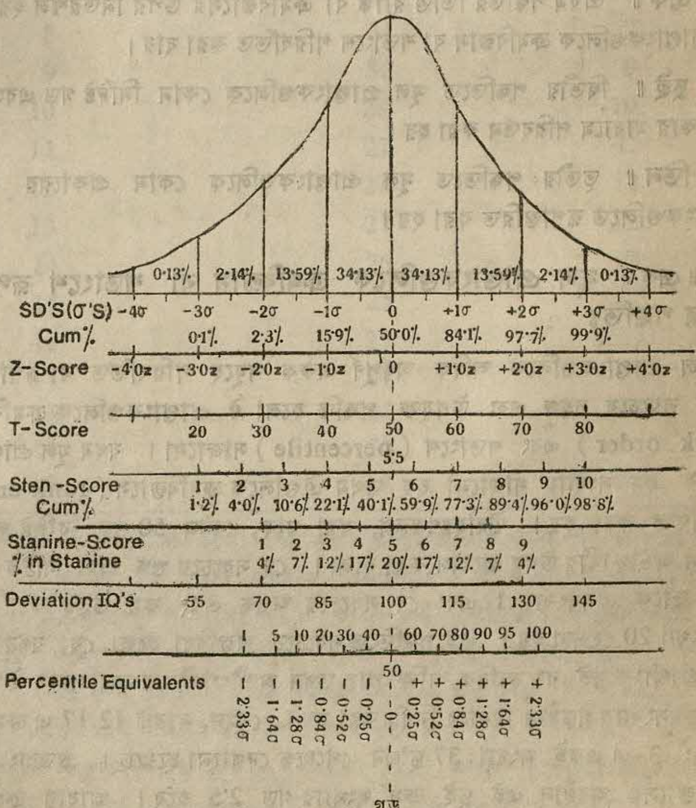
এডমের (Adam) মতানুসারে "The deviation IQ, a normalised standard score, is now becoming more widely used……. According to this procedure, the score earned by each student on an intelligence test is simply compared with the scores of other students of his age. His position is ascertained in a normal distribution for his own age or group and that position (actually a standard score) is translated into an intelligence quotient."

বুদ্ধ্যঙ্ক সম্বন্ধে প্রচলিত ধারণার উপর ভিত্তি ক'রে বিচ্যুতি বুদ্ধ্যঙ্কের গুরুত্ব ব্যক্ত করার জন্য গুডএনাফ (Goodenough) যে অভিমত প্রকাশ করেন তা হলো—"This fact has suggested the possibility of reducing standard scores to terms which have numerical values similar to those of intelli-

gence quotients, but which, because of the method by which they are derived, have fewer statistical limitations and hazards. Except with the modern way of deriving T-scores......it will be noted that when this method is used, deviations are automatically made equal at all ages and accordingly the significance of given IQ is equal at all ages."

আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যে পারস্পরিক সম্পর্ক
(Mutual relationship among Standard Scores)

এখন পর্যন্ত আমরা সেই সমস্ত আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলি (Standard Scores)



চিত্র সংখ্যা 12.13—স্বাভাবিক বণ্টনে আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যে পারস্পরিক সম্পর্ক

সম্বন্ধে বিস্তারিত আলোচনা করেছি যেগুলির ভিত্তি স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্রের (Normal curve) σ এককের (unit) উপর নির্ভর ক'রে থাকে এবং যেগুলিকে

মূল প্রাপ্তাংকগুলি থেকে প্রাপ্ত স্থিরিকৃত গড়মান এবং সমক পার্থক্যের প্রেক্ষাপটে পরিবর্তিত করা যায়। এই নীতি অনুসারে অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংকগুলি পরিবর্তিত ক'রে অভীক্ষার তুল্যাংকমান নির্ধারিত করা হয়। এই মানগুলির উল্লেখ পরবর্তী অধ্যায়ে করা হয়েছে। এখানে সঠিক আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলির পারস্পরিক সম্বন্ধকে স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ করা হয়েছে (চিত্র সংখ্যা 12.13)।

অভীক্ষা প্রাপ্তাংকগুলির রূপান্তরণ
(Transformation and Conversion of Test Scores)

প্রধানতঃ মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে বিশেষ নির্ভরযোগ্য একক সমূহে রূপান্তরিত করণের তিনটি পদ্ধতি আছে।

॥ **এক** ॥ প্রথম পদ্ধতির ভিত্তি র‍্যাঙ্ক বা ক্রমবিন্যাসের উপর নির্ভরশীল হয় যাতে মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে ক্রমবিন্যাস বা শতাংশে পরিবর্তিত করা যায়।

॥ **দুই** ॥ দ্বিতীয় পদ্ধতিতে মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে কোন নির্দিষ্ট গড় এবং সমক পার্থক্যের মাধ্যমে পরিবর্তন করা হয়।

॥ **তিন** ॥ তৃতীয় পদ্ধতিতে মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে কোন প্রকারের আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলিতে রূপান্তরিত করা হয়।

॥ এক ॥ মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে ক্রমবিন্যাস বা শতাংশে রূপান্তর করার পদ্ধতিঃ

মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে অধিক অর্থপূর্ণ একক সমূহে পরিবর্তিত বা রূপান্তরিত করার সবচেয়ে সহজ এবং উপযুক্ত পদ্ধতি হলো ঐ প্রাপ্তাংকগুলিকে ক্রমবিন্যাসে (rank order) এবং শতাংশে (percentile) সাজানো। যখন মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে ক্রম সংখ্যায় সাজানো হয় তখন ঐগুলিকে ক্রমবিন্যাসে (rank order) পরিবর্তিত করা হয়। উদাহরণস্বরূপ, ধরা যাক, কোন 50 পদ বিশিষ্ট অভীক্ষা 20 জন অভীক্ষার্থীর উপর প্রয়োগ করা হলো। যে সবচেয়ে শুদ্ধ এবং সঠিক উত্তর করে তাকে ক্রমসংখ্যা 1 এবং যে সবচেয়ে অশুদ্ধ এবং কম উত্তর করে তাকে ক্রমসংখ্যা 20 দেওয়া হয়। এই পদ্ধতিতে সবচেয়ে অসুবিধা হলো যে, যখন একই মূল প্রাপ্তাংক দুই বা অধিক ব্যক্তি পায় তখন অভীক্ষার্থীদের ক্রমবিন্যাস ঐ ব্যক্তিদের ক্রমসংখ্যার গড়মান হিসাবে নির্ণয় করা হয়। যেমন, সারণী 12.17 এ ক্রমসংখ্যা 2 এবং 3 এ একই সংখ্যা 37 দু'জন পেয়েছে দেখানো হয়েছে। সুতরাং এদের ক্রমবিন্যাসের অবস্থান এই দুই ক্রম সংখ্যার গড় 2·5 হবে। আবার ক্রমসংখ্যা 6, 7 এবং 8 এ তিনজন একই সংখ্যা 31 পেয়েছে দেখানো হয়েছে। সুতরাং ওদের ক্রমবিন্যাসের অবস্থান এই তিন ক্রমসংখ্যার গড় 7 হবে।

সারণী—12.17

মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে ক্রমবিন্যাসে রূপান্তরণ

ক্রমসংখ্যা	মূল প্রাপ্তাংক	ক্রমবিন্যাস
1	39	1
2	37	2·5
3	37	2·5
4	36	4
5	34	5
6	31	7
7	31	7
8	31	7
9	30	9
10	28	10
11	27	12
12	27	12
13	27	12
14	26	14
15	25	15·5
16	25	15·5
17	24	17
18	22	18
19	20	19
20	18	20

এখানে উল্লেখযোগ্য হলো যে, এই পদ্ধতির প্রয়োগ এমন পরিস্থিতিতে করা হয় যখন অভীক্ষাকে এক ছোট নমুনার (Sample) উপর প্রয়োগ ক'রে প্রাপ্তাংকগুলিকে ক্রমবিন্যাসে সাজানো যায়। কারণ এই ক্রমবিন্যাস সহজেই করা যেতে পারে এবং অভীক্ষার্থীদের ক্রম অবস্থানের স্থিতি অনুযায়ী প্রকাশ করাও সহজ হতে পারে। কিন্তু যখন কোন ছাত্রদের পরীক্ষা-নিরীক্ষা করা হবে বা বিভিন্ন বিদ্যালয়ের কোন ছাত্রদের মধ্যে তুলনা করা হবে, তখন এই ক্রমগুলিকে শতাংশ বা শতাংশ ক্রমে রূপান্তরিত করাই উপযুক্ত হিসাবে বিবেচিত হয়। শতাংশ (percentile) ছাত্রদের সেই শতকরা হার (percentage) নির্দেশ করে যার নীচে শতকরা কতজন ছাত্র থাকে। যদি একজন ছাত্রের নীচে শতকরা 95 জন ছাত্রের প্রাপ্তাংক থাকে তাহলে একথা বলা যায় যে, ঐ একজন ছাত্রের স্থান অবস্থানকারী ছাত্রদের মধ্যে 95th শতাংশ হবে। যদি নবম ছাত্রের নীচে শতকরা 20 জন ছাত্রের প্রাপ্তাংক থাকে,

তাহলে ঐ ছাত্রের স্থান 20th শতাংশ হবে। শতাংশ ক্রমবিন্যাসের সমান হয় এবং যা 100 জন ছাত্রদের দলসমষ্টিতে পাওয়া যায়। ক্রমের প্রয়োগে আমরা নিম্নতম প্রাপ্তাংক প্রাপ্তকে 1 ক্রম এবং উচ্চতম প্রাপ্তাংক প্রাপ্তকে 100 ক্রম প্রদান ক'রে থাকি। শতাংশেও একই প্রকার নীতি গ্রহণ করা হয়। পার্থক্য কেবল এইটুকুই হয় যে, শতাংশে ছাত্রদের শতকরা সেই হার নির্দেশ করে যা কোন বিশেষ প্রাপ্তাংক থেকে ক্রম প্রাপ্তাংকে পাওয়া যায়। অনুরূপভাবে বলা যায় যে, যদি একজন ছাত্র ক্রমবিন্যাসে 100 পায়, তাহলে তার শতাংশ প্রাপ্তাংক 99 হবে। কারণ শতকরা 99 জন ছাত্র তার নিচে থাকবে। একইভাবে দেখা যায় যে, যদি কোন ছাত্রের ক্রম 1 হয়, তাহলে তাকে শূন্য (0) শতাংশ প্রাপ্তাংক প্রয়োগ করা যাবে। কারণ তার নীচে প্রাপ্তাংক প্রাপ্ত কোন ছাত্রই থাকবে না।

এখানে উল্লেখযোগ্য হল যে, শতাংশ এবং আদর্শ প্রাপ্তাংক প্রায় একই প্রকার অর্থ প্রকাশ ক'রে থাকে। এমন কিছু অবস্থার সৃষ্টি হয় যাতে আদর্শ প্রাপ্তাংক ছাত্রদের সেই শতকরা হার প্রকাশ করে থাকে যা বিভিন্ন প্রাপ্তাংকের ক্ষেত্রে নিহিত থাকে। আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলি (standard scores) থেকে পরিমাপের সূচকের (measuring index) কোন বিশেষ বিন্দুর উপর বা নীচে প্রাপ্তাংক প্রাপ্ত ব্যক্তিদের শতকরা হারগুলি নির্ণয় করা যায়। কারণ আদর্শ প্রাপ্তাংককে সহজে শতাংশে পরিবর্তন করা যায়। তাছাড়া মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে (raw scores) আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলিতে পরিবর্তন ক'রে তাদের শতাংশ নির্ণয় করা সহজ হয়।

॥ দুই ॥ মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে কোন নির্দিষ্ট গড় এবং সমক পার্থক্যের পরিপ্রেক্ষিতে রূপান্তরিত করার পদ্ধতি ঃ

এই পদ্ধতিতে মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে কোন নির্দিষ্ট গড় এবং সমক পার্থক্যের পরিপ্রেক্ষিতে রূপান্তরিত করা হয়। এই রূপান্তরণে প্রায়ই গড়কে 50 এবং সমক পার্থক্যকে 10 ধরা হয়। এই নিয়মে মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে পরিবর্তন করলে তাদের তাৎপর্য সহজেই বোঝা যায়। এই প্রকার রূপান্তর গড় এবং সমক পার্থক্যের পরিপ্রেক্ষিতে অভীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলিকে তুলনা করতে সাহায্য ক'রে থাকে। উদাহরণস্বরূপ, যদি কোন অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক অভীক্ষাতে একজন ছাত্র 70 এবং অনুরূপ অপর একটি অভীক্ষায় ঐ ছাত্র 40 নম্বর পায়, যদি দুটি অভীক্ষার গড় এবং সমক পার্থক্যকে একই প্রকার গড় এবং সমক পার্থক্যের বণ্টনে পরিবর্তন করা যায়, তাহলে উভয় অভীক্ষায় ছাত্রটির পারদর্শিতার তুলনামূলক বিচার বিশ্লেষণ থেকে যে সিদ্ধান্ত করা সম্ভব হবে তা অধিক পরিমাণে গ্রহণযোগ্য হবে।

এই আলোচনা থেকে বলা যায় যে, প্রাপ্তাংক বণ্টনের রূপান্তর বিভিন্ন অভীক্ষার ফলাফল তুলনা করতে অধিক পরিমাণে সহায়ক হয়। কিন্তু যখন অভীক্ষাগুলি যেসব পদ নিয়ে তৈরী করা হয়, তখন যদি সেইসব পদগুলির কাঠিন্যমান এবং পদ সংখ্যার ভিত্তি ভিন্ন হয়, তাহলে অনেক সময় অভীক্ষাগুলি প্রয়োগের মধ্য দি'য়ে যে

প্রাপ্তাংকগুলি পাওয়া যায় তাতে তাদের গড় এবং সমকবিচ্যুতির মধ্যে পার্থক্য দেখা দেয়। তার জন্য বিভিন্ন অভীক্ষাগুলির প্রাপ্তাংকগুলিকে একই গড় এবং সমক-পার্থক্যের প্রেক্ষাপটে পরিবর্তিত করা হয়। ফলে অভীক্ষালব্ধ ফলাফলের বিশ্লেষণ সহজতর এবং যথাযথ হয়।

এখন প্রশ্ন হলো যে, মূল প্রাপ্তাংকগুলির রূপান্তর কোন নির্দিষ্ট গড় এবং সমক পার্থক্যের সংগে কেমন হয়? উদাহরণের সাহায্যে তা বোঝানো যেতে পারে। ধরা থাক, একটি 'গাণিতিক যোগ্যতা বিষয়ক অভীক্ষা' এক বৃহৎ ছাত্র গোষ্ঠীর উপর প্রয়োগ করা হলো এবং পরীক্ষার ফলাফল থেকে গড় 30 এবং সমক পার্থক্য 5 নির্ণয় করা হলো। অতঃপর এই অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংকগুলিকে এমন এক বণ্টনে পরিবর্তন করা হ'ল যার গড় 50 এবং সমক বিচ্যুতি 10 হয়। এর জন্য সম্পূর্ণ প্রাপ্তাংকগুলিকে 2 দিয়ে গুণ ক'রে যে প্রাপ্তাংকগুলি পাওয়া যায় তাদের গড় 60 এবং সমক পার্থক্য 10 হয় এবং আবার সম্পূর্ণ প্রাপ্তাংকগুলি থেকে 10 বাদ দিয়ে এমন এক বণ্টন পাওয়া যায় যার গড় 50 এবং সমক পার্থক্য 10 হয়। এইরূপ গণনাতে বণ্টনের রূপান্তরে দু'টি নিয়ম দেখা যায়—(1) যদি সম্পূর্ণ প্রাপ্তাংকগুলিকে একই সংখ্যা দ্বারা গুণ করা যায় তাহলে তার গড় এবং সমক পার্থক্যকেও ঐ সংখ্যা দিয়ে গুণ করতে হবে; (2) যদি কোন সংখ্যাকে সকল মূল প্রাপ্তাংকগুলির সংগে যোগ করা হয় বা সংখ্যাগুলি থেকে বিয়োগ করা হয়, তাহলে যে সংখ্যাগুলি পাওয়া যায় সেই সংখ্যাগুলির গড় হয় বেড়ে যাবে না হয় তো কমে যাবে, কিন্তু সমক পার্থক্য একই প্রকার থাকবে।

॥ তিন ॥ মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলিতে রূপান্তরিত করার পদ্ধতি :

সাধারণতঃ কোন ব্যক্তির অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংকগুলি কেবল পদগুলির শুদ্ধ উত্তরগুলি যোগ ক'রে জানা যায়। আবার এই পদ্ধতি থেকে প্রাপ্ত ব্যক্তির মূল প্রাপ্তাংকগুলি শুধুমাত্র তার নিজস্ব কর্ম সম্পাদনের উপর নির্ভর করে না। পদগুলির সংখ্যা, কাঠিন্যমান প্রভৃতির উপরও নির্ভর ক'রে থাকে। দু'টি অভীক্ষা থেকে প্রাপ্ত কোন ব্যক্তির মূল প্রাপ্তাংক 60 এবং 25 এর মধ্যে তুলনা করার পর আমরা বিশেষ কোন তাৎপর্য বুঝতে পারি না যতক্ষণ পর্যন্ত ঐ দুই অভীক্ষা সম্বন্ধে আমরা কিছু জানতে না পারি। যদি আমরা জানি যে, প্রথম অভীক্ষাতে 100 এবং দ্বিতীয় অভীক্ষাতে 50টি পদ আছে, তাহলে ব্যক্তির দু'টি অভীক্ষার কর্ম সম্পাদন সম্বন্ধে আমরা কিছুটা ধারণা করতে পারি। কিন্তু এটা কেবল সেই অবস্থাতেই সম্ভব হয় যে অবস্থাতে ব্যক্তি সেই জনসংখ্যার অন্তর্ভুক্ত হ'য়ে থাকে যে জনসংখ্যা থেকে প্রাপ্ত মূল প্রাপ্তাংকগুলির (obtained observed scores) বণ্টন সম্বন্ধে আমরা জানতে পারি। ধরা যাক, একটি বিজ্ঞান বিষয়ক অভীক্ষা নবম শ্রেণীর এক জন ছাত্রের উপর প্রয়োগ করে দেখা গেল যে, ছাত্রটি 75 নম্বর পেয়েছে এবং অপর একটি গণিত

বিষয়ক অভীক্ষা একই ছাত্রের উপর প্রয়োগ ক'রে দেখা গেল যে, ছাত্রটি 15 নম্বর পেয়েছে। প্রথম অভীক্ষাটির গড়মান হলো 50 এবং সমক পার্থক্য হলো 10। দ্বিতীয় অভীক্ষাটির গড়মান হলো 10 এবং সমক পার্থক্য হলো 3। এখন যদি এই দুই অভীক্ষার মূল প্রাপ্তাংকগুলি Z-প্রাপ্তাংকে পরিবর্তিত ক'রে তাদের মধ্যে তুলনা করা যায়, তাহলে সেই তুলনা অর্থপূর্ণ হতে পারে। যদি প্রথম অভীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলির বণ্টনে ছাত্রটির Z-প্রাপ্তাংক $(75-50)/10=2{\cdot}50$ এবং দ্বিতীয় অভীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলির বণ্টনে ছাত্রটির Z-প্রাপ্তাংক $(15-10)/3=1{\cdot}67$ হয়, তাহলে আমরা বলতে পারি যে, ছাত্রটি দ্বিতীয় অভীক্ষা অপেক্ষা প্রথম অভীক্ষায় বেশী পারদর্শী এবং ভাল। উদাহরণ থেকে এই কথা স্পষ্টভাবে বলা যায় যে, যদি বিভিন্ন অভীক্ষার ফলাফল তুলনা করার জন্য অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংকগুলিকে একই মাপনিতে ব্যক্ত করা যায়, তাহলে তুলনালব্ধ সিদ্ধান্ত অর্থপূর্ণ এবং যুক্তিগ্রাহ্য হয়। এই কাজ তখনই সম্ভব হয় যখন ভিন্ন ভিন্ন অভীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলিকে আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলিতে (standard scores) রূপান্তরিত করা যায়।

যখন মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে অন্য বণ্টনের প্রাপ্তাংকগুলিতে রূপান্তরিত করা হয়, তখন প্রত্যেক ব্যক্তি বণ্টনে নিজের সম্পর্কিত স্থান নির্দিষ্ট ক'রে রাখে। এই অবস্থাকে **সরলরৈখিক রূপান্তর** (linear transformation) বলা হয়। কিন্তু যখন প্রাপ্তাংকগুলির কাঠিন্যমানের বিভিন্ন স্তরে পরিমাপের এককগুলির মধ্যে পরিবর্তন সাধন ক'রে বণ্টনের আকার রূপান্তরিত করা হয়, তখন সেই স্থিতিকে স্বাভাবীকরণ (normalization) বলা হয়। আমরা স্বাভাবীকরণ প্রক্রিয়া ছাড়াও সরলরৈখিক রূপান্তরকরণ সম্পন্ন করতে পারি। এখানে এই দু'টি ধারণা সম্বন্ধে আলোচনা করা হয়েছে।

সরলরৈখিক রূপান্তরকরণ (Linear transformation)

সরলরৈখিক রূপান্তর পরিমাপে পরিবর্তন সাধন ক'রে থাকে। তার জন্য গড় এবং সমক পার্থক্য পরিবর্তিত হয় এবং বণ্টনে ব্যক্তির স্থিতিতে পরিবর্তন ঘটে থাকে। বণ্টনের গড়ে এক স্থিরাংক বা ধ্রুবক (constant) যোগ করে বণ্টনটিকে পরিবর্তন করা যায়। উদাহরণস্বরূপ, যদি কোন অভীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলির গড় 30 থেকে 100 তে পরিবর্তন করা হয়, তাহলে প্রত্যেক প্রাপ্তাংকের সংগে 70 যোগ করতে হয়। তার প্রভাবে সম্পূর্ণ বণ্টনটি 70 বিন্দু মাপনিতে পরিবর্তিত হবে। শুধু তাই নয় আমরা বণ্টনের রূপ এবং ব্যক্তির স্থিতিতে পরিবর্তন করা ছাড়াও বণ্টনের সমক পার্থক্যে পরিবর্তন সাধন করতে পারি।

যখন আমরা সরলরৈখিক রূপান্তরণের প্রয়োগ করি তখন প্রত্যেক ব্যক্তি বণ্টনে নিজের স্থিতি নির্দিষ্ট ক'রে রাখে। মূল প্রাপ্তাংকগুলির বণ্টন এবং রূপান্তরিত প্রাপ্তাংকগুলির বণ্টনের মধ্যে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক সর্বদা 1·00 হয়। সুতরাং মূল

প্রাপ্তাংকগুলির বণ্টন থেকে রূপান্তরিত বণ্টনের প্রত্যেক প্রাপ্তাংক স্থির করার জন্য নিম্ন সমীকরণটি প্রয়োগ করা হয়।

$$Y_j = \left(\frac{S_y}{S_x}\right)(X_j - M_x) + M$$

এখানে,

Y_j = ব্যক্তির রূপান্তরিত বণ্টনের J's প্রাপ্তাংক

S_y = রূপান্তরিত বণ্টনের সমক পার্থক্য

S_x = মৌলিক বণ্টনের সমক পার্থক্য

X_j = মৌলিক বণ্টনে ব্যক্তির J's প্রাপ্তাংক

M = মৌলিক বণ্টনের গড়

M_y = রূপান্তরিত বণ্টনের গড়

উদাহরণস্বরূপ, যদি এক অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংকগুলির বণ্টনের গড় 30 এবং সমক পার্থক্য 10 হয় তাহলে এই দলসমটির 45 সংখ্যা প্রাপ্ত ব্যক্তি সেই বণ্টনে কিরূপ প্রাপ্তাংক পাবে যে বণ্টনের গড় 100 এবং সমক বিচ্যুতি 20 হয় ?

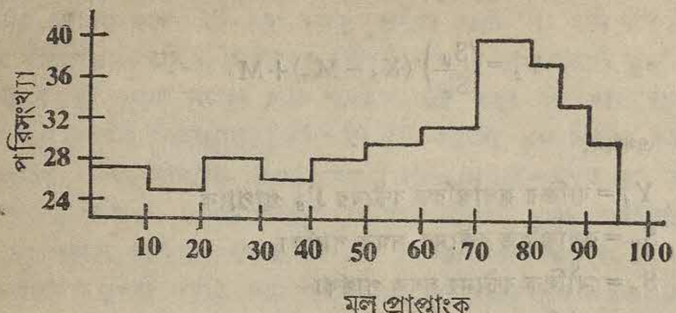
এখানে যদি উপরোক্ত সূত্রটিতে প্রশ্নের মানগুলি বসিয়ে সূত্রটির সমাধান করা হয়, তাহলে ব্যক্তির রূপান্তরিত প্রাপ্তাংক 130 হবে। নিম্নে সূত্রটির প্রয়োগাত্মক সমাধান দেখানো হয়েছে।

$$Y_j = \left(\frac{20}{10}\right)(45 - 30) + 100 = 2 \times 15 + 100 = 130$$

যখন অভীক্ষার্থীদের মধ্যে পারস্পরিক তুলনা নিখুঁতভাবে করা হয়, তখন এই মানগুলিকে Z-প্রাপ্তাংকগুলিতে প্রকাশ করতে হয়। Z-প্রাপ্তাংক মাপনিতে সেই প্রাপ্তাংক হয় যার ভিত্তিমূলক একক কোন বণ্টনের গড় এবং সমক পার্থক্য হ'য়ে থাকে।

রূপান্তরিত প্রাপ্তাংক ঠিকভাবে সেই গুণ প্রকাশ ক'রে যা মূল প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যে নিহিত থাকে। মূল প্রাপ্তাংকগুলির বণ্টন স্বাভাবিক (normal) হলেও কখন কখন তা সম্ভব হ'য়ে থাকে। সুতরাং মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলিতে রূপান্তরিত করার জন্য স্বাভাবীকরণ আবশ্যক হয়। কারণ স্বাভাবীকরণ ছাড়া বণ্টনের আকার পরিবর্তন করা যেতে পারে না। যদি মূল প্রাপ্তাংকগুলির বণ্টন স্বাভাবিক না হয়, তাহলে বণ্টনের উচ্চতম এবং নিম্নতম 50% ~50% প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যে গড় এবং মধ্যমমান একই হবে না। শুধু তাই নয় প্রাপ্তাংকগুলির শতাংশও −1·0 থেকে 0 এবং +1·0 থেকে 0 এর মধ্যে সমান হবে।

এইরূপ স্থিতি চিত্রসংখ্যা 12·14 এর সাহায্যে দেখানো হয়েছে যেখানে উপাত্তগুলির বণ্টন হ'ল ঋণাত্মক অস্বাভাবীকৃত।



চিত্র সংখ্যা 12.14—প্রাপ্তাংকগুলির ঋণাত্মক অস্বাভাবীকৃত বণ্টন

স্বাভাবীকরণ (Normalization)

সরল রৈখিক রূপান্তর থেকে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক ঠিক হ'য়ে কখন কখন প্রকৃত পরিসংখ্যানমূলক তাৎপর্য প্রকাশ করে। কিন্তু এই প্রাপ্তাংকগুলির নিজস্ব কিছু ত্রুটির কারণে ব্যবহারিক স্থিতিতে এদের প্রয়োগ করা যেতে পারে না। প্রাপ্তাংক-গুলির অস্বাভাবীকৃত বণ্টনে কোন আদর্শ প্রাপ্তাংক (standard score) সম্পর্কিত স্থিতি সম্পূর্ণভাবে বণ্টনের আকারের উপর নির্ভর করে থাকে। প্রাপ্তাংকের বণ্টন স্বাভাবিক বণ্টনের যত নিকটবর্তী হবে, গুরুত্বপূর্ণভাবে ততটা আদর্শ প্রাপ্তাংকের বণ্টন বিবেচনা করা যাবে। সুতরাং মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে সরলরৈখিক রূপান্তর ক'রে এই ত্রুটিকে দূর করার জন্য আমাদের বণ্টনের আকার বদলাতে হয়। তাতে আমরা প্রাপ্তাংকগুলিকে স্বাভাবীকৃত ক'রে স্বাভাবিক বণ্টন লাভ করতে পারি। স্বাভাবী-করণ সরলরৈখিক রূপান্তরণের সংগেও করা যেতে পারে।

স্বাভাবীকৃত বণ্টনে প্রত্যেক প্রাপ্তাংকের পরিসংখ্যানমূলক তাৎপর্য গভীরভাবে নিহিত থাকে। প্রত্যেক প্রাপ্তাংকের উপর এবং নীচে ব্যক্তির শতাংশও স্বাভাবীকৃত বণ্টনের মাপনির গড় এবং এককগুলি ভিত্তি ক'রে জানা যায়। যদিও এখানে বিভিন্ন প্রাপ্তাংকের স্তরগুলির মধ্যে তুলনা করা যায় না, তবু এই বণ্টনে ব্যক্তির সম্পর্কিত স্থিতি জানা যায়। তাছাড়া অন্য উদ্দেশ্যের জন্যও স্বাভাবীকরণ আবশ্যক হয়। যখন ব্যক্তিদের মধ্যে পার্থক্য সম্বন্ধে জানতে হয়, তখন আমাদের ব্যক্তিদের সেই দিকের উপর গুরুত্ব আরোপ করতে হয়।

সুতরাং প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির স্বাভাবীকৃত বণ্টনকে স্বাভাবীকৃত করার জন্য বণ্টনের আকারকে পরিবর্তন করতে হয় এবং তার থেকে প্রাপ্তাংকগুলির স্বাভাবিক বণ্টন পাওয়া যেতে পারে। উদাহরণস্বরূপ, এখানে সারণী 12.18-এর উল্লেখ করা হ'ল।

সারণী—12.18

মূল প্রাপ্তাংকগুলির বণ্টনের স্বাভাবীকরণ

প্রাপ্তাংক	পরিসংখ্যা	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার রূপান্তর	অনুপাত	স্বাভাবীকৃত আদর্শ প্রাপ্তাংক
X	f	Cf_1	Cf_2	P	Z
1	2	2	1	0·013	−2·24
2	4	6	4	0·050	−1·64
3	4	10	8	0·100	−1·28
4	8	18	14	0·175	−0·93
5	10	28	23	0·288	−0·56
6	10	38	33	0·413	−0·21
7	12	50	44	0·550	0·13
8	8	58	54	0·675	0·45
9	8	66	62	0·775	0·75
10	6	72	69	0·863	1·09
11	6	78	75	0·938	1·54
12	2	80	79	0·988	2·56

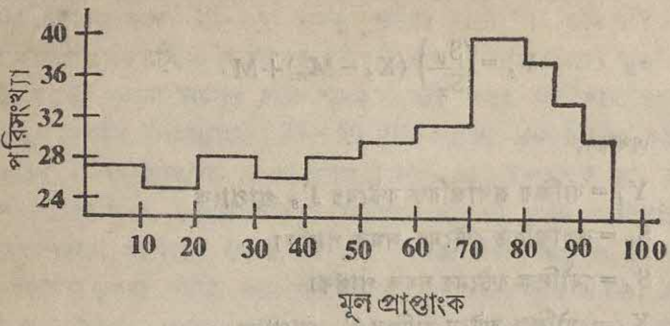
f = অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংকগুলির বণ্টনে প্রত্যেক মূল প্রাপ্তাংকের পরিসংখ্যাসমূহ

Cf_1 = ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যাসমূহ

Cf_2 = প্রত্যেক শ্রেণী বিভাগের গড়ের জন্য পরিসংখ্যাসমূহ ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা-সমূহে রূপান্তর করা হয়। তার থেকে বোঝা যায় যে, মূল প্রাপ্তাংক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বণ্টনের প্রাপ্তাংকগুলির সংখ্যা প্রদান ক'রে থাকে। উদাহরণ স্বরূপ, এখানে 8 শ্রেণী বিভাগে প্রাপ্তাংক 8 পড়েছে। যদি আমরা ধরে নি যে, অভীক্ষার্থীর প্রাপ্তাংকের শ্রেণী বিভাগে আয়তাকাররূপে বিন্যসিত হয়, তাহলে আমরা দেখি যে, মাঝামাঝি অবস্থায় 44 প্রাপ্তাংক গড় থেকে নীচে বা উপরে হবে এবং ঐ শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার রূপান্তর 50+4=54 হবে।

এই প্রকার ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার রূপান্তরিত প্রাপ্তাংক 54 কে পরিসংখ্যা সমূহের মোট সংখ্যা 80 দিয়ে ভাগ করলে ঐ শ্রেণী বিভাগের অনুপাত 0·675 হবে। এই অনুপাতকে শতাংশ পরিবর্তন ক'রে এবং স্বাভাবিক বণ্টনের গড় 50 থেকে বাদ দিয়ে যে ফল পাওয়া যাবে স্বাভাবিক সম্ভাবনা লেখচিত্রের অন্তর্গত ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত

এইরূপ স্থিতি চিত্রসংখ্যা 12·14 এর সাহায্যে দেখানো হয়েছে যেখানে উপাত্তগুলির বণ্টন হ'ল ঋণাত্মক অস্বাভাবীকৃত।



চিত্র সংখ্যা 12.14—প্রাপ্তাংকগুলির ঋণাত্মক অস্বাভাবীকৃত বণ্টন

স্বাভাবীকরণ (Normalization)

সরল রৈখিক রূপান্তর থেকে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক ঠিক হ'য়ে কখন কখন প্রকৃত পরিসংখ্যানমূলক তাৎপর্য প্রকাশ করে। কিন্তু এই প্রাপ্তাংকগুলির নিজস্ব কিছু ত্রুটির কারণে ব্যবহারিক স্থিতিতে এদের প্রয়োগ করা যেতে পারে না। প্রাপ্তাংকগুলির অস্বাভাবীকৃত বণ্টনে কোন আদর্শ প্রাপ্তাংক (standard score) সম্পর্কিত স্থিতি সম্পূর্ণভাবে বণ্টনের আকারের উপর নির্ভর করে থাকে। প্রাপ্তাংকের বণ্টন স্বাভাবিক বণ্টনের যত নিকটবর্তী হবে, গুরুত্বপূর্ণভাবে ততটা আদর্শ প্রাপ্তাংকের বণ্টন বিবেচনা করা যাবে। সুতরাং মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে সরলরৈখিক রূপান্তর ক'রে এই ত্রুটিকে দূর করার জন্য আমাদের বণ্টনের আকার বদলাতে হয়। তাতে আমরা প্রাপ্তাংকগুলিকে স্বাভাবীকৃত ক'রে স্বাভাবিক বণ্টন লাভ করতে পারি। স্বাভাবীকরণ সরলরৈখিক রূপান্তরণের সংগেও করা যেতে পারে।

স্বাভাবীকৃত বণ্টনে প্রত্যেক প্রাপ্তাংকের পরিসংখ্যানমূলক তাৎপর্য গভীরভাবে নিহিত থাকে। প্রত্যেক প্রাপ্তাংকের উপর এবং নীচে ব্যক্তির শতাংশও স্বাভাবীকৃত বণ্টনের মাপনির গড় এবং এককগুলি ভিত্তি ক'রে জানা যায়। যদিও এখানে বিভিন্ন প্রাপ্তাংকের স্তরগুলির মধ্যে তুলনা করা যায় না, তবু এই বণ্টনে ব্যক্তির সম্পর্কিত স্থিতি জানা যায়। তাছাড়া অন্য উদ্দেশ্যের জন্যও স্বাভাবীকরণ আবশ্যক হয়। যখন ব্যক্তিদের মধ্যে পার্থক্য সম্বন্ধে জানতে হয়, তখন আমাদের ব্যক্তিদের সেই দিকের উপর গুরুত্ব আরোপ করতে হয়।

সুতরাং প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির স্বাভাবীকৃত বণ্টনকে স্বাভাবীকৃত করার জন্য বণ্টনের আকারকে পরিবর্তন করতে হয় এবং তার থেকে প্রাপ্তাংকগুলির স্বাভাবিক বণ্টন পাওয়া যেতে পারে। উদাহরণস্বরূপ, এখানে সারণী 12.18-এর উল্লেখ করা হ'ল।

সারণী—12.18

মূল প্রাপ্তাংকগুলির বণ্টনের স্বাভাবীকরণ

প্রাপ্তাংক	পরিসংখ্যা	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার রূপান্তর	অনুপাত	স্বাভাবীকৃত আদর্শ প্রাপ্তাংক
X	f	Cf_1	Cf_2	P	Z
1	2	2	1	0·013	−2·24
2	4	6	4	0·050	−1·64
3	4	10	8	0·100	−1·28
4	8	18	14	0·175	−0·93
5	10	28	23	0·288	−0·56
6	10	38	33	0·413	−0·21
7	12	50	44	0·550	0·13
8	8	58	54	0·675	0·45
9	8	66	62	0·775	0·75
10	6	72	69	0·863	1·09
11	6	78	75	0·938	1·54
12	2	80	79	0·988	2·56

f = অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংকগুলির বণ্টনে প্রত্যেক মূল প্রাপ্তাংকের পরিসংখ্যাসমূহ

Cf_1 = ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যাসমূহ

Cf_2 = প্রত্যেক শ্রেণী বিভাগের গড়ের জন্য পরিসংখ্যাসমূহ ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা-সমূহে রূপান্তর করা হয়। তার থেকে বোঝা যায় যে, মূল প্রাপ্তাংক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বণ্টনের প্রাপ্তাংকগুলির সংখ্যা প্রদান ক'রে থাকে। উদাহরণ স্বরূপ, এখানে 8 শ্রেণী বিভাগে প্রাপ্তাংক 8 পড়েছে। যদি আমরা ধরে নি যে, অভীক্ষার্থীর প্রাপ্তাংকের শ্রেণী বিভাগে আয়তাকাররূপে বিন্যসিত হয়, তাহলে আমরা দেখি যে, মাঝামাঝি অবস্থায় 44 প্রাপ্তাংক গড় থেকে নীচে বা উপরে হবে এবং ঐ শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার রূপান্তর 50 + 4 = 54 হবে।

এই প্রকার ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার রূপান্তরিত প্রাপ্তাংক 54 কে পরিসংখ্যা সমূহের মোট সংখ্যা 80 দিয়ে ভাগ করলে ঐ শ্রেণী বিভাগের অনুপাত 0·675 হবে। এই অনুপাতকে শতাংশ পরিবর্তন ক'রে এবং স্বাভাবিক বণ্টনের গড় 50 থেকে বাদ দিয়ে যে ফল পাওয়া যাবে স্বাভাবিক সম্ভাবনা লেখচিত্রের অন্তর্গত ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত

তালিকা থেকে সেই ফলের Z-প্রাপ্তাংক জানা যাবে। এই তালিকা অনুসারে Z-প্রাপ্তাংক 0·45 হবে। অনুরূপভাবে, ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার প্রাপ্তাংক 62 কে মোট সংখ্যা 80 দিয়ে ভাগ করলে ঐ শ্রেণী বিভাগের অনুপাত 0·775 হবে। এই অনুপাতকে শতাংশে পরিবর্তন ক'রে এবং স্বাভাবিক বণ্টনের গড় 50 থেকে বাদ দি'য়ে যে ফল পাওয়া যাবে স্বাভাবিক সম্ভাবনা লেখচিত্রের অন্তর্গত ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত তালিকা থেকে সেই ফলের Z-প্রাপ্তাংক 0·75 হবে।

এই পদ্ধতির প্রধান বিশেষত্ব হলো যে, ব্যক্তিদের অবস্থার কোন পরিবর্তন হয় না। মূল প্রাপ্তাংকগুলি ও আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক 1·00 হয়।

এইভাবে মূল প্রাপ্তাংকগুলি রূপান্তরিত এবং পরিবর্তিত ক'রে পর্যালোচনা করার পরে আমরা এই সিদ্ধান্তে পৌছাই যে, অভীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলি বিশ্লেষণ করার জন্য দুই প্রকার মাপনি প্রয়োগ করা হয়। ম্যাগ্‌নুসনের (**Magnusson**) মতানুসারে মাপনিগুলি নিম্নপ্রকার হয়—

॥ এক ॥ **শতাংশ মাপনিসমূহ** (**Percentile scales**)—এই প্রকার মাপনিগুলি বিভিন্ন বণ্টনের প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যে তুলনা করার জন্য প্রয়োগ করা যায়। এইসব মাপনিগুলিতে অভীক্ষার্থীদের সেই স্থিতিতে দেখা যায় যে স্থিতির নীচে বণ্টনের এক নির্দিষ্ট শতাংশ পড়ে। এই মাপনিগুলি কোন প্রকার বণ্টনে অভীক্ষার্থীর স্থিতিকে শতাংশরূপে প্রকাশ ক'রে থাকে।

॥ দুই ॥ **স্বাভাবীকৃত মাপনিসমূহ** (**Normalised scales**)—যখন মূল প্রাপ্তাংকগুলির বণ্টন স্বাভাবীকৃত করা হয় তখন আমরা স্বাভাবীকৃত মাপনিগুলির প্রয়োগ ক'রে থাকি। স্বাভাবীকৃত মাপনি থেকে প্রাপ্ত বিভিন্ন পরীক্ষার প্রাপ্তাংক-গুলিকে Z-প্রাপ্তাংক, টি-প্রাপ্তাংক, ষ্টেনাইন প্রাপ্তাংক, ষ্টেন প্রাপ্তাংক, বিচ্যুতি বুদ্ধ্যঙ্ক প্রাপ্তাংক রূপে প্রকাশ করা হয়।

প্রাসঙ্গিক গ্রন্থ নির্দেশিকা

Adams, G S. (1966): Measurement and Evaluation in Education, Psychology and Guidance. New York: Harper and Row.

Anastasi, A (1976) Psychological Testing. NewYork : Macmillan Publishing Co., Inc.

Bloomers, T, and Lindquist, E. F. (1960): Elementary Statistical Methods in Psychology and Education. Boston: Houghton Mifflin Co.

Cronbach, L J. (1964) : Essentials of Psychological Testing. New York : John Wiley and Sons.

Flanagan, J. C. (1951) : Unit, Score and Norm in E F. Lindquist (ed.) **Educational Measurement**. Boston : Houghton Mifflin Co.

Garratt, H. E. (1965) : Statistics in Psychology and Education. New York : Longmans, Green and Co. Inc.

Goodenough, F. L. (1960) : Mental Testing. New York : Mcgraw-Hill.

Henderson, N. K. (1964) : Statistical Research Methods in Education and Psychology. New York : Longmans, Green Co. Inc.

Nunnally, J. C. (1959) : Test and Measurement. New York : Tata Mcgraw-Hill

Seashore, H. J. (1955) : Methods of Expressing Test Score. New York : Mcgraw-Hill.

Stodola, Q. and Stordahl, K. (1972) : Basic Educational Test and Measurement. London : Thomson Press.

Rao, A. S. S. (1964) : Transformation of Raw scores into Percentile Ranks and Normalized Standard Scores. Delhi : Manasayan.

ত্রয়োদশ পরিচ্ছেদ

অভীক্ষা আদর্শায়ন—আদর্শ তুল্যাংকমান (Test standardisation—Norms)

অভীক্ষা আদর্শায়নের অর্থ (Meaning of test standardisation)

শিক্ষাবিষয়ক ও মনোবৈজ্ঞানিক পরিমাপকগুলি যতই বৈধ (valid), নির্ভরযোগ্য (reliable) এবং বস্তুনিষ্ঠ (Objective) হোক না কেন, তবুও এই পরিমাপকগুলি প্রয়োগ ক'রে যে ফলাফল পাওয়া যায় সেগুলির তাৎপর্য নির্ণয় করার সময় সাধারণতঃ এক ধরনের ত্রুটি দেখা যায় যেগুলিকে তাৎপর্য-নির্ণয়ের ত্রুটি (error of interpretation) বলা হয়। কিন্তু ভৌত বস্তু পরিমাপের ক্ষেত্রে এই ধরনের ত্রুটি খুবই কম ঘটে থাকে। যখন আমরা বলি যে, এই টেবিলের দৈর্ঘ্য 5 ফুট, তখন যে কোন ব্যক্তি, এমন কি একটি বালকও, এই কথার তাৎপর্য বুঝতে অসুবিধা বোধ করে না। আবার যখন 5 কিলোগ্রাম চালের ওজন সম্বন্ধে আমরা আলোচনা করি, তখনও আমাদের চালের পরিমাণ সম্বন্ধে ধারণা করতে অসুবিধা হয় না। কিন্তু শিক্ষাবিষয়ক ও মনোবৈজ্ঞানিক পরিমাপের ক্ষেত্রে যে প্রাপ্তাংকগুলি পাওয়া যায় সেগুলির তাৎপর্য খুব সহজে নির্ণয় করা যায় না। যখন শিক্ষক কোন একটি ছাত্রকে উদ্দেশ্য ক'রে বলেন যে, তোর কোন বুদ্ধি নেই তখন তাঁর এই উক্তি থেকে এইরূপ তাৎপর্য নির্ণয় করা যায় না যে, ছেলেটির বুদ্ধি একেবারে শূন্য (0)। অর্থাৎ ছেলেটি বুদ্ধি সংশ্লিষ্ট কাজে একেবারেই অপারক। প্রাসঙ্গিক মানের (reference value) সংগে তুলনা না ক'রেই শিক্ষকের এই ধরনের উক্তি ছেলেটির বুদ্ধি সম্পর্কিত তাৎপর্য নির্ণয়ে ত্রুটি সৃষ্টি ক'রে থাকে। আবার যখন কোন ছাত্র বাংলা বিষয়ে শূন্য (0) পায় তখনও বলা যায় না যে, ছাত্রটির বাংলা বিষয়ে কোন জ্ঞান নেই। এখানে বলা যায় যে, বাংলা প্রশ্নপত্রে এমন অনেক প্রশ্ন অন্তর্ভুক্ত করা হয়েছিল যেগুলি সম্বন্ধে ছাত্রটি মোটেই ওয়াকিবহাল ছিল না কিংবা এমন অনেক প্রশ্ন ছিল যেগুলি অভীক্ষায় অন্তর্ভুক্ত করা হয়নি, যেগুলি সে উত্তর করতে পারে। এই আলোচনার ভিত্তিতে বলা যায় যে, শিক্ষাবিষয়ক এবং মনোবৈজ্ঞানিক পরিমাপের ক্ষেত্রে কোন চরম শূন্য মান (absolute zero value) নেই যেখান থেকে পরিমাপ শুরু করা যায়। আবার পরিমাপ মাপনির উপর দিকে এমন কোন চরম পূর্ণ প্রাসঙ্গিক মূল্যমান (absolute complete reference value) নেই যার পরিপ্রেক্ষিতে বলা যেতে পারে যে, যদি কোন ছাত্র ঐ বাংলা বিষয়ে 100 পূর্ণসংখ্যার মধ্যে 100 সংখ্যা পায় তাহলে সে বাংলা বিষয়ে সম্পূর্ণ জ্ঞানের অধিকারী। তাছাড়া মধ্যবর্তী কোন প্রাপ্তাংকমান উভয় দিকে আনুপাতিক হারে থাকে না। ফলে এইরূপ স্থিতিতে

সঠিকভাবে পরিমাপ ক'রে সংখ্যার তাৎপর্য নির্ণয় করা প্রায়ই সম্ভব হয় না। এই অসুবিধা দূর করার জন্য শিক্ষাবিষয়ক এবং মনোবৈজ্ঞানিক পরিমাপের ক্ষেত্রে যে কৌশল অবলম্বন করা হয় তাকে আদর্শায়ন বা আদর্শ তুল্যাংকমান নির্ণয়করণ (Standardisation) বলা হয়।

এখানে বলা যেতে পারে যে, কোন দলের গড়মানের উল্লেখে অভীক্ষার প্রাপ্তাংকের তাৎপর্য নির্ণয় করা যায়। সুতরাং কোন ব্যক্তির দলের গড়মান থেকে অথবা সাধারণ জনসংখ্যার গড়মান থেকে ঐ ব্যক্তির প্রাপ্তাংকের বিচ্যুতির মাত্রা পরিমাপ করতে একটি পরিমাপকের প্রয়োজন হয়। আদর্শায়ন প্রক্রিয়ার মাধ্যমে প্রাপ্ত আদর্শ তুল্যাংকমানগুলির তালিকাকে তুলনীয় পরিমাপক হিসাবে বিবেচনা করা হয়। এই তালিকায় অন্যান্যরা কোন অভীক্ষায় যে প্রাপ্তাংকগুলি লাভ করে সেইগুলির প্রসারকে এবং যেভাবে এই প্রাপ্তাংকগুলি বিন্যসিত হয় তা দেখানো হয়। একটি আদর্শ তুল্যাংকমান হলো প্রাসঙ্গিকতার একটি আদর্শ এবং সেই কারণে পরিমাপক হিসাবে আদর্শ তুল্যাংকমানগুলির তালিকাকে বিবেচনা করা হয়। এই আদর্শ তুল্যাংকমানই হলো চরম প্রাসঙ্গিক মান (absolute reference value) এবং এই মান ব্যতিরেকে যে কোন অভীক্ষা বা পরিমাপকের প্রাপ্তাংকের তাৎপর্য নির্ণয় করা সম্ভব হয় না। কারণ যখন একটি দলের পরিপ্রেক্ষিতে একজন ছাত্রের কোন একটি বিষয়ে শিক্ষাগত পারদর্শিতা প্রাপ্তাংকের ভিত্তিতে বিচার করা হয়, তখন ঐ একই বিষয়ে ঐ দলের সকলের প্রাপ্তাংকগুলির প্রকৃতি ছাত্রটির শিক্ষাগত পারদর্শিতার তাৎপর্য নির্ণয়কে প্রভাবিত ক'রে থাকে। একই প্রাপ্তাংক 50 একটি দলের ক্ষেত্রে নিম্নমানের প্রাপ্তাংক হিসাবে বিবেচিত হতে পারে, আবার অন্য দলের ক্ষেত্রে উচ্চমানের প্রাপ্তাংক হিসাবে গ্রহণ যোগ্য হয়ে থাকে। এইরূপ ক্ষেত্রে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের তাৎপর্য-নির্ণয় কোন একটি নির্দিষ্ট দলের পরিপ্রেক্ষিতে করা হ'লেও সমস্যার প্রকৃত সমাধান সম্ভব হয় না। যদি দলটিকে আদর্শ দল করা যায়, তাহলে সমস্যার প্রকৃত সমাধান করা সম্ভব হয়। দলটিকে আদর্শ দল করতে হলে একটি তুল্যাংকমান বা প্রাসঙ্গিক মানের প্রয়োজন হয় যার পরিপ্রেক্ষিতে দলের অন্তর্গত প্রতিটি ছাত্র-ছাত্রী বা ব্যক্তির তুলনামূলক অবস্থা নির্ধারণ করা যায়। সেই কারণে রাশিবিজ্ঞানের বিভিন্ন কৌশল প্রয়োগ ক'রে অভীক্ষা বা পরিমাপের প্রাসঙ্গিক মান নির্ণয় করা আবশ্যক হয়। এই প্রাসঙ্গিক মান সমন্বিত অভীক্ষা বা পরিমাপককে আদর্শায়িত অভীক্ষা বা পরিমাপ (standardised test or measure) বলা হয়। যে কৌশলে এই প্রাসঙ্গিক মান বা আদর্শ তুল্যাংকমান নির্ধারণ করা হয়, সেই কৌশলকে আদর্শায়ন (standardisation) এবং এই প্রাসঙ্গিক মানদণ্ডকে আদর্শ তুল্যাংকমান বা 'নর্ম' বলা হয়।

সাধারণভাবে বলা যায় যে, ব্যক্তিগত এবং দলগত পরিমাপগুলির নির্ভরযোগ্য ব্যাখ্যার জন্য বৈধ আদর্শ তুল্যাংকমানগুলির প্রয়োজন হয়। বস্তুতঃ কনর‍্যাডের (Conrad) ভাষায় আমাদের চিন্তার সংগে জড়িত শব্দগুলি যেমন 'কম', (little) 'বেশী' (much), 'বিশেষ প্রকৃতি' (typical) প্রভৃতি আদর্শ তুল্যাংক-

মান হিসাবে বিবেচিত হয়। সুতরাং আদর্শ তুল্যাংকমানগুলি মৌলিক গুরুত্বপূর্ণ মানদণ্ড হিসাবে স্বীকৃত হয়ে থাকে।

পরীক্ষা ফলাফলের ব্যবহারিক তাৎপর্য ব্যাখ্যার ভিত্তি হিসাবে আদর্শায়িত অভীক্ষা ব্যবহারকারীকে আদর্শ তুল্যাংকমানগুলি প্রদান করা হয়। অভীক্ষার সংগে সংশ্লিষ্ট আদর্শ তুল্যাংকমানগুলি বিশেষ পারদর্শিতা সম্বন্ধে নিখুঁত চিত্র প্রকাশ করতে না পারলে এই মানগুলি ব্যবহার করা যায় না এবং অভীক্ষাও কার্যকরী হয় না।

এখানে অভীক্ষার আদর্শ তুল্যাংকমান এবং আদর্শায়ন সম্বন্ধে কয়েকজন প্রখ্যাত মনোবিজ্ঞানীর অভিমত উল্লেখ করা যেতে পারে। ফ্লানাগান (Flanagan) একটি বিশেষ জনসংখ্যার জন্য অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংকগুলির বন্টনের বৈশিষ্ট্যের নির্ণায়ক হিসাবে অভীক্ষার আদর্শ তুল্যাংকমানগুলির সংজ্ঞা প্রদান করেন। (Flanagan defines test norms as "estimates of some characteristics of a distribution of test scores for a specified population") আদর্শ তুল্যাংকমানগুলি নির্দিষ্ট দলের ব্যক্তি সকলের প্রকৃত কর্ম সম্পাদনকে বর্ণনা করে। সি. ভি. গুডের (C. V. Good) মতে "একটি আদর্শায়িত অভীক্ষা হ'ল সেই অভীক্ষা যার বিষয়-বস্তু পরীক্ষা-নিরীক্ষার মাধ্যমে নির্বাচন করা হয়েছে, যার তুল্যাংক-মান নির্দিষ্ট করা হয়েছে, যার জন্য প্রয়োগ এবং মূল্যমান প্রদানের সমরূপ পদ্ধতিগুলি তৈরী করা হয়েছে এবং যার প্রাপ্তাংকগুলি অপেক্ষাকৃতভাবে বস্তুনিষ্ঠতার উচ্চমাত্রায় নির্ধারণ করা যেতে পারে।" (A standardised test is that test for which content has been selected and checked empirically, for which norms have been established, for which uniform methods of administration and scoring have been developed and which may be scored with a relatively high degree of objectivity."). এল. জে. ক্রনব্যাকের (L. J. Cronbach) ভাষায় বলা যায় যে, "একটি আদর্শায়িত অভীক্ষার পদ্ধতি, মূল্যমান প্রদান এবং মূল্যায়নে সব কিছুই নির্দিষ্ট থাকে যাতে তার প্রয়োগ বিভিন্ন অবস্থাতে করা যেতে পারে। এইরূপ একটি অভীক্ষাতে তুল্যাংকমানগুলির তালিকা এবং কোন দলের প্রতিনিধিমূলক ছাত্রদের সম্ভাব্য প্রাপ্তাংক দেওয়া থাকে"। ("In the procedure, scoring and evaluation of any standardised test every thing is definite so that it may he used at different occassions. In such a test the table of norms and the possible score of the representative students of any group is known.") পিন্‌টারের (Pinter) দৃষ্টিকোণের পরিপ্রেক্ষিতে বলা যায় যে, "আদর্শায়ন বলতে আমরা বুঝি যে, একটি অভীক্ষা প্রয়োগের একটি নির্দিষ্ট পদ্ধতি এবং ফলাফল ব্যাখ্যার জন্য উপযুক্ত আদর্শ তুল্যাংকমান নির্ধারণ করা"। ("By standardisation we mean the establishment of a certain definite

method of giving a test and the establishment of adequate norms for the interpretation of the results.")

পূর্বোক্ত আলোচনার পরিপ্রেক্ষিতে আমরা এই সিদ্ধান্ত করতে পারি যে, আদর্শায়ন প্রক্রিয়ায় অভীক্ষার উদ্দেশ্য ও বিষয়বস্তু অনুসারে পদগুলি নির্বাচন করা হয়; অভীক্ষার প্রয়োগ বিধি, নির্দেশাবলী, সময়-সীমা, প্রাপ্তাংক নির্ধারণ এবং বিশ্লেষণ পদ্ধতি সমভাবে নির্দিষ্ট থাকে; অভীক্ষার বৈধতা এবং নির্ভরযোগ্যতা নির্ধারিত হ'য়ে থাকে; এর নির্দিষ্ট তুল্যাংকমান স্থিরকৃত থাকে। আদর্শায়িত অভীক্ষার প্রয়োগ বহুসংখ্যক দলসমষ্টির উপর সার্থকভাবে করা যায়।

অভীক্ষার আদর্শায়ন প্রক্রিয়া

(Standardisation process of test)

অভীক্ষার আদর্শায়ন প্রক্রিয়া প্রধানতঃ তিন প্রকার হ'য়ে থাকে।

॥ এক ॥ **অভীক্ষার সামগ্রী আদর্শায়িত করণ (Standardising test materials)**

অভীক্ষার শেষ পর্যায় তৈরী করার সময় অভীক্ষার পদগুলিকে উদ্দেশ্য এবং বিষয়বস্তু বা সামগ্রীর পরিপ্রেক্ষিতে আদর্শায়িত করা আবশ্যক হয়। যখন আমরা অভীক্ষাকে প্রাথমিক অবস্থাতে কতিপয় অভীক্ষার্থীদের উপর প্রয়োগ ক'রে শেষ পর্যায়ের জন্য ঐ অভীক্ষার পদগুলি নির্বাচন করি, তখন আমাদের উদ্দেশ্য এবং বিষয়-বস্তু বা সামগ্রীর প্রেক্ষাপটে প্রত্যেক পদের বিশ্লেষণ করতে হয় এবং সেইসব পদগুলি নির্বাচন করতে হয় যেগুলি পার্থক্য নির্ণায়ক মান এবং কাঠিন্যমানের দিক দিয়ে উপযুক্ত হিসাবে বিবেচিত হয়। সুতরাং অভীক্ষার পদগুলি নির্বাচন ক'রে সেগুলিকে আদর্শায়িত ক'রে নিতে হয়।

॥ দুই ॥ **পরীক্ষা-নিরীক্ষা প্রক্রিয়াগুলির আদর্শায়িত করণ (Standardising testing process)**

অভীক্ষার শেষ পর্যায় পূর্ণমূল্যায়ন করার পরে পরীক্ষা-নিরীক্ষা প্রক্রিয়াগুলি, যেমন, অভীক্ষার প্রয়োগ বিধি, তার নির্দেশাবলী, সময়-সীমা, প্রাপ্তাংক নির্ধারণ (scoring) বিধি, নমুনা, প্রভৃতি অন্যান্য গুরুত্বপূর্ণ তথ্যগুলি আদর্শায়িত করা হয়।

॥ তিন ॥ **সিদ্ধান্তগুলি আদর্শায়িত করণ (Standardising the decisions)**

অভীক্ষার শেষ পর্যায়ে অভীক্ষা প্রয়োগ ক'রে যে ফলাফল পাওয়া যায় এবং তার ভিত্তিতে যে সিদ্ধান্তগুলি করা হয় সেই ফলাফল এবং সিদ্ধান্তগুলিকে আদর্শায়িত করা আবশ্যক হয়। যেমন, অভীক্ষার্থীদের তুলনামূলক বিচার, ভবিষ্যৎ সম্ভাব্যতা নিরূপণ, অভিক্ষমতা নির্ধারণ, প্রভৃতি থেকে যে সিদ্ধান্ত করা হয় সেই সিদ্ধান্তগুলি গ্রাহ্য হবে। তার জন্য অভীক্ষাটিকে এক বিশাল জনসমষ্টির (দুই বা তিন হাজার ব্যক্তি সমষ্টির) উপর প্রয়োগ করতে হয়। তারপর প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির

পরিসংখ্যানমূলক বিশ্লেষণ নিম্ন তিনটি প্রক্রিয়ার মাধ্যমে সম্পূর্ণ ক'রে ফলাফলগুলিকে আদর্শায়িত করা হয়।

(1) **গড় এবং সমকপার্থক্য সম্পর্কিত প্রক্রিয়া (Process involving Mean and Stardard deviation)**—এই প্রক্রিয়াতে দলসমষ্টি হ'তে প্রাপ্ত অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংকগুলির পরিসংখ্যামূলক বণ্টন (frequency distribution) তৈরী করা হয় এবং প্রত্যেক শ্রেণীপ্রসারে (class-interval) পরিসংখ্যার যোগফল নির্ণয় করা হয়। সমগ্র প্রাপ্তাংকের গড় ঐ পরিসংখ্যাগুলি থেকে নির্ধারণ করা হয়। দলসমষ্টিতে ব্যক্তির অবস্থান কিরূপ তা সমক পার্থক্যের সাহায্যে নির্ণয় করা হয়। গড় প্রাপ্তাংক থেকে ব্যক্তির প্রাপ্তাংকের প্রকৃত মাত্রার পার্থক্যই ব্যক্তির দলগত অবস্থান স্থির ক'রে দেয়।

(2) **শতাংশ সম্পর্কিত প্রক্রিয়া (Process involving percentile)**—এই প্রক্রিয়াতে শতাংশ বিন্দুগুলি ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বণ্টন (Cumulative frequency Distribution) থেকে নির্ধারণ করতে হয়। একটি শতাংশ বিন্দু হ'ল একটি প্রাপ্তাংক বিন্দু যার নীচে বণ্টনের প্রাপ্তাংকগুলির শতকরা একটি নির্দিষ্ট ভাগ থাকে (A percentile point is a score point below which a specified percent of the scores in the distribution falls)। অন্যভাবে বলা যায় যে, পরিমাপক মাপনি বা স্কেলের যে বিন্দুর নীচে মোট পরিসংখ্যার (N) নির্দিষ্ট শতাংশ প্রাপ্তাংক থাকে তাকে শতাংশ বিন্দু (percentile point) বলা হয়। এই প্রক্রিয়াতে প্রাপ্তাংকের পরিসংখ্যা বণ্টনের (frequency distribution of scores) প্রসার যতটা সম্ভব হতে পারে বণ্টনটিকে ঠিক ততটা শতাংশ বিন্দুগুলিতে বিভক্ত করা যায়। শতাংশগুলি (precntiles) প্রাপ্তাংকগুলির বণ্টনের নির্ভরযোগ্য চিত্র প্রদান করে। উদাহরণস্বরূপ, আমরা এই বণ্টন থেকে 10th, 20th, 30th, 40th, 70th, 80th, 90th, প্রভৃতি শতাংশগুলি নির্ণয় করতে পারি। ধরা যাক, নবম শ্রেণীর উপযোগী একটি অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক অভীক্ষায় ঐ শ্রেণীর ছাত্রী নীলা 45 নম্বর পেল এবং তার শতাংশ মান হল 70th। তার থেকে এই সিদ্ধান্ত করা যায় যে, ঐ অভীক্ষায় নীলা যেখানে 45 নম্বর পায় সেখানে শতকরা হারের হিসাবে তার দলগত অবস্থান 70 জন ছাত্রীর চেয়ে ভাল এবং পারদর্শিতার দিক দিয়ে 30 জন ছাত্রীর চেয়ে খারাপ হিসাবে বিবেচনা করা যায়। আবার ধরা যাক, যদি ঐ একই শ্রেণীর একই অভীক্ষায় শ্যামলী 51 নম্বর পায়, তাহলে শতাংশ মাপনিতে তার স্থান নির্দিষ্ট করার জন্য তার শতাংশকে নিকটবর্তী শতাংশ প্রাপ্তাংকগুলির সংগে তুলনা করা হয়। ধরা যাক, যদি শতাংশের হিসাবে 45 নম্বর প্রাপ্ত নীলার অবস্থান 70 এবং 54 নম্বর প্রাপ্তের অবস্থান 80 হয় তাহলে আমরা বলতে পারি যে, শতাংশের হিসাবে শ্যামলীর 51 নম্বর এই দুইজনের শতকরা হারের মধ্যবর্তী হবে। সুতরাং এই অবস্থাতে আমরা বলতে পারি যে, শ্যামলীর দলগত

অবস্থান শতকরা 20 জন ছাত্রীর নীচে এবং 70 জন ছাত্রীর উপরে হবে। অর্থাৎ পারদর্শিতার দিক দিয়ে সে 70 জন ছাত্রীর তুলনায় ভাল এবং 20 জন ছাত্রীর তুলনায় খারাপ।

(3) **বয়স ভিত্তিক প্রক্রিয়া (Age based process)**—বয়সের ভিত্তির উপরও অভীক্ষার আদর্শায়ন নির্ধারিত করা হয়। কারণ কিছু অভীক্ষা এমন হয় যার তুল্যাংকমান বা আদর্শমান নির্ণয় করার জন্য বয়সকে গুরুত্বপূর্ণ ভিত্তি হিসাবে ধরা হয়। যেমন, বুদ্ধি অভীক্ষা।

আদর্শ তুল্যাংকমান
(Norm)

পূর্বের আলোচনায় বলা হয়েছে যে, অভীক্ষার আদর্শায়ন প্রক্রিয়ায় তুল্যাংকমান নির্ধারণ করা আবশ্যক হ'য়ে থাকে। কোন প্রকার মানসিক বা মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষালব্ধ মূল প্রাপ্তাংকগুলি পাওয়ার পরে অভীক্ষা নির্মাতার সামনে এইরূপ সমস্যাবলী উপস্থিত হ'য়ে থাকে যে, অভীক্ষালব্ধ মূল প্রাপ্তাংকগুলি থেকে তিনি কি ধরনের উদ্দেশ্য সাধন করতে পারেন কিংবা এইগুলিকে কিভাবে বিশ্লেষণ ক'রে তিনি সঠিক সিদ্ধান্ত করতে পারেন। তৃতীয় পরিচ্ছেদে উল্লেখ করা হয়েছে যে, মানসিক পরিমাপ আপেক্ষিক ধরনের হ'য়ে থাকে এবং এই পরিমাপ থেকে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির নিজস্ব কোন অর্থ, গুরুত্ব বা অস্তিত্ব থাকে না। উদাহরণস্বরূপ, সংস্কৃত পরীক্ষায় মদন 20টি প্রশ্ন উত্তর করতে পারে, ইংরাজী পরীক্ষায় বিবেক 30টি প্রশ্ন শুদ্ধভাবে উত্তর করতে পারে, সংগীত পরীক্ষায় রাখেশ সমস্ত প্রশ্নের উত্তর 50 মিনিটে দিতে পারে অথবা অশোক কোন বুদ্ধি অভীক্ষায় 40 নম্বর পেয়ে থাকে। তার থেকে আমরা দেখি যে, এইসব প্রাপ্তাংকগুলি নিজস্বভাবে যেমন কোন অর্থ বা তাৎপর্য নির্দেশ করতে পারে না তেমনি বিভিন্ন পরীক্ষায় যারা সক্রিয়ভাবে অংশ গ্রহণ করেছিল তাদের পারদর্শিতা সম্বন্ধেও কিছু জানা যায় না। যেমন, বুদ্ধি অভীক্ষায় অশোক 40 নম্বর পেয়েছে। তার থেকে আমরা বলতে পারি না যে, সে 40 নম্বরের মধ্যে 40 অথবা 100 বা 125 বা অন্য কোন সংখ্যার মধ্যে এই নম্বর পেয়েছে। যদি আমরা একথাও বলি যে, অশোক 80 নম্বরের মধ্যে 40 নম্বর পেয়েছে বা শতকরা 50 পেয়েছে, তাহলে সঠিকভাবে আমরা কোন সিদ্ধান্ত করতে পারি না। সেই কারণে যতক্ষণ পর্যন্ত তুলনা করার জন্য কোনরূপ নির্দিষ্ট আদর্শ (definite standard) আমরা না পাই ততক্ষণ পর্যন্ত কোন সঠিক সিদ্ধান্তে আসা আমাদের পক্ষে সম্ভব হয় না। তাছাড়া একই ব্যক্তির দু'টি কর্ম সম্পাদনের মধ্যে তুলনা করার জন্যও সঠিক আদর্শের (standard) প্রয়োজন হয়। উদাহরণস্বরূপ, যখন দশম শ্রেণীর ছাত্র অমিত বাংলা পরীক্ষায় 44 এবং গণিত পরীক্ষায় 18 নম্বর পেল, তখন এই অবস্থাতে একজন সাধারণ ব্যক্তি বাংলা বিষয়ে ভাল নম্বর পাওয়ার জন্য তাকে ঐ বিষয়ে ভাল বলে বিবেচনা করে থাকে। কিন্তু মানসিক পরিমাপে এই সংখ্যার

কোন গুরুত্ব নেই। এই সংখ্যার গুরুত্ব তার তুল্যাংকমানের উপর নির্ভর করে থাকে। এখানে যদি দশম শ্রেণীর ছাত্রদের বাংলা বিষয়ে গড় প্রাপ্তাংক 50 এবং গণিত বিষয়ে গড় প্রাপ্তাংক 12 হয়, তাহলে রাশিবিজ্ঞানের বিচার অনুসারে অসিতের বাংলা বিষয়ে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক 44 এবং গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক 18 সংখ্যা দু'টি উভয় বিষয়ের গড় প্রাপ্তাংক দুটির সঙ্গে তুলনা ক'রে নিশ্চিতভাবে বলা যেতে পারে যে, গণিত বিষয়ে অসিতের ভাল ব্যুৎপত্তি আছে।

সুতরাং মনোবৈজ্ঞানিক এবং শিক্ষাবিষয়ক পরিমাপের প্রাপ্তাংকগুলির অর্থ বুঝতে এবং বিশ্লেষণাত্মক অনুশীলন করতে কিছু ব্যাপক, একই প্রকার, বস্তুনিষ্ঠ এবং স্থায়ী আদর্শের (standard) প্রয়োজন হয়। একে আদর্শ তুল্যাংকমানের রূপে নির্ণয় করা হয়। অন্যভাবে বলা যায় যে, অভীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলির বিশ্লেষণ তুল্যাংক-মানের পরিপ্রেক্ষিতে করা হয়। গ্রীণ এবং অন্যান্যের (Greene and others) মতে "অভীক্ষাফলের ব্যাখ্যা বিবেচনা করার জন্য আদর্শ তুল্যাংকমান নিশ্চিতভাবে আদর্শায়নের একটি অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়, আদর্শ তুল্যাংকমানের অভাবে অভীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলির ব্যাখ্যা করা যেতে পারে না।" ("The matter of securing norms that facililates the interpretation of the test result is undoubtedly the most important phase of standardisation······ without norms test scores can not be interpreted.")

এখানে বলা যায় যে, অনেক সময়ই অভীক্ষার ফলাফলের তাৎপর্য ব্যাখ্যার জন্য সাধারণতঃ দুই প্রকার মানদণ্ড ব্যবহার করা হয়—আদর্শ তুল্যাংকমান (norm) এবং আদর্শমান (standard)। সাধারণতঃ আদর্শ তুল্যাংকমানগুলি আদর্শায়িত অভীক্ষা-গুলির সংগে সংশ্লিষ্ট হিসাবে এবং আদর্শায়ন প্রক্রিয়ার অংশ হিসাবে ব্যবহার করা হয়। কিন্তু আদর্শমানগুলি আদর্শায়িত অভীক্ষাগুলির সংগে সংশ্লিষ্ট থাকে না এবং আদর্শায়ন প্রক্রিয়াতে ব্যবহার করা হয় না। ফলে অনেক সময় বিভ্রান্তির সৃষ্টি হয়। সুতরাং এই দু'টি মানদণ্ডের মধ্যে যে পার্থক্য দেখা যায় তা জানা আবশ্যক হয়। ফ্লানাগান (Flanagan) এই পার্থক্যের উপর গুরুত্ব আরোপ করেন। তাঁর মতে "বিশেষতঃ নির্দেশাবলীর অন্তিমরূপের পরিপ্রেক্ষিতে ব্যক্ত অর্জিত জ্ঞানের বাঞ্ছনীয় স্তরগুলি হলো আদর্শমান।" ("Standards are desirable, or desired, levels of attainment, preferably expressed in terms of outcomes of instruction")। গ্রীণ, জোরগেনসেন এবং জারবারিচ (Greene, Gorgensen and Gerberich) আদর্শ তুল্যাংকমান এবং আদর্শ মানদণ্ডের মধ্যে পার্থক্য সুস্পষ্টভাবে নির্দেশ করেছেন। তাঁরা বলেন যে, "শিক্ষার্থীর অর্জিত জ্ঞানের স্তর উল্লেখে যখন আদর্শমান ব্যবহার করা হয় তখন যে চরম উদ্দেশ্য লাভ করা হবে তার অর্থগত তাৎপর্য প্রকাশের মানদণ্ড হলো আদর্শমান। পক্ষান্তরে আদর্শ তুল্যাংকমানগুলি হলো সেই অর্জিত জ্ঞানের স্তর যা বিশেষ ধরনের শিক্ষার্থীরা প্রকৃতভাবে লাভ ক'রে থাকে।" ("The term standard, when used to refer to a level of

pupil-achievement implies an utlimate goal to be achieved, while norms are the levels of achievement which typical pupils actually attain.") আদর্শমানগুলি একজনের প্রয়োজন অনুসারে ইচ্ছাকৃতভাবে সূত্রাবদ্ধ করা হয়। কিন্তু আদর্শ তুল্যাংকমানগুলি পরীক্ষার ফল থেকে তৈরী করা হয়। প্রথমটি হলো ব্যক্তির মতামত সাপেক্ষ এবং দ্বিতীয়টি হলো বস্তুনিষ্ঠ।

আদর্শ তুল্যাংকমানের অর্থ
(Meaning of norms)

কোন অভীক্ষার আদর্শ তুল্যাংকমান হলো সেই প্রাপ্তাংক যা কোন বিশেষ দল থেকে পাওয়া যায়। অর্থাৎ "আদর্শ তুল্যাংকমানের অর্থে আমরা কাজের সেই নমুনাগুলি বুঝি যেগুলিকে সমস্ত বিশেষ দলের সাধারণতম কাজ হিসাবে গণ্য করা হয়।" ("By norms we mean specimens of work which represent the commonest type of work for the whole group in question.") এই আদর্শ তুল্যাংকমানের উপর ভিত্তি ক'রে কোন অভীক্ষার সাহায্যে দলের দুই ব্যক্তিদের মধ্যে তুলনা করা যেতে পারে এবং কোন দলের অমুক ব্যক্তির দলগত অবস্থান কিরূপ তাও জানা যেতে পারে। এখানে উল্লেখযোগ্য হলো যে, আদর্শ-তুল্যাংকমান এবং আদর্শমান দু'য়ের মধ্যে পার্থক্য আছে। যেখানে আদর্শ তুল্যাংক-মানে কোন বিশিষ্ট দলের প্রকৃত কাজের বর্ণনা করা যায় সেখানে আদর্শমান কাজের বাঞ্ছিত স্তরকে প্রকাশ ক'রে থাকে। অন্যভাবে বলা যায় যে, তুল্যাংকমান হলো কোন বিশেষ দলের ব্যক্তিদের প্রকৃত পরিমাপের গড় প্রাপ্তাংক যা প্রাসঙ্গিক দলের (reference group) ব্যক্তিদের কর্ম সম্পাদনের প্রাপ্তাংকের সঙ্গে তুলনা করা যেতে পারে এবং যা স্বাভাবিক বা বিশেষ ধরনের কর্ম সম্পাদনকে (normal or typical performance) নির্দেশ ক'রে থাকে। তুল্যাংকমান আদর্শমানের অপেক্ষা বেশী বা কম হতে পারে।

সাধারণভাবে যখন মূল প্রাপ্তাংক (raw score) অর্থপূর্ণ হয় তখন ঐ প্রাপ্তাংকের সংগে কোন বিশেষ দলের প্রাপ্তাংকের একটা সম্পর্ক থাকে। কোন প্রাপ্তাংকই নিরপেক্ষভাবে বেশী, কম, ভাল, বা মন্দ হয় না। প্রাপ্তাংকের এইরূপ ব্যাখ্যার জন্য তুল্যাংকমানের প্রয়োজন হয়। তুল্যাংকমান নির্ণয় করার জন্য সাধারণতঃ দু'টি পদ্ধতি প্রচলিত আছে।

প্রথম পদ্ধতিতে ব্যক্তির প্রাপ্তাংকগুলিকে উচ্চতম থেকে নিম্নতম ক্রমে সাজানো হয় এবং দেখা হয় যে, ব্যক্তির প্রাপ্তাংক ক্রমবদ্ধ প্রাপ্তাংকগুলির বিন্যাসে কোথায় অবস্থান ক'রে থাকে। এই পদ্ধতি সাধারণতঃ কোন বিদ্যালয়ের শ্রেণী কক্ষের পরীক্ষার ফলাফল উল্লেখ করতে ব্যবহার করা হয়। তাছাড়া একটি বিশেষ প্রাপ্তাংক প্রাপ্তাংক-গুলির উচ্চতম পর্যায়ক্রমের প্রথম, দ্বিতীয় বা তৃতীয় স্থানাধিকারী প্রাপ্তাংক, কিংবা

গড় প্রাপ্তাংকের খুবই নিকটবর্তী প্রাপ্তাংক কিংবা প্রাপ্তাংকগুলির নিম্নতম পর্যায়ক্রমের সবচেয়ে কম প্রাপ্তাংক যাই হোক না কেন শিক্ষক এবং ছাত্র উভয়ের কাছে এই প্রাপ্তাংকটি অর্থপূর্ণ তথ্য রূপে বিবেচিত হ'য়ে থাকে। আবার যদি একটি শ্রেণী-কক্ষের পরীক্ষায় 30 জন ছাত্রের মধ্যে একজন ছাত্রের অবস্থান তৃতীয় স্থানে হয় তাহলে সেই ছাত্রটি পরীক্ষার প্রশ্নগুলির 60 শতাংশ বা 90 শতাংশ যাই সঠিকভাবে সমাধান করুক না কেন ঐ পরীক্ষায় তার লব্ধ প্রাপ্তাংক উচ্চমানের হ'য়ে থাকে। তার থেকে বলা যায় যে, একটি অভীক্ষা ছাত্রদের কাছে আপেক্ষিকভাবে সহজ বা কঠিন যাই হোক না কেন আপেক্ষিক কর্মসম্পাদনের (relative performance) পরিপ্রেক্ষিতে অভীক্ষাটির প্রাপ্তাংকগুলির ব্যাখ্যায় কোন পরিবর্তন হয় না। যা প্রয়োজন হয় তা হলো একটি নির্ভরযোগ্য পর্যায়ক্রমের জন্য অভীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলির উপযুক্ত ব্যাপ্তি (sufficient spread)।

দ্বিতীয় পদ্ধতিতে মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে বিশেষ ধরনের প্রাপ্তাংকগুলিতে পরিবর্তন করা হয়। এই পরিবর্তন একই ধরনের প্রাসঙ্গিক মানের (reference value) পরিপ্রেক্ষিতে এবং পরিমাপের এককের (unit of measurement) ভিত্তিতে করা যায়। প্রাপ্তাংকের এই পরিবর্তনকে পরিবর্তিত প্রাপ্তাংক বলা হয়। সুতরাং একটি পরিবর্তিত প্রাপ্তাংক হলো সঠিকভাবে স্থিরকৃত বৈশিষ্ট্যসমূহ এবং তুলনাযোগ্য অর্থ-সম্পন্ন প্রাপ্তাংক মাপনিতে অভীক্ষা সম্পাদনের সংখ্যাসূচক বিবরণ। (A derived score is a numerical report of test performance on a score scale that has well-defined characteristics and yeilds normative meaning). খুবই সাধারণ ধরনের পরিবর্তিত প্রাপ্তাংক হলো শ্রেণীভিত্তিক সমতুল-সমূহ (grade equivalents), বয়সভিত্তিক সমতুলসমূহ (age equivalents), শতাংশ পর্যায়ক্রমসমূহ (percentile ranks) এবং আদর্শ প্রাপ্তাংকসমূহ (standard scores)। প্রথম দুই প্রকার প্রাপ্তাংক শ্রেণী বা বয়স ভিত্তিক দলের পরিপ্রেক্ষিতে অভীক্ষা সম্পাদনকে বর্ণনা করে এবং এই ক্ষেত্রে ব্যক্তির মূল প্রাপ্তাংক গড় প্রাপ্তাংক হ'য়ে থাকে। শেষ দুই প্রকার প্রাপ্তাংক নির্দিষ্ট দলে একজন ব্যক্তির আপেক্ষিক অবস্থান নির্দেশ ক'রে থাকে। কোন মনোবৈজ্ঞানিক এবং শিক্ষাবিষয়ক অভীক্ষাসমূহে ব্যক্তির প্রাপ্তাংকগুলি বিশ্লেষণ করার জন্য প্রধানতঃ চার প্রকার আদর্শ তুল্যাংকমান প্রয়োগ করা হয়। সারণী 13.1-এ এই মানগুলি তালিকাবদ্ধ করা হয়েছে।

সারণী—13.1

আদর্শ তুল্যাংকমানের প্রকার ভেদ

আদর্শ তুল্যাংকমানের প্রকার	পরিবর্তিত প্রাপ্তাংকের নাম	অভীক্ষা সম্পাদনের প্রেক্ষিতে তাৎপর্য
শ্রেণীভিত্তিক আদর্শ তুল্যাংকমান (grade norms)	শ্রেণীভিত্তিক সমতুলমানসমূহ (গড় প্রাপ্তাংককে শ্রেণীমান দিয়ে প্রকাশ করা হয়।)	শ্রেণীভিত্তিক বিভিন্ন দলে পরীক্ষার্থীর প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক যে আদর্শমান সম্পন্ন, তাই তার শ্রেণীর গড় প্রাপ্তাংক।
বয়সভিত্তিক আদর্শ তুল্যাংকমান (Age norms)	বয়সভিত্তিক সমতুল-মান সমূহ (গড় প্রাপ্তাংককে বয়সমানে প্রকাশ করা হয়।)	বয়সভিত্তিক বিভিন্ন দলে পরীক্ষার্থীর প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক যে আদর্শমান সম্পন্ন, তাই তার বয়সের পরীক্ষার্থীদের গড় প্রাপ্তাংক।
শতাংশ আদর্শ তুল্যাংকমান (Percentile norms)	শতাংশ পর্যায়ক্রম বা শতাংশ প্রাপ্তাংক (প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক বণ্টনের শতাংশক্রমে প্রকাশ করা হয়।)	পরীক্ষার্থীর প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের নীচে পরীক্ষা-মূলক দলের শতকরা যত জনের প্রাপ্তাংক আছে।
আদর্শ প্রাপ্তাংক আদর্শ তুল্যাংকমান (Standard score norms)	আদর্শ প্রাপ্তাংক সমূহ (Standard scores)	সমক পার্থক্য এককসমূহের প্রেক্ষিতে প্রাসঙ্গিক দলের গড়ের উপর বা নীচে পরীক্ষার্থীর মূল প্রাপ্তাংকের দূরত্ব।

অভীক্ষার এই আদর্শ তুল্যাংকমানগুলির সাহায্যে আমরা নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর পেয়ে থাকি।

॥ **এক** ॥ কিভাবে একজন ছাত্রের কর্ম সম্পাদনের সংগে অন্যান্য ছাত্রদের কর্ম সম্পাদন তুলনা করা যায় ?

॥ **দুই** ॥ কিভাবে একটি অভীক্ষা বা অভীক্ষাংশে একজন ছাত্রের কর্ম সম্পাদন অপর একটি অভীক্ষা বা অভীক্ষাংশে তার কর্মসম্পাদনের সংগে তুলনা করা যায় ?

॥ **তিন** ॥ কিভাবে একটি অভীক্ষায় একজন ছাত্রের কর্ম সম্পাদনের সংগে কিছু সময় পূর্বে প্রয়োগ করা হয়েছে অনুরূপ একটি অভীক্ষায় তার কর্ম সম্পাদন তুলনা করা যায় ?

অভীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলির এই তুলনা বিভিন্ন ক্ষেত্রে একটি ছাত্রের সম্ভাব্য সফলতা সম্বন্ধে ভবিষ্যদ্বাণী করা, তার ক্ষমতা ও দুর্বলতাসমূহ নির্ণয় করা, তার শিক্ষাগত প্রগতি পরিমাপ করা এবং বিভিন্ন ধরনের শিক্ষণ এবং নির্দেশনের উদ্দেশ্যে অভীক্ষার ফলাফল ব্যবহার করা সম্ভব করে তোলে। কিন্তু অভীক্ষার তুল্যাংকমান সংশ্লিষ্ট পরিবর্তিত প্রাপ্তাংকগুলির প্রয়োগ ছাড়া অভীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলির কার্যকারিতা সঠিকভাবে প্রকাশ করতে পারে না। খুবই সাধারণ ধরনের অভীক্ষার তুল্যাংকমান-গুলির সংক্ষিপ্তসার সারণী 13.1 এ দেখানো হয়েছে। অভীক্ষার ফলাফল কার্য-কারীভাবে ব্যাখ্যা এবং প্রয়োগ করতে প্রত্যেক প্রকার তুল্যাংকমানের বৈশিষ্ট্যসমূহ, সুবিধা এবং অসুবিধার সম্বন্ধে আমাদের সুস্পষ্ট ধারণা থাকা প্রয়োজন।

কিভাবে এই তুল্যাংকমান নির্ণয় করা যায় তা আলোচনার পূর্বে তার বৈশিষ্ট্য সম্পর্কে আলোচনা করা আবশ্যক। কারণ এ সম্পর্কে কোনরূপ ভ্রান্ত ধারণা থাকলে অভীক্ষায় প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের তাৎপর্য নির্ধারণের ক্ষেত্রে ত্রুটি থেকে যায়। সুতরাং যে কোন তুল্যাংকমানের প্রেক্ষিতে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের তাৎপর্য নির্ধারণের সময় তুল্যাংক-মানের বৈশিষ্ট্যগুলি মনে রাখতে হয়।

॥ এক ॥ তুল্যাংকমান (Norm) নির্ণয় করার সময় সর্বদা একটি প্রাসঙ্গিক দলের (reference group) আবশ্যক হয়। এই প্রাসঙ্গিক দলটি এমনভাবে নির্বাচন করতে হয় যাতে দলটি প্রতিনিধি স্থানীয় হয়। এই প্রতিনিধি স্থানীয় দলটি যেন সেই ধরনের বৈশিষ্ট্যগুলির অধিকারী হয় যেগুলি নিয়ে অভীক্ষা তৈরী করা হয়। তুল্যাংকমান পাওয়ার জন্য অভীক্ষাটিকে এইরূপ বৈশিষ্ট্য সম্পন্ন প্রতিনিধি স্থানীয় ব্যক্তিদের একটি দলের উপর প্রয়োগ করতে হয়।

॥ **দুই** ॥ প্রাপ্তাংক খুব ভাল বা খুব খারাপ যাই হোক না কেন তা তুল্যাংকমানের দ্বারা বোঝা যায় না। তবে যে মানটিকে তুল্যাংকমান হিসাবে ধরা হয় সেই মানটিকে প্রতিনিধি স্থানীয় দলের মান হিসাবে গণ্য করা হয়। অর্থাৎ কোন অভীক্ষার তুল্যাংকমান সাধারণভাবে মধ্যমমানের পারদর্শিতাকে বোঝায়।

॥ **তিন** ॥ তুল্যাংকমানগুলি আদর্শায়িত দলসমূহে ব্যক্তির বিশেষ কর্ম সম্পাদনকেই শুধু নির্দেশ ক'রে থাকে এবং অন্য কিছু বোঝায় না। অর্থাৎ অন্যান্য ব্যক্তিকে যে আদর্শসমূহ বা উদ্দেশ্যগুলি লাভ করতে হয় সেগুলিকে তুল্যাংকমান হিসাবে গণ্য করা উচিত নয়।

॥ **চার** ॥ তুল্যাংকমান পারদর্শিতার আদর্শ নয়। এই মান শ্রেণী বা দলের গড় পারদর্শিতার প্রতীক মাত্র।

॥ **পাঁচ** ॥ তুল্যাংকমানের সাহায্যে কোন পরীক্ষার্থীর প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক কিরূপ তা অন্যান্যদের প্রাপ্তাংকের সংগে তুলনা ক'রে জানা যেতে পারে। যখন দু'জন ছাত্রের প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক তুলনামূলকভাবে বিচার করা হয় তখন উভয়ের প্রাপ্ত প্রাপ্তাংককে প্রাসঙ্গিক মান (reference value) বা তুল্যাংকমানের (norm) প্রেক্ষিতে তুলনা ক'রে যুক্তিপূর্ণ সিদ্ধান্তে আসা সহজ হয়।

॥ ছয় ॥ তুল্যাংকমানের ভিত্তিতে অভীক্ষার্থীদের বর্তমানে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের সংগে পূর্বে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের তুলনামূলক বিচার করা সম্ভব হয়। এই ধরনের তুলনামূলক বিচারের মাধ্যমে অভীক্ষার্থীদের ভবিষ্যৎ পারদর্শিতার সম্ভাব্যতা নির্ধারণ করা যায় এবং প্রকৃত ত্রুটি নিরূপণ করা সম্ভব হয়।

॥ সাত ॥ তুল্যাংকমানের সাহায্যে একই ছাত্রের ছ'টি অভীক্ষায় বা ছ'টি বিষয়ের পরীক্ষায় প্রাপ্ত প্রাপ্তাংককের তুলনামূলকভাবে বিচার করা সম্ভব হয়। কারণ তুল্যাংকমানের পরিপ্রেক্ষিতে বিভিন্ন অভীক্ষায় প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির পুনর্মূল্যায়ন করা যায়।

উপরোক্ত আলোচনার পরিপ্রেক্ষিতে বলা যায় যে, অভীক্ষার তুল্যাংকমান নির্ণয় শুধুমাত্র যে প্রাপ্তাংকের তাৎপর্য নির্ণয়ে সাহায্য করে তাই নয়, মনোবৈজ্ঞানিক এবং শিক্ষাগত দিক থেকে তার তাৎপর্য কি হবে তাও নির্ধারণ করা যায়। সেই কারণে অভীক্ষার আদর্শায়ন (standardisation) অভীক্ষা রচনা পদ্ধতির একটি অপরিহার্য অংশ। প্রসঙ্গক্রমে একথা মনে রাখা দরকার যে, আদর্শায়নের সাহায্যে যে তুল্যাংকমান (norm) নির্ণয় করা হয় তা অভীক্ষার গুণ হিসাবে প্রকাশ করা হ'লেও প্রকৃতপক্ষে তা অভীক্ষার কোন নির্দিষ্ট গুণ নয়। এই মান যে কোন প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের তাৎপর্য নির্ণয়ের প্রাসঙ্গিক মান মাত্র।

অভীক্ষার আদর্শ তুল্যাংকমান নির্ণয়ের পদ্ধতি

(Method of determining Test Norm)

আমরা পূর্বেই আলোচনা করেছি যে, যে কোন অভীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলি যুক্তিগ্রাহ্য এবং সর্বজনীনভাবে গ্রহণযোগ্য হওয়ার জন্য তুল্যাংকমানের কথা চিন্তা করতে হয়। যেমন, কোন সময় অভীক্ষার পূর্ণমানের শতকরা হারের সাহায্যে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের তাৎপর্য প্রকাশ করতে হয়। এখানে অভীক্ষার পূর্ণমানকে প্রাসঙ্গিক মান হিসাবে ধরে তুল্যাংকমান নির্ণয় করা হয়। আবার অনেক সময় যে দলের উপর অভীক্ষা প্রয়োগ করা হয় সেই দলের প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের গড় নির্ণয় ক'রে সেই গড় মানকে প্রাসঙ্গিক মান হিসাবে বিবেচনা করা হয়। দলের প্রত্যেক ব্যক্তির প্রাপ্ত প্রাপ্তাংককে তুল্যাংকমানের পরিপ্রেক্ষিতে বিচার করলে তার তাৎপর্য বোঝা সহজ হয়। এইভাবে ব্যক্তিদের প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির তাৎক্ষণিক তাৎপর্য নির্ণয় করা যায়। কিন্তু এই ধরনের তুল্যাংকমান ব্যাপক ও সাধারণ ধর্মী না হওয়ায় তাদের বৃহত্তর ক্ষেত্রে ব্যবহার করা যায় না। এই ধরনের তুল্যাংকমানকে **স্থানীয় তুল্যাংকমান (Local norm)** বলা হয়। এজাতীয় তুল্যাংকমান আদর্শায়িত অভীক্ষার ক্ষেত্রে প্রয়োগ করা যায় না; কেবল মাত্র শ্রেণীকক্ষে শিক্ষার্থীদের পারস্পরিক তুলনামূলক বিচার করার ক্ষেত্রে ব্যবহার করা যেতে পারে। তাই আদর্শায়িত অভীক্ষার জন্য তুল্যাংকমান হিসাবে অন্য রকম মান নির্ণয় করা যায়। যেমন, **শ্রেণীভিত্তিক আদর্শ তুল্যাংকমান (Grade norm)**, **বয়সভিত্তিক আদর্শ তুল্যাংকমান (Age norm)**, **শতাংশ**

তুল্যাংকমান (Precentile norm) এবং আদর্শ প্রাপ্তাংক তুল্যাংকমান (Standard score norm)। এখানে এই চার প্রকার তুল্যাংকমান কিভাবে নির্ণয় করা যায় পৃথকভাবে তা আলোচনা করা হয়েছে।

শ্রেণীভিত্তিক আদর্শ তুল্যাংকমান (Grade norm)

শ্রেণীভিত্তিক আদর্শ তুল্যাংকমান অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক অভীক্ষাগুলির (achievement tests) ক্ষেত্রে ব্যাপকভাবে ব্যবহার করা হয়। এই মানের ভিত্তি হলো বিশেষ এক শ্রেণীর শিক্ষার্থীদের অর্জিত প্রাপ্তাংকগুলির গড় মান এবং শ্রেণীভিত্তিক সমতুলমানগুলির (grade equivalents) পরিপ্রেক্ষিতে তাদের তাৎপর্য ব্যাখ্যা করা যায়। সুতরাং একটি নির্দিষ্ট আদর্শায়িত অভীক্ষায় একটি বিদ্যালয়ের নির্দিষ্ট শ্রেণীর শিক্ষার্থীদের গড়মান বা মধ্যমমান হিসাবে শ্রেণীভিত্তিক আদর্শ তুল্যাংকমানের সংজ্ঞা দেওয়া যেতে পারে। অর্থাৎ একটি একক উপাদান (যেমন বানান সম্পর্কিত ক্ষমতা, পঠন সংবোধন বা গাণিতিক ক্ষমতা) সম্বন্ধে একটি নির্দিষ্ট শ্রেণীতে শিক্ষার্থীদের গড় অবস্থান হিসাবে এই তুল্যাংকমানের সংজ্ঞা দেওয়া যেতে পারে। (A grade norm may be defined as the mean or median achievement of pupils in a given school grade on a given standardised test. Or it may be defined as the average status of pupils in a given grade in regard to a single factor such as spelling ability, reading comprehension or arithmatic ability.) উদাহরণস্বরূপ, ধরা যাক, একটি অভীক্ষা আদর্শায়িত করার সময় অভীক্ষাটিকে পর্যায়ক্রমে ষষ্ঠ, সপ্তম ও অষ্টম শ্রেণীর একদল প্রতিনিধি স্থানীয় ছাত্রদের উপর প্রয়োগ করা হলো। যদি ষষ্ঠ শ্রেণীর ছাত্রদের প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের গড় 24, সপ্তম শ্রেণীর ছাত্রদের প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের গড় 27 এবং অষ্টম শ্রেণীর ছাত্রদের প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের গড় 30 হয়, তাহলে এই প্রাপ্তাংকগুলিতে আরোপিত শ্রেণীভিত্তিক সমতুলমানগুলি যথাক্রমে 6, 7 এবং 8 হ'য়ে থাকে। এইভাবে বিভিন্ন গড় প্রাপ্তাংকের জন্য এক-একটি শ্রেণী সমতুলমান নির্ণয় ক'রে আদর্শ তুল্যাংকমান প্রকাশ করা হয়।

শ্রেণীভিত্তিক তুল্যাংকমানগুলি প্রকাশ করার জন্য দু'টি সংখ্যামান ব্যবহার করা হ'য়ে থাকে। একটি হলো অভীক্ষার প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের মান এবং অপরটি হলো তার সমতুল শ্রেণীভিত্তিক মান। উদাহরণস্বরূপ, ষষ্ঠ শ্রেণীর শ্রেণীভিত্তিক সমতুল মানগুলির প্রসার 6·0 থেকে 6·9 পর্যন্ত হ'য়ে থাকে। শিক্ষাবর্ষের নির্ঘণ্ট অনুযায়ী এই বিভাগকে 10 ভাগে ভাগ করা হয়। কারণ বছরে কমপক্ষে দু'মাস ছুটি থাকে। এখন ষষ্ঠ শ্রেণীর শ্রেণীভিত্তিক সমতুল মান যদি 6 ধরা হয় এবং সপ্তম শ্রেণীর শ্রেণীভিত্তিক সমতুল মান যদি 7 হয়, তাহলে 1 বছরের ব্যবধানকে সমান দশটি ভাগে ভাগ করা হয় এবং এক একটি অংশ এক মাসের সমান হয়। শিক্ষামূলক পরিমাপের ক্ষেত্রে এই $\frac{1}{10}$ মাপনিতে ভাগ করলে অভীক্ষার কর্ম সম্পাদনে কোন পরিবর্তন হয় না।

অর্থাৎ, অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংকে বিশেষ কিছু তারতম্য ঘটে না। এইভাবে একটি নির্দিষ্ট অভীক্ষার ভিত্তিতে একটি পূর্ণাঙ্গ তালিকা তৈরী করা যায়। এই তালিকায় দু'টি স্তম্ভ থাকে। একটি স্তম্ভে অভীক্ষায় প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকমান এবং অপর একটি স্তম্ভে প্রত্যেকটি প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের সমতুল শ্রেণীভিত্তিক তুল্যাংকমান (Grade norm) থাকে। যে কোন পরীক্ষক পরবর্তীকালে ঐ অভীক্ষাটি ছাত্র-ছাত্রীদের উপর প্রয়োগ ক'রে সেই ছাত্র-ছাত্রীদের প্রাপ্ত প্রাপ্তাংককে ঐ তালিকার ভিত্তিতে শ্রেণীভিত্তিক তুল্যাংকমানে পরিবর্তন করতে পারেন। এই ধরনের একটি তালিকা সারণী 13.2 তে দেওয়া হয়েছে। তালিকাটি অষ্টম শ্রেণীর ছাত্র-ছাত্রীদের উপযোগী বিজ্ঞান বিষয়ক দক্ষতা পরিমাপক অভীক্ষার (Scientific Ability Test) ভিত্তিতে তৈরী করা হয়েছে।

সারণী—13.2

বিজ্ঞান বিষয়ক দক্ষতা পরিমাপক অভীক্ষার আদর্শ তুল্যাংকমান

অভীক্ষায় প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক	শ্রেণীভিত্তিক তুল্যাংকমান	অভীক্ষায় প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক	শ্রেণীভিত্তিক তুল্যাংকমান
0	2·0	21	4·1
1	2·1	22	4·2
2	2·2	23	4·3
3	2·3	24	4·4
4	2·4	25	4·5
5	2·5	26	4·6
6	2·6	27	4·7
7	2·7	28	4·8
8	2·8	29	4·9
9	2·9	30	5·0
10	3·0	31	5·1
11	3·1	32	5·2
12	3·2	33	5·3
13	3·3	34	5·4
14	3·4	35	5·5
15	3·5	36	5·6
16	3·6	37	5·7
17	3·7	38	5·8
18	3·8	39	5·9
19	3·9	40	6·0
20	4·0	41	6·1

অভীক্ষায় প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক	শ্রেণীভিত্তিক তুল্যাংকমান	অভীক্ষায় প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক	শ্রেণীভিত্তিক তুল্যাংকমান
42	6·2	72	10·1
43	6·3	73	10·2
44	6·4	74	10·3
45	6·5	75	10 4
46	6·6	76	10·5
47	6·7	77	10 6
48	6·8	78	10·7
49	6·9	79	10·8
50	7·0	80	10·9
51	7·1	81	11·0
52	7·2	82	11·1
53	7·3	83	11·2
54	7·4	84	11·3
55	7·5	85	11·4
56	7·6	86	11·5
57	7·7	87	11·6
58	7·8	88	11·7
59	7·9	89	11·8
60	8·0	90	11·9
61	8·1	91	12 0
62	8·2	92	12·1
63	8·3	93	12·2
64	8·4	94	12·3
65	8·5	95	12·4
66	8·6	96	12·5
67	8·7	97	12·6
68	8·8	98	12·7
69	8·9	99	12·8
70	9·0	100	12·9
71	10·0		

সারণী 13.2 থেকে দেখা যায় যে, যে শিক্ষার্থী অভীক্ষায় 20 প্রাপ্তাংক পেয়েছে তার তুল্যাংক প্রাপ্তাংক 4·0 হয়, যে শিক্ষার্থী অভীক্ষায় 40 প্রাপ্তাংক পেয়েছে তার তুল্যাংক প্রাপ্তাংক 6·0 হয়। তুলনামূলকভাবে বিচার করলে দেখা যায় যে, প্রাপ্ত মূল প্রাপ্তাংক (Raw Score) দু'গুণ হলেও তুল্যাংকমান সমগুণিতকে বাড়ে না।

শ্রেণীভিত্তিক আদর্শ তুল্যাংকমানের সুবিধা (Advantages of grade norm) : সাধারণতঃ মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষাবিষয়ক পরীক্ষার ক্ষেত্রে শ্রেণীভিত্তিক আদর্শ তুল্যাংকমানই (grade norm) বেশী ব্যবহার করা হ'য়ে থাকে। কারণ এই ধরনের তুল্যাংকমান ব্যবহারে কিছু সুবিধা পাওয়া যায়।

॥ **এক** ॥ শ্রেণীভিত্তিক আদর্শ তুল্যাংকমান সহজে নির্ণয় করা যায়। যদি শিক্ষার্থীদের শিক্ষাগত শ্রেণী জানা থাকে তাহলে তাদের প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির উপর ভিত্তি ক'রে তুল্যাংকমান নির্ধারণ করা যায়।

॥ **দুই** ॥ এই ধরনের তুল্যাংকমানের উপর ভিত্তি ক'রে কোন শিক্ষার্থীর বিভিন্ন পরীক্ষায় প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির তুলনামূলক বিশ্লেষণ করা সহজ হয়। যদি অষ্টম শ্রেণীর কোন শিক্ষার্থী বাংলা পরীক্ষায় 9·0 এবং ইংরাজী পরীক্ষায় 6·1 পায় তাহলে বলা যাবে যে ঐ শিক্ষার্থী বাংলা বিষয়ের পারদর্শিতার দিক দিয়ে 1 বছর এগিয়ে আছে এবং ইংরাজী বিষয়ে পারদর্শিতার দিক দিয়ে তার শ্রেণীর ছাত্রদের তুলনায় 2 বছর পিছিয়ে আছে।

॥ **তিন** ॥ তুল্যাংকমানগুলির সর্বজনীন স্বীকৃতি বিশেষভাবে এই কারণে দেওয়া হ'য়ে থাকে যে, পরীক্ষার ফলাফল সেই এককগুলিতে প্রকাশ করা যায় যে এককগুলি আপাততঃভাবে সহজে বোঝা এবং ব্যাখ্যা করা যায়। উদাহরণস্বরূপ, ধরা থাক, ষষ্ঠ শ্রেণীর মাঝামাঝি অবস্থানকারী একজন ছাত্রের নিম্নলিখিত শ্রেণীভিত্তিক তুল্যাংকমান-গুলি পাওয়া গেল। যেমন,

গণিত 6·5
বাংলা 7·5
ইংরাজী 9·0

এই প্রাপ্তাংকগুলির তাৎপর্য বিশ্লেষণ ক'রে শিক্ষক, অভিভাবক, শিক্ষার্থী সকলেই সহজে বুঝতে পারে যে, ছাত্রটির গণিত বিষয়ে পারদর্শিতা ঠিক সাধারণের মত, বাংলা বিষয়ে সে পারদর্শিতার দিক দিয়ে 1 বছর এগিয়ে আছে এবং ইংরাজী বিষয়েও সে পারদর্শিতার দিক দিয়ে 2 বছর এগিয়ে আছে। শ্রেণীভিত্তিক তুল্যাংকমানগুলিতে একটি সাধারণ একক পাওয়া যায় যা আমাদের সকলের কাছে পরিচিত।

শ্রেণী ভিত্তিক আদর্শ তুল্যাংকমানগুলির অসুবিধা (Disadvantages of grade norms) : শ্রেণীভিত্তিক আদর্শ তুল্যাংকমানগুলি অপেক্ষাকৃতভাবে বোঝা এবং তাদের তাৎপর্য নির্ণয় করা সহজ হ'লেও নানারকম ত্রুটি ও অসুবিধা দেখা

যায়। এই ত্রুটি ও অসুবিধাগুলি না বুঝে যদি সিদ্ধান্ত গ্রহণ করা হয় তাহলে অনেক সময় সেই সিদ্ধান্তে ভুলের সম্ভাবনা থাকে এবং সিদ্ধান্তগুলি কার্যকারী করার ক্ষেত্রে অসুবিধার সৃষ্টি হয়। এর মূল অসুবিধা হলো—

॥ **এক** ॥ শ্রেণীভিত্তিক আদর্শ তুল্যাংকমানগুলির সবচেয়ে বড় ত্রুটি হলো যে, মাপনির বিভিন্ন অংশে অথবা একটি অভীক্ষা থেকে অন্য একটি অভীক্ষাতে পরিমাপের এককগুলি সমান হয় না। এই ধরনের তুল্যাংকমান নির্ণয়ের ক্ষেত্রে শিক্ষার্থীদের বিভিন্ন পাঠ্য বিষয়ে অগ্রগতির হারকে সমান ধরা হলেও বাস্তবে তা সম্ভব হয় না। কারণ শিক্ষার্থীদের শিক্ষণীয় বিষয়ে অগ্রগতি বিভিন্ন সময়ে বিভিন্ন হারে হ'য়ে থাকে। উদাহরণস্বরূপ, চতুর্থ শ্রেণী থেকে পঞ্চম শ্রেণী পর্যন্ত পাটিগণিতের অগ্রগতি যে হারে হয়, দ্বিতীয় শ্রেণী থেকে তৃতীয় শ্রেণী অথবা অষ্টম শ্রেণী থেকে নবম শ্রেণীতে সে হারে অগ্রগতি হয় না। যদিও এখানে প্রতিটি ক্ষেত্রে শ্রেণী ব্যবধান 1 বছর (বা 20 মাস) হয়, তবুও শ্রেণী এককগুলির (grade units) পরিপ্রেক্ষিতে অগ্রগতি বা পশ্চাদ-পদতা শ্রেণী মাপনির বিভিন্ন অংশে বিভিন্ন অর্থ প্রকাশ ক'রে থাকে। তাই এই জাতীয় শ্রেণীভিত্তিক তুল্যাংকমানের পরিমাপক মাপনির একক সমদূরত্বে আছে একথা মেনে নেওয়া যায় না। কিন্তু তাৎপর্য নির্ধারণের ক্ষেত্রে তাই অনুমান করা হয়। ফলে ত্রুটি অবশ্যম্ভাবী হ'য়ে থাকে।

॥ **দুই** ॥ আদর্শ তুল্যাংকমানগুলির অপর ত্রুটি হলো যে, উচ্চ এবং নিম্ন শ্রেণী ভিত্তিক সমতুলমানগুলি (grade equivalents) অস্পষ্ট অর্থ প্রকাশ ক'রে থাকে। তৃতীয় শ্রেণীর নীচে এবং নবম শ্রেণীর উপরে সমতুলমানগুলির অনুরূপ মূল প্রাপ্তাংক-গুলি সাধারণতঃ পরিমাপের অপেক্ষা আনুমানিক ভিত্তিতে নির্ণয় করা হয়। এখানে পরিমাপের এককগুলি অনুমান ভিত্তিক হওয়ার দরুণ যে কোন নির্দিষ্ট দলের শিক্ষার্থীদের অগ্রগতি সঠিকভাবে ব্যাখ্যা করা সম্ভব হয় না। ফলে তৃতীয় ও নবম শ্রেণীদ্বয়ের বাইরে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকমানের যে তুল্যাংকমান পাওয়া যায় তার মধ্যে ত্রুটি থেকে যায়।

॥ **তিন** ॥ এই শ্রেণীভিত্তিক তুল্যাংকমানগুলি অনেক সময় অভিভাবক এবং শিক্ষকদের মনে ভ্রান্ত ধারণার সৃষ্টি ক'রে থাকে। কারণ যখন বিভিন্ন বিষয়ে একজন শিক্ষার্থীর আপেক্ষিক কর্ম সম্পাদন তুলনা করা হয় তখন পরিমাপের সমদূরত্ব একক-গুলির অভাব এবং অন্তিম প্রাপ্তাংকগুলির অনিশ্চিত মূল্যের জন্য এইরূপ ভ্রান্ত ধারণার সৃষ্টি হয়। উদাহরণস্বরূপ, একজন পঞ্চম শ্রেণীর ছাত্র কোন অভীক্ষায় তুল্যাংকমান 7 পেলে এই বোঝায় না যে, সে সপ্তম শ্রেণীর উপযোগী কাজ করতে পারবে। তার উন্নত তুল্যাংকমান দেখে এইটুকু বিশ্বাস করা যায় যে, সে তার নিজের শ্রেণীর অন্যান্য ছাত্রদের অপেক্ষা ভাল। কিন্তু অনেক সময়ই শিক্ষক এবং অভিভাবক তাকে উন্নত শ্রেণীর উপযোগী হিসাবে বিবেচনা ক'রে থাকেন। ফলে এই জাতীয় তুল্যাংকমানের ক্ষেত্রে তাৎপর্য নির্ণয়ে ত্রুটির সম্ভাবনা থেকে যায়।

বয়সভিত্তিক আদর্শ তুল্যাংকমান (Age norm)

বয়সভিত্তিক আদর্শ তুল্যাংকমানগুলি বিভিন্ন বয়সে শিক্ষার্থীরা যে গড় প্রাপ্তাংকগুলি অর্জন ক'রে তাদের উপর নির্ভর করে থাকে এবং এইগুলিকে বয়সের সমতুলমানগুলির প্রেক্ষিতে ব্যাখ্যা করা হয়। বয়সভিত্তিক আদর্শ তুল্যাংকমান হলো নির্ধারিত জন্মগত বয়সের একদল শিক্ষার্থীদের একটি বুদ্ধি বা অর্জিত জ্ঞানবিষয়ক অভীক্ষাতে গড় বা মধ্যমমানের ভিত্তিতে কর্ম সম্পাদনের বর্ণনা। (**An age norm is a statement of the mean or median performance on an intelligence or achievement test by a group of pupils of a designated chronological age.**) শ্রেণী ভিত্তিক আদর্শ তুল্যাংকমানগুলির (grade norms) ক্ষেত্রে, যেমন শিক্ষান্তরকে তুল্যাংকমানের ভিত্তি ধরা হয়, তেমনি বয়সভিত্তিক আদর্শ তুল্যাংকমানগুলির ক্ষেত্রে শিক্ষার্থীর জন্মগত বয়সকে ভিত্তি হিসাবে ধরা হয়। যেমন, ধরা যাক, যদি কোন অভীক্ষায় 10 বছর 2 মাস বয়সের শিক্ষার্থীরা গড় প্রাপ্তাংক 24 পায়, তাহলে তাদের অভীক্ষায় প্রাপ্ত 24 প্রাপ্তাংকের বয়স সমতুলমান 10 বছর 2 মাস হবে। এখানে আদর্শ তুল্যাংকমানটিকে বয়সে প্রকাশ করা হয়।

শ্রেণীভিত্তিক তুল্যাংকমানগুলির ন্যায় বয়স ভিত্তিক তুল্যাংকমানগুলির একই প্রকার বৈশিষ্ট্য এবং ত্রুটি আছে। উভয়ের নির্ধারণ পদ্ধতি একই রকম। তাৎপর্য নির্ণয়ের পদ্ধতিও একই প্রকার। প্রধান পার্থক্য হলো যে, পরীক্ষায় কর্ম সম্পাদনলব্ধ প্রাপ্তাংককে বয়সের প্রাপ্তাংকে প্রকাশ করা হয় এবং বয়সভিত্তিক তুল্যাংকমানগুলি পঞ্জিকা তালিকা অনুযায়ী বর্ষকে দশের পরিবর্তে বারোটি অংশে ভাগ করে। উদাহরণস্বরূপ, দশ বছর বয়সের তুল্যাংকমানগুলির প্রসার 10 থেকে 11 পর্যন্ত হয়। এই পদ্ধতিতে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংককে বয়স প্রাপ্তাংকে পরিবর্তন করা হয় এবং তুল্যাংকমানটিকে বয়স হিসাবে বিবেচনা করা হয়। মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষাবিষয়ক অভীক্ষাগুলির ক্ষেত্রে এই জাতীয় তুল্যাংকমানগুলি সাধারণভাবে ব্যবহার করা হয়। মানসিক বৈশিষ্ট্যসমূহ পরিমাপের ক্ষেত্রে এই প্রকার বয়সভিত্তিক আদর্শ তুল্যাংকমানকে বলা হয় মানসিক বয়স (mental age) এবং শিক্ষাবিষয়ক পরিমাপের ক্ষেত্রে এই আদর্শ তুল্যাংকমানকে শিক্ষাগত বয়স (educational age) বলা হয়। সকল প্রকার বয়সভিত্তিক আদর্শ তুল্যাংকমানগুলির ব্যাখ্যা একইভাবে করা হয়। উদাহরণস্বরূপ, 12 বছর 6 মাসের পঠন বয়স (reading age) এবং 13 বছরের মানসিক বয়স (mental age) বিশিষ্ট একজন শিক্ষার্থী পঠন বিষয়ক অভীক্ষায় যে প্রাপ্তাংক অর্জন করে সেই প্রাপ্তাংক 12 বছর 6 মাস বয়সের শিক্ষার্থীদের গড় প্রাপ্তাংকের সমান হয়। আবার ঐ একই শিক্ষার্থী মানসিক ক্ষমতা বিষয়ক অভীক্ষায় যে প্রাপ্তাংক অর্জন করে সেই প্রাপ্তাংক 13 বছর বয়সের শিক্ষার্থীদের গড় প্রাপ্তাংকের সমান হয়।

বয়সভিত্তিক আদর্শ তুল্যাংকমান একটি তালিকার দু'টি স্তম্ভে পরিবেশন করা হয়। একটি স্তম্ভে অভীক্ষার প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের মান থাকে এবং অপর স্তম্ভে প্রাপ্তাংকের সমতুল আদর্শ বয়সভিত্তিক মান থাকে। এই তালিকা তৈরী করার

জন্য অভীক্ষক নতুন অভীক্ষাটিকে বিভিন্ন বয়সের প্রতিনিধি স্থানীয় এক-একটি দলের উপর প্রয়োগ করেন। পরে প্রত্যেকটি দলের গড় প্রাপ্তাংকের বিপরীত দলের গড় বয়সটি আরোপ করেন। এই কারণে দেখা যায় যে, বয়সভিত্তিক তুল্যাংকমান শ্রেণী ভিত্তিক তুল্যাংকমানের ন্যায় সম একক সম্পন্ন হয় না। পরিমাপক মাপনির মাঝে মাঝে ব্যবধান থাকে। বয়স ভিত্তিক তুল্যাংকমানের একটি নমুনা সারণী দেওয়া হলো। সারণী 13.3 থেকে বোঝা যাবে যে, বয়সভিত্তিক মাপনির একক এবং অভীক্ষার প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের একক সমদূরত্বে পতিত হয় না।

সারণী—13.3

পঠন অভীক্ষার আদর্শ তুল্যাংকমান

অভীক্ষায় প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক	পঠন ভিত্তিক বয়স	অভীক্ষায় প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক	পঠন ভিত্তিক বয়স
10	4·0	21	6·6
11	4·2	22	6·10
12	4·3	23	7·0
13	4·4	24	7·5
14	4·9	25	7·7
15	5·3	26	7·10
16	5·4	27	8·4
17	5·9	28	8·10
18	5·11	29	8·11
19	6·3	30	9 3
20	6·5		

সারণী 13.3 থেকে দেখা যায় যে, পঠন ভিত্তিক বয়স মাপনিটিতে যথেষ্ট পার্থক্য রয়েছে, যদিও অভীক্ষায় প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলি একই দূরত্বে বর্তমান। এই ধরনের অসম ব্যবধান শ্রেণী ভিত্তিক তুল্যাংকমান নির্ণয়ের ক্ষেত্রে দেখা যায় না। কিন্তু বয়স ভিত্তিক তুল্যাংকমানের ক্ষেত্রে সাধারণ প্রাপ্তাংকমানের 1 একক ব্যবধানে অভীক্ষার্থীর শিক্ষাগত বয়স কোন সময় 1 মাস বাড়ে, আবার কোন সময় 2 থেকে 3 মাস পর্যন্ত বাড়ে। বিভিন্ন বয়সে বৃদ্ধির ধরনে এইরূপ তারতম্য ঘটে। তার ফলে বয়সভিত্তিক একক সমূহের (age units) সাহায্যে একই প্রকার অর্থ করা যায় না। কিন্তু অল্প বয়স্ক ছেলেমেয়েদের ক্ষেত্রে সাধারণতঃ বয়সভিত্তিক তুল্যাংকমানের সাহায্যে সমরূপ অর্থ করতে অসুবিধা হয় না। কারণ এই সময়ে তাদের ক্ষমতার বৃদ্ধি নিরবিচ্ছন্নভাবে একই প্রকার হয়। কিন্তু এই বৃদ্ধির নিরবিচ্ছন্নতা বয়স বৃদ্ধির সংগে সংগে বিঘ্নিত

হওয়ায় বয়সভিত্তিক আদর্শ তুল্যাংকমানের সাহায্যে বেশী বয়সের শিক্ষার্থীদের বিভিন্ন প্রকার ক্ষমতাবলীর সমভাবে ব্যাখ্যা করা যায় না। ধরা যাক, দশ বছর মানসিক বয়স বিশিষ্ট আট বছর বয়সের একটি ছেলে উন্নত মানসিক ক্ষমতার অধিকারী ; কিন্তু সে দশ বছর বয়সের সাধারণ ছেলেদের মানসিক কাজকর্মের সংগে প্রয়োজনীয়ভাবে নিজেকে খাপ খাওয়াতে পারে না। এমন কি সে সহজ বিষয়ের সমাধান দ্রুততার সংগে এবং নিখুঁতভাবে করলেও এবং সংখ্যামূলক সমস্যাসমূহের সমাধানে অস্বাভাবিকভাবে সাফল্য লাভ করলেও সর্ববিষয়ে দশ বছর বয়সের ছেলেমেয়েদের সমকক্ষ হতে পারে না। তার এইরূপ কর্ম সম্পাদন কাজের কৌশল এবং বিশেষ ক্ষমতার অন্য প্রকার মিশ্রণের প্রতিফলন স্বরূপ হতে পারে। সুতরাং দশ বছরের সমতুল্য মানসিক বয়স সম্পর্কে আমরা এইটুকুই বলতে পারি যে, তার অর্জিত প্রাপ্তাংক সাধারণ দশ বছর বয়সের শিক্ষার্থীদের অর্জিত প্রাপ্তাংকের সমান। এর থেকে বলা যায় না যে, কোন্ ধরনের উপাদানসমূহের মিশ্রণে এইরূপ প্রাপ্তাংক পাওয়া যায়।

শ্রেণীভিত্তিক ও বয়সভিত্তিক তুল্যাংকমানগুলির অপব্যাখ্যার দরুণ এইগুলিকে অর্থপূর্ণ প্রাপ্তাংকগুলির স্থলাভিসিক্ত করার জন্য এক ধরনের মতবাদ গড়ে উঠেছে। পরিমিতিবিদ গ্রনলুণ্ডের (Gronlund) মতে "গবেষণায় বা শ্রেণী বা শিক্ষার্থীর অগ্রগতিতে শ্রেণীভিত্তিক তুল্যাংকমান কখন ব্যবহার করা উচিত নয়। আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলি বা শতাংশ বা মূল প্রাপ্তাংকসমূহ ভাল ফল প্রদান ক'রে থাকে। বয়সভিত্তিক তুল্যাংকমানগুলির অপব্যাখ্যার সম্ভাবনা আছে।" ("Grade conversion should never be used in reporting on a pupil or a class or in research. Standard scores or percentiles or raw scores serve better. Age conversions are also likely to be misinterpreted.")

যদিও মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষামূলক পরিমাপের ক্ষেত্রে এক সময়ের বহুল ব্যবহৃত শ্রেণীভিত্তিক এবং বয়সভিত্তিক তুল্যাংকমানগুলির উপযোগিতা হ্রাস পেয়েছে, তবুও এইগুলির ব্যবহার এখন পর্যন্ত বিদ্যালয়গুলিতে ব্যাপকভাবে করা হ'য়ে থাকে। কিছুটা চিরাচরিত প্রথা হিসাবে এবং কিছুটা একবছর থেকে পরবর্তী বছরের বৃদ্ধির পরিমাপক হিসেবে এইগুলি ব্যবহার করা হয়। এইরূপ বৃদ্ধি শতাংশ স্তরসমূহ (Percentile ranks) বা বিশেষ ধরনের আদর্শ প্রাপ্তাংকের দ্বারা দেখানো যেতে পারে না। কারণ এই প্রাপ্তাংকগুলি একজন শিক্ষার্থীর আপেক্ষিক অবস্থানকে তার নিজের শ্রেণী বা বয়সের দলের পরিপ্রেক্ষিতে নির্দেশ ক'রে থাকে। যদি একজন শিক্ষার্থী বছরের পর বছর স্বাভাবিকভাবে উন্নতি ক'রে, তাহলে সে তার দলের মধ্যে একই প্রকার আপেক্ষিক অবস্থান রক্ষা করবে: এবং তাকে একই প্রকার শতাংশ স্তরে বা আদর্শ প্রাপ্তাংকে নির্দিষ্ট করা যাবে।

বুদ্ধির পরিমাপের প্রয়োজনীয়তা মেটানোর জন্য বর্তমানে পরিমাপিত প্রাপ্তাংকগুলি সম্বন্ধীয় পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়। এইগুলি হলো এক বিশেষ ধরনের আদর্শ প্রাপ্তাংক যা সমস্ত শ্রেণীভিত্তিক স্তরগুলির জন্য একটি স্বতন্ত্র অবিচ্ছন্ন মাপনি প্রদান ক'রে থাকে। পরিমাপিত প্রাপ্তাংকগুলি শিক্ষাপ্রসূত বৃদ্ধি দেখানোর জন্য ব্যবহার করা হয়। কারণ এইরূপ প্রাপ্তাংকগুলির সুবিধা হলো যে, এরা মাপনিতে প্রায় সমান একক প্রদান ক'রে থাকে। কিন্তু অসুবিধা হলো যে, অভীক্ষা কর্মের পরিপ্রেক্ষিতে এদের তাৎপর্য খুব স্পষ্টভাবে বোঝা যায় না।

কিছুদিন আগে পর্যন্ত মানসিক বা শিক্ষাগত বয়সকে তুল্যাংকমান হিসাবে ধরে বিভিন্ন ধরনের সূচক (Index) নির্ণয় করার ব্যবস্থা খুব বেশী প্রচলিত ছিল। যেমন, বুদ্ধ্যঙ্ক (Intelligence Quotient, I Q) যা মানসিক বয়সকে জন্মগত বয়স দিয়ে ভাগ এবং 100 দিয়ে গুণ ক'রে নির্ণয় করা হয়; শিক্ষাংক (Educational Quotient, E Q) যা বিষয়গত বয়স (subject age) বা সাধারণ অর্জিত জ্ঞান প্রসূত বয়স (achievement age)-কে জন্মগত বয়স দিয়ে ভাগ ক'রে এবং 100 দিয়ে গুণ ক'রে নির্ণয় করা হয়; অর্জিত জ্ঞান প্রসূত সহগাংক (Achievement Quotient, A Q) যা শিক্ষাগত বয়সকে মানসিক বয়স দিয়ে ভাগ ক'রে এবং 100 দিয়ে গুণ ক'রে নির্ণয় করা হয়। এখানে প্রত্যেকটি সূচকের অনুপাতকে 100 দিয়ে গুণ ক'রে ভগ্নাংশ পরিহার করার রীতি মনোবিজ্ঞানী স্টার্নের (stern) মতানুসারে গ্রহণ করা হ'য়ে থাকে। যদিও এদের কিছু কিছু এখনও ব্যবহার করা হয়, তবুও সাধারণতঃ ব্যবহারের জন্য এইগুলি সুপারিশ করা হয় না। এইরূপ সহগাংকগুলির (quotients) প্রধান ত্রুটি হলো যে, সাধারণভাবে অস্তিত্বহীন বয়সভিত্তিক এককগুলির সামঞ্জস্যতা এবং বৃদ্ধির অবিচ্ছন্নতাকে ধরে নিয়ে এই সহগাংকগুলি নির্ণয় করা হয়। ফলে এদের উপর ভিত্তি ক'রে যথাযথভাবে কোনরূপ সিদ্ধান্ত করা বা তাৎপর্য ব্যাখ্যা করা যায় না।

প্রসঙ্গক্রমে উল্লেখ করা যেতে পারে যে, পুরনো বুদ্ধ্যঙ্ক অনুপাত (Ratio I Q) বিচ্যুতি বুদ্ধ্যঙ্ক (Deviation I Q) দ্বারা স্থলাভিষিক্ত হচ্ছে। এইরূপ বুদ্ধ্যঙ্ক এমন কোন সহগাংক (Quotient) নয় যার ভিত্তি মানসিক ও জন্মগত বয়সের উপর নির্ভরশীল হ'য়ে থাকে। অন্যান্য আদর্শ প্রাপ্তাংকের ন্যায় এর ব্যাখ্যা করা হয়। গুরুত্বপূর্ণ বিষয় হলো যে, বিচ্যুতি বুদ্ধ্যঙ্কের ধরনে নির্ণীত বুদ্ধ্যঙ্ক অনুপাত এবং শিক্ষাংকগুলি ক্রমশঃ অপ্রচলিত হ'য়ে যাচ্ছে এবং গ্রুণলুণ্ডের (Gronlund) মতে শীঘ্রই শিক্ষাক্ষেত্রে এদের কোন মূল্য থাকবে না। ("Soon these will disappear from the educational scene.")

তবু এই ত্রুটি এবং অসুবিধা সত্বেও আদর্শায়নের ক্ষেত্রে বয়সভিত্তিক তুল্যাংকমান এখনও ব্যবহার করা হয়। এর প্রধান সুবিধা হলো যে, এর সাহায্যে শিক্ষার্থীদের বিশেষ কোন ক্ষেত্রে বিকাশের হারকে সাধারণের কাছে বোধগম্য ক'রে তুলে ধরা

সম্ভব হয়। পরীক্ষার মাধ্যমে দেখা গেছে যে, যে সব মানসিক এবং শিক্ষাবিষয়ক বৈশিষ্ট্যের বিকাশ মোটামুটি সামঞ্জস্যপূর্ণভাবে হয় তাদের ক্ষেত্রে এই প্রকার বয়স-ভিত্তিক তুল্যাংকমান শিক্ষার্থীদের যথার্থ মানসিক এবং শিক্ষাগত অবস্থা সম্পর্কে ধারণা দিতে পারে। এইভাবে শিক্ষার্থীদের অর্জিত জ্ঞান প্রভৃত পারদর্শিতার মান প্রকাশ করলে সাধারণের বুঝতে কোন অসুবিধা হয় না। কারণ বয়স (age) সম্পর্কে সাধারণ ধারণা থেকে এই আদর্শ তুল্যাংকমানকে বিচার করা যায়। তাছাড়া এই ধরনের তুল্যাংকমানের ভিত্তিতে শিক্ষার্থীদের বিশেষ বিশেষ দলে বা উপদলে ভাগ করা যায়। এই সমস্ত কারণে অভীক্ষার আদর্শায়নের সময় বিশেষভাবে বুদ্ধি বা মানসিক ক্ষমতা সম্পর্কিত অভীক্ষাগুলির ক্ষেত্রে এই ধরনের তুল্যাংকমান ব্যবহার করা হ'য়ে থাকে এবং বিশেষ উপযোগী হিসাবে বিবেচিত হয়।

শতাংশ তুল্যাংকমান (Perecntile Norm)

অভীক্ষার কর্ম সম্পাদনের তাৎপর্য ব্যাখ্যা করার সবচেয়ে বেশী ব্যবহৃত এবং উপলব্ধি যোগ্য পদ্ধতিগুলির একটি পদ্ধতি হলো শতাংশ ক্রম বা র‍্যাঙ্ক। শিক্ষার্থীদের শতকরা হারের হিসাবে একজন শিক্ষার্থীর প্রাপ্তাংক কত জনের নীচে পতিত হয় তার পরিপ্রেক্ষিতে ঐ দলের মধ্যে ঐ শিক্ষার্থীর আপেক্ষিক অবস্থান শতাংশ ক্রম বা শতাংশ প্রাপ্তাংক নির্দেশ ক'রে থাকে। অন্যভাবে প্রাপ্তাংকের শতাংশ ক্রম বলতে বোঝায় ঐ প্রাপ্তাংকের নীচে প্রাপ্ত বণ্টনের শতকরা কত ভাগ প্রাপ্তাংক আছে। সাধারণভাবে শতাংশ হলো মাপনিতে এমন একটি বিন্দু যার নীচে কোন বণ্টনের এক নির্দিষ্ট শতাংশ পতিত হয়। (Percentile is the point on the scale below which a fixed percentage of the distribution falls). অন্যভাবে বলা যায় যে, একটি নির্দিষ্ট জনসংখ্যার একটি বিন্দুর নীচে শতকরা কতজন ব্যক্তি পতিত হয় পরিমাপের মাপনিতে নির্ণীত সেই বিন্দুকে শতাংশ আদর্শ তুল্যাংকমান হিসাবে পরিভাষিত করা যেতে পারে। (A percenitle norm may be defined as a point on a scale of measurement determined by the percentage of individuals in a given population that lies below this point). এই দিক দি'য়ে কোন প্রাপ্তাংকর তাৎপর্য নির্ণয় করার জন্য আমাদের মধ্যমমান (median), চতুর্থাংশ (quartile) এবং শতাংশ (percentile) নির্ণয় করতে হয় এবং সেই শতকরা হারও (Percentage) গণনা করতে হয় যা প্রাপ্তাংকের নীচে থাকে। যে কোন ব্যক্তি ঐ প্রাপ্তাংক পেলেই সেই প্রাপ্তাংকই হবে ঐ ব্যক্তির শতাংশ মান। উদাহরণস্বরূপ, এখানে একটি নৈতিকতা বিচারকরণ অভীক্ষা (Moral Judgment Test) থেকে প্রাপ্ত তিনটি বয়সের দলসমষ্টির শতাংশ আদর্শ তুল্যাংকমানের উল্লেখ করা হলো।

সারণী—13.4

অভীক্ষায় প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির সমানার্থক শতাংশ

শতাংশ	মূল প্রাপ্তাংক Age groups 6—7 years	8—9 years	10—11 years	বিশ্লেষণ
99	33·50	44·50	52·00	Very high ability of moral judgment.
95	29·50	41·15	48·00	
90	27·25	37·60	45·50	
80	22·25	33·00	40·85	
75 (Q_3)	19·50	31·55	38·45	High ability of moral judgment
70	18·40	30·00	37·40	
60	16·20	27·00	34·00	Average ability of moral judgment
50 (Mdn.)	14·20	24·10	30·35	
40	12·75	22·15	27·80	
30	11·25	20·00	25·45	Low ability of moral judgment
25 (Q_1)	10·50	19·25	24·15	
20	9·80	17·90	22·50	Very low ability of moral judgment
10	7·10	15·25	18·85	
1	4·50	4·60	9·50	
N	100	100	100	
Mean	15·75	25·30	31·55	
Median	14·20	24·10	30·35	
S.D.	7·05	8·65	10·00	

সারণী 13.4 থেকে দেখা যায় যে, 6 থেকে 7 বছর বয়সের দলসমষ্টির ছেলে-মেয়েদের 10·50 মূল প্রাপ্তাংক 25th শতাংশ, 8 থেকে 9 বছর বয়সের দলসমষ্টির ছেলে মেয়েদের 27·00 মূল প্রাপ্তাংক 60th শতাংশ এবং 10 থেকে 11 বছর বয়সের ছেলে মেয়েদের 48·00 মূল প্রাপ্তাংক 95th শতাংশের সদৃশ (correspond) হয়।

এই শতাংশ ক্রম নির্ণয় করার জন্য নিম্নলিখিত সূত্রটি ব্যবহার করা হয়।

$$PR(X)=\frac{100}{N}\left\{F+\frac{(X-L_L)f_0}{i}\right\}$$

এখানে, $PR(X)$ = নির্ণেয় শতাংশ ক্রম

N = মোট পরিসংখ্যা

F = যে যে শ্রেণীতে শতাংশ ক্রম আছে তার নীচের শ্রেণীর শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (C_f %)।

X = যে প্রাপ্তাংকের শতাংশ বিন্দু নির্ণয় করতে হবে।

f_b = যে শ্রেণীতে শতাংশ ক্রম আছে তার পরিসংখ্যা (f)।

L_L = যে শ্রেণীতে শতাংশ ক্রম আছে তার নিম্নসীমা (lower limit)।

i = শ্রেণীর প্রসার।

শতাংশ আদর্শ তুল্যাংকমান সূত্রের সাহায্যেও নির্ণয় করা যায়। সূত্রটি নিম্নরূপ :

$$P_P = L + \left(\frac{P_N - F}{f_P}\right) \times i$$

এখানে, P_P = নির্ণয়ে শতাংশ

L = যে শ্রেণীতে শতাংশ অবস্থিত হয় সেই শ্রেণীর নিম্নসীমা

P_N = যে শতাংশ নির্ণয় করতে হবে N-এর শতকরা তত ভাগ

F = যে শ্রেণীতে শতাংশ আছে তার নীচের শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা

f_P = যে শ্রেণীতে শতাংশ আছে তার পরিসংখ্যা

i = শ্রেণী প্রসার

শতাংশ আদর্শ তুল্যাংকমানের প্রয়োগ প্রায় সমস্ত প্রকার মনোবৈজ্ঞানিক এবং শিক্ষাবিষয়ক অভীক্ষাগুলিতে ব্যাপকভাবে করা হয়। কারণ এর প্রয়োগ একই সাধারণ দলের সমস্ত ব্যক্তিদের প্রত্যেক অবস্থাতে সম্ভব হ'য়ে থাকে। এইজন্য এর সম্বন্ধে বলা যেতে পারে যে, "শতাংশ তুল্যাংকমান কোন বিশেষ দলের ব্যক্তির প্রাপ্তাংকগুলি ব্যাখ্যার ভিত্তি প্রদান করে থাকে"। (**Percentile norms provide a basis for interpreting the score of an individual in terms of his standing in some particular group**). সুতরাং শতাংশমান কোন বিশেষ দলের ব্যক্তির প্রাপ্তাংকগুলির তাৎপর্য বিচার করতে ও বুঝতে উপযোগী হিসাবে বিবেচিত হ'য়ে থাকে। প্রাপ্ত বণ্টনের প্রাপ্তাংকের শতকরা হারের পরিপ্রেক্ষিতে গাণিতিক নিয়মে নির্ণীত অভীক্ষার আদর্শ তুল্যাংকমানকে শতাংশ আদর্শ তুল্যাংকমান (**Percentile norms**) বলা হয়। এই ধরনের আদর্শ তুল্যাংকমান নির্ণয় করার জন্য অভীক্ষাটিকে একটি প্রতিনিধিস্থানীয় দলের উপর প্রয়োগ করা হয়। পরে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির শতাংশ ক্রম নির্ণয় করা হয়। এইভাবে শতাংশ ক্রমগুলি এবং প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলি নির্ণয় ক'রে পাশাপাশি স্তম্ভে একটি তালিকায় লিপিবদ্ধ করা হয়। এখন যদি দেখা যায় যে, কোন পরীক্ষার্থী ঐ অভীক্ষায়

29 প্রাপ্তাংক পেয়েছে এবং ঐ 29 প্রাপ্তাংক শতাংশ ক্রম 75 এর সমান হয়, তাহ'লে বলা যাবে যে, প্রাসঙ্গিক দলে শিক্ষার্থীদের শতকরা 75 জন 29 এর কম মূল প্রাপ্তাংক পেয়েছিল। অর্থাৎ, ঐ পরীক্ষার্থীর প্রাপ্তাংক শ্রেণীর অন্যান্য শিক্ষার্থীদের শতকরা 75 জনের উপর আছে। নীচে শতাংশ তুল্যাংকমানের একটি তালিকা দেওয়া হলো।

সারণী—13.5

শতাংশ আদর্শ তুল্যাংকমান

(অভীক্ষার পূর্ণমান = 50)

শতাংশ ক্রম	বাচনিক যুক্তি অভীক্ষার নম্বর	শতাংশ ক্রম	বাচনিক যুক্তি অভীক্ষার নম্বর	শতাংশ ক্রম	বাচনিক যুক্তি অভীক্ষার নম্বর
99	45—50	75	29—30	45	17—18
97	43—44	70	27—28	40	16
95	39—42	65	25—26	35	14—15
90	36—38	60	23—24	30	13
85	33—35	55	21—22	25	11—12
80	31—32	50	19—20	20	10
				15	9
				10	8
				5	6—7
				3	5
				1	0—4

গড় মান = 21·5 সমক পার্থক্য = 10·8

ধরা যাক, একজন শিক্ষার্থী বাচনিক যুক্তি অভীক্ষায় 35 প্রাপ্তাংক পেয়েছে। সারণী 13.5 থেকে দেখা যায় যে, অভীক্ষায় প্রাপ্ত 35 প্রাপ্তাংকের শতাংশ ক্রম 85 হবে। সুতরাং বলা যায় যে, শিক্ষার্থী তার শ্রেণীর শতকরা 85 জন শিক্ষার্থীর উপরে প্রাপ্তাংক পেয়েছে। এক্ষেত্রে তার বাচনিক যুক্তি ক্ষমতা অবশ্যই ভাল হিসাবে বিবেচনা করা যায়। অভীক্ষার আদর্শায়নের সময় এইভাবে শতাংশ তুল্যাংকমানের একটি তালিকা তৈরী করতে পারলে তার দ্বারা পরবর্তীকালে অভীক্ষায় প্রাপ্ত যে কোন প্রাপ্তাংকের তাৎপর্য ব্যাখ্যা করা সম্ভব হয়।

এখানে শতাংশ ক্রম নির্ণয় করার প্রক্রিয়া উল্লেখ করা হলো। কিভাবে শতাংশ ক্রম নির্ণয় করা যায় পরপৃষ্ঠায় সারণী 13.6 এ তা দেখানো হয়েছে এবং গণনার সোপানগুলিও আলোচনা করা হয়েছে।

সারণী—13.6

শতাংশ ক্রমের গণনা

প্রাপ্তাংকের শ্রেণীবিভাগ	অংকদণ্ড (Tally)	পরিসংখ্যা	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা	শতাংশ ক্রম
170—171	/	1	300	99
168—169		0	299	99
166—167	/	1	299	99
164—165	//	2	298	99
162—163	///	3	296	98
160—161	卌	5	293	97
158—159	卌 ///	8	288	95
156—157	卌 卌 ///	13	280	91
154—155	卌 卌 卌 /	16	267	86
152—153	卌 卌 卌 ////	19	251	81
150—151	卌 卌 卌 卌 /	21	232	74
148—149	卌 卌 卌 卌 //	22	211	67
146—147	卌 卌 卌 卌 ///	23	189	59
144—145	卌 卌 卌 卌 ///	23	166	52
142—143	卌 卌 卌 卌 //	22	143	44
140—141	卌 卌 卌 卌 /	21	121	37
138—139	卌 卌 卌 ////	19	100	30
136—137	卌 卌 卌 ///	18	81	24
134—135	卌 卌 卌 /	16	63	18
132—133	卌 卌 ////	14	47	13
130—131	卌 卌 //	12	33	9
128—129	卌 卌	10	21	5
126—127	卌 //	7	11	3
124—125	///	3	4	1
122—123	/	1	1	1
		N = 300		

সোপান—1 : প্রাপ্তাংকগুলিকে শ্রেণীবিভাগে সাজানো হয়।

সোপান—2 : প্রতিটি শ্রেণীবিভাগে যে যে প্রাপ্তাংকগুলি পতিত হয় সেইগুলিকে অংক দণ্ডের দ্বারা চিহ্নিত করা হয়।

সোপান—3 : অংকদণ্ডগুলিকে যোগ করে পরিসংখ্যা নির্ণয় করা হয়।

সোপান—4 : পরিসংখ্যাগুলিকে নীচের থেকে যোগ ক'রে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা নির্ণয় করা হয়। যেমন, $1+3=4$, $4+7=11$

সোপান—5 : প্রত্যেক প্রাপ্তাংকের শ্রেণীবিভাগের জন্য শতাংশ ক্রম নির্ণয় করা হয় (উদাহরণস্বরূপ, 124—125 প্রাপ্তাংক প্রসার উল্লেখ করা যায়)।

(a) প্রাপ্তাংক প্রসারের পরিসংখ্যার অর্ধেক নেওয়া হয় ($\frac{1}{2}\times3=1{\cdot}5$)।

(b) এই প্রাপ্তাংক প্রসারের ঠিক তলায় যে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা দেওয়া আছে তার সঙ্গে (a) এর ফলাফল যোগ করা হয় ($1{\cdot}5+1=2{\cdot}5$)।

(c) (b) এর ফলাফলকে তুল্যাংকমান দলের মোট সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা হয় এবং 100 দিয়ে গুণ করা হয় ($2{\cdot}5\div300={\cdot}008$, ${\cdot}008\times100={\cdot}8$ বা 1)

শতাংশ তুল্যাংকমানের সুবিধা (Advantages of Percentile norm) : এই তুল্যাংকমানের সুবিধা হলো যে, এই মান অপেক্ষাকৃতভাবে সহজে নির্ণয় করা যায়। যে কোন অভীক্ষার বৈধতা এবং নির্ভরযোগ্যতা নির্ধারণ করার পরে অভীক্ষাটিকে যাদের জন্য তৈরী করা হয়েছে তাদের উপর আবার প্রয়োগ ক'রে লব্ধ ফলাফল থেকে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির শতাংশ ক্রম বা শতাংশ বিন্দু নির্ণয় করা হয় এবং এই শতাংশ ক্রম বা শতাংশ বিন্দু শতাংশ তুল্যাংকমান হিসাবে বিবেচিত হ'য়ে থাকে। প্রয়োজন বোধে শতকরা ক্রমযৌগিক বা কিউম্যুলেটিভ পরিসংখ্যার মাধ্যমেও যে কোন প্রাপ্তাংকের শতাংশ ক্রম নির্ণয় করা সম্ভব হয়। এই তুল্যাংকমানের আর একটি সুবিধা হলো যে, এর সাহায্যে কোন পরীক্ষার্থীর প্রাপ্ত প্রাপ্তাংককে অন্য যে কোন শিক্ষার্থীর প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের সংগে যথার্থভাবে তুলনা করা যায়। তার ফলে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের ভবিষ্যৎ সম্ভাবনাও বিচার করা সম্ভব হয়।

শতাংশ তুল্যাংকমানের অসুবিধা (Disadvantages of Percentile norm) : শতাংশ তুল্যাংকমান ব্যাপকভাবে প্রয়োগ করা হলেও এই মান ত্রুটি মুক্ত হয় না। যখন একটি শতাংশ ক্রমের তাৎপর্য ব্যাখ্যা করা হয় তখন আমাদের সর্বদা সেই তুল্যাংকমান দলের (norm group) উল্লেখ করতে হয় যার ভিত্তির উপর এই ক্রম নির্ভরশীল হ'য়ে থাকে। একজন শিক্ষার্থী কখন 86 এর শতাংশ ক্রম পাবে না। কোন বিশেষ দলের পরিপ্রেক্ষিতে সে 86 এর শতাংশ ক্রম পেয়ে থাকে।

উদাহরণস্বরূপ, একটি শিক্ষামূলক অভিক্ষমতা অভীক্ষার (scholastic aptitude test) মূল প্রাপ্তাংক মাধ্যমিক বিদ্যালয়ের উচ্চ শ্রেণীর শিক্ষার্থীদের একটি সাধারণ দলের 86-এর শতাংশ ক্রমের সমতুল্য হ'তে পারে, কলেজের উচ্চ শ্রেণীর শিক্ষার্থীদের একটি দলের 63-এর সমতুল্য হ'তে পারে এবং বিশেষভাবে নির্বাচিত একটি কলেজের সাধারণ শিক্ষার্থীদের একটি দলের 25 এর সমতুল্য হ'তে পারে। কিন্তু তুলনা করার জন্য প্রাসঙ্গিক দলের শতাংশ ক্রমের প্রয়োজন হয়। প্রাসঙ্গিক দল ছাড়া শুধুমাত্র প্রাপ্তাংকের শতাংশ ক্রমের ভিত্তিতে কোনরূপ তাৎপর্য নির্ণয় করা যায় না। ফলে এখানে উল্লেখিত বিভিন্ন শিক্ষা প্রতিষ্ঠানসমূহের শিক্ষার্থীদের আপেক্ষিক অবস্থার তাৎপর্য নির্ণয় করা অসুবিধাজনক হ'য়ে পড়ে। মূলতঃ আমরা যে প্রাপ্তাংক বণ্টনের ভিত্তিতে শতাংশ বিন্দুগুলি নির্ণয় করি তা একটি প্রাসঙ্গিক দলের হয়ে থাকে। পরবর্তীকালে যে শিক্ষার্থীর প্রাপ্তাংকের তাৎপর্য নির্ণয় করা হয় সে অন্য দলভুক্ত হ'য়ে থাকে। ফলে একটি দলভুক্ত ব্যক্তির প্রাপ্তাংককে অন্য দলের শতাংশ ক্রমের পরিপ্রেক্ষিতে তাৎপর্য নির্ণয় করতে গেলে কিছু ত্রুটি অবশ্যই হবে। সুতরাং প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের তাৎপর্য এইভাবে নির্ণয় করলে তা কখনই ত্রুটি মুক্ত হ'তে পারে না।

শতাংশ তুল্যাংকমানের আর একটি অসুবিধা হলো যে, সাধারণতঃ বহুপ্রকার তুল্যাংকমানের প্রয়োজন হয়। আমাদের প্রতিটি দলের জন্য তুল্যাংকমানের একটি ক'রে গুচ্ছ প্রয়োজন হয় যার পরিপ্রেক্ষিতে আমরা একটি শিক্ষার্থীকে তুলনা করতে পারি। প্রাথমিক শিক্ষাস্তরে বিশেষভাবে কোন অসুবিধা হয় না। সেখানে একজন শিক্ষার্থীর নিজস্ব শ্রেণী বা বয়সের সহপাঠীদের তুলনা করার জন্য ভিত্তি হিসাবে বিবেচনা করা হয়। কিন্তু উচ্চশিক্ষার ক্ষেত্রে যেখানে পাঠক্রম বহুমুখী হয় এবং শিক্ষার্থীরা বিভিন্ন পাঠক্রমে পড়াশুনা করে সেখানে শিক্ষার্থীদের আপেক্ষিক অবস্থান তুলনা করার ক্ষেত্রে বিশেষ অসুবিধার সৃষ্টি হ'য়ে থাকে। কারণ এখানে একই প্রকার তুল্যাংকমানের সাহায্যে বিভিন্ন ধরনের প্রাপ্তাংকের মধ্যে তুলনা করা যায় না। তাছাড়া যেখানে প্রতিটি বিষয়ের ক্ষেত্রে যে সব শিক্ষার্থীরা বিভিন্ন প্রকার পাঠ্যসূচীতে শিক্ষা সম্পূর্ণ করে সেখানে তাদের তুলনা করার জন্য অনেক প্রকার তুল্যাংকমান গুচ্ছের প্রয়োজন হয়। নির্দেশনার উদ্দেশ্যে বিভিন্ন শিক্ষা এবং বৃত্তি সম্পর্কীয় বিষয় সকল যাতে শিক্ষার্থীরা ভর্তি হওয়ার জন্য পরিকল্পনা করে তাদের উপর ভিত্তি ক'রে আমাদের তুল্যাংকমানগুলি স্থির করতে হয়। কোন একটি বিশেষ অভীক্ষায় এইরূপ বহুবিধ তুল্যাংকমানের সন্নিবেশ করা অসুবিধাজনক হয়ে থাকে। ফলে একটি মাত্র অভীক্ষায় প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের শতাংশ ক্রমকে তুল্যাংকমান ধরে কোন রূপ সিদ্ধান্ত করতে গেলে অবশ্যই কিছু ভুল হবে।

শতাংশ তুল্যাংকমানগুলির বিশেষ অসুবিধা হলো যে, শতাংশের এককগুলি মাপনির সমস্ত অংশে সমান হয় না। অর্থাৎ বিভিন্ন শতাংশ তুল্যাংকমানের মধ্যে

এককের পার্থক্য সমমাত্রতে পাওয়া যায় না। পরিমাপক মাপনির মাঝামাঝি জায়গায় 5 এককের শতাংশ পার্থক্য (যেমন 45 থেকে 50) ঊর্ধসীমার 5 এককের শতাংশ পার্থক্যের (যেমন 85 থেকে 90) চেয়ে অভীক্ষার প্রাপ্তাংক খুবই কম পার্থক্য নির্দেশ করে থাকে। অর্থাৎ শতাংশ পার্থক্য একই প্রকার হয় না। তার কারণ হলো যে, পরিমাপক মাপনির মাঝামাঝি অংশে বেশী সংখ্যক শিক্ষার্থীদের প্রাপ্তাংকগুলি পতিত হয় এবং খুবই কম সংখ্যক শিক্ষার্থীদের প্রাপ্তাংকগুলি ঐ মাপনির উর্ধ এবং নিম্ন সীমার দিকে পতিত হয়। একটু লক্ষ্য করলে বোঝা যাবে যে, মাপনির মধ্যবর্তী অংশে 5 এককের ব্যবধান হচ্ছে 5 প্রাপ্তাংকমানের জন্য, সে জায়গায় মাপনির উচ্চ অংশে 5 এককের ব্যবধান হ'চ্ছে 10 প্রাপ্তাংকমানের জন্য।

শতাংশ ক্রমগুলি ব্যবহার করার সময় এককগুলির অসমতা সম্পর্কে বিশেষ সতর্ক হওয়া প্রয়োজন। প্রথমতঃ প্রাপ্তাংকের বণ্টনের মাঝামাঝি অপেক্ষা বণ্টনে উর্ধ এবং নিম্ন সীমার দিকে শতাংশ বিন্দুগুলির পার্থক্য সম্বন্ধে বিশেষ গুরুত্ব দেওয়া উচিত। বস্তুতঃ বণ্টনের মাঝামাঝি অল্প পার্থক্য সাধারণভাবে গণ্য না করা যেতে পারে। দ্বিতীয়তঃ শতাংশ ক্রমগুলির গাণিতিক গড় নির্ণয় করা উচিত নয়। যখন শতাংশ তুল্যাংকমানগুলি ব্যবহার করা হয় তখন উপযুক্ত গড় হলো 50th শতাংশ। এটা হলো বণ্টনের মধ্যবিন্দু এবং মধ্যমমান বা গণনামূলক গড় নামে অভিহিত হয়।

এইসব অসুবিধা হওয়া সত্ত্বেও শতাংশ আদর্শ তুল্যাংকমান অভীক্ষার আদর্শায়নের ক্ষেত্রে সবচেয়ে বেশী ব্যবহার করা হয়। কারণ এই মান হলো সহজলব্ধ এবং সহজবোধ্য।

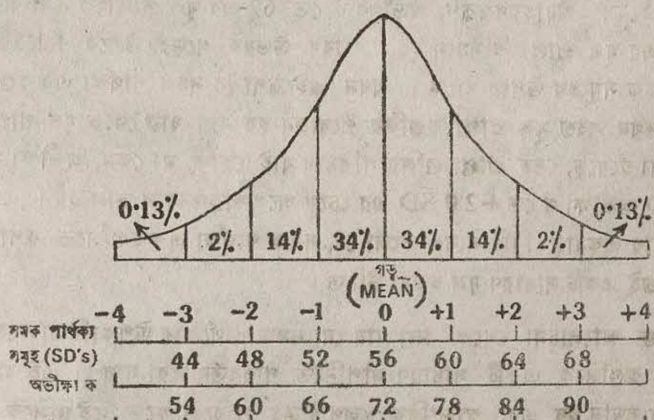
শতাংশ আদর্শ তুল্যাংকমান প্রথম শ্রেণীর শিশুদের তৎপরতা (readiness) নির্ণায়ক অভীক্ষাগুলি, উচ্চ বিদ্যালয়ের শিক্ষার্থীদের বিভিন্ন বিষয়ে অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক অভীক্ষাসমূহ, আগ্রহ পরিস্থচীসমূহ, ব্যক্তিত্ব পরিস্থচীসমূহ এবং নির্ধারণাত্মক মাপনিগুলিতে (diagnostic scales) ব্যাপকভাবে ব্যবহার করা হয়।

আদর্শ প্রাপ্তাংক তুল্যাংকমান (Standard Score norm)

কোন দলে একজন শিক্ষার্থীর আপেক্ষিক অবস্থান নির্ণয় করার অপর একটি পদ্ধতি হলো ঐ শিক্ষার্থীর মূল প্রাপ্তাংক গড় প্রাপ্তাংকের কতটা উপর বা নীচে আছে তা স্থির করা। এই কাজ আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলির সাহায্যে করা হয়। মূলতঃ যখন কোন প্রাপ্ত প্রাপ্তাংককে গড় এবং সমক পার্থক্যের পরিপ্রেক্ষিতে রূপান্তরিত করা হয় তখন যে প্রাপ্তাংক পাওয়া যায় তাকে আদর্শ প্রাপ্তাংক বলা হয়। অর্থাৎ সমক পার্থক্যকে একক ধরে একটি নির্দিষ্ট প্রাপ্তাংক বণ্টনের গড় প্রাপ্তাংক থেকে কত সমক পার্থক্য দূরে আছে তা নির্ণয় করার ফলে যে প্রাপ্তাংক পাওয়া যায় সেই প্রাপ্তাংক হলো আদর্শ প্রাপ্তাংক। এখানে পরিমাপের একক হয় এক সমক পার্থক্য। ফলে পরিমাপক এককের সমতা বজায় রাখা সম্ভব হয়। বণ্টনের আদর্শ প্রাপ্তাংক দ্বারা যখন কোন অভীক্ষায় প্রাপ্ত বিভিন্ন প্রাপ্তাংকের জন্য তুল্যাংকমান (norm) নির্ণয়

করা হয়, তখন তাকে আদর্শ প্রাপ্তাংক তুল্যাংকমান বলা হয়। অন্যভাবে বলা যায় যে, যে স্বাভাবীকৃত দলের সমক পার্থক্যকে পরিমাপের একক হিসাবে ব্যবহার করা হয়, সেই দল একটি অভীক্ষায় যে প্রাপ্তাংকগুলি পায় সেই প্রাপ্তাংকগুলির গড় মান থেকে একটি প্রাপ্তাংকের বিচ্যুতি হিসাবে আদর্শ প্রাপ্তাংক তুল্যাংকমান প্রকাশ করা হয়। (**A Standard score norm is expressed as deviation of a score from the arithmetic average of the scores obtained from a test by the normative group in which standard is used as the unit of measurement.**) এই মানের ভিত্তি হলো স্বাভাবিক সম্ভাবনা লেখচিত্র (**normal probability curve**)।

স্বাভাবিক লেখচিত্র হলো একটি প্রতিসম ঘণ্টাকৃত লেখচিত্র এবং এর কতকগুলো উল্লেখযোগ্য গাণিতিক বৈশিষ্ট্য আছে। অভীক্ষায় প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলি ব্যাখ্যার দৃষ্টিতে সবচেয়ে উল্লেখযোগ্য বৈশিষ্ট্য হলো যে, যখন এই লেখচিত্রকে সমক পার্থক্য এককগুলিতে ভাগ করা হয়, তখন এই চিত্রের প্রতিটি অংশে প্রাপ্তাংকগুলির একটি নির্দিষ্ট শতকরা হার বর্তমান থাকে। এইগুলিকে আদর্শায়িত স্বাভাবিক বন্টনের চিত্র সংখ্যা 13.1 এ দেখানো হয়েছে। এই চিত্রে মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে দেখানো হয় নি।



চিত্র সংখ্যা 13.1—প্রতিটি সমক পার্থক্য ব্যাপ্তির মধ্যে পতিত প্রাপ্তাংকগুলির প্রায় ঠিক শতকরা হার দেখিয়ে স্বাভাবিক লেখচিত্র

এখানে লক্ষ্য করা যায় যে, প্রাপ্তাংকগুলির শতকরা 34 ভাগ গড় (M) এবং +1 সমক পার্থক্যের (SD) মধ্যে, শতকরা 14 ভাগ +1 সমক পার্থক্য (SD) এবং +2 সমক পার্থক্যের (SD) এবং শতকরা 2 ভাগ +2 সমক পার্থক্য (SD) এবং +3 সমক পার্থক্যের (SD) মধ্যে পতিত হয়। এইভাবে সমস্ত প্রকার ব্যবহারিক উদ্দেশ্যে গড় থেকে −3 এবং +3 সমক পার্থক্যগুলির মধ্যে একটি স্বাভাবিক বণ্টনের প্রাপ্তাংকগুলি পতিত হয়।

একটি দলে আপেক্ষিক অবস্থান প্রকাশ করার জন্য সমক পার্থক্য এককগুলির মান উদাহরণ দিয়ে বোঝানোর জন্য দু'টি ভিন্ন অভীক্ষায় প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলিকে (যেমন চিত্র 13.1এ দেখানো হয়েছে) লেখচিত্রের ভূমিরেখা বরাবর পার্থক্যগুলির সারির নীচে বসানো হয়েছে। অভীক্ষা দু'টির গড় এবং সমক পার্থক্যগুলো নিম্নরূপ :

	অভীক্ষা ক	অভীক্ষা খ
গড় (M)	56	72
সমক পার্থক্য (SD)	4	6

চিত্র সংখ্যা 13.1-এ লক্ষ্য করা যায় যে, উভয় অভীক্ষায় গড় মূল প্রাপ্তাংকগুলি লেখচিত্রের ভূমিরেখার উপর শূন্য (0) বিন্দুতে বসানো হয়েছে। এইভাবে এই-গুলিকে শূন্য বিন্দুতে ইচ্ছানুযায়ী সমীকৃত করা হয়েছে। আরও লক্ষ্য করা যায় যে, অভীক্ষা ক তে +1SD 60 (56+4)-এর এবং অভীক্ষা খ তে 78 (72+6)-এর সমতুল্য হয় ; অভীক্ষা ক তে −1SD 52 (56−4)-এর এবং অভীক্ষা খ তে 66 (72-6)-এর সমতুল্য হয়। যদি উভয় অভীক্ষার সমস্ত প্রাপ্তাংকগুলিতে সমক পার্থক্য এককসমূহে পরিবর্তন করা হয়, তাহলে অভীক্ষা দু'টির ফলাফল প্রত্যক্ষভাবে তুলনা করা সম্ভব হবে। উদাহরণস্বরূপ, অভীক্ষা ক তে 62-এর মূল প্রাপ্তাংক এবং অভীক্ষা খ তে 81-এর মূল প্রাপ্তাংক সমান হয় ; কারণ উভয়ই গড়ের উপরে +1.5 সমক পার্থক্য একক সমূহের উপরে থাকে। যখন এই রূপান্তর সমক পার্থক্য এককগুলিতে করা হয়, তখন অবশ্য মূল প্রাপ্তাংকগুলির প্রয়োজন হয় না। যার থেকে মূল প্রাপ্তাংক-গুলি নেওয়া হয়েছে, সেই প্রাপ্তাংগুলির পরিমাণ যাই হোক না কেন, অভীক্ষা ক তে +2.5 SD অভীক্ষা খ তে+2.0 SD এর চেয়ে অপেক্ষাকৃতভাবে ভাল হয়। এইরূপ তুলনা করার একমাত্র বিধিনিষেধ হলো যে, সমক পার্থক্য এককগুলিতে রূপান্তরের ভিত্তি অবশ্যই একটি সাধারণ দল হওয়া উচিত।

পূর্বোক্ত আলোচনা থেকে বলা যায় যে, সমক পার্থক্যের উপকারিতা হলো যে, মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে একটি সাধারণ মাপনিতে পরিবর্তন করা যায়। এই মাপনির এককগুলি সমান হয় এবং স্বাভাবিক লেখচিত্রের পরিপ্রেক্ষিতে এইগুলিকে সহজে ব্যাখ্যা করা যেতে পারে। এখানে অভীক্ষার তাৎপর্য ব্যাখ্যা করার উপযোগী এমন কিছু বৈশিষ্ট্যের উল্লেখ করা যেতে পারে।

চিত্র সংখ্যা 13.1 থেকে লক্ষ্য করা যায় যে, প্রাপ্তাংকগুলির শতকরা 68 ভাগ (দুই তৃতীয়াংশের প্রায় কাছাকাছি)—1 এবং+1 গড় থেকে সমক পার্থক্যগুলির মধ্যে পতিত হয়। আরও লক্ষ্য করা যায় যে, প্রতিটি ব্যাপ্তিতে নির্দিষ্ট শতকরা হারগুলি সমক পার্থক্য এককগুলিকে শতাংশক্রমে পরিবর্তন করতে সম্ভব ক'রে তোলে। উদাহরণস্বরূপ,—2SD 2 শতাংশ ক্রমের সমান হয়, কারণ প্রাপ্তাংকগুলির শতকরা 2 ভাগ এই বিন্দুর নীচে পতিত হয়। এই চিত্রের বাঁ দিক

থেকে শুরু করে দেখানো যেতে পারে যে, লেখচিত্রের ভূমিরেখার উপর প্রতিটি বিন্দুকে নিম্নলিখিত শতাংশ ক্রমে সমীকৃত করা যেতে পারে :

$$-2SD = 2\%$$
$$-1SD = 16\%(2+14)$$
$$O\ (M) = 50\%(16+34)$$
$$+1SD = 84\%(50+34)$$
$$+2SD = 98\%(84+14)$$

সমক পার্থক্য এককগুলি এবং শতাংশ ক্রমগুলির মধ্যে এই সম্পর্ক সহজভাবে আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলি ব্যাখা করতে আমাদের সাহায্য ক'রে থাকে। এই উদ্দেশ্যে আমরা অবশ্যই স্বাভাবিক বণ্টনকে ধ'রে নিয়ে থাকি। আদর্শ প্রাপ্তাংক তুল্যাংকমান-গুলি ব্যবহারে এটা বিশেষ বাধা স্বরূপ হয় না। কারণ প্রাপ্তাংকগুলির বণ্টন সাধারণতঃ স্বাভাবিক লেখচিত্রের প্রায় কাছাকাছি হয়। অনেক ক্ষেত্রে আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলিকে স্বাভাবীকৃত করা হয়। অর্থাৎ প্রাপ্তাংকগুলির বণ্টনের শতাংশ নির্ণয় ক'রে এবং সরাসরিভাবে এইগুলিকে আদর্শ প্রাপ্তাংক তুল্যাংকমানগুলিতে পরিবর্তন ক'রে স্বাভাবিক করা হয়।

আদর্শ প্রাপ্তাংক তুল্যাংকমান নির্ণয় করার জন্য অভীক্ষাটিকে একটি নির্বাচিত প্রতিনিধি স্থানীয় দলের উপর প্রয়োগ করা হয়। তার ফলে যে প্রাপ্তাংকগুলি পাওয়া যায় সেই প্রাপ্তাংকগুলির গড় এবং সমক পার্থক্য নির্ধারণ করা যায়। পরে কল্পিত বণ্টনের গড় এবং সমক পার্থক্য ধ'রে প্রাপ্তাংকগুলিকে আদর্শ প্রাপ্তাংকে পরিবর্তিত করা হয়। এখানে মূল প্রাপ্তাংককে আদর্শ প্রাপ্তাংকে পরিবর্তন করতে রৈখিক রূপান্তরের (linear transformation) প্রয়োজন হয়। এই রূপান্তর কোনভাবেই বণ্টনের আকৃতির পরিবর্তন করে না। যে সূত্রের সাহায্যে এই আদর্শ প্রাপ্তাংক তুল্যাংকমান নির্ণয় করা হয় সেই সূত্রটি নিম্নরূপ :

$$\frac{X' - M'}{\sigma'} = \frac{X - M}{\sigma}$$

অথবা, $X' = \frac{\sigma'}{\sigma}(X - M) + M'$

এখানে, X = মূল বণ্টনের একটি প্রাপ্তাংক

X' = নূতন বণ্টনের একটি আদর্শ প্রাপ্তাংক

M এবং M' = যথাক্রমে মূল প্রাপ্তাংক এবং আদর্শ প্রাপ্তাংক বণ্টনগুলির গড় মান

σ এবং σ' = যথাক্রমে মূল এবং আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলির সমক পার্থক্য

উপরের সমীকরণটি হলো সরল রেখার সমীকরণ, একটি সরল রেখার সাধারণ সমীকরণের সদৃশ : $y = mx + b$.

এখানে সারণী 13.6-এ যে কোন আদর্শায়িত অভীক্ষার এরকম একটি আদর্শ তুল্যাংকমানের তালিকা দেখানো হয়েছে। এই সারণীর মাধ্যমে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংককে

আদর্শ মানে পরিবর্তন করা যেতে পারে। এই অভীক্ষার মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে গড় মান 100 এবং সমক পার্থক্য 10-এর বণ্টনে আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলিতে পরিবর্তন করা হয়েছে।

সারণী—13.6

অভীক্ষায় প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক এবং আদর্শ প্রাপ্তাংক
(গড়মান = 100 এবং সমক পার্থক্য = 10)

প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক	আদর্শ প্রাপ্তাংক	প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক	আদর্শ প্রাপ্তাংক	প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক	আদর্শ প্রাপ্তাংক
10	73	24	104	38	134
11	76	25	106	39	136
12	78	26	108	40	138
13	80	27	110	41	140
14	82	28	112	42	143
15	84	29	114	43	145
16	86	30	117	44	147
17	89	31	119	45	149
18	91	32	121	46	151
19	93	33	123	47	153
20	95	34	125	48	155
21	97	35	127	49	158
22	99	36	130	50	160
23	102	37	132		

এখন যদি কোন পরীক্ষার্থী এই অভীক্ষায় 28 প্রাপ্তাংক পায়, তাহলে তার আদর্শ প্রাপ্তাংক 112 হবে। এই পদ্ধতিতে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের মান ইচ্ছামত বাড়ানো যায়। তার ফলে আদর্শ তুল্যাংকমানের মাপনি এককে কোন অসমতা থাকে না। কারণ এখানে প্রাপ্তাংকগুলির প্রত্যেকের একক এক সমক পার্থক্য হয় এবং পরিমাপে এককের দিক থেকে কোন অসুবিধা থাকে না।

তাছাড়া এই এককের মধ্যে সমতা থাকার জন্য আদর্শ প্রাপ্তাংক তুল্যাংকমান নিয়ে যে কোন ভাবে গাণিতিক প্রক্রিয়া প্রয়োগ করা যায়। শিক্ষাবিষয়ক পরিমাপের ক্ষেত্রে একজন শিক্ষার্থীর বিভিন্ন বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বরের আদর্শ প্রাপ্তাংকের মান নির্ণয় করলে তাদের সমষ্টির সাহায্যে ঐ শিক্ষার্থীর সামগ্রিক পারদর্শিতা নির্ধারণ করা যায়। বর্তমানে মনোবৈজ্ঞানিক এবং শিক্ষাবিষয়ক অভীক্ষার ক্ষেত্রে এই ধরনের তুল্যাংকমান নির্ণয় করা হয়। এক্ষেত্রে একটা অসুবিধা হলো যে, এই

জাতীয় তুল্যাংকমান সাধারণধর্মী অভীক্ষার ক্ষেত্রে প্রয়োগ করা গেলেও বিশেষধর্মী অভীক্ষার ক্ষেত্রে এই মান সামগ্রিকভাবে ব্যবহার করা যায় না। যখন অন্যান্য বৈশিষ্ট্য, যেমন, বয়স, শিক্ষাগত যোগ্যতা, প্রভৃতির প্রেক্ষিতে অভীক্ষার ফলাফলের তাৎপর্য নির্ণয় করতে হয়, তখন পৃথক পৃথকভাবে আদর্শ তুল্যাংকমান নির্ণয় করার প্রয়োজন হয়। এই ধরনের বিভিন্ন আদর্শ প্রাপ্তাংক তুল্যাংকমান অভীক্ষায়নের পরিস্থিতি অনুসারে ব্যবহার করা হয়। যদিও পূর্ব পরিচ্ছেদে অভীক্ষায়নে ব্যবহৃত আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলি সম্বন্ধে আলোচনা করা হয়েছে এবং এইগুলির ভিত্তি একই নীতির উপর স্থিতিশীল এবং এদের সাহায্যে অভীক্ষার ফলাফলের তাৎপর্য একইভাবে ব্যাখ্যা করা যায়, তবুও এখানে বহুল ব্যবহৃত কয়েকটি এই জাতীয় আদর্শ প্রাপ্তাংক তুল্যাংকমান সম্বন্ধে আলোচনা করা হয়েছে।

Z-প্রাপ্তাংক : এই প্রাপ্তাংক হলো আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যে সহজতম প্রাপ্তাংক যার ভিত্তির উপর অন্যান্য প্রাপ্তাংকগুলি নির্ভরশীল হ'য়ে থাকে। Z-প্রাপ্তাংক সম্পর্কিত মাপনির পরিমাপক এককগুলি একই প্রকার হওয়াতে পরিমাপের ফলাফল সহজেই অর্থপূর্ণ হয়। Z-প্রাপ্তাংক সমক পার্থক্যের সাহায্যে নির্ণয় করতে হয়। এই সমক পার্থক্য কোন দলসমষ্টির প্রাপ্তাংকগুলির প্রসারকে পরিমাপ করে। আদর্শ প্রাপ্তাংক তুল্যাংকমান স্বাভাবীকৃত দলের উপর নির্ভরশীল হয় এবং এই তুল্যাংকমান সিগমা প্রাপ্তাংক তুল্যাংকমান বা Z-প্রাপ্তাংক তুল্যাংকমান হিসাবে নির্ণয় করা যায়। একটি অভীক্ষার মূল প্রাপ্তাংক ঐ অভীক্ষায় প্রাপ্ত গড়মানের উপর বা নীচে সমক পার্থক্য এককগুলির সংখ্যার পরিপ্রেক্ষিতে কতটা দূরে অবস্থান করে তা এই Z-প্রাপ্তাংকের দ্বারা নির্ণয় ক'রে ঐ অভীক্ষার ফলাফলের তাৎপর্য সহজে নির্ধারণ করা যেতে পারে। পূর্ব পরিচ্ছেদে Z-প্রাপ্তাংক সম্বন্ধে আলোচনা করা হয়েছে ; কিন্তু এই প্রাপ্তাংক তুল্যাংকমান হিসাবে আলোচনা করা হয় নি। এই প্রাপ্তাংক তুল্যাংকমান হিসাবে ব্যবহার করা যায়। Z-প্রাপ্তাংক গণনা করার সূত্র হলো—

$$\text{Z-প্রাপ্তাংক} = \frac{X-M}{SD}$$

এখানে X = যে কোন মূল প্রাপ্তাংক

M = মূল প্রাপ্তাংকগুলির গাণিতিক গড়

SD = মূল প্রাপ্তাংকগুলির সমক পার্থক্য

চিত্র সংখ্যা 13.1-এ অভীক্ষা ক এবং অভীক্ষা খ-এর মূল প্রাপ্তাংকগুলিতে এই সূত্র প্রয়োগ করা যায় এবং নির্ণীত ফলাফলকে লেখচিত্রের ভূমিরেখা ধরে এদের Z-প্রাপ্তাংকগুলি মিলিয়ে নেওয়া যায়। উদাহরণস্বরূপ, অভীক্ষা ক (M = 50 এবং SD = 4)এর মূল প্রাপ্তাংকগুলি 58 এবং (50-এর Z-প্রাপ্তাংকগুলি নিম্নলিখিতভাবে গণনা করা যেতে পারে—

$$Z = \frac{58-56}{4} = \cdot 5 \qquad Z = \frac{50-56}{4} = -1\cdot 5$$

এখানে লক্ষ্য করা যায় যে, একটি Z-প্রাপ্তাংক সর্বদা ঋণাত্মক হয় যখন মূল প্রাপ্তাংক গড় মান অপেক্ষা ছোট হয়। ঋণাত্মক চিহ্ন বাদ দিয়ে অভীক্ষার তাৎপর্য ব্যাখ্যা করলে মারাত্মক ত্রুটি হতে পারে। সেই কারণে অভীক্ষার তুল্যাংকমান হিসাবে Z প্রাপ্তাংকগুলির ব্যবহার খুবই কম হয়। স্বাভাবিকভাবে এদের এমন একটি আদর্শ প্রাপ্তাংক প্রক্রিয়াতে পরিবর্তন করা হয় যা কেবল ধনাত্মক সংখ্যাগুলি ব্যবহার ক'রে থাকে।

টি-প্রাপ্তাংক : এই আদর্শ প্রাপ্তাংক প্রক্রিয়াতে গড় 50 এবং সমক পার্থক্য 10 ধরে যে পরিবর্তিত প্রাপ্তাংক পাওয়া যায় তাকে টি-প্রাপ্তাংক বলে। এই টি-প্রাপ্তাংক যে কোন ধরনের স্বাভাবিকভাবে বিন্যস্ত প্রাপ্তাংকগুলির (normalised scores) উল্লেখ ক'রে থাকে। Z-প্রাপ্তাংককে 10 দিয়ে গুণ করে এবং ফলাফলের সংগে 50 যোগ করে টি-প্রাপ্তাংকগুলি (সরলরৈখিক রূপান্তর) পাওয়া যেতে পারে। এইভাবে, টি-প্রাপ্তাংক $=50+10(Z)$

যখন মূল প্রাপ্তাংকগুলির প্রকৃত বণ্টন স্বাভাবিক হয়, তখন এই সূত্রের সাহায্যে টি-প্রাপ্তাংকগুলি পাওয়া যাবে। কারণ এই জাতীয় সরলরৈখিক রূপান্তরে আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলির বণ্টন প্রকৃত মূল প্রাপ্তাংক বণ্টনের ন্যায় একই আকৃতি বজায় রাখে। পূর্বে নির্ণীত দু'টি Z-প্রাপ্তাংকগুলিতে ($Z=\cdot 5$, $Z=-1\cdot 5$) এই সূত্র প্রয়োগ ক'রে নিম্নলিখিত ফলাফল পাওয়া যায়—

$$T=50+10(\cdot 5)=55 \qquad T=50+10(-1\cdot 5)=35$$

যেহেতু T-প্রাপ্তাংকগুলির গড় মান সর্বদা 50 এবং সমক পার্থক্য 10 হয়, সেই হেতু যে কোন এককে টি-প্রাপ্তাংককে সহজে ব্যাখ্যা করা যায়। উদাহরণস্বরূপ, 55 সংখ্যার টি-প্রাপ্তাংক সর্বদা গড়মানের উপর একের অর্ধেক সমক পার্থক্য নির্দেশ ক'রে থাকে। টি-প্রাপ্তাংকগুলি সহজে নির্ণয় করা যায়।

এখানে টি-প্রাপ্তাংক নির্ণয় করার একটি সারণী উদাহরণস্বরূপ উল্লেখ করা হলো।

অভীক্ষার প্রাপ্তাংক (test score)	পরিসংখ্যা (f)	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (Cum f)	প্রাপ্তাংকের নীচে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা + প্রদত্ত প্রাপ্তাংকের অর্ধেক (Cum f below score + ½ on given score)	চতুর্থ স্তম্ভের % সমূহ (col. 4 in % 's)	টি-প্রাপ্তাংক-সমূহ (T-scores)
↓	↓	↓	↓	↓	↓
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)

স্বাভাবীকৃত টি-প্রাপ্তাংকগুলি (normalised T-scores) নিম্নলিখিত প্রক্রিয়াগুলির সাহায্যে নির্ণয় করা যায়—

॥ এক ॥ মূল প্রাপ্তাংকগুলির বণ্টনকে শতাংশ ক্রমগুলিতে পরিবর্তন করে ;

॥ দুই ॥ একটি স্বাভাবিক বণ্টনের প্রতিটি শতাংশ ক্রমের সদৃশ Z-প্রাপ্তাংক স্থির করে এবং এই Z-প্রাপ্তাংকগুলিতে সদৃশ মূল প্রাপ্তাংকগুলি আরোপ করে ;

॥ তিন ॥ পূর্বে উল্লিখিত সূত্রের সাহায্যে Z-প্রাপ্তাংকগুলিকে টি-প্রাপ্তাংকগুলিতে পরিবর্তন করে।

একটি স্বাভাবিক বণ্টনে মূল প্রাপ্তাংক থেকে শতাংশ এবং শতাংশ থেকে সদৃশ Z-প্রাপ্তাংকে পরিবর্তন করার প্রক্রিয়াকে **ক্ষেত্র রূপান্তর** (area conversion) বলা হয়। এই প্রক্রিয়া স্বাভাবীকৃত Z-প্রাপ্তাংকগুলি প্রদান করে এবং যেগুলিকে পরে প্রত্যক্ষভাবে স্বাভাবীকৃত T-প্রাপ্তাংকগুলিতে পরিবর্তন করা হয়। মূল প্রাপ্তাংকগুলির প্রকৃত বণ্টন যাই হোক না কেন, এই প্রক্রিয়া আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলির স্বাভাবিক বিন্যাস প্রদান ক'রে থাকে।

যেভাবে স্বাভাবীকৃত টি-প্রাপ্তাংকগুলি নির্ধারিত করা হয় সেইভাবে অন্যান্য স্বাভাবীকৃত আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলিও নির্ণয় করা যায়। এক্ষেত্রে গড়মান এবং সমক পার্থক্যের মান ভিন্ন হলেও টি-প্রাপ্তাংকের অনুরূপ মান পাওয়া যায়। উদাহরণস্বরূপ, গড়মান 500 এবং সমক পার্থক্য 100 বিশিষ্ট কোন অভীক্ষায় 550 প্রাপ্তাংক ঠিক সেইভাবে গড়ের উপরে একের অর্ধেক সমক পার্থক্য (one half SD) নির্দেশ ক'রে থাকে যেভাবে 55 সংখ্যায় টি-প্রাপ্তাংকটি নির্দেশ করে। ইচ্ছাকৃতভাবে নির্বাচিত কোন গড় এবং সমক পার্থক্য আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলিতে প্রদান করা যেতে পারে এবং ব্যাখ্যা একই প্রকার হয়। কারণ এদের মৌলিক প্রাসঙ্গিক মান (frame of reference) হলো সমক পার্থক্য একক।

বিচ্যুতি বুদ্ধ্যঙ্ক (Daviation IQ) : অন্য এক প্রকার বহুলভাবে ব্যবহৃত আদর্শ প্রাপ্তাংক হলো বিচ্যুতি বুদ্ধ্যঙ্ক। এখানে গড়মানকে 100 এবং সমক পার্থক্যকে 16 (অন্যান্য অভীক্ষাতে 15) ধরা হয়। ওয়েশলার (Wechsler) তাঁর রচিত বুদ্ধি অভীক্ষায় বুদ্ধির সূচক (index) নির্ণয় করার জন্য এই ধরনের বুদ্ধ্যঙ্কের প্রবর্তন করেন। এরই উপর ভিত্তি ক'রে তিনি তুল্যাংকমানগুলি নির্ণয় করেন। তিনি তাঁর বুদ্ধি অভীক্ষায় গড়মান 100 এবং সমক পার্থক্য 15 হিসাবে স্থির করেন। তাঁর এই নীতি অনুসারে কোন একটি বুদ্ধি অভীক্ষায় নির্ণীত বিচ্যুতি বুদ্ধ্যাঙ্কগুলি সারণী 13.7-এ দেখানো হয়েছে। এখানে উল্লেখ করা যায় যে, 84 বুদ্ধ্যঙ্ক বিশিষ্ট একজন শিক্ষার্থী গড়ের নীচে (T-score = 40) এক সমক পার্থক্য প্রাপ্ত হয় এবং 116 বুদ্ধ্যঙ্ক বিশিষ্ট একজন শিক্ষার্থী গড়ের উপরে (T-score = 60) এক সমক পার্থক্য প্রাপ্ত হয়। বুদ্ধি অভীক্ষাগুলিতে প্রাপ্তাংকগুলি গড় 50 এবং সমক পার্থক্য 10 বিশিষ্ট আদর্শ প্রাপ্তাংগুলির পরিপ্রেক্ষিতে সহজে প্রকাশ করা যেতে পারে। সমান

একক এবং সমস্ত বয়সে সাধারণ অর্থ প্রকাশ করার জন্য আনুপাতিক বুদ্ধ্যঙ্কগুলি (ratio IQ) অপেক্ষা আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলির পরিপ্রেক্ষিতে বুদ্ধ্যঙ্কগুলির প্রকাশ অধিক সুবিধা প্রদান করে থাকে। কারণ এইগুলিকে সহজে শতাংশ ক্রমে এবং অন্যান্য আদর্শ প্রাপ্তাংশুলিতে প'রবর্তন করা যায়।

স্ট্যানাইন তুল্যাংকমান (Stanine norm) : এমন কিছু অভীক্ষা তুল্যাংকমান আছে যেগুলিকে এক-সংখ্যা বি শষ্ট আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলিতে (Single—digit standard scores) প্রকাশ করা যায় এবং যেগুলিকে স্ট্যানাইন বা স্থিতিশীল 'নয়' (stay-nines) নামে অভিহিত করা হয়। এই ধরনের প্রাপ্তাংকগুলির এইরূপ নামকরণ এই কারণে করা হয় যে, মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে নয়টি ভাগে (standard nines) ভাগ করা যায়। স্ট্যানাইন 5 সংখ্যাকে বন্টনের কেন্দ্র বিন্দুতে সঠিকভাবে বসানো হয় এবং এই সংখ্যাটি সমক পার্থক্যের এক চতুর্থাংশের মধ্যে বা গড়ের উভয় পার্শ্বের সমস্ত সংখ্যাগুলিকে অন্তর্ভূক্ত ক'রে থাকে। বাকী স্ট্যানাইনগুলি স্টানাইন 5 সংখ্যার উপর এবং নীচে সমানভাবে বিন্যস্ত হ'য়ে থাকে। স্ট্যানাইন 1 এবং 9 ছাড়া প্রত্যেক স্ট্যানাইন সমক পার্থক্য এককের অর্ধেকের বিস্তারে মূল প্রাপ্তাংগুলির গুচ্ছ অন্তর্ভূক্ত ক'রে থাকে। স্ট্যানাইন বণ্টনের শেষ দু'টি অংশে বাকী প্রাপ্তাংকগুলি অন্তর্ভূক্ত হ'য়ে থাকে। এইভাবে সমস্ত প্রকার ব্যবহারিক কাজের জন্য স্ট্যানাইনগুলি সমান এককের নয় বিন্দু মাপনিতে (9-point scale) অভীক্ষা তুল্যাংকমানগুলি প্রকাশ ক'রে থাকে। এই আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলির গড়মান হলো 5 এবং সমক পার্থক্য হলো 2। স্বাভাবিক লেখচিত্রের সম্পর্কে এবং প্রতিটি স্ট্যানাইনে সংখ্যাগুলির শতকরা হারের হিসাবে স্ট্যানাইনগুলির বণ্টন চিত্র সংখ্যা 13.2 তে দেখানো হয়েছে।

স্ট্যানাইন তুল্যাংকমান সহজে গণনা এবং ব্যাখ্যা করা যায়। এই মানে নিম্নলিখিত বৈশিষ্ট্যগুলি লক্ষ্য করা যায়—

॥ **এক** ॥ স্ট্যানাইন প্রক্রিয়াতে নয়-বিন্দু মাপনি ব্যবহার করা হয় যেখানে 9 হলো সর্বোচ্চ বিন্দু, 1 হলো সর্বনিম্ন বিন্দু এবং 5 হলো গড়মান। এইভাবে এই প্রক্রিয়াতে প্রাপ্ত ফলাফল শিক্ষার্থী এবং অভিভাবকদের কাছে সহজে ব্যাখ্যা করা যায়। 1 থেকে 9 মাপনিতে কোথায় অভীক্ষায় প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক পড়ে (যেমন 7) তা সহজেই বোঝা যায়।

॥ **দুই** ॥ স্ট্যানাইনগুলি হলো স্বাভাবীকৃত আদর্শ প্রাপ্তাংক যার ভিত্তিতে বিভিন্ন অভীক্ষায় প্রাপ্ত একজন শিক্ষার্থীর ফলাফল তুলনা করা সম্ভব হয়, অবশ্য অভীক্ষাগুলিকে একটি সাধারণ দলের উপর প্রয়োগ করা উচিত। যদি অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা সন্তোষজনক হিসাবে গ্রাহ্য হয়, তাহলে বিশেষভাবে দু'টি স্ট্যানাইনের পার্থক্য অভীক্ষাগুলির মধ্যে অভীক্ষা ফলাফলে তাৎপর্যপূর্ণ পার্থক্য নির্দেশ ক'রে থাকে। এইভাবে গণিতে 7 স্ট্যানাইন এবং বাংলা বিষয়ে 5 স্ট্যানাইন প্রাপ্ত একজন শিক্ষার্থী গণিতে সম্ভবতঃ উত্তম পারদর্শী হিসাবে বিবেচিত হয়।

॥ তিন ॥ স্ট্যানাইন প্রক্রিয়াতে বিভিন্ন প্রকার তথ্যাবলী সহজে একত্রিত করা সম্ভব হয় (যেমন, অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংকগুলি, মূল্য নির্ধারণের ফলাফল, ক্রমবদ্ধ তথ্যাবলী)। কারণ স্ট্যানাইনগুলি শতাংশ ক্রমগুলির ন্যায় গণনা করা যায় এবং আদর্শ প্রাপ্তাংক আকারে প্রকাশ করা হয়। এইভাবে মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে স্ট্যাইন-গুলিতে রূপান্তর করা সহজ হয় এবং আদর্শ প্রাপ্তাংক পাওয়া যায় এমন বিভিন্ন পরিমাপগুলি থেকে প্রাপ্ত স্ট্যানাইন প্রাপ্তাংকগুলিকে যোগ ক'রে একটি যৌগিক প্রাপ্তাংক (composite score) পাওয়া সম্ভব হয় । স্ট্যানাইনগুলির সরল যোগ যৌগিক প্রাপ্তাংকের (composite score) প্রতিটি পরিমাপে সমান গুরুত্ব (equal weight age) প্রদান করে।

॥ চার ॥ যেহেতু স্ট্যানাইন প্রক্রিয়াতে এক-সংখ্যা বিশিষ্ট প্রাপ্তাংক ব্যবহার করা হয়, সেইহেতু স্ট্যানাইনগুলি সহজে নথীবদ্ধ করা যায়।

স্ট্যানাইনের অসুবিধা (Disadvantages of Stanines) : স্ট্যানাইন প্রাপ্তাংকগুলিতে নিম্ন ধরনের অসুবিধা দেখা যায়।

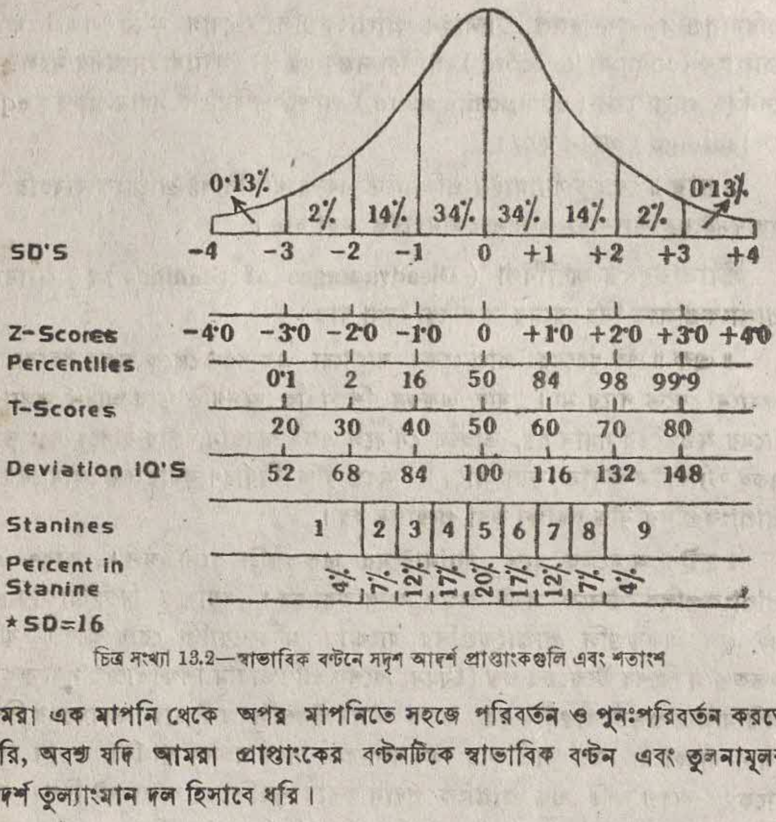
॥ এক ॥ এই ধরনের প্রাপ্তাংকের সাহায্যে এক বছর থেকে অপর বছরের বৃদ্ধি দেখানো যেতে পারে না। যদি একজন শিক্ষার্থীর অগ্রগতি তার আদর্শ তুল্যাংক-মানের অগ্রগতির সমান হয়, তাহলে সে দলে একই অবস্থান বজায় রাখবে এবং তাকে একই স্ট্যানাইন প্রদান করা যাবে। অবশ্য বৃদ্ধি নির্ধারণ করার জন্য আমাদের মূল প্রাপ্তাংকগুলির বৃদ্ধি পরীক্ষা করা প্রয়োজন হয়।

॥ দুই ॥ অনেকের মতে স্ট্যানাইনের এককগুলি হলো স্থূল। কারণ এতে প্রাপ্তাংকগুলির বণ্টনকে নয়টি অংশে ভাগ করা হয়। ধনাত্মক দিকে থাকার দরুণ এই স্থূল এককগুলি প্রাপ্তাংকগুলির ব্যাখ্যায় অতিশয়োক্তি রোধ করে। যদিও কতকগুলি বিশেষ উদ্দেশ্যের জন্য (যেমন, বিশেষ প্রতিভাবান শিক্ষার্থীদের সনাক্তকরণ) বেশী মাত্রায় শুদ্ধতা বাঞ্ছনীয় হয়, তবুও স্ট্যানাইনগুলি অভীক্ষার ফলাফলের শিক্ষা-মূলক ব্যবহারের জন্য অভীক্ষায় কর্ম সম্পাদনে সন্তোষজনক পার্থক্য প্রদান ক'রে থাকে। অবশ্য অতি শুদ্ধ প্রাপ্তাংক প্রদান করার পদ্ধতিতে সর্বদা এই বিপদ থাকে যে, প্রাপ্তাংকগুলিতে স্বল্প অকস্মাৎ পার্থক্য তাৎপর্যপূর্ণ পার্থক্য হিসাবে ব্যাখ্যা করা যায় না।

বিভিন্ন আদর্শ তুল্যাংকমানের তুলনা (Comparison of different norms) :

অভীক্ষার অভীক্ষায়নের জন্য যে ভিন্ন ভিন্ন ধরনের আদর্শ তুল্যাংকমান নির্ণয় করা হয় সেগুলি অভীক্ষার প্রাপ্ত ফলের তাৎপর্য নির্ণয়ে সাহায্য ক'রে থাকে। বিভিন্ন আদর্শ প্রাপ্তাংক পদ্ধতিতে প্রাপ্তাংকগুলির তুল্যাংকমান এবং শতাংশ ও স্বাভাবিক লেখচিত্রের সম্পর্ক চিত্র সংখ্যা 13.2 তে দেখানো হয়েছে। একটি স্বাভাবিক বণ্টনে আপেক্ষিক অবস্থান বোঝানোর জন্য বিভিন্ন মাপনির পারস্পরিক সম্পর্ক এই চিত্রে

বিস্তৃতভাবে লিপিবদ্ধ করা হয়েছে। উদাহরণস্বরূপ, গড়ের তলায় এক সমক পার্থক্য সংশ্লিষ্ট একটি মূল প্রাপ্তাংককে—1·0 Z-প্রাপ্তাংক, 16 শতাংশ ক্রম, 40 টি-প্রাপ্তাংক, 84 বিচ্যুতি বুদ্ধ্যঙ্ক অথবা 3 স্ট্যানাইন হিসাবে প্রকাশ করা যেতে পারে। এইভাবে বিভিন্ন প্রাপ্তাংক নির্ণয়করণ পদ্ধতিগুলি হলো একই বিষয় বিভিন্নভাবে বলা এবং



চিত্র সংখ্যা 13.2—স্বাভাবিক বণ্টনে সদৃশ আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলি এবং শতাংশ

আমরা এক মাপনি থেকে অপর মাপনিতে সহজে পরিবর্তন ও পুনঃপরিবর্তন করতে পারি, অবশ্য যদি আমরা প্রাপ্তাংকের বণ্টনটিকে স্বাভাবিক বণ্টন এবং তুলনামূলক আদর্শ তুল্যাংমান দল হিসাবে ধরি।

চিত্র সংখ্যা 13.2 তে দেখানো প্রাপ্তাংক নির্ণয়করণ পদ্ধতিসমূহের মধ্যে সম্পর্কগুলি একটি বিশেষ আদর্শ প্রাপ্তাংক মাপনি বুঝতে বিশেষভাবে সহায়ক হয়। উদাহরণস্বরূপ, টি-প্রাপ্তাংকগুলি সম্বন্ধে আমাদের ধারণা পরিপূর্ণভাবে সুস্পষ্ট হলেই আমরা এই প্রাপ্তাংকগুলিকে শতাংশ ক্রমে পরিবর্তন করতে পারি। টি-প্রাপ্তাংক 60 তখনই অর্থপূর্ণ হয়, যখন আমরা লক্ষ্য করি যে, এই প্রাপ্তাংক শতাংশ ক্রম 84এর সমতুল্য হয়। শতাংশ ক্রমের এই পরিবর্তন অভিভাবক এবং শিক্ষার্থীদের কাছে আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলি ব্যাখ্যার জন্য সহায়ক হয়। তবুও মাপনিগুলির মধ্যে সম্পর্কসমূহ জানার অন্যতম বিষয় হলো বিভিন্ন প্রাপ্তাংক নির্ণয়করণ পদ্ধতিসমূহ ব্যবহার ক'রে একজন অভীক্ষার্থীর অভীক্ষাসমূহে কর্ম সম্পাদনের মধ্যে তুলনা করা।

পূর্বে যে কয়েকটি আদর্শ তুল্যাংমানের সম্বন্ধে আলোচনা করা হয়েছে শিক্ষাবিষয়ক এবং মনোবৈজ্ঞানিক পরিমাপের ক্ষেত্রে বিভিন্ন সময়ে এগুলি ব্যবহার করা হ'য়ে থাকে। কারণ তাদের যে কোন একটি ব্যবহার করলে অভীক্ষায় প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যে তাৎপর্যপূর্ণ পার্থক্য দেখা যায় না ; অর্থাৎ তাৎপর্য নির্ণয়ে সমতা থাকে। ইতিপূর্বে যে সব আদর্শ তুল্যাংকমানের বিষয়ে আলোচনা করা হয়েছে তাদের বৈশিষ্ট্যগুলির তুলনামূলক পর্যালোচনা সারণী 13.7এ দেখানো হয়েছে।

সারণী—13.7

বিভিন্ন আদর্শ তুল্যাংকমানের বৈশিষ্ট্য

আদর্শ তুল্যাংকমান	অভীক্ষার প্রাপ্তাংকের পরিপ্রেক্ষিতে আদর্শ তুল্যাংকমানের তাৎপর্য।	নির্ণয় পদ্ধতি
শ্রেণীভিত্তিক আদর্শ তুল্যাংকমান	অভীক্ষার্থীর প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের আদর্শ তুল্যাংকমান হলো তার শ্রেণীর গড় প্রাপ্তাংক।	বিভিন্ন শ্রেণীতে পাঠরত শিক্ষার্থীদের গড় প্রাপ্তাংককে শ্রেণীমান দিয়ে প্রকাশ করা হয়।
বয়সভিত্তিক আদর্শ তুল্যাংকমান	অভিক্ষার্থীদের প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের আদর্শ তুল্যাংকমান হলো তাদের বয়সের শিক্ষার্থীদের গড় প্রাপ্তাংক।	বিভিন্ন বয়সের শিক্ষার্থীদের প্রাপ্ত গড় প্রাপ্তাংককে বয়সমানে প্রকাশ করা হয়।
শতাংশ আদর্শ তুল্যাংকমান	অভীক্ষার্থীর প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের নীচে পরীক্ষামূলক দলের শতকরা কত জনের প্রাপ্তাংক আছে।	প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক বণ্টনের শতাংশ ক্রম নির্ণয় করা হয়।
আদর্শ প্রাপ্তাংকমান	অভীক্ষার্থীর প্রাপ্তাংক কল্পিত গড় থেকে যত সিগমা (σ) একক দূরত্বে আছে, তাই প্রকাশ করে।	প্রাপ্ত প্রাপ্তাংককে একই আদর্শ বণ্টনের আদর্শ প্রাপ্তাংকে পরিবর্তন করা হয়।

তুল্যাংকমানগুলির যথোপযোগিতা বিচারকরণ (Judging the Adequacy of norms)

পূর্বে যে তুল্যাংকমানগুলির বিষয় আলোচনা করা হয়েছে তার পরিপ্রেক্ষিতে বলা যায় যে, যে কোন অভীক্ষার তাৎপর্য নির্ণয় করতে হলে অভীক্ষার আদর্শায়নের প্রয়োজন হয়। কারণ এই প্রক্রিয়ার মাধ্যমে অভীক্ষার তাৎপর্য নির্ণয় সংক্রান্ত ত্রুটি দূর করা যায়। আদর্শায়নের উদ্দেশ্য হলো এমন একটি আদর্শ তুল্যাংকমান বা প্রাসঙ্গিক মান নির্ণয় করা যার ভিত্তিতে যে কোন অভীক্ষক প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের তাৎপর্য একইভাবে নির্ণয় করতে পারেন। কিন্তু কোন আদর্শ তুল্যাংকমানই ত্রুটি মুক্ত নয়। তা সত্ত্বেও এই আদর্শ তুল্যাংকমানগুলি শিক্ষাবিষয়ক ও মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষাগুলির আদর্শায়নের ক্ষেত্রে ব্যবহার করা হয়। অভীক্ষাগুলি তৈরী করার সময় একদিকে যেমন তাদের বৈধতা, নির্ভরযোগ্যতা এবং নৈর্ব্যক্তিকতা নির্ণয় করতে হয় তেমনি তাদের আদর্শ তুল্যাংকমানের (Norm) যথোপযোগিতা বিচার করা প্রয়োজন হয়। কারণ অভীক্ষার প্রাপ্তাংকের তাৎপর্যপূর্ণ ব্যাখ্যা করা যথোপযুক্ত আদর্শ তুল্যাংকমানের দ্বারাই সম্ভব হয়। তাই আদর্শ তুল্যাংকমানগুলিতে সর্বাপেক্ষা বেশী মাত্রায় যে বৈশিষ্ট্যগুলি চাওয়া হয় তাদের মানদণ্ড নীচে উল্লেখ করা হলো।

॥ এক ॥ অভীক্ষার আদর্শ তুল্যাংকমানগুলি প্রাসঙ্গিক হওয়া উচিত (Test norms should be relevant) : অভীক্ষার আদর্শ তুল্যাংকমানগুলি বিভিন্ন ধরনের প্রতিনিধিদলের (representative group) প্রাপ্তাংকের উপর ভিত্তি ক'রে নির্ণয় করা হয়। কখন নির্দিষ্ট শ্রেণী বা বয়সের সমস্ত শিক্ষার্থীদের জাতীয় নমুনার (national sample) ভিত্তিতে বা রাজ্য ভিত্তিতে বা স্থানীয় ব্যক্তিবর্গের প্রতিনিধি দলের উপর প্রদত্ত অভীক্ষায় প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির ভিত্তিতে আদর্শ তুল্যাংকমানগুলি নির্ধারণ ক'রে অভীক্ষার আদর্শায়ন স্থির করা হয়। কখন বিশেষ উদ্দেশ্যের জন্য আদর্শ তুল্যাংকমানগুলি নির্দিষ্ট দলের উপযোগী অভীক্ষাগুলির জন্য তৈরী করা হয়। যেমন, উচ্চবিদ্যালয়ের শিক্ষার্থীদের উপযোগী বুদ্ধি অভীক্ষা, মহাবিদ্যালয়ের শিক্ষার্থীদের উপযোগী আগ্রহ পরিসূচী, কারিগরী মহাবিদ্যালয়ের শিক্ষার্থীদের উপযোগী অভিক্ষমতা অভীক্ষা প্রভৃতি বিভিন্ন ধরনের অভীক্ষাবলীর আদর্শায়নের ক্ষেত্রে পৃথক পৃথক আদর্শ তুল্যাংকমান নির্ণয় করতে হয়। তাছাড়া বিভিন্ন ধরনের দলের মধ্যে তুলনা করার জন্য আদর্শ তুল্যাংকমানগুলির কোন সারণী ব্যবহার করার পূর্বে তুল্যাংকমান নমুনার প্রকৃতি পর্যালোচনা করা প্রয়োজন হয়। অভীক্ষককে নিজের মনে প্রশ্ন করে দেখে নিতে হয় যে, যে আদর্শ তুল্যাংকমানগুলি তিনি ব্যবহার করছেন সেইগুলি যেসব শিক্ষার্থীদের পরিমাপ করা হবে তাদের উপযুক্ত কিনা এবং সেইমত অভীক্ষালব্ধ ফলের উপর ভিত্তি ক'রে যে সিদ্ধান্ত করা হবে, সেই সিদ্ধান্ত যথানির্দিষ্ট আদর্শ তুল্যাংকমানের পরিপ্রেক্ষিতে গ্রহণযোগ্য হবে কিনা।

যদি আমরা শিক্ষার্থীদের বিভিন্ন ক্ষেত্রে পটুতা এবং দুর্বলতা নির্ণয়করণের উদ্দেশ্যে কেবলমাত্র একটি সাধারণ প্রাসঙ্গিক দলের সঙ্গে তুলনা করতে চাই, তাহলে জাতীয় আদর্শ তুল্যাংকমানগুলি সন্তোষজনক হতে পারে। এখানে আমাদের বিচার্য বিষয় হলো কতদূর পর্যন্ত শিক্ষার্থীরা সেই সকল বৈশিষ্ট্য, যেমন, শিক্ষামূলক অভিক্ষমতা, শিক্ষাবিষয়ক অভিজ্ঞতা এবং সংস্কৃতি সম্পর্কীয় পটভূমি সম্বন্ধে জনসংখ্যার আদর্শ তুল্যাংকমানের সঙ্গে তুলনীয় হয়। শিক্ষার্থীরা এই আদর্শ তুল্যাংকমানের যত নিকটবর্তী হবে আমরা ততই নিশ্চিত হবো যে, জাতীয় আদর্শ তুল্যাংকমানগুলি তুলনা করার জন্ম একটি অর্থপূর্ণ ভিত্তি প্রদান করবে।

যদি আমাদের উদ্দেশ্য হয় শিক্ষার্থীদের এমন একটি সক্রিয় দলে স্থাপন করা যে দলের শিক্ষার্থীরা চিকিৎসাবিদ্যা বা কারিগরীবিদ্যা আয়ত্ত করতে বিশেষভাবে পারদর্শী, তাহলে সেখানে জাতীয় আদর্শ তুল্যাংকমান সম্পর্কিত অভীক্ষাগুলি খুব কমই কার্যকরী হয়। তার জন্ম প্রতিটি বিশেষ দলের ব্যক্তিদের সঙ্গে তুলনা করা যায় এমন স্থানীয় আদর্শ তুল্যাংকমান সম্পর্কিত অভীক্ষা নির্বাচন করতে হয় যার ভিত্তিতে এইরূপ তুলনা করা সম্ভব হয়। যেখানে একটি বিশেষ ক্ষেত্রে শিক্ষার্থীদের ভবিষ্যৎ সাফল্য সম্বন্ধে ভবিষ্যদ্বাণী করতে হয় সেখানে ঐ শিক্ষার্থীদের নিজেদের বর্তমান শ্রেণী বা বয়সভিত্তিক আদর্শ তুল্যাংকমানের সঙ্গে তুলনা করা অপেক্ষা তাদের অন্তর্নিহিত ক্ষমতাবলীর সমকক্ষ শিক্ষার্থীদের সঙ্গে তুলনা করা বেশীমাত্রায় অর্থপূর্ণ হয়। এই ক্ষেত্রে জাতীয় আদর্শ তুল্যাংকমান যুক্ত অভীক্ষাগুলি অপেক্ষা স্থানীয় আদর্শ তুল্যাংকমানযুক্ত অভীক্ষাগুলি বেশী পরিমানে কার্যকরী হয়।

।দুই। অভীক্ষার আদর্শ তুল্যাংকমানগুলি প্রতিনিধি স্থানীয় হওয়া উচিত (Test norms should be representative): যখন আমরা নিশ্চিত হই যে, অভীক্ষার আদর্শ তুল্যাংকমানগুলি তুলনীয় দলের ভিত্তিতে তৈরী করা হয়েছে, তখন আমাদের দেখতে হয় যে, অভীক্ষাটি প্রতিনিধি স্থানীয় দলের পরিপ্রেক্ষিতে তৈরী করা হয়েছে কিনা। আদর্শগতভাবে আমাদের সেই আদর্শ তুল্যাংকমানগুলি ব্যবহার করতে হয় যেগুলি জনসংখ্যার অনিয়ত বা র‍্যাণ্ডম নমুনার ভিত্তিতে গঠন করা হয়। যদিও এটা করা কষ্টসাধ্য, তবু কমপক্ষে আমাদের সেই সমস্ত তাৎপর্যপূর্ণ উপাদান নির্বাচন করতে হয় যেগুলি উপযুক্তভাবে প্রতিনিধিমূলক হ'য়ে থাকে। তাই যখন আমরা ব্যবহারের জন্ম অভীক্ষা নির্বাচন করি, তখন আমাদের জানা দরকার হয় যে, অভীক্ষাটি কিরূপ প্রতিনিধি দলের প্রাপ্তাংকের ভিত্তিতে আদর্শায়িত করা হয়েছে। যখন দেখা যাবে যে, অভীক্ষাটি যে প্রতিনিধিদলের ভিত্তিতে আদর্শায়িত করা হয়েছে আমাদের দলটি তার সঙ্গে সমগুণ সম্পন্ন, তখন অভীক্ষাটির আদর্শ তুল্যাংকমান গ্রহণ যোগ্য হবে।

।তিন। অভীক্ষার আদর্শ তুল্যাংকমানগুলি সমসাময়িক হওয়া উচিত। (Test norms should be up-to-date): আদর্শ তুল্যাংকমানগুলির

যথোপযুক্ততা বিচারের জন্য যে উপাদানটি সাধারণতঃ উপেক্ষা করা হয় সেটি হলো তুল্যাংকমানগুলির সমসাময়িক প্রয়োগ যোগ্যতা। শিক্ষার ক্ষেত্রে দ্রুতহারে যে পরিবর্তন ঘটছে তার পরিপ্রেক্ষিতে আমরা আশা করতে পারি যে, অভীক্ষার আদর্শ-তুল্যাংকমানগুলি সমসাময়িক হবে। ক্রনব্যাকের (Cronbach) মতে "সময়ের ব্যবধানে আদর্শায়িত অভীক্ষার আদর্শ তুল্যাংকমানগুলি ব্যবহারের অনুপযুক্ত হ'য়ে পড়ে এবং পাক্ষিকভাবে অভীক্ষার উদ্দেশ্যের সঙ্গে মিলিয়ে নিতে হয়"। (With the passage of time norms of a standardised test become obsolete and need to be checked periodically with the purpose of the test). অর্থাৎ যে অভীক্ষার আদর্শ তুল্যাংকমান দীর্ঘদিন পূর্বে নির্ণয় করা হয়েছে সেরকম অভীক্ষা ব্যবহার করা উচিত নয়। কারণ সময়ের ব্যবধানে এই মান পরিবর্তিত হ'তে পারে। এখন যদি এই আদর্শ তুল্যাংমানের ভিত্তিতে ঐ অভীক্ষায় প্রাপ্ত অভীক্ষার্থীদের প্রাপ্তাংকের তাৎপর্য নির্ণয় করা হয়, তাহলে নির্ণীত তাৎপর্য ত্রুটিপূর্ণ হতে পারে।

॥ চার ॥ অভীক্ষার আদর্শ তুল্যাংকমানগুলি তুলনাযোগ্য হওয়া উচিত (Test norms should be comparable) : বিভিন্ন অভীক্ষাগুলি থেকে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলি প্রত্যক্ষভাবে তুলনা করতে আদর্শ তুল্যাংকমানগুলির প্রয়োজন হয়। এই প্রয়োজনীয়তা বিশেষভাবে অনুভূত হয়, যখন আমরা একজন শিক্ষার্থীর পটুতা এবং দুর্বলতা নির্ণয় করতে অভীক্ষার ফলের তুলনাযোগ্য তালিকা বা প্রোফাইল তৈরী করি কিংবা যখন আমরা স্বল্প পারদর্শীদের (under achievers) সনাক্তকরণ করতে অভিক্ষমতা এবং অর্জিত জ্ঞানবিষয়ক অভীক্ষার ফলগুলি তুলনা করি। এইরূপ তুলনা তখনই সূক্ষ্মভাবে করা যেতে পারে, কেবলমাত্র যখন বিভিন্ন অভীক্ষাগুলির আদর্শ তুল্যাংকমানগুলি তুলনাযোগ্য হ'য়ে থাকে। যখন অভীক্ষাগুলিকে জনসংখ্যার উপর আদর্শায়িত করা হয়, তখন আদর্শ তুল্যাংকমানগুলির সাহায্যে সবচেয়ে ভাল-ভাবে তুলনা করা যায়। আমরা দেখি যে, শ্রেণীভিত্তিক, বয়সভিত্তিক, শতাংশ এবং আদর্শ প্রাপ্তাংক ভিত্তিক আদর্শ তুল্যাংকমানগুলি নিজেদের মধ্যে তুলনাযোগ্য হ'য়ে থাকে। কিন্তু পারস্পরিক ক্ষেত্রে তাদের মধ্যে তুলনা করা যায় না। সেই কারণে যখন আমরা অভীক্ষা নির্বাচন করবো, তখন দেখতে হবে যে, তাদের আদর্শ তুল্যাংকমানগুলি পরস্পরের মধ্যে তুলনা যোগ্য কিনা।

॥ পাঁচ ॥ অভীক্ষার আদর্শ তুল্যাংকমানগুলিকে যথাযথভাবে প্রকাশ করা উচিত। (Test norms should be adequately described) : যতক্ষণ পর্যন্ত আমরা আদর্শায়িত অভীক্ষার নির্দেশপত্র থেকে আদর্শ তুল্যাংকমান সম্বন্ধীয় ব্যবহারকৃত পদ্ধতি এবং তুল্যাংকমান সম্পর্কৃত দল সম্বন্ধে কিছু জানতে না পারি, ততক্ষণ পর্যন্ত তুল্যাংকমানগুলি থেকে তুলনাযোগ্য কোনরূপ অর্থপূর্ণ তাৎপর্য নির্ণয় করা সম্ভব হয় না। তাই যখন কোন অভীক্ষা প্রয়োগের জন্য

নির্বাচন করা হবে, তখন সেই অভীক্ষার নির্দেশপত্রে আদর্শ তুল্যাংকমান সম্বন্ধে যথাযোগ্য তথ্য সন্নিবেশিত আছে কিনা তা দেখে নেওয়া দরকার। আমরা সর্বদাই আশা করি যে, যে কোন আদর্শায়িত অভীক্ষার নির্দেশপত্রে নিম্নলিখিত তথ্যাবলী অন্তর্ভুক্ত থাকা উচিত—

(1) আদর্শায়নের জন্ম প্রতিনিধি দল কিভাবে নির্বাচন করা হয়েছে ;

(2) আদর্শায়নের জন্ম কতজন ব্যক্তি নিয়ে প্রতিনিধি দল গঠন করা হয়েছে এবং তাদের প্রকৃতি কিরূপ ;

(3) এই প্রতিনিধি দলের বয়স, লিঙ্গগত প্রভেদ, শিক্ষাগত যোগ্যতা, আর্থ-সামাজিক অবস্থা, ভৌগোলিক স্থিতি এবং অন্যান্য মানসিক বৈশিষ্ট্য কিরূপ ;

(4) আদর্শায়নের জন্ম অভীক্ষাটি প্রয়োগের সময় কি নীতি অনুসরণ করা হয়েছে এবং কিরূপ অভিপ্রেরণা দেওয়া হয়েছে ;

(5) আদর্শায়নের সময়।

অভীক্ষাগুলি ব্যবহারের জন্ম এই গুণগুলির পরিপ্রেক্ষিতে অভীক্ষাগুলি নির্বাচন করা উচিত।

প্রাসঙ্গিক গ্রন্থনির্দেশিকা

Anastasi, A. (1976) : Psychological Testing. New York : Macmillan Publishing Co.

Cronbach, L. J. (1970) : Essential of Psychological Testing. New York : Harper and Row.

Good, C. V. (1945) : Dictionary of Education. New York ; McGraw-Hill.

Garrett H. E. (1960) : Statistics in Psychology and Education. New York : Longmans, Green & Co.

Greene, H. P. and others (1955) : Measurement and Evaluation in Secondary Schools. New York : Longmans, Green & Co.

Gronlund, N. E. (1981) : Measurement and Evaluation in Teaching. London : Collier Macmillan Publisher.

Lindquist, E. F. (1966) : Educational Measurement. Washington, D. C. : American Council on Education.

Lyman, H. B. (1978) : Test Scores and what they mean. Englewood cliffs, N. T. : Prentice-Hall Inc.

Monroe, W. S. (1956) : Encyclopedia of Educational Research. New York : Macmillan Co.

Seashore, H. G. (1976) : Methods of Exploring Test Scores. Bulletin No. 48. New York : The Psychological Corporation.

Thorndike R. L. (1971) : Educational Measurement. Washington, D. C. American Council on Education.

॥ অনুশীলনী ॥

প্রথম পরিচ্ছেদ

1. মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার উৎপত্তি এবং বিকাশের কারণগুলি আলোচনা কর।
   (State the reasons of origin and development of psychological testing.)
2. যে দুইজন মনোবিজ্ঞানী সর্বপ্রথম অভীক্ষা ব্যবহারের সূত্রপাত ঘটান তাদের অবদান সম্বন্ধে আলোচনা কর।
   (Discuss the contributions of the two psychologists who first introduced the use of psychological testing.)
3. প্রথম ও দ্বিতীয় বিশ্বযুদ্ধের মধ্যে মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষায়নের ক্ষেত্রে বিভিন্ন দিকে যে বিকাশ ঘটেছিল সে সম্বন্ধে আলোচনা কর।
   (Discuss the development of different aspects in psychological testing between first and second world wars.)
4. কি কারণে নিম্নলিখিত মনোবিজ্ঞানীরা প্রসিদ্ধি লাভ করেছেন তার উল্লেখ কর :
   (i) ইউলহেলম ভূণ্ড (ii) ফ্রান্সিস গাল্টন, (iii) জেমস মেকডিন কেট্টল, (iv) হারমন রঁসা, (v) ওয়েশলর, (vi) ইয়ারকি।
   (State the reason for which the following psychologists become famous :
   (i) Wilhelm Wund, (ii) Francis Galton, (iii) James Mekdin Cattell, (iv) Hermann Rorschach, (v) Wechsler, (vi) Yarkee.)

দ্বিতীয় পরিচ্ছেদ

1. পরিমাপ বলতে তুমি কি বোঝ? জীবনে পরিমাপের আবশ্যকতা সম্বন্ধে আলোচনা কর।
   (What do you understand by measurement ? Discuss the necessity of measurement of life.)
2. পরিমাপ সম্পর্কীয় সমস্যাবলী সম্বন্ধে আলোচনা কর।
   (Discuss the problems on measurement.)
3. বিংশ শতাব্দীতে অভীক্ষায়নের বিকাশ কিভাবে হয়েছিল সে সম্বন্ধে আলোচনা কর।
   (Explain how testing is developed during the 20th century.)

4. পরিমাপের প্রধান বৈশিষ্ট্যগুলি সম্পর্কে আলোচনা কর।
(Discuss the chief characteristics of measurement.)

5. পরিমাপ ও মূল্যায়নের মধ্যে প্রভেদ নির্দেশ কর।
(Determine the difference between measurement and evaluation.)

6. পরিমাপে যে ত্রুটিগুলি দেখা যায় সেগুলি আলোচনা কর।
(State the limitations in measurement.)

7. পরিমাপে ব্যবহৃত নিম্নলিখিত পদগুলি সম্বন্ধে যা জান লেখ : (i) স্বতঃসিদ্ধ ও প্রমেয়, (ii) গাণিতিক প্রতিরূপ, (iii) সমাকৃতিকতা, (iv) সংখ্যাগুলির প্রকৃতি, (v) নামসূচক মাপনি, (vi) ব্যাপ্তিসূচক মাপনি, (vii) আনুপাতিক মাপনি।
(Explain what you know about the following terms used in measurement : (i) Postulates and theorems, (ii) mathematical model, (iii) Isomorphism, (iv) Nature of numbers, (v) Nominal scale, (vi) Interval scale, (vii) Ratio scale.)

8. পরিমাপের আবশ্যিক তত্ত্বগুলি উল্লেখ কর।
(Mention the important theories of measurement.)

9. পরিমাপের ক্ষেত্রে যে মাপনিসমূহ ব্যবহার করা হয় সে সম্বন্ধে আলোচনা কর।
(Discuss the scale that are used in measurement.)

তৃতীয় পরিচ্ছেদ

1. মূল্যায়ন বলতে কি বোঝ ? শিক্ষায় মূল্যায়নের গুরুত্ব আলোচনা কর।
(What is meant by evaluation ? Discuss the importance of evaluation in education.)

2. মূল্যায়ন এবং পরিমাপের মধ্যে পার্থক্য নির্দেশ কর। শিক্ষায় তাদের পারস্পরিক গুরুত্ব আলোচনা কর।
(Distinguish between evaluation and measurement. Discuss their relative importance in the field of education.)

3 'শিক্ষায় মূল্যায়ন' পদটি ব্যাখ্যা কর। কিভাবে মূল্যায়ন শিক্ষার উন্নতি সাধন করে তা আলোচনা কর।
(Explain the term 'Evaluation in Education.' Discuss how evaluation improves education.)

4. মূল্যায়ন প্রক্রিয়া বলতে কি বোঝ? মূল্যায়ন প্রক্রিয়ার বিভিন্ন মাপনিগুলি সম্বন্ধে আলোচনা কর।
(What do you understand by Evaluation Process ? Discuss the different scale of evaluation process.)

5. মূল্যায়নের উদ্দেশ্যে যে সকল উপকরণ এবং বিধিপ্রণালী ব্যবহার করা হয় সে সম্বন্ধে উল্লেখ কর।
(Mention the various tools and techniques used for evaluation purpose.)

6. মূল্যায়নের অর্থ কি? তোমার বিদ্যালয়ে তুমি মূল্যায়ন সম্বন্ধে কার্যক্রম নির্ধারণ করার জন্য যে সোপানগুলি অনুসরণ করবে সে সম্বন্ধে আলোচনা কর।
(What is meant by evaluation ? Discuss the steps that you will follow in organising a programme of evaluation in your school.)

7. নিম্নলিখিত পদগুলির সংক্ষিপ্ত উত্তর লিখ :
(i) মূল্যায়নের ত্রিভুজাকার প্রক্রিয়া
(ii) মূল্যায়নের সোপানসমূহ
(iii) মূল্যায়নের মৌলিক নীতি
(iv) মূল্যায়নের উপকরণসমূহ
(v) মূল্যায়ন ও পরিমাপ
(Write short notes on the following terms :
(i) Traingular process of evaluation
(ii) Steps of evaluation
(iii) Basic principles of evalaution
(iv) Tools of evaluation
(v) Evaluation and measurement.)

চতুর্থ পরিচ্ছেদ

1. মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষায়নের অর্থ এবং স্বরূপ সম্বন্ধে আলোচনা কর।
(Discuss the meaning and nature of Psychological testing.)
2. অভীক্ষা এবং পরিমাপের মধ্যে পার্থক্য উল্লেখ কর।
(Mention the difference between test and measurement.)
3. অভীক্ষায়ন এবং পরীক্ষণের মধ্যে প্রভেদ নির্দেশ কর।
(Determine the difference between testing and experiment.)

4. মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার উদ্দেশ্য কি ? এই ধরনের অভীক্ষার উপযোগিতা সম্বন্ধে যা জান লেখ।
(What are the aims and objectives of psychological test ? Write down about the utility of Psychological test.)

5. মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষা বলতে কি বোঝ ? কত রকমের মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষা আছে ? এই অভীক্ষাগুলির শ্রেণীবিন্যাস নির্দেশ কর।
(What is meant by psychological test ? How many types of psychological test are there ? Classify the psychological test.)

পঞ্চম পরিচ্ছেদ

1. নির্দেশনায় মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষাগুলির প্রয়োজনীয়তা এবং উপযুক্ততা উল্লেখ কর।
(State the necessity and utility of psychological test.)

2. 'বিদ্যালয়ে মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষায়নের একটি সুনিয়োজিত পরিকল্পনা থাকা উচিত।' আলোচনা কর।
('In school there should be a well-planned testing programme.'—Discuss.)

3. নিম্নলিখিত বিষয়গুলির সংক্ষিপ্ত উত্তর লেখ :
(i) বুদ্ধি অভীক্ষা (ii) ব্যক্তিত্ব অভীক্ষা (iii) প্রক্ষেপী অভীক্ষা
(iv) অভিক্ষমতা অভীক্ষা (v) অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষা
(vi) অভিযোজন পরিসূচী।
(Write short notes on the following : (i) Intelligence test (ii) Personality test (iii) Pojective test (iv) Achievement test (v) Adjustment inventory.

4. নির্দেশনাত্মক পরামর্শদানে অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংকের ব্যবহারিক উপযোগিতা সম্বন্ধে আলোচনা কর।
(Discuss the uses of test results in counselling.)

ষষ্ঠ পরিচ্ছেদ

1. অভীক্ষার অর্থ বলতে কি বোঝায় ? উত্তম অভীক্ষার বৈশিষ্ট্যগুলি সম্বন্ধে আলোচনা কর।
(What is meant by a test ? Discuss the criteria of a good test.)

2. নিম্নলিখিত পদগুলির সংক্ষিপ্ত উত্তর লেখ : (i) নৈর্ব্যক্তিকতা (ii) নির্ভরযোগ্যতা (iii) বৈধতা (iv) আদর্শ তুল্যাংকমান।
(Write short notes on the following : (i) Objectivity (ii) Reliability (iii) Validity (iv) Norm.)
3. মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার সংজ্ঞা নির্দেশ কর। একটি উত্তম মনোবৈজ্ঞানিক এবং শিক্ষা বিষয়ক অভীক্ষার বাঞ্ছনীয় বৈশিষ্ট্যগুলি উল্লেখ কর।
(Define a psychological test. Mention the characteristics that should be desired of a good psychological and educational test.)
4. উত্তম শিক্ষাবিষয়ক অভীক্ষা বলতে কি বোঝ? এই অভীক্ষার বিভিন্ন বৈশিষ্ট্য সম্বন্ধে আলোচনা কর।
(What do you understand by a good educational test? Discuss the different types of characteristics of this test.)

সপ্তম পরিচ্ছেদ

1. পরিমাপের একটি বিচ্যুতি বলতে কি বোঝ? পরিমাপ সংক্রান্ত ত্রুটিগুলির প্রকারভেদ সম্বন্ধে আলোচনা কর।
(What is meant by errors of measurement? Discuss the types of measurement errors.)
2. আদর্শ ত্রুটি বলতে কি বোঝ? বিভিন্ন প্রাপ্তাংকের আদর্শ ত্রুটি নির্ণয় করার জন্য যে পদ্ধতিগুলি ব্যবহার করা হয় সেগুলি সম্বন্ধে আলোচনা কর।
(What is meant by standard errors? Discuss the different methods that are used for determining the standard errors of the different scores.)
3. সম্ভাব্য ত্রুটির সংজ্ঞা নিরূপণ কর। বিভিন্ন প্রাপ্তাংকের সম্ভাব্য ত্রুটি নির্ণয় করার পদ্ধতিগুলি উল্লেখ কর।
(Define probable error. Mention the methods of calculating probable error of different scores.)
4. সিদ্ধান্তমূলক ত্রুটি কাকে বলে? এই ধরনের ত্রুটির প্রকারভেদ উল্লেখ কর।
(What is meant by inferential error? Draw a classification of this type of error.)
5. নিম্নলিখিত পদগুলির সংক্ষিপ্ত উত্তর লেখ : (i) পরিবর্তনশীল ত্রুটি (ii) স্থায়ী ত্রুটি (iii) পরিসংখ্যানমূলক ত্রুটি (iv) সংখ্যাতাত্ত্বিক কল্পনাসমূহ।
(Write short notes on the following : (i) Variable error (ii) Constant error (iii) Statistical error (iv) Statistical hypothesis.)

অষ্টম পরিচ্ছেদ

1. যে কোন মনোবৈজ্ঞানিক বা শিক্ষাবিষয়ক অভীক্ষা রচনা করতে যে পর্যায়গুলি বিবেচনা করতে হয় সেগুলি উল্লেখ কর।
(State the steps that are to be considered in constructing a psychological or educational test.)

2. পদ বিশ্লেষণ বলতে কি বোঝ ? পদগুলির মূল্যায়ন করার জন্য যে প্রয়োগিক দুটি দিক নির্ণয় করা প্রয়োজন হয় সেগুলি সম্বন্ধে আলোচনা কর।
(What is meant by item analysis ? Discuss the two aspects that are necessary for evaluating items.)

3. অভীক্ষা পদগুলির পার্থক্য নির্ণায়ক শক্তি কি ? কোন্ কোন্ পদ্ধতিতে পার্থক্য নির্ণায়ক শক্তি নির্ণয় করা যায় ? আলোচনা কর।
(What is discriminating power ? In what methods do you datermine the discriminating power of items ? Discuss.)

4. পদ কাঠিন্য কাকে বলে ? কিভাবে পদ কাঠিন্য নির্ধারণ করা যায় ?
(What is meant by item difficulty ? How is item difficulty estimated ?)

5. আদর্শায়িত অভীক্ষা কাকে বলে ? কোন পাঠ্য বিষয়ে একটি অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক উপলব্ধি অভীক্ষা রচনা করতে যে স্তরগুলি অনুসরণ করতে হয় সেগুলির রূপরেখা নির্দেশ কর।
(Outline the steps you will follow in constructing a test of attainment in any school subject.)

6. টীকা লেখ :
(i) আদর্শায়িত ও অআদর্শায়িত অভীক্ষার মধ্যে প্রভেদ
(ii) পদ বিশ্লেষণ
(iii) আদর্শ তুল্যাংকমান নির্ধারণ
(iv) অভীক্ষাপদের আভ্যন্তরীণ সামঞ্জস্য নির্ধারণ
(v) অভীক্ষাগুলির কাঠিন্যমান এবং পার্থক্য নির্ণায়ক শক্তি।
(Write notes on :
(i) Difference between standardised and non-standardised test. (ii) Item-analysis
(iii) Fixing of test-norm
(iv) Determination of internal consistency of test-items
(v) Difficulty value and discriminating power of test-items.)

নবম পরিচ্ছেদ

1. অভীক্ষার বৈধতা কাকে বলে ? কিভাবে অভীক্ষার বৈধতা নির্ণয় করা যায় ?
   (What is meant by the validity of a test ? How will you proceed to secure the validity of test ?)
2. বিভিন্ন প্রকার বৈধতা পদ্ধতি সম্বন্ধে আলোচনা কর। এই পদ্ধতিগুলির মধ্যে কোন্ পদ্ধতি শিক্ষাবিষয়ক অভীক্ষার উপযোগী বলে তুমি মনে কর ?
   (Discuss the various forms of validation procedure. Which one of those methods you think appropriate for educational test ?)
3. অভীক্ষার বৈধতা হ্রাসের কারণগুলি সম্বন্ধে আলোচনা কর।
   (Discuss the causes ot reducing validity of a test.)
4. বিভিন্ন প্রকার বৈধতার তুলনামূলক বিচার কর।
   (Make a comparative study of the different types of validity.)
5. বৈধতা গুণাংক নির্ণয়ের পদ্ধতিগুলি উল্লেখ কর।
   (State the methods of determining validity coefficient.)
6. উপাদান বিশ্লেষণ পদ্ধতি কি ? উপাদান বিশ্লেষণ পদ্ধতির একটি ব্যাপক প্রকারভেদের রূপরেখা নির্দেশ কর।
   (What is factor analysis method ? Outline a broad classification of factor analysis method.)
7. নিম্নলিখিত পদগুলির সংক্ষিপ্ত উত্তর লেখ : (i) বৈধতা গুণাংক (ii) বৈধতার মানদণ্ড (iii) অনুমানিত তালিকা (iv) ভবিষ্যদ্বাণীকরণ সম্বন্ধীয় বৈধতা (v) সংগঠনমূলক বৈধতা।
   (Write short notes on the following : (i) validity coefficient (ii) criteria of validity (iii) table of expectancy (iv) productive validity (v) construct validity.)

দশম পরিচ্ছেদ

1. অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা বলতে কি বোঝ ? একটি অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা হ্রাসের কারণগুলি উল্লেখ কর।
   (What do you understand by the reliability of a test ? State the causes of reducing reliability of a test.)
2. কিভাবে একটি অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতা নির্ণয় করা যায় সে সম্বন্ধে আলোচনা কর।
   (Discuss how the reliability of a test is determined.)

3. নির্ভরযোগ্যতার বৈশিষ্ট্যগুলি কি? নির্ভরযোগ্যতার বিভিন্ন পদ্ধতিগুলি সম্বন্ধে আলোচনা কর।
(What are the characteristics of reliability ? Discuss the different methods of reliability.)

4. নির্ভরযোগ্যতা এবং বৈধতার মধ্যে সম্পর্ক নির্ধারণ কর।
(Determine the relationship between reliability and validity.)

5. নিম্নলিখিত পদগুলির সংক্ষিপ্ত উত্তর লেখ :
(i) নির্ভরযোগ্যতা গুণাংক (ii) পরিমাপের আদর্শত্রুটি
(iii) যুক্তিনির্ভর আপাতঃ সমানবিধি
(iv) নির্ভরযোগ্যতার উপর অভীক্ষার দৈর্ঘ্যের প্রভাব।
(Write short notes on the following :
(i) Reliability coefficient
(ii) Standard error of measurement
(iii) Method of rational equivalence
(iv) Effect of length of test on its reliability.)

একাদশ পরিচ্ছেদ

1. পরীক্ষার উপযোগিতা এবং পরীক্ষা ব্যবস্থার ত্রুটিসমূহ সম্বন্ধে আলোচনা কর।
(Discuss the utility of examination and the limitations of the examination system.)

2. নিবন্ধাত্মক পরীক্ষা বলতে কি বোঝ? নিবন্ধাত্মক অভীক্ষার সুবিধা ও অসুবিধা সম্বন্ধে আলোচনা কর।
(What is meant by essay-type examination ? Discuss the advantages and disadvantages of essay-type test.)

3. রচনাধর্মী অভীক্ষার বৈশিষ্ট্যগুলি কি কি? কিভাবে রচনাধর্মী অভীক্ষার পদগুলি উন্নত করা যায় যাতে সম্পূর্ণ অভীক্ষার নৈর্ব্যক্তিকতা লাভ করা যেতে পারে?
(What are the characteristics of essay-type test ? How to improve the essay-type items, so that the objectivity of the total test can be secured ?)

4. নৈর্ব্যক্তিক অভীক্ষা পদগুলি কি? উদাহরণসহ এইরূপ পদগুলির একটি ব্যাপক শ্রেণীবিন্যাস তৈরী কর।
(What are objective-type test items ? Draw a broad classification of such items with illustrations.)

5. নৈর্ব্যক্তিক ও নিবন্ধাত্মক ধরনের পদগুলি বলতে কি বোঝ? তাদের তুলনামূলক বৈশিষ্ট্যগুলি উল্লেখ কর।
(What is meant by objective type and essay-type items? Mention their relative characteristics.)

6. পরীক্ষার নৈর্ব্যক্তিকতা বলতে কি বোঝ? অভীক্ষাপদের নিম্ন নৈর্ব্যক্তিকতার কারণসমূহ সম্বন্ধে আলোচনা কর।
(What is understood by the objectivity of examination? Discuss the causes of low objectivity of test-items.)

7. সংক্ষিপ্ত উত্তর সম্বলিত প্রশ্নগুলি কি? তাদের রচনা করার নীতিগুলির সংগে তাদের সুবিধা ও অসুবিধাগুলি সম্বন্ধে আলোচনা কর।
(What are short-answer type questions? Discuss their advantages and disadvantages along with their principles of construction.)

8. বিকল্প উত্তরধর্মী প্রশ্নগুলির বৈশিষ্ট্যগুলি কি? এই ধরনের প্রশ্নগুলি রচনা করতে তুমি যে নীতিগুলি গ্রহণ করবে সে সম্বন্ধে উদাহরণসহ আলোচনা কর।
(What are the characteristics of alternate response type items? Discuss the principles that you will follow in constructing such items? Illustrate your answer.)

9. বিভিন্ন পাঠক্রমিক উদ্দেশ্যসমূহ পরিমাপে বহুমুখী নির্বাচনধর্মী প্রশ্নগুলি কিভাবে সাহায্য করে উদাহরণসহ ব্যাখ্যা কর।
(Explain with illustrations how multiple choice type items contribute to the measurement of various curricular objectives.)

10. সংক্ষিপ্ত টীকা লেখ (Write short notes on):
   (a) যোজ্যতা নির্ণায়ক প্রশ্ন (Matching type items)
   (b) নতুন ধরনের অভীক্ষা (New type test)
   (c) সম্পূর্ণকরণ জাতীয় অভীক্ষা (Completion type test)
   (d) তাৎপর্য নির্ণায়ক অনুশীলনী সংগ্রহ (Interpretative exercises)
   (e) নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্নগুলির সুবিধাসমূহ
   (Advantages of objective type items)
   (f) রচনাধর্মী পরীক্ষার সংস্কার
   (Reforms of essay type examination)

দ্বাদশ পরিচ্ছেদ

1. "যে কোন স্থিতিতে প্রাপ্তাংকগুলি অর্থপূর্ণ করার সমস্যা হ'ল যে একটি উপযুক্ত প্রাসঙ্গিকতার পটভূমি তৈরী করা।" উক্তিটি শিক্ষা বিষয়ক ও মনোবৈজ্ঞানিক পরিমাপের ত্রুটিগুলি উল্লেখ ক'রে আলোচনা কর। সেই পদ্ধতিগুলি উল্লেখ কর যেগুলির দ্বারা শিক্ষা বিষয়ক এবং মনোবৈজ্ঞানিক প্রাপ্তাংকগুলিতে উপযুক্ত প্রাসঙ্গিকতার পটভূমি নির্দেশ করা যেতে পারে।
   ("The problem of making scores meaningful, in any dimension, is one of providing an adequate frame of reference." Discuss the statement mentioning the limitations of educational and psychological measurement. Suggest means by which adequate frame of reference can be provided to educational and psychological measurement.)
2. পরিবর্তিত আদর্শ প্রাপ্তাংগুলি কি? শিক্ষাবিষয়ক ও মনোবৈজ্ঞানিক পরিমাপে ব্যবহৃত কয়েকটি পরিবর্তিত আদর্শ প্রাপ্তাংকের সুবিধা ও অসুবিধাগুলি আলোচনা কর।
   (What are derived standard scores? Discuss the advantages and disadvantages of some of the derived scores used in educational and psychological measurement.)
3. Z-প্রাপ্তাংক কি? যে পদ্ধতিতে Z-প্রাপ্তাংক নির্ণয় করা যায় সে সম্বন্ধে আলোচনা কর। Z-প্রাপ্তাংকগুলির সুবিধা ও অসুবিধাগুলি উল্লেখ কর।
   (What are Z-scores? Discuss the method by which Z-scores are determined. Mention the advantages and disadvantages of Z-scores.)
4. বিদ্যালয়ে অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক অভীক্ষা প্রয়োগ থেকে নিম্নলিখিত যে প্রাপ্তাংকগুলি পাওয়া যায় সেগুলির সমতুল্য Z-প্রাপ্তাংকগুলি নির্ণয় কর:
   (Calculate the Z-scores equivalent of the following raw scores obtained from an administration of achievement test in school.)
   scores: 18, 52, 32, 44, 63, 9, 55, 22, 24, 35
5. আদর্শ প্রাপ্তাংক বলতে কি বুঝ? আদর্শ প্রাপ্তাংকগুলির বৈশিষ্ট্যসমূহ উল্লেখ কর। এইরূপ প্রাপ্তাংকগুলির সুবিধা ও অসুবিধাগুলি আলোচনা কর।
   (What is understood by standard scores? Mention the characteristics of standard scores. Discuss the advantages and disadvantages of such scores.)

6. টি-প্রাপ্তাংকের সংজ্ঞা দাও। টি-প্রাপ্তাংকের বিশেষ বৈশিষ্ট্যগুলি কি? মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে টি-প্রাপ্তাংকগুলিতে পরিবর্তন করার সুবিধাগুলি উল্লেখ কর।
(Define T-scores. What are the special characteristics of T-scores? Mention the advantages of converting Raw scores to T-scores.)
7. নিম্নলিখিত বন্টনের টি-প্রাপ্তাংকগুলি নির্ণয় কর:
(Calculate T-scores of the following distribution.):

scores :	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81
f :	4	12	24	36	40	28	24	20	6	4	2

8. শতাংশ প্রাপ্তাংক বলতে কি বুঝ? যে পদ্ধতিতে মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে শতাংশ প্রাপ্তাংকে রূপান্তরিত করা যায় উদাহরণসহ সে সম্বন্ধে আলোচনা কর।
(What do you understand by percentile scores? Discuss the method with an illustration by which raw scores are converted into percentile scores.)
9. টীকা লিখ (Write notes on):
(a) স্টেন প্রাপ্তাংক (Sten scores)
(b) স্টানাইন প্রাপ্তাংক (Stanine scores)
(c) বুদ্ধ্যংক বিচ্যুতি প্রাপ্তাংক (I. Q. Deviation scores)
(d) আদর্শ প্রাপ্তাংগুলির মধ্যে পারস্পরিক সম্পর্ক (Mutual relationship among standard scores)
(e) অভীক্ষা প্রাপ্তাংকগুলির রূপান্তরকরণ (Conversion of Test-scores)
(f) সরল রৈখিক রূপান্তরকরণ (Linear transformation)
(g) স্বাভাবীকরণ (Normalization.)

ত্রয়োদশ পরিচ্ছেদ

1. একটি অভীক্ষার আদর্শায়ন বলতে কি বুঝ? একটি শিক্ষাবিষয়ক অভীক্ষার আদর্শায়ন থেকে কি ধরনের ত্রুটি পরিহার করা যেতে পারে?
(What is meant by standardisation of a test? What type of error can be avoided from standardisation of an educational test?)
2. অভীক্ষার আদর্শ তুল্যাংকমানের সংজ্ঞা দাও। একটি অভীক্ষার শতাংশ তুল্যাংকমান কিভাবে নির্ণয় করা যায়? আলোচনা কর।
(Define test-norm. How is percentile norm of a test determined? Discuss.)

3. আদর্শায়িত অভীক্ষাতে ব্যবহৃত বিভিন্ন ধরনের অভীক্ষা তুল্যাংকমানগুলি উল্লেখ কর। শ্রেণীভিত্তিক তুল্যাংকমান নির্ণয়ের পদ্ধতি আলোচনা কর।
(Name the different types of test-norms which are used in standardised test. Discuss the procedure of determining grade-norm.)

4. অভীক্ষা তুল্যাংকমানগুলি কি ? সেই মানদণ্ডগুলি উল্লেখ কর যার ভিত্তিতে তুমি তোমার ছাত্রদের জন্য একটি অভীক্ষা নির্বাচনের প্রস্তাব করতে পার।
(What are test-norms ? Mention the criteria on the basis of which you can propose to select a test for your students.)

5. বিভিন্ন আদর্শ তুল্যাংকমানের তুলনা কর। তুল্যাংকমানগুলির যথোপযোগিতা বিচার কর।
(Make conparison of different norms. Judge the adequacy of norms.)

6. টীকা লিখ (Write notes on)
(a) অভীক্ষার আদর্শায়ন প্রক্রিয়া (Standardisation process of test)
(b) আদর্শ তুল্যাংকমানের প্রকারভেদ (Classification of norm)
(c) বয়সভিত্তিক তুল্যাংকমান (Age-norm)
(d) আদর্শ প্রাপ্তাংক তুল্যাংকমান (Standard score norm)
(e) তুল্যাংকমানের উপযোগিতা (Utility of norm)

দ্বিতীয় ভাগ

প্রথম পরিচ্ছেদ

পরিসংখ্যান এবং পরিমাপ
(Statistics and Measurement)

সমাজের সৃষ্টি ও বিবর্তনের সঙ্গে সঙ্গে মানুষ শিক্ষার আবশ্যকতা বিশেষভাবে অনুভব করেছে। শিক্ষা যে ভাবেই হোক দেওয়া যাক্ না কেন, বিজ্ঞানসম্মত অভিজ্ঞতা শিক্ষার ফলাফল পরিমাপের জন্য যে প্রয়োজন, তা আজ কোন ভাবেই অস্বীকার করা যায় না। ব্যক্তির শিক্ষাগত যোগ্যতা এবং মানসিক বৈশিষ্ট্যসমূহের পরিমাপ করতে হলে প্রয়োজন হয় সাংখ্যমানের। কিন্তু শুধুমাত্র সাংখ্যমানের সাহায্যে এই পরিমাপজনিত তাৎপর্য নির্ধারণ করা সম্ভব হয় না। এর জন্য গাণিতিক কৌশল অবলম্বন করা আবশ্যক হয়। গণিতের যে ব্যাখ্যা এই কৌশলকে সার্থক ও সঠিকভাবে প্রয়োগ করতে পারে তাকে রাশিবিজ্ঞান বা পরিসংখ্যান (Statistics) বলে।

পরিসংখ্যানের অর্থ এবং স্বরূপ
(Meaning and Nature of Statistics)

'পরিসংখ্যান' ইংরাজী শব্দ 'স্টেটিষ্টিক্স' (Statistics) এর বাংলা অনুবাদ। 'স্টেটিষ্টিক্স' ল্যাটিন শব্দ 'স্টেটাস' (Status) অথবা ইটালিয়ন শব্দ 'স্টেটিষ্টা' (Statista) অথবা জার্মান শব্দ' স্টেটিসটেক' (Statistek) হতে উৎপন্ন হয়েছে। উপরিলিখিত শব্দগুলি কোন দেশ বা রাষ্ট্রের রাজনৈতিক অবস্থা কিরূপ তার প্রতীক হিসাবে ব্যবহার করা হত। এই অর্থে সেক্সপীয়র ও মিল্টনের লেখনীতেও উক্ত শব্দের ব্যবহার লক্ষ্য করা যায়। 1770 খ্রীষ্টাব্দে W. Hooper, Von Biefield-এর "Elements of Universal Erudition" গ্রন্থের অনুবাদ করেন এবং এই অনুবাদিত গ্রন্থেই 'পরিসংখ্যান' শব্দটির প্রথম প্রচলন দেখা যায়। Hooper তাঁর এই গ্রন্থে বলেছেন যে, পরিসংখ্যান হচ্ছে সেই বিজ্ঞান যা জ্ঞাত জগতের আধুনিক রাষ্ট্রসমূহের রাজনৈতিক বিন্যাস কিরূপ তা জানতে সাহায্য করে।

এই পরিপ্রেক্ষিতে বলা যায় যে, পরিসংখ্যানের প্রয়াগ সম্ভবতঃ প্রায় এক শতাব্দী পূর্বে শুরু হয়েছিল। কারণ সেই সময়ে কেবলমাত্র রাষ্ট্রের কাজকর্মের ক্ষেত্রে পরিসংখ্যান ব্যবহার হতো। তাই 'স্টেটিষ্টিক্স' এবং 'স্টেট' (State)-এর মধ্যে একটা সম্পর্ক লক্ষ্য করা যায়। রাষ্ট্রের জনসংখ্যা গণনা, উৎপন্ন দ্রব্যসামগ্রীর হিসাব, জীবন-মৃত্যুর অনুপাত, কর ধার্যের হিসাব-নিকাশ, আয়-ব্যয় প্রভৃতি রাষ্ট্রের প্রয়োজনীয় তথ্যাবলীর বিবরণ সংখ্যার মাধ্যমে প্রকাশ হতো। এইগুলিই 'স্টেটিষ্টিক্স' নামে খ্যাত ছিল।

বর্তমানে পরিসংখ্যান বা রাশিতথ্যের মাধ্যমে খুব সহজে এবং পূর্ণাঙ্গরূপে বিষয়বস্তু সম্বন্ধে জ্ঞান আহরণ করা যায়। এই প্রসঙ্গে Lord Kelvin-এর অভিমত হলো যে, "When you can measure what you are speaking about and express it in numbers you know something about it, but when you cannot measure it in numbers, your knowledge is of meagre and unsatisfactory kind." বিশেষ পদ্ধতিতে সংকলিত যে কোন বিশেষ বিষয়ের রাশিতথ্য, বিষয় সম্পর্কে যত সহজে সম্যক ধারণা করতে সাহায্য করে অন্য কোন পদ্ধতি তা পারে না। ঊনবিংশ শতাব্দীতে যে কোন বিষয়ে রাশিতথ্যের এরূপ সুবিন্যস্ত সংকলনকে 'পরিসংখ্যান' আখ্যা দেওয়া হতো। সেইজন্য পরিসংখ্যান কোন একটি বিশেষ বিষয়ের সারগর্ভ জ্ঞানভাণ্ডার নয় বরং বিভিন্ন বিষয় সম্পর্কে জ্ঞান আহরণের পদ্ধতি বিশেষ। পরিসংখ্যান কোন বিশেষ বিজ্ঞান নয় বরং একটি বৈজ্ঞানিক পদ্ধতি।

বর্তমানে পরিসংখ্যানমূলক পদ্ধতিগুলি কোন একটিমাত্র বিষয়ের মধ্যে সীমিত না হয়ে বিভিন্ন বিষয়, যেমন সমাজশাস্ত্র, ভৌতবিদ্যা, জীববিজ্ঞান, কৃষিবিজ্ঞান, মনোবিজ্ঞান, শিক্ষাতত্ত্ব, ব্যবসা প্রভৃতির সঙ্গে সম্পর্কিত হ'য়ে থাকে। আজকে প্রচলিত সমস্ত বিষয়ে এই পদ্ধতিগুলির ব্যবহার স্বীকৃত হয়েছে। এই পদ্ধতিগুলির নিয়মের ভিত্তি মুখ্যতঃ গণিতের নিয়মের উপর নির্ভরশীল। সেই কারণে গণিতের একটি বিশেষ শাখা হিসাবে পরিসংখ্যান বিষয়ের সঠিকত্ব (precision) ও নৈর্ব্যক্তিকতা (objectivity) নিরূপণে কার্যকারী মাধ্যম (tool) হিসাবে স্বীকৃত। সুতরাং নিঃসন্দেহে বলা যেতে পারে যে, পরিসংখ্যান হলো সমস্ত বিষয়ের বিষয় এবং সকল বিজ্ঞানের বিজ্ঞান।

আধুনিককালে তাই সমস্ত বিষয়ের ন্যায় পরিসংখ্যান সমানভাবে প্রয়োজন হয়। অন্যান্য বিষয়ের গবেষণামূলক কাজে পরিসংখ্যান গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন ক'রে থাকে। প্রকৃতিবাদী, জীববিজ্ঞানী, জ্যোতিষশাস্ত্রবাদী, অর্থবিদ, প্রকাশক, ব্যবসায়ী, কৃষিবিদ্যা বিশারদ, সমাজশাস্ত্রবিদ, শিক্ষাবিদ, মনোবিজ্ঞানী প্রভৃতি অনেকেই নিজ নিজ ক্ষেত্রে তথ্যগুলির তাৎপর্য নির্ণয়ের জন্য পরিসংখ্যান বিধিগুলি সার্থকভাবে ব্যবহার করেন। আজকে এই বিষয়টি এত অধিক পরিমাণে বিকশিত হয়েছে যে, প্রত্যেক ক্ষেত্রেই এর আবশ্যকতা বিশেষভাবে অনুভূত হ'য়ে থাকে।

পরিসংখ্যান এমন এক বিজ্ঞান যা তথ্যাবলী সংকলন, বিশ্লেষণ, ব্যবস্থাপন এবং তাৎপর্য নির্ণয়করণের সঙ্গে সম্পর্কিত হ'য়ে থাকে। লোভিট (Lovit) পরিসংখ্যানের সংজ্ঞা দিতে গিয়ে বলেন যে, "পরিসংখ্যান সেই বিজ্ঞান যা ঘটনাগুলির ব্যাখ্যা, তাদের বর্ণনা এবং তুলনা করার জন্য আবশ্যিক সংখ্যামূলক তথ্যাবলী সংগ্রহ, শ্রেণীবিন্যাস এবং সারণীকরণ করে।" (Statistics is the science which deals with the collection, classification and tabulation of numerical facts as the basis of explanation, description and comparison of phenomena.)" সুটক্লিফের (Sutcliffe) সংজ্ঞানুসারে "পরিসংখ্যান হলো সংকলন, সারণীকরণ, উপস্থাপন এবং বিশ্লেষণ পূর্বক সংকলিত তথ্যাবলী যা পদ্ধতিগত ভাবে সংকলিত হয়, যার সংকলনে

কোন প্রকার পক্ষপাত করা হয় না, এবং যা পূর্ব নির্দিষ্ট উদ্দেশ্য হেতু সংকলিত হয়।" (Ststistics comprises the collection, tabulation, presentation and analysis of an aggregate of fact, collecting in a methodological manner, without bias and related to a predetermined purpose). টাট (Tate) বলেন যে, "পরিসংখ্যান হলো গবেষণার এক উপকরণ হিসাবে সংখ্যামূলক তথ্যগুলি সংগ্রহ এবং ব্যাখ্যা করার পদ্ধতি।" (Statistics as a tool in research, deals with the methods of collecting and interpreting nurmerical facts.)

উপরি উক্ত সমস্ত সংজ্ঞা পরিসংখ্যান হিসাবে স্বীকৃত হয়। এই অনুসারে পরিসংখ্যান এমন এক বিজ্ঞান যার সম্পর্কিত তথ্যগুলিকে সংকলিত করা যায়, যার সারণীপত্র তৈরী করা যায়, যেগুলিকে সুবিন্যাসিত করা যায়, যেগুলির তাৎপর্য নির্ণয় করা যায়, যার থেকে তুলনামূলক অধ্যয়ন সম্ভব হতে পারে এবং সঙ্গে সঙ্গে তাৎপর্যের সত্যতা এবং শুদ্ধতাও বিচার করা যায়।

পরিসংখ্যান সম্পর্কিত চিন্তন
(Statistical Thinking)

এক্ষণে নিশ্চিতভাবে বলা যায় যে পরিসংখ্যান হলো এমন একটি পদ্ধতি যা অনুসন্ধান প্রক্রিয়ার জন্য আবশ্যক হয়। এর থেকে আমাদের মনে যে চিন্তার উদ্ভব ঘটে তার ভিত্তিতে আমাদের এই সুবিধা হয় যে, আমরা কোন সমস্যার সমাধানের জন্য পরিসংখ্যানের পদ্ধতিগুলিতে প্রযুক্ত হতে পারে এমন প্রতিরূপ বা মডেল, প্রত্যয়, কল্পনা এবং তার্কিক আগমন এবং নিগমন বিধির প্রয়োগ করতে পারি। যখন সমস্যা সমাধানের জন্য কোনরূপ বিচারবিশ্লেষণ সুসামঞ্জস্যভাবে করতে পরিসংখ্যানের পদ্ধতিগুলি প্রয়োগ করা হয়, তখন এই প্রক্রিয়াকে পরিসংখ্যান সম্পর্কিত চিন্তন বলা হয়। এই প্রক্রিয়াতে নিম্ন প্রত্যয়গুলি ব্যবহার করা হয়।

॥ ১ ॥ **সংখ্যামূলক তথ্যের প্রয়োগ :** পরিসংখ্যান সম্পর্কিত ধারণায় তথ্যগুলিকে সংখ্যায় পরিবর্তন করা হয়। কারণ পরিসংখ্যানের পদ্ধতিগুলির ভিত্তি প্রাপ্তাংক এবং সংখ্যা হ'য়ে থাকে।

॥ ২ ॥ **প্রতিরূপ বা মডেলের প্রয়োগ :** পরিসংখ্যানমূলক ধারণাতে কিছু পূর্ব ধারণার ভিত্তির উপর কোন বিশেষত্বের বণ্টনকে নির্দিষ্টভাবে কল্পনা করা হয়। পরিসংখ্যানমূলক ধারণা থেকে দেখা হয় যে, অনুসন্ধানলব্ধ তথ্যগুলির বণ্টন প্রতিরূপ বা মডেলের অনুকূল না প্রতিকূল। এই প্রতিরূপকে স্বাভাবিক বণ্টন (normal distribution), টি-বণ্টন (t-distribution), বা এফ্-বণ্টন (f-distribution) প্রভৃতি নামে আখ্যা দেওয়া হয়।

॥ ৩ ॥ **তর্কের প্রয়োগ :** পরিসংখ্যানমূলক ধারণা তর্ক সম্মত হয়। কারণ এতে নিগমতাত্মক এবং আগমনাত্মক (deductive and inductive) দুই পদ্ধতিরই প্রয়োগ হ'য়ে থাকে।

॥ ৪ ॥ **কল্পনার (Hypothesis) প্রয়োগ :** নিজের অন্তর্দৃষ্টি এবং পূর্ব ধারণার উপর ভিত্তি ক'রে পরিসংখ্যায়ক কল্পনা রচনা করেন এবং প্রাপ্ত তথ্যের উপর ভিত্তি ক'রে বিভিন্ন কল্পনা যাচাই করে দেখেন কোন্‌টি নাকচ করা হবে এবং কোন্‌টি গ্রহণ করা হবে।

॥ ৫ ॥ **সম্ভাবনামাত্রা নিরূপণ :** পরিসংখ্যানমূলক ধারণাতে প্রত্যেক সিদ্ধান্তকে সম্ভাবনায় সঠিক মাত্রাতে প্রকাশ করতে হয়। কোন ঘটনা ঘটবার (অথবা না ঘটবার) সম্ভাবনার সঠিক মাত্রা নির্ধারণের জন্ম সাধারণতঃ 'সম্ভাবনাকে' সংখ্যার দ্বারা ব্যক্ত করতে হয়। ব্যবহারিক বিজ্ঞানে আমরা মানুষের আচরণের সংগে সম্পর্কিত যে সমস্যাগুলি বিশ্লেষণ করি সে সমস্যাগুলি সর্বদা গতিশীল হয়। সুতরাং বিশ্বাসের সংগে শতাংশের পরিপ্রেক্ষিতে সঠিক তাৎপর্য নির্ণয় করা যায় না। এইরূপ অবস্থাতে সম্ভাবনার প্রয়োগ করতে হয় যা সিদ্ধান্তের 'সত্যতা' বা 'অসত্যতা' নির্ণয় করতে পারে।

॥ ৬ ॥ **সংকেত এবং সমীকরণের প্রয়োগ :** পরিসংখ্যানমূলক ধারণার শুদ্ধতার জন্ম এক সঠিক ভাষা প্রয়োগ করতে হয়। তার জন্ম নিজস্ব শব্দ-কোষ (vocabulary), সংকেত (symbols) এবং সমীকরণ (equations) আছে। এইগুলি প্রয়োগ করার জন্ম প্রয়োগকারীর পূর্ণ জ্ঞান আবশ্যক হয়।

পরিসংখ্যান সম্পর্কিত অনুসন্ধান হেতু আবশ্যকীয় তথ্যাবলী (Necessary Data on Statistical Enquiry) : একজন পরিসংখ্যায়ক যদি পরিসংখ্যানীয় অনুসন্ধানের কাজ করেন, তাহলে তাঁর পরিসংখ্যান সম্পর্কিত কয়েকটি বিশেষ বিষয় সম্পর্কে সম্যক ধারণার আবশ্যক হয়। বিষয়গুলি হলো :

॥ এক ॥ **পরিসংখ্যানীয় শব্দভাণ্ডার সম্পর্কে জ্ঞান (Knowledge on Statistical Vocabulary) :** কোন নতুন বিষয়ে জ্ঞান লাভ করতে হলে প্রথমেই যেমন ঐ বিষয় সম্পর্কে শব্দ ভাণ্ডারের আবশ্যক হয়, তেমনি পরিসংখ্যানে প্রযুক্ত শব্দাবলী, প্রত্যয়সমূহ, সংকেতিক চিহ্নসকল প্রভৃতি প্রকৃষ্টভাবে জানা প্রয়োজন হয়।

॥ দুই ॥ **পরিসংখ্যানীয় অনুসন্ধানের পরিকল্পনা (Planning of the Statistical Enquiry) :** যে কোন শিক্ষাবিষয়ক, মনোবৈজ্ঞানিক বা সমাজতাত্বিক অনুসন্ধানের ক্ষেত্রে পূর্বাহ্নে তার একটি পরিকল্পনা (Plan) প্রস্তুত করা অপরিহার্য অঙ্গ বলে স্বীকৃত। একটি বাস্তবায়িত পরিকল্পনা ব্যতীত কখনও সঠিক ভাবে তথ্য সংগ্রহ করা যায় না এবং অধিকাংশ ক্ষেত্রে অযথা অর্থ ও সময়ের অপব্যয় হয়। সুতরাং যখন এই সকল ক্ষেত্রে পরিসংখ্যান ব্যবহার করতে হয়, তখন সে সম্পর্কে

পূর্বাহ্নে একটি পরিকল্পনা প্রস্তুত করা দরকার যার মধ্যে নিম্নলিখিত কয়েকটি বিষয়ে গুরুত্ব আরোপ করা বাঞ্ছনীয়।

(ক) **অনুসন্ধানের বিষয় ও উদ্দেশ্য (Subject-matter and Objective of Enquiry) :** কি বিষয়ে অনুসন্ধান কার্য চালাতে হবে এবং অনুসন্ধানের উদ্দেশ্যই বা কি তার সম্বন্ধে অনুসন্ধানকারীর সম্যক ধারণা থাকা একান্ত প্রয়োজন। কারণ তার পরবর্তী কাজের পর্যায় কিরূপ হবে তা বহুলাংশে নির্ভর করে উক্ত চিন্তা ধারার উপর। বাস্তবিক ক্ষেত্রে অনুসন্ধানের বিষয় ও উদ্দেশ্যকেই সমগ্র অনুসন্ধান পদ্ধতির কেন্দ্র বিন্দু হিসাবে বিবেচনা করা হয়।

(খ) **তথ্যের উৎস (Source Data) :** কোন্ উৎস (প্রাথমিক বা অপ্রাথমিক) হতে তথ্য চয়ন করতে হবে তা নির্ভর করে কি উদ্দেশ্যে অনুসন্ধান করা হচ্ছে তার উপর। পরিসংখ্যানের অধিকাংশ তথ্যানুসন্ধানে সাধারণতঃ প্রাথমিক রাশিতথ্য ব্যবহার করা হয়। যদি উক্ত রাশিতথ্য ব্যবহার শ্রেয় বলে বিবেচিত হয়, তাহলে চিন্তা করতে হবে কোন্ বিশেষ পদ্ধতিতে প্রাথমিক রাশিতথ্যের সংগ্রহণ প্রদত্ত অনুসন্ধানের উপযোগী হবে। এটা অবশ্য নির্ভর করে অনুসন্ধান কাজ পরিচালনায় কি পরিমাণ অর্থ ও সময় পাওয়া যাবে তার উপর।

(গ) **তথ্যের প্রকারভেদ (Types of Data) :** পরিসংখ্যানে তথ্য সাধারণতঃ দুই প্রকার হতে পারে : **প্রাথমিক রাশিতথ্য (Primary Data)** এবং **অপ্রাথমিক রাশিতথ্য (Secondary Data)**। কোন বিশেষ উদ্দেশ্যে যদি সরাসরি অনুসন্ধান ক্ষেত্র হতে তথ্য সংগ্রহ করা হয়, তাহলে তাকে প্রাথমিক রাশিতথ্য বলা হয়। প্রকৃতির দিক হতে প্রাথমিক রাশিতথ্য মৌলিক। যে সকল ব্যক্তি বা সংস্থা প্রাথমিক রাশিতথ্য সংগ্রহ করেন, রাশিতথ্যের সঠিকতা (accuracy) বা নির্ভরযোগ্যতার (reliability) জন্য তাঁরাই দায়ী। কিন্তু অপর কোন সংস্থা কর্তৃক সংগৃহীত প্রাথমিক রাশিতথ্য হতে যদি বর্তমান অনুসন্ধানের উপযোগী তথ্য সংগ্রহ করা হয়, তাহলে তাকে অপ্রাথমিক রাশিতথ্য বলা হয়। বাস্তবিক ক্ষেত্রে কোন একজন পরিসংখ্যায়ক কর্তৃক সংগৃহীত তথ্য যদি অপর একজন পরিসংখ্যায়ক ব্যবহার করেন অথবা যদি কোন একটি বিশেষ উদ্দেশ্যে সংগৃহীত রাশিতথ্য অপর কোন উদ্দেশ্যে ব্যবহৃত হয়, তাহলে দ্বিতীয় ক্ষেত্রে রাশিতথ্য অপ্রাথমিক আখ্যা পাবে। প্রত্যেক দেশের সরকার প্রতি দশ বৎসর অন্তর সরকারী শিক্ষাবিভাগের মাধ্যমে জনসংখ্যার নিরক্ষরতার হার গণনার নিমিত্ত যে তথ্য সংগ্রহ করেন, তাতে জনসংখ্যা ছাড়াও বয়স, আয়, বৃত্তি, ধর্ম প্রভৃতি বিষয়ে তথ্য সংগৃহীত হয়। এক্ষেত্রে জনসংখ্যার নিরক্ষরতার হার গণনার নিমিত্ত সংগৃহীত তথ্য প্রাথমিক রাশিতথ্য। কিন্তু ঐ তথ্য সরকারী অন্য বিভাগ বা সংস্থার ক্ষেত্রে অপ্রাথমিক হয়। বলা বাহুল্য, যে কোন অনুসন্ধানের কাজে প্রাথমিক রাশিতথ্য ব্যবহার করতে পারলে অনুসন্ধানের কাজ যথেষ্ট সঠিকতার সংগে করা সম্ভব। তবে প্রাথমিক রাশিতথ্য সংগ্রহের সময় পরিসংখ্যায়কের যথেষ্ট সাবধানতা অবলম্বন করা উচিত। কারণ প্রাথমিক রাশিতথ্যে

যদি ভুল থাকে তাহলে পরবর্তী কালে যথেষ্ট নিপুনতার সংগে পরিসংখ্যান প্রয়োগ বিধির ব্যবহার দ্বারাও ভুলের সংশোধন সম্ভব হয় না এবং তার ফলে অনেক সময় ভুল সিদ্ধান্তে উপনীত হতে হয়। কিন্তু অধিকাংশ ক্ষেত্রে নির্দিষ্ট সময় ও সীমিত অর্থের মধ্যে অনুসন্ধানের কাজ চালাতে হয় বলে পরিসংখ্যায়ক অপ্রাথমিক রাশিতথ্য ব্যবহার করেন ; আবার যদি মোটামুটি সঠিকতার সংগে অনুসন্ধানের কাজ চালাতে হয়, তাহলে অপ্রাথমিক রাশিতথ্য ব্যবহারই যথেষ্ট।

(ঘ) প্রাথমিক রাশিতথ্য সংগ্রহ (Collection of Primary data) : প্রাথমিক রাশিতথ্য সংগ্রহে নিম্নলিখিত বিভিন্ন পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়।

(i) প্রত্যক্ষ ব্যক্তিগত অনুসন্ধান

(ii) অপ্রত্যক্ষ মৌখিক অনুসন্ধান

(iii) ডাকের মারফত প্রশ্নমালার দ্বারা অনুসন্ধান

(iv) অনুসন্ধানকারী মারফত সূচী (Schedule) দ্বারা অনুসন্ধান

(i) 'প্রত্যক্ষ ব্যক্তিগত অনুসন্ধান' পদ্ধতিতে অনুসন্ধানকারী সরাসরি অনুসন্ধান ক্ষেত্র হতে তাঁর প্রয়োজনীয় তথ্য সংগ্রহ করেন। যদি কোন শিল্পাঞ্চলের শ্রমিকদের সন্তান সন্ততিদের শিক্ষার অবস্থা নির্ণয়ের জন্য কোন অনুসন্ধানকারী তথ্য সংগ্রহ করতে ইচ্ছুক হন, তাহলে তাঁকে স্বয়ং ঐ শিল্পাঞ্চলের শ্রমিকদের সংগে মিশে প্রয়োজনীয় তথ্য সংগৃহীত করতে হবে এবং আবশ্যকমত তাঁকে ঐ অঞ্চলে বসবাসও করতে হতে পারে। এই পদ্ধতিতে তথ্য সংগ্রহ করা ব্যয়বহুল ও সময় সাপেক্ষ হলেও সংগৃহীত তথ্যের সঠিকত্ব ও নির্ভরযোগ্যতার উপর বিশেষ সন্দেহ থাকে না। সুতরাং অনুসন্ধানের ক্ষেত্র যদি খুব বিরাট না হয় তাহলে এই পদ্ধতি যথেষ্ট ফলপ্রসূ হবে।

(ii) যখন অনুসন্ধানের বিষয়বস্তু জটিল হয় এবং উত্তরদাতাগণ প্রত্যক্ষভাবে অনুসন্ধানের সংগে সংশ্লিষ্ট ব্যক্তির কাছে প্রশ্নের উত্তর দিতে ইচ্ছুক থাকে না, তখন 'অপ্রত্যক্ষ মৌখিক অনুসন্ধান' পদ্ধতিতে তথ্য সংগ্রহ কার্যকর হয়। এই পদ্ধতিতে অনুসন্ধানের বিষয়বস্তুর সংগে প্রত্যক্ষ ভাবে যুক্ত নয় এমন এক বা একাধিক ব্যক্তিকে তথ্য সংগ্রহের জন্য নিয়োগ করা হয়। সরকার বিভিন্ন সময়ে এই পদ্ধতিতে তথ্য সংগ্রহের জন্য কমিশন বা কমিটি নিযুক্ত করেন। এই পদ্ধতিতে সংগৃহীত তথ্যের সঠিকত্ব বহুলাংশে নির্ভর করে তথ্য সংগ্রহের জন্য নির্বাচিত ব্যক্তিদের উপর। সুতরাং তথ্য সংগ্রহকারী ব্যক্তিকে যথেষ্ট সাবধানতার সংগে উত্তরদাতা নির্বাচন করতে হবে ; লক্ষ্য রাখতে হবে, উত্তরদাতারা যেন অনুসন্ধানের বিষয় বস্তু সম্বন্ধে সম্পূর্ণ নিরপেক্ষ হয়।

(iii) 'ডাক মারফত প্রশ্নমালার দ্বারা অনুসন্ধান' পদ্ধতিতে গুরুত্বপূর্ণ বিষয় হলো প্রশ্নমালা (Questionnaire)। দক্ষ ও অভিজ্ঞ অনুসন্ধানকারীর সাহায্যে অনুসন্ধানের বিষয়বস্তুর সংগে সম্বন্ধযুক্ত কতকগুলি প্রশ্ন ডাকের মারফত বিভিন্ন উত্তরদাতার কাছে পাঠানো হয় এবং তাদের উত্তরগুলি ডাকের সাহায্যে পাঠাতে বলা হয়।

এইভাবে সংগৃহীত প্রশ্নমালার উত্তরগুলিই তথ্য হিসাবে বিবেচিত হয়। এই পদ্ধতিতে খুব অল্প সময়ে ও অল্প ব্যয়ে দক্ষ অনুসন্ধানকারী ছাড়াই অনুসন্ধানের ব্যাপক ক্ষেত্র হতে সহজে তথ্য সংগ্রহ করা সম্ভব হয়। কিন্তু এই পদ্ধতির দু'টি প্রধান অসুবিধা হলো—(এক) উত্তরদাতাগণ সাধারণতঃ উত্তর পাঠাতে আগ্রহী হয় না এবং (দুই) সংগৃহীত উত্তরগুলি পূর্ণ আস্থার সংগে গ্রহণ করা যায় না।

(iv) 'অনুসন্ধানকারী মারফত সূচী দ্বারা অনুসন্ধান' প্রাথমিক রাশিতথ্য সংগ্রহের ক্ষেত্রে বহুল প্রচারিত পদ্ধতি। এই কাজে কয়েকজন দক্ষ ও অভিজ্ঞ পরিসংখ্যায়কের সাহায্যে বিষয়বস্তুর সংখ্যা সম্পর্কিত ও সঠিকভাবে সন্নিবেশিত প্রশ্নমালা তৈরী করা হয়। অতঃপর কয়েকজন দক্ষ ও শিক্ষিত তথ্যানুসন্ধকারী প্রশ্নমালা নিয়ে উত্তরদাতাদের কাছে উপস্থিত হয় এবং এইগুলি প্রশ্ন করার উদ্দেশ্য উত্তরদাতাদের সহজভাবে বুঝিয়ে তাদের কাছ থেকে সঠিক উত্তর সংগ্রহ করে। এইভাবে সংগৃহীত তথ্যের সঠিকত্ব ও নির্ভরযোগ্যতার উপর আস্থা রাখা যায়। এই পদ্ধতিতে তথ্য সংগ্রহে সময়, অর্থ এবং দক্ষ ও শিক্ষিত অনুসন্ধানকারীদের প্রয়োজন হয়। মনোবৈজ্ঞানিক, শিক্ষাবিষয়ক এবং সমাজতাত্ত্বিক সমস্যাবলী সংক্রান্ত তথ্য সংগ্রহে এই পদ্ধতি প্রয়োগ করা হয়।

(ঙ) প্রশ্নমালার রচনা (Construction of Questionnaire) :

যে কোন অনুসন্ধানমূলক কাজের জন্য বিশেষভাবে সন্নিবেশিত একগুচ্ছ মুদ্রিত প্রশ্নের সমাবেশকে 'প্রশ্নমালা' (Questionnaire) বলা হয়। প্রাথমিক রাশিতথ্য সংগ্রহের ক্ষেত্রে প্রশ্নমালা ব্যবহারের কথা পূর্বেই উল্লেখ করা হয়েছে। প্রশ্নমালা তৈরী করার সময় যথেষ্ট সাবধানতা অবলম্বন করা উচিত। তাতে সঠিক তথ্য সংগ্রহ করা সম্ভবপর হয়। যিনি প্রশ্নমালা তৈরী করবেন তাঁকে অবশ্যই দক্ষ ও অভিজ্ঞ হতে হবে এবং অনুসন্ধানের বিষয়বস্তু সম্বন্ধে তাঁর সুস্পষ্ট ধারণা থাকবে। একটি আদর্শ প্রশ্নমালা তৈরীর সময় একজন অনুসন্ধানকারীর নিম্নলিখিত বিষয়গুলি মনে রাখতে হয়।

(i) প্রশ্নের তালিকা বেশী হওয়া উচিত নয়। কোন বিশেষ বিষয়ে অনুসন্ধানের সময় অনেক প্রশ্ন আসতে পারে। যদি এই সমস্ত প্রশ্ন প্রশ্নমালায় সন্নিবেশিত করতে হয়, তাহলে প্রশ্নমালা অনাবশ্যকভাবে দীর্ঘ হয়। ফলে উত্তরদাতারা এই সমস্ত প্রশ্নের উত্তর দিতে অসুবিধা ও অনিচ্ছা প্রকাশ করে থাকে। সেই কারণে বিষয়বস্তুর অংশ সম্পর্কিত প্রশ্নগুলিই কেবল প্রশ্নমালায় স্থান পাওয়া উচিত।

(ii) প্রশ্নমালার প্রতিটি প্রশ্ন সহজ, সরল এবং দ্ব্যর্থহীন হওয়া উচিত। প্রশ্নমালায় সন্নিবেশিত প্রশ্নগুলি এমন হওয়া আবশ্যক যাতে অল্প শিক্ষিত এবং অশিক্ষিত লোকেও সহজেই এদের অর্থ বুঝতে পারে। অন্যথায় উত্তরদাতারা ভুল তথ্য সরবরাহ করতে পারে।

(iii) প্রশ্নমালায় এমন প্রশ্ন থাকা উচিত যার উত্তর হাঁ বা না অথবা একটি সংখ্যা বা অল্প কথায় প্রকাশ করা সম্ভব হয়।

(iv) প্রশ্নমালায় কোন দীর্ঘ প্রশ্ন অনাবশ্যকভাবে অন্তর্ভুক্ত হওয়া উচিত নয়। কারণ উত্তরদাতারা এইরূপ প্রশ্নের উত্তর দিতে সাধারণতঃ বিরক্তি বোধ করে থাকে এবং অসাবধানবশতঃ ভুল উত্তর দিতে পারে। তাই দীর্ঘ বা জটিল প্রশ্ন ছোট এবং সহজ বোধগম্য প্রশ্নে পরিবর্তন করে প্রশ্নমালায় সন্নিবেশিত করা উচিত।

(v) প্রশ্নের উত্তর কোন্ এককে প্রকাশ করতে হবে তার স্পষ্ট নির্দেশ থাকা আবশ্যক। যখন উত্তরদাতার বয়স সম্পর্কে তথ্য সংগ্রহ করতে হয়, তখন প্রশ্নমালায় নিম্নলিখিত প্রশ্ন অন্তর্ভুক্ত হওয়া উচিত।

আপনার বয়স কত ?…বৎসর…মাস…দিন

এখানে উত্তরদাতার বয়স, বৎসর, মাস ও দিন এককে চাওয়া হয়েছে।

(vi) প্রশ্নমালায় এমন প্রশ্ন দেওয়া উচিত নয়, যাতে উত্তরদাতার আভিজাত্য বোধ অথবা ভাবাবেগে আঘাত লাগে। শুধু তাই নয়, উত্তরদাতার ব্যক্তিজীবনের সংগে সম্পর্কিত (যেমন—আয়, সম্পদ) কোন প্রশ্ন প্রশ্নমালায় না থাকাই উচিত। কারণ এ জাতীয় প্রশ্নের উত্তর সরাসরি প্রকাশ করতে উত্তরদাতা অধিকাংশ ক্ষেত্রে অনিচ্ছুক থাকে। বরং এ জাতীয় প্রশ্ন অন্যভাবে প্রশ্নমালায় দেওয়া যায়। যেমন, উত্তরদাতার নিজস্ব বাড়ী আছে কি ? যদি থাকে, কোথায় এবং কয়টি বাড়ী আছে ? তিনি জীবিকা নির্বাহ করেন কিভাবে ? তাঁর নিজস্ব কোন গাড়ী আছে কি ? প্রভৃতি। এ জাতীয় প্রশ্নের সঠিক উত্তর হতে উত্তরদাতার অর্থনৈতিক মূল্যায়ন করা সহজ হবে।

(vii) প্রশ্নমালায় প্রশ্নগুলির বিন্যাস এমন হওয়া উচিত যাতে উত্তরদাতা প্রশ্নের উত্তর দেওয়ার সময় কোন প্রকার বিরক্তি বোধ না করেন। সহজ প্রশ্ন প্রশ্নমালার প্রথম দিকে এবং অপেক্ষাকৃত জটিল বা দীর্ঘ প্রশ্ন শেষের দিকে দেওয়া উচিত, যাতে উত্তরদানের একটা স্বাভাবিক প্রবৃত্তি উত্তরদাতার মধ্যে জাগিয়ে তোলা যায় এবং সে জটিল বা দুরূহ প্রশ্নের উত্তর দিতে অনিচ্ছা প্রকাশ না করে।

(viii) একটি প্রশ্নমালা প্রস্তুত করবার পর তা কয়েকজন উত্তরদাতার কাছে সরবরাহ করে উত্তরপত্রগুলি সংগ্রহ করতে হয়। তারপর উত্তরপত্রগুলি পুঙ্খানুপুঙ্খরূপে পরীক্ষা করে প্রশ্নমালার প্রয়োজনীয় সংশোধন দ্বারা তার চূড়ান্ত রূপ দেওয়া উচিত।

(চ) পূর্ণ তদন্ত এবং নমুনা তদন্ত (Complete survey and Sample survey):

পূর্ণ বা নমুনা তদন্ত সম্বন্ধে আলোচনা করার পূর্বে আমরা পরিসংখ্যানে ব্যবহৃত দু'টি শব্দ—**সমগ্রক** (**Population or Universe**) এবং **নমুনা** (**Sample**) বলতে কি বুঝি তা আলোচনা করব।

সমগ্রক (**Population**)—পরিসংখ্যানে তথ্যানুসন্ধানের সমগ্র ক্ষেত্রকে অথবা ঐ ক্ষেত্রে যে সকল ব্যক্তি, বস্তু বা পদ থাকে তার সমষ্টিকে সমগ্রক বলা হয়। কলকাতা শহরের জনগণের শিক্ষার অগ্রগতির হার সম্পর্কিত তথ্য সংগ্রহের সময়

কলকাতা শহরের জনসমষ্টিকে আমরা সমগ্রক বলব। অনুরূপে, আমরা কলকাতা বিশ্ববিদ্যালয়ের পুস্তকের সমগ্রক, কল্যাণী বিশ্ববিদ্যালয়ের পুস্তকের সমগ্রক অথবা পশ্চিমবঙ্গের আটটি বিশ্ববিদ্যালয়ের পুস্তকের সমগ্রকের কথা বলতে পারি।

নমুনা (Sample)—সমগ্রকের (Population or universe) কিছু নির্বাচিত অংশকেই নমুনা বলা হয়। সমগ্রকের কোন বিশেষ বৈশিষ্ট্য সম্পর্কে আলোকপাত করতে পরিসংখ্যানে নমুনা নির্বাচিত করা হয়। যেমন, কলকাতা শহরের যুবক সম্প্রদায় কি পরিমাণে ওষুধের (drug) নেশায় আসক্ত তা নির্ণয়ের জন্য একটি অংশ নিয়ে পরীক্ষা করা হয় এবং এটাই নমুনা।

পূর্বে প্রাথমিক রাশিতথ্য সংগ্রহের বিভিন্ন পদ্ধতির কথা আলোচনা করা হয়েছে। কোন বিশেষ পদ্ধতিতে তথ্য সংগ্রহকালে সমগ্রকের প্রতি একক হতে তথ্য সংগ্রহ করতে হবে অথবা তার একটি অংশের অন্তর্ভুক্ত এককগুলি হতে তথ্য সংগ্রহ করলেই চলবে তা বিবেচনা করতে হয়। সেইজন্য এই পর্যায়ে তথ্য সংগ্রহ পদ্ধতিকে দুইভাগে ভাগ করা যায়—(এক) পূর্ণ তদন্ত এবং (দুই) নমুনা তদন্ত।

(এক) পূর্ণ তদন্ত—যদি সমগ্রকের প্রতিটি একক (ব্যক্তি, বস্তু কিংবা পদ) সম্বন্ধে তথ্য সংগ্রহ করা হয়, তাহলে তাকে পূর্ণ তদন্ত বলা হয়। উদাহরণস্বরূপ, যাদবপুর বিশ্ববিদ্যালয়ের ছাত্র-ছাত্রীদের গড় ওজন নির্ণয়ের জন্য যদি পূর্ণ তদন্ত পদ্ধতিতে তথ্য সংগ্রহ করতে হয়, তাহলে তার অধীনে যত ছাত্র আছে তাদের প্রত্যেকের ওজন সংগ্রহ করতে হবে। এই পদ্ধতিতে তথ্য সংগ্রহের জন্য প্রচুর সময়, অর্থ, জনবল এবং বৃহৎ সংগঠনের প্রয়োজন হয়। সেই কারণে তথ্য সংগ্রহের ক্ষেত্রে এই পদ্ধতির ব্যাপক প্রয়োগ নেই। তবে যদি সমগ্রকে এককের সংখ্যা খুব বেশী না হয় অথবা সমগ্রকের কোন বৈশিষ্ট্যের মান যথেষ্ট সূক্ষ্মতার সঙ্গে নির্ণয়ের প্রয়োজন হয়, তাহলে এই পদ্ধতিতে তথ্য সংগ্রহ করাই শ্রেয়। কিন্তু অধিকাংশ ক্ষেত্রে এই পদ্ধতিতে তথ্য সংগ্রহ অসম্ভব হয়ে থাকে।

(দুই) নমুনা তদন্ত—যদি সমগ্রক হতে নির্বাচিত নমুনার অন্তর্ভুক্ত এককগুলির সম্বন্ধে তথ্য সংগ্রহ করা হয়, তাহলে তাকে নমুনা তদন্ত বলে। নমুনা তদন্তের মাধ্যমে কোন বিশেষ বৈশিষ্ট্য সাপেক্ষে নমুনা সম্বন্ধে যে সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যায় তাই সমগ্রক অনুসন্ধানের ক্ষেত্রেও প্রযোজ্য বলে ধরে নেওয়া হয়। এইভাবে সিদ্ধান্ত গ্রহণের পদ্ধতিকে **নমুনা চয়ন পদ্ধতি** (**Sampling method**) বলা হয়। সমগ্রকের কোন বৈশিষ্ট্য সম্বন্ধে সম্যক ধারণা করতে এইরূপ নমুনা চয়ন পদ্ধতি প্রয়োগের একটি বৈজ্ঞানিক ভিত্তি আছে। প্রয়োগিক সমীক্ষার (empirical observation) দ্বারা প্রমাণিত হয়েছে যে, বিশেষ ধরনের নমুনা চয়ন পদ্ধতির সাহায্যে সংগৃহীত রাশিতথ্যসমূহ নিম্নলিখিত দু'টি নিয়ম মেনে চলে :

(1) পরিসংখ্যানীয় নিয়মানুগতার নিয়ম (Law of statistical regularity)

(2) বৃহৎ সংখ্যাসমূহের জাড্যতার নিয়ম (Law of inertia of large numbers)

এখানে নমুনা নির্বাচনের যে বিশেষ ধরনের পদ্ধতির কথা উল্লেখ করা হয়েছে তাকে **সমসম্ভব নমুনা নির্বাচন বা চয়ন (Random sampling)** বলা হয়। এই পদ্ধতিতে নমুনা চয়ন এমনভাবে করা হয় যাতে সমগ্রকের প্রতিটি সদস্য বা পদের নমুনায় অন্তর্ভুক্ত হবার সমান সম্ভাবনা থাকে।

(1) পরিসংখ্যানীয় নিয়মানুগতার নিয়মটি সম্ভাবনার গাণিতিক তত্ত্ব হতে পাওয়া যায়। নিয়মটি নিম্নরূপে প্রকাশ করা যায় :

কোন প্রদত্ত সমগ্রক হতে সমসম্ভব নির্বাচন পদ্ধতিতে সংগৃহীত পরিমিত (moderate) সংখ্যক তথ্যসমূহ বহুলাংশে সমগ্রকের বৈশিষ্ট্য ও প্রকৃতিকে সঠিকভাবে প্রকাশ করে। এই নিয়মটি প্রয়োগ করতে হলে দুটি নিয়ম মনে রাখতে হয় : (ক) সমগ্রক হতে নমুনা নির্বাচন যেন 'সমসম্ভব পদ্ধতি'তে হয় এবং (খ) সমগ্রকের এককের সংখ্যার সাপেক্ষে যেন নমুনার এককের সংখ্যা আনুপাতিকভাবে সমষ্টির একটি বৃহৎ অংশ হয়।

(2) বৃহৎ সংখ্যাসমূহের জাড্যতার নিয়ম প্রকৃতপক্ষে 'পরিসংখ্যানীয় নিয়মানুগতার নিয়মের' একটি অনুসিদ্ধান্ত। নমুনা নির্বাচন তত্ত্বে এর গুরুত্ব অপরিসীম। এই সূত্রানুযায়ী সমসম্ভব নির্বাচন পদ্ধতিতে সমগ্রক হতে সংগৃহীত নমুনার এককের সংখ্যা যত বেশী হবে নমুনার ভিত্তিতে সংগৃহীত তথ্যসমূহ সমগ্রকের বৈশিষ্ট্য ও প্রকৃতিকে তত অধিক মাত্রায় প্রকাশ করবে। সেই কারণে নমুনা নির্বাচন পদ্ধতিতে সমগ্রকের কোন বৈশিষ্ট্য নির্ণয়ের ক্ষেত্রে সীমিত অর্থ, সময় ও সংগঠনের মধ্যে নমুনার এককের সংখ্যা যতখানি সম্ভব বাড়ানোর চেষ্টা করা হয়।

(ছ) **রাশিতথ্যের একক নির্বাচন (Selection of unit for data) :** রাশিতথ্য সংকলন, উপস্থাপন, বিশ্লেষণ, সিদ্ধান্তকরণ প্রভৃতি ক্ষেত্রে বিচক্ষণতার সংগে একক নির্বাচন করে পরিষ্কারভাবে তা প্রকাশ করা প্রয়োজন। ব্যবহৃত একক কোন বিষয়েই দ্ব্যর্থবোধক হওয়া উচিত নয়। অনুসন্ধানের উদ্দেশ্য ও বিষয়বস্তুর পরিপ্রেক্ষিতে সাধারণতঃ একক স্থির করা হয়। যখন মূল্যবান ধাতুর (যেমন, হীরক বা স্বর্ণ) ওজন সম্বন্ধে তথ্য সংগ্রহ করতে হয়, তখন তা 'গ্রাম'-এ প্রকাশ করা হয় ; কিন্তু চাউল, আলু প্রভৃতি উৎপাদনের সংগৃহীত তথ্যের একক কুইন্টালে প্রকাশ করা উচিত।

পরিসংখ্যানে বিভিন্ন প্রকারে সংগৃহীত একই প্রকার রাশিতথ্যের মধ্যে পরস্পর তুলনা করা হয়। কিন্তু যদি সঠিকভাবে একক নির্বাচন করা না হয়, তাহলে রাশিতথ্যের মধ্যে পারস্পরিক তুলনা সম্ভব হবে না। যখন কলকাতা এবং বোম্বাই শহরের সড়ক পথগুলির দৈর্ঘ্য একটি সঠিক এককে প্রকাশ করতে হয়, তখন যদি কলকাতা শহরের পথগুলির দৈর্ঘ্য মাইল এককে এবং বোম্বাই-এর পথগুলির দৈর্ঘ্য কিলোমিটার এককে প্রকাশ করা হয়, তাহলে তথ্যগুলির মধ্যে পারস্পরিক তুলনা করা সম্ভব হবে না। এককের মান সঠিক ও দ্ব্যর্থহীনভাবে প্রকাশ করা ছাড়াও রাশিতথ্য কোন্ সময়ের

সংগে সংশ্লিষ্ট এবং তা কোন বিশেষ বস্তু বা সম্প্রদায়ের সংগে সম্পর্কিত কিনা তা লক্ষ্য করা উচিত।

(ঙ) **তথ্যের সঠিকতা (Accuracy of data):** অনুসন্ধানের কাজ কি পরিমাণ সঠিকতার সংগে নির্ণয় করতে হবে সে সম্বন্ধে অনুসন্ধানকারীর ওয়াকিবহাল থাকা প্রয়োজন। পরিসংখ্যানে কোন অনুসন্ধান প্রক্রিয়াই সম্পূর্ণ নির্ভুলভাবে সম্পন্ন করা সম্ভব নয়। যখন অনুসন্ধানকারী অনুসন্ধানের মাধ্যমে সঠিক ফল পেতে ইচ্ছা করেন, তখন অপরাপর ক্ষেত্র অপেক্ষা অধিকতর সঠিকরূপে তাঁকে তথ্য সংগ্রহ করতে হবে।

॥ তিন ॥ **রাশিতথ্য সন্নিবেশিত, শ্রেণীবিন্যাস এবং সারণীভুক্ত করা (Assemblage, classification and tabulation of data):** পরিসংখ্যানীয় গণনায় রাশিতথ্যসমূহ সন্নিবেশিত, শ্রেণীবিন্যাস এবং সারণীভুক্ত করা বিশেষভাবে আবশ্যক হয়। তাতে সূত্রগুলি প্রয়োগ এবং সঠিকরূপে উপস্থাপন করা সম্ভব হয়।

॥ চার ॥ **রাশিতথ্যের সাহায্যে সিদ্ধান্ত করা (Making decision with statistical data):** রাশিবিজ্ঞানের সহায়তায় প্রাপ্ত তথ্যের ভিত্তিতে বিষয়বস্তুর প্রকৃত গুণ অনেক সহজে প্রকাশ করা যায়। সে সম্বন্ধে সঠিক সিদ্ধান্ত করাও সম্ভব হয়। রাশিবিজ্ঞানের প্রয়োগে ভুল হলে সংখ্যাতাত্ত্বিক সিদ্ধান্ত ত্রুটি-পূর্ণ হবে।

॥ পাঁচ ॥ **পরিসংখ্যানীয় যুক্তি সম্পর্কে ধারণা (Concept on statistical logic):** পরিসংখ্যান একটি যুক্তিভিত্তিক পদ্ধতি। সুতরাং পরিসংখ্যায়কের সংখ্যাতাত্ত্বিক যুক্তি ব্যবহার করা সম্পর্কে যেমন সম্যক ধারণা থাকা আবশ্যক হয়, তেমনি মনোবিজ্ঞানী, শিক্ষাবিজ্ঞানী প্রভৃতি যাঁরা রাশিবিজ্ঞানের কৌশল অনুসন্ধান কাজে প্রয়োগ করেন তাঁদেরও এই সংখ্যাতাত্ত্বিক যুক্তি ব্যবহার করা সম্পর্কে সুস্পষ্ট জ্ঞান লাভ করতে হয়। কারণ সংখ্যাতাত্ত্বিক যুক্তির ভিত্তিতে মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষামূলক অভীক্ষাগুলিকে অপেক্ষাকৃত নির্ভুলভাবে তৈরী করা যায়। অভীক্ষার আদর্শায়িতকরণ, বৈধতা ও নির্ভরযোগ্যতা প্রভৃতি নির্ণয়ের কাজ পরিসংখ্যানীয় পদ্ধতিতে করা সম্ভব হয়। ফলে সামগ্রিকভাবে মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষাবিষয়ক মূল্যায়নের কাজের উন্নতি ঘটানো যায়।

॥ ছয় ॥ **প্রয়োগের উপযুক্ততা সম্পর্কে জ্ঞান (Knowledge on suitable application):** পরিসংখ্যান ব্যবহারকারীদের এইরূপ জ্ঞান লাভ করা আবশ্যক হয় যে, সংখ্যাগুলিকে কোন্ পদ্ধতি দ্বারা সূত্রগুলিতে প্রযোজ্য করা যেতে পারে। যেখানে কোন পদ্ধতি প্রয়োগ করতে হবে সেখানে প্রযুক্ত পদ্ধতির উপযুক্ততা সম্পর্কেও পরিসংখ্যান ব্যবহারকারীদের স্পষ্ট জ্ঞানের প্রয়োজন হয়।

॥ সাত ॥ **পরিসংখ্যান সম্পর্কিত তথ্যসকল জানা (Knowing the fact on statistics):** রাশিবিজ্ঞানের ভিত্তি হলো গণিত। কারণ গণিতের শাখা

হিসাবে রাশিবিজ্ঞানকে বিবেচনা করা হয়। তাই রাশিবিজ্ঞানের তথ্যসমূহ এবং সূত্রাবলী সম্যকভাবে জেনে শিক্ষামূলক এবং মনোবৈজ্ঞানিক তথ্য বিশ্লেষণের ক্ষেত্রে ঐগুলি সঠিকভাবে প্রয়োগ করলে আমাদের সিদ্ধান্ত একটি নির্দিষ্ট স্থায়িত্বলাভ করে এবং যুক্তিভিত্তিক এই সিদ্ধান্ত অপেক্ষাকৃত নির্ভুল হয়। ফলে তার সাহায্যে আমরা পরবর্তী পরিকল্পনা বাস্তবসম্মতভাবে আলোচনা করতে পারি।

রাশিবিজ্ঞানের উপযোগিতা
(Utility of Statistics)

মানুষ তার মনের ভাব সহজ ও সুসংবদ্ধভাবে প্রকাশ করার জন্যই রাশিবিজ্ঞানের প্রবর্তন করেছিল। তাই বর্তমান কালেও যে কোন যুক্তিপূর্ণ তথ্যকে সহজ ও সুসংবদ্ধভাবে প্রকাশ করার জন্য রাশিবিজ্ঞান ব্যবহার করা হয়। সেই কারণে বস্তুজগতের যে কোন তথ্য যথাযোগ্যভাবে পরিবেশন করার জন্য রাশিবিজ্ঞানের প্রয়োজনীয়তা অস্বীকার করা যায় না। কোন আধুনিক বিজ্ঞানই রাশিবিজ্ঞানের সাহায্য ছাড়া চলতে পারে না। মনোবিজ্ঞান, শিক্ষাতত্ত্ব, সমাজতত্ত্ব, অর্থনীতি প্রভৃতির ন্যায় সামাজিক বিজ্ঞানের (social science) ক্ষেত্রে এবং প্রাপ্ত তথ্যের তাৎপর্য নির্ণয়ের জন্য বর্তমানে রাশিবিজ্ঞানের জ্ঞান প্রয়োগ করা হচ্ছে। অন্যান্য সামাজিক বিজ্ঞানের কথা বাদ দিলেও বর্তমানে শিক্ষাতত্ত্বের ক্ষেত্রে রাশিবিজ্ঞানের প্রয়োগ প্রচুর পরিমাণে বেড়ে গেছে। এর কারণ হলো—

॥ **এক** ॥ রাশিবিজ্ঞানের সাহায্যে বিজ্ঞানসম্মত এবং সূক্ষ্ম বর্ণনা সম্ভব হয়।

॥ **দুই** ॥ বৈজ্ঞানিক গবেষণা এবং পর্যবেক্ষণ লব্ধ ফলের বিশ্লেষণ পরিসংখ্যান সম্পর্কিত পদ্ধতিগুলির উপর নির্ভর করে থাকে। নির্দিষ্ট পদ্ধতিগুলির প্রয়োগে আমরা আবশ্যকতা অনুসারে ফলের সত্যতা নিরূপণ এবং তাৎপর্য পুনঃনির্ধারণ করতে পারি। পরিসংখ্যানমূলক পদ্ধতিগুলিতে বস্তুনিষ্ঠতা, শুদ্ধতা এবং সংক্ষিপ্ততা পাওয়া যায়।

॥ **তিন** ॥ মূল প্রাপ্তাংকগুলি প্রায়ই সংখ্যায় অধিক মাত্রায় পাওয়া যায় এবং এই প্রাপ্তাংকগুলি থেকে আমরা কোন নির্দিষ্ট সিদ্ধান্ত করতে পারি না। কিন্তু পরিসংখ্যান-পদ্ধতিগুলির সাহায্যে আমরা এই প্রাপ্তাংকগুলিকে সুশৃঙ্খলভাবে বিন্যস্ত ক'রে নির্ভুল সিদ্ধান্ত করার উপযোগী করে তুলতে পারি; বিন্যস্ত তথ্যগুলিকে (data) সুবিধানুসারে বুঝতে পারি এবং এইগুলি থেকে প্রয়োজনীয় সিদ্ধান্ত করতে পারি।

॥ **চার** ॥ আমরা পরিসংখ্যানমূলক গণনা থেকে প্রাপ্ত সিদ্ধান্তগুলিকে পূর্ববর্তী বা পরবর্তী সময়ে প্রাপ্ত তথ্যগুলি থেকে নির্ণায়িত সিদ্ধান্তগুলির সংগে তুলনা করতে পারি। এই তুলনাত্মক বিশ্লেষণ থেকে ভবিষ্যতে ফলাফল কিরূপ হবে যে সম্বন্ধে আমরা একটা ধারণাও করতে পারি। অর্থাৎ সাধারণভাবে আমরা পরিসংখ্যানের তথ্যগুলিকে ভবিষ্যৎ ফলাফল গণনার জন্য ব্যবহার করতে পারি। যেমন, যদি আমরা জানতে পারি যে, বর্তমানে শিক্ষায় অগ্রগতির হার কিরূপ এবং অতীতে এই হার কিরূপ ছিল, তাহলে এই দুই অবস্থা থেকে পরিসংখ্যানীয় গণনা দ্বারা ভবিষ্যতে শিক্ষায়

অগ্রগতির হার কিরূপ হবে যে সম্বন্ধে আমরা ধারণা করতে পারি। কিন্তু এই ভবিষ্যৎ ফলাফল গণনা করার ক্ষেত্রে ত্রুটির সম্ভাবনা থাকতে পারে। এই ত্রুটি রাশিবিজ্ঞানের আদর্শ ত্রুটির (S E) পরিপ্রেক্ষিতে নির্ধারণ করা হয় বলে এর থেকে আমরা জানতে পারি যে, যদি নির্ণায়িত ফলে কিছু ত্রুটির সম্ভবনা থাকে, তাহলে তার মাত্রা কতটুকু হতে পারে, তা প্রাপ্ত ফলকে কিভাবে প্রভাবিত করে এবং এই ফলের তাৎপর্য কি গ্রহণযোগ্য হয়।

॥ পাঁচ ॥ সামাজিক বিজ্ঞানের ক্ষেত্রে একথা সত্য হয় যে, কোন আচরণ একই প্রকার কারণের জন্য প্রকাশ পায় না। তার কার্য কারণে (cause effect) প্রায় অনেক কারণ থাকতে পারে এবং এই কারণগুলি আমরা শুধুমাত্র প্রয়োগিক প্রক্রিয়া দ্বারা জানতে পারি না। এই ক্ষেত্রে পরিসংখ্যানমূলক পদ্ধতিগুলি একদিকে যেমন বৃহত্তর ক্ষেত্রে পরিমাপ সম্পর্কে ধারণা করতে সাহায্য ক'রে অপরদিকে তেমনি জটিল পরিস্থিতিগুলি থেকে প্রাপ্ত প্রয়োজনীয় ফল বিশ্লেষণ করে স্থির সিদ্ধান্ত করা সম্ভব হয়। যদি আমরা প্রয়োগিক প্রক্রিয়া দ্বারা মূল প্রাপ্তাংকগুলিকে (raw scores) বিন্যস্ত করি তাহলে আমরা এই তথ্যগুলি থেকে নিয়ম নির্ধারণ করতে, তাৎপর্য স্থির করতে এবং নিয়মীকরণ করতে পরিসংখ্যানের প্রয়োগ করতে পারি। জে. পি. গিলফোর্ড (J. P. Guilford) পরিসংখ্যানের গুরুত্ব বিবেচনা করার জন্য লেখেন যে, "পরিসংখ্যানমূলক পদ্ধতিগুলি প্রয়োগের নির্দিষ্ট পথ নির্দেশ করে।" (Statistical methods indicate particular guideline of application.)

॥ ছয় ॥ পরিসংখ্যান গণিতের একটি বিশেষ শাখা। যেহেতু গণিতের সাহায্যে জ্ঞানের যথার্থতা (accuracy) সহজেই স্থির করা যায়, সেইহেতু এই জ্ঞান শিক্ষা বিষয়ক এবং মনোবিজ্ঞান বিষয়ক তথ্যসমূহ বিশ্লেষণের ক্ষেত্রে প্রয়োগ করলে আমাদের সিদ্ধান্ত একটি নিৰ্দিষ্ট স্থায়িত্ব লাভ করে এবং যুক্তিভিত্তিক এই সিদ্ধান্ত অপেক্ষাকৃত নির্ভুল হয়। ফলে এর সাহায্যে আমরা পরবর্তী সময় শিক্ষা বা মনোবৈজ্ঞানিক যে কোন বিষয়ই হোক না কেন সে সম্বন্ধে বাস্তবসম্মতভাবে আলোচনা করতে পারি।

॥ সাত ॥ রাশিবিজ্ঞানের কৌশল প্রয়োগ ক'রে মনোবৈজ্ঞানিক এবং শিক্ষাবিষয়ক তথ্যগুলির মধ্যে তুলনা করা যায়। দু'জন বা দু'দল ব্যক্তি বা ছাত্র-ছাত্রীর প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের মধ্যে পার্থক্যের তাৎপর্য কি, তা এই পদ্ধতিতে সঠিকভাবে বিচার করা যায়। এই পদ্ধতিতে তুল্যাংকমান নির্ধারণ করা সহজ হয়। রাশিবিজ্ঞানে বৈজ্ঞানিক কৌশল ব্যবহার ক'রে বিভিন্ন ক্ষেত্রে পরিমাপগুলি সম এককে পরিবর্তন করা যায়।

॥ আট ॥ শিক্ষা এবং মনোবিজ্ঞানের ক্ষেত্রে পরিমাপ বা মূল্যায়নের একটি প্রধান উদ্দেশ্য হ'ল শিক্ষার্থীদের অগ্রগতি এবং তাদের অকৃতকার্যতার কারণ নির্ধারণ করা, মনোবৈজ্ঞানিক সংলক্ষণগুলির প্রকৃতি নিরূপণ করা প্রভৃতি। এই কাজ সঠিকভাবে করতে না পারলে কোন উপযুক্ত পরিকল্পনা রচনা করা সম্ভব হয় না। রাশিবিজ্ঞানের সাহায্যে আমরা এই কাজ সুষ্ঠুভাবে সম্পাদন করতে পারি।

রাশিবিজ্ঞানের ত্রুটি
(Limitation of Statistics)

রাশিবিজ্ঞানের কৌশল প্রয়োগ ক'রে শিক্ষাবিষয়ক ও মনোবৈজ্ঞানিক তথ্যগুলিকে একদিকে যেমন অপেক্ষাকৃত সহজ ও সরলভাবে প্রকাশ করা সম্ভব হয়, তেমনি অন্যদিকে প্রাপ্ত তথ্যগুলিকে অনেক বেশী অর্থবহ ও তাৎপর্যপূর্ণভাবে বিচার করা যায়। এতদ্‌সত্ত্বেও পরিসংখ্যানের পদ্ধতিগুলির প্রয়োগে কিছু কিছু ত্রুটি দেখা যায়।

॥ এক ॥ পরিসংখ্যানের নিয়ম গাণিতিক, ভৌত, রসায়ন প্রভৃতি বিজ্ঞান বিষয়-গুলির নিয়মাবলীর ন্যায় সঠিক হয় না। পরিসংখ্যানের নিয়ম বহু এবং দলসমষ্টি ব্যক্তিদের ক্ষেত্রে সঠিক হয়।

॥ দুই ॥ পরিসংখ্যানের পদ্ধতিগুলি পৃথক পৃথকভাবে সংখ্যাগুলির গুরুত্ব প্রদান করে না। যখন আমরা বলি যে, উচ্চতার গড় 1.7 মিটার, তখন আমরা তার থেকে বুঝি যে, কোন এক দলসমষ্টি বিচার করার পরে এই গড়মান পাওয়া যায়। কিন্তু দলসমষ্টির সমস্ত সদস্যের উচ্চতাকে 1.7 মিটার হিসাবে গণ্য করা ভুল হবে।

॥ তিন ॥ পরিসংখ্যানে আমরা গণনাযুক্ত সংখ্যাগুলির গুরুত্ব দিয়ে থাকি। যে গুণগুলি বা পরিমাপগুলিকে আমরা সংখ্যার ভিত্তিতে পরিমাপ করতে পারি না সেই গুণ বা পরিমাপগুলিকে পরিসংখ্যানমূলক পদ্ধতিগুলির দ্বারা বিশ্লেষণ করা যায় না। কিন্তু বর্তমানে সমস্ত প্রকার পরিমাপগুলিকে পরিসংখ্যানের অন্তর্গত করা হয়।

॥ চার ॥ পরিসংখ্যান গণিতের একটি উন্নত শাখা। তাই এই বিষয়ের তত্ত্বগুলি প্রয়োগ করতে হলে উন্নতমানের গাণিতিক জ্ঞান থাকা একান্তভাবে প্রয়োজন। কিন্তু অধিকাংশ গবেষণামূলক কাজে গবেষকদের মধ্যে এই জ্ঞানের অভাব ত্রুটির সৃষ্টি করে থাকে। ফলে অনেকক্ষেত্রে গবেষণামূলক কাজে ফলাফল অর্থবহ হয় না।

এই ত্রুটিগুলি সত্ত্বেও যাঁরা মনোবৈজ্ঞানিক এবং শিক্ষাবিষয়ক সমস্যাবলী নিয়ে কাজ করেন তাঁরা রাশিবিজ্ঞানের পদ্ধতিগুলিকে সাধারণ গাণিতিক যুক্তির মাধ্যমে, বিশেষভাবে প্রাথমিক পাটীগণিত ও বীজগাণিতিক যুক্তির মাধ্যমে, এই সমস্যাবলী সমাধানের জন্য ব্যবহার করতে পারেন এবং সমাধানলব্ধ ফলাফল অর্থবহ ক'রে তুলতে পারেন।

গুরুত্বপূর্ণ রাশিবৈজ্ঞানিক তথ্য
(Important Statistical fact)

প্রত্যেক বিজ্ঞানে নিজস্ব কতকগুলি তথ্য আছে যেগুলি বিভিন্ন ঘটনার পর্যবেক্ষণ, পরীক্ষণ এবং সিদ্ধান্ত গ্রহণে জানা বিশেষ আবশ্যক হয়। তাই রাশিবিজ্ঞান একই সঙ্গে পরীক্ষামূলক এবং প্রয়োগমূলক বিজ্ঞান। সুতরাং এক্ষেত্রে যে ধরনের তথ্যগুলি জানা প্রয়োজন হয় সেগুলির উল্লেখ নীচে করা হল।

॥ এক ॥ **সংখ্যামূলক তথ্যসকল (Numerical data)**—এই তথ্য প্রায়ই দুই প্রকারের হয়—গণনাশ্রিত (enumerative) এবং পরিমিতি (metric)। যখন

আমরা বস্তুগুলিকে গুণতে পারি, তখন তার থেকে প্রাপ্ত সংখ্যাগুলিকে গণনাশ্রিত তথ্য বলা হয়। যেমন, 4জন বালক, 1টি কলম, 3টি অবস্থা প্রভৃতি। এই প্রকার তথ্যের শুদ্ধতা গণনার সঙ্গে নির্ধারিত করা যায়। কিন্তু যখন বস্তুগুলিকে গণনা করা অসম্ভব হয়, অথচ তাদের পরিমাপ করা সম্ভব হতে পারে, তখন তাদের থেকে প্রাপ্ত সংখ্যাগুলিকে আমরা পরিমেয় তথ্য শ্রেণীতে বিন্যাসিত ক'রে নিয়ে থাকি। যেমন, অর্ধেক মিটার, 1 মিটার, 1 কিলো চাল, 2 লিটার ঘি প্রভৃতি। এই সংখ্যাগুলির শুদ্ধতা কম হয়।

॥ দুই ॥ **পরিসংখ্যানীয় অনুক্রম (Statistical series)**—যখন বস্তুগুলিকে গণনা ক'রে বা মেপে সেইগুলিকে নির্দিষ্ট ক্রমে বিন্যাসিত করা হয়, তখন এই ক্রমকে আমরা **পরিসংখ্যানীয় অনুক্রম** বলে থাকি। সুতরাং পরিসংখ্যানীয় অনুক্রম এমন এক তথ্য যার সাহায্যে আমরা প্রাপ্তাংকগুলিকে (scores) এক সুব্যবস্থিত (Systematic) এবং যুক্তিভিত্তিক (logical) ক্রমে দেখাতে পারি।

যখন প্রাপ্তাংকগুলিকে (scores) তাদের প্রকৃতি এবং আকার অনুসারে একত্রিত করা হয়, তখন আমরা সেই অবস্থাকে **পরিসংখ্যা বিভাজন** (frequency distribution) বলে থাকি। তাতে শ্রেণী প্রসার বা বিভাগ এবং পরিসংখ্যা অন্তর্ভুক্ত হ'য়ে থাকে। যখন তথ্যগুলিকে সময়ের ভিত্তিতে শ্রেণী বিন্যাসিত করা হয়, তখন সেই বিন্যাসিত রাশিতথ্য সমূহকে **সময়কালীন অনুক্রম** (Time series) বলা হয়। একটি পরিমেয় বৈশিষ্ট্য বা প্রাপ্তাংকের বিভিন্ন সময়ে পরিলক্ষিত মানের ক্রমই **সময়কালীন অনুক্রম**। যদি তথ্যগুলিকে ভৌগোলিক বিন্যাস সাপেক্ষে শ্রেণীবিন্যাস করা হয়, তাহলে এই প্রকার বিন্যাসকে **স্থান সম্বন্ধীয় অনুক্রম** (place series) বলা হয়। যখন তথ্যগুলিকে তাদের বৈশিষ্ট্য অনুসারে শ্রেণীবিন্যাসিত করা হয়, যেমন, বুদ্ধাঙ্ক অনুসারে ছাত্রদের শ্রেণীবদ্ধ করা অথবা বয়সক্রমে বিভাজীকরণ করা, তখন এই ক্রমকে **স্থিতি অনুক্রম** (condition series) বলা হয়।

যখন সংখ্যাগুলিকে ছোট বা বড় করা যেতে পারে ; অর্থাৎ যে সংখ্যাগুলির ক্রমে সংখ্যাগুলিকে ছোট ছোট আকার দেওয়ার গুণ বর্তমান থাকে, তাকে **অবিচ্ছিন্ন অনুক্রম** (Continuous series) বলা হয়। এই অনুক্রমের সংখ্যাগুলিতে অসংখ্য মান থাকা সম্ভব। যেমন, 5 মিটার কাপড় ; এই 5 মিটার কাপড়কে ছোট ছোট কাপড়ের টুকরো হিসাবে ভাগ করা যেতে পারে। যদি এই 5 মিটার কাপড়কে এক মিটার অন্তর 5টি খণ্ডে ভাগ করা হয়, তাহলে সমস্ত 5 খণ্ড কাপড়ের টুকরো লম্বাতে সমান হবে। যখন দুটি বিভক্ত সমষ্টির মধ্যে প্রকৃত পার্থক্য পাওয়া যায় এবং এই পার্থক্যকে মাপনি বা স্কেলে মাপা যায় তখন যে প্রাপ্তাংকগুলি (scores) বা তথ্যগুলি (data) পাওয়া যায় সেইগুলিকে বিচ্ছিন্ন প্রাপ্তাংক (discrete scores) বলা হবে। ধরা যাক, 3 জন ছাত্র যথাক্রমে 50, 60 এবং 80 নম্বর পেয়েছে। এক্ষেত্রে আমরা দেখি যে 50 এবং 60 নম্বর পাওয়া ছাত্রদের মধ্যে যতটা পার্থক্য আছে ততটা পার্থক্য 60 এবং 80 নম্বর পাওয়া ছাত্রদের মধ্যে নেই। এখানে সংখ্যাগুলি সর্বদা

অখণ্ডপূর্ণ সংখ্যা হবে। অল্প কথায় বলা যায় যে, মাপনির দ্বারা নির্নীত সংখ্যাগুলির মান অবিচ্ছিন্ন হয়; কিন্তু গণনার দ্বারা নির্ণীত সংখ্যাগুলির মান বিচ্ছিন্ন হয়।

॥ তিন ॥ **পূর্ণসংখ্যা (Rounded number)**—গণনায় সংখ্যাগুলিকে সাধারণতঃ যথার্থের মানদণ্ডে সমস্যার প্রয়োজনে পূর্ণ সংখ্যাতে (rounded off) পরিবর্তন করতে হয়। যদি আমরা 8·6354 কে দুই দশমিক পূর্ণ সংখ্যাতে পরিবর্তন করতে চাই, তাহলে এই সংখ্যামান 8·64 হবে ; এক দশমিকে 8·6 হবে ; নিকটতম অখণ্ড সংখ্যা (integer) 9 হবে। কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ, বিস্তৃতির পরিমাপ, সহসম্বন্ধ গুণাংক এবং অন্যান্য সূচকসমূহে খুব কমই দুই দশমিক সংখ্যার বেশী সংখ্যা উল্লেখ করা প্রয়োজন হয়। উদাহরণস্বরূপ, একটি গড়ের 52·6872 মানকে সাধারণতঃ 52·69 ; একটি সমক বিচ্যুতির 12·3841 মানকে 12·38 ; এবং একটি সহসম্বন্ধ গুণাংক ·6350 মানকে ·63 হিসাবে উল্লেখ করা হয়। মনোবৈজ্ঞানিক বা শিক্ষাবিষয়ক অধিকাংশ কাজে গণনামূলক পরিমাপগুলির যাথার্থ দুই দশমিকের পরে সমর্থনযোগ্য হয় কিনা সে সম্বন্ধে প্রশ্নের অবকাশ আছে। দুই দশমিক সংখ্যাগুলিকে পূর্ণ করার জন্য উপযুক্ত নিয়মাবলী হ'ল—যখন দশমিকের পরে তৃতীয় সংখ্যা 5 এর কম হয়, তখন সেই মানকে গ্রাহ্য মান হিসাবে বিবেচনা করা হয় না ; 5 এর বেশী হলে দ্বিতীয় সংখ্যাতে 1 সংখ্যামান যোগ করতে হয় ; ঠিক 5 হলে দশমিকের পরে চতুর্থ সংখ্যাটি গণনা করতে হয় এবং দ্বিতীয় স্থানের সংখ্যাটি সংশোধন করতে হয় ; ঠিক 5 এর পরে শূন্য (0) সংখ্যামান থাকলে এই শূন্য সংখ্যামানটি বিবেচনাযোগ্য হয় না এবং কোনরূপ সংশোধনের প্রয়োজনও হয় না।

॥ চার ॥ **সঠিক এবং উপান্তিক সংখ্যাসমূহ (Exact and approximate numbers)**—সঠিক এবং উপান্তিক সংখ্যাগুলির মধ্যে পার্থক্য নির্ণয় করতে গণনার প্রয়োজন হয়। একটি সঠিক সংখ্যা হ'ল এমন একটি সংখ্যা যা আমরা গণনা করতে পারি ; যেমন 10 জন শিশু, 150 অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংক, 20টি টেবিল, প্রভৃতি। উপান্তিক সংখ্যাগুলি হ'ল এমন সংখ্যা যেগুলি গণনা করতে পারা যায় না কিন্তু যেগুলিকে মাপা যায়। উদাহরণস্বরূপ, অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংকগুলি এবং অন্যান্য পরিমাপগুলি হ'ল উপান্তিক, কারণ এইগুলিকে শ্রেণী প্রসারের দ্বারা প্রকাশ করা হয় এবং একই মাপনিতে সঠিক বিন্দু হিসাবে প্রকাশ করা যায় না। এইভাবে 61 প্রাপ্তাংক 60·5 থেকে 61·5 পর্যন্ত যে কোন মান হতে পারে এবং পরিমাপিত উচ্চতা 47·5 ইঞ্চি, 47·45 থেকে 47·55 ইঞ্চি পর্যন্ত যে কোন মান হতে পারে। সাধারণতঃ সঠিক সংখ্যাগুলির গণনা আমরা তত বেশী দশমিক বিন্দু পর্যন্ত করতে পারি যত বেশী সংখ্যক দশমিক বিন্দু পেতে ইচ্ছা করি। এই ক্ষেত্রে আমরা 'N' সংখ্যক পর্যন্ত যাথার্থ সংখ্যা (significant figure) পেতে পারি।

॥ পাঁচ ॥ **যাথার্থ সংখ্যা (Significant figure)**—দশমিক বিন্দুর পরে সংখ্যা, সংখ্যাগুলির অবস্থান এবং যাথার্থ সীমা নির্দেশ করে। কোন বস্তুর 47·5 পরিমাপ এটাই প্রকাশ করে যে, সেন্টিমিটারের 10 ভাগ পর্যন্ত ঐ বস্তু পরিমাপ করা যায়।

সুতরাং এর অন্তর্গত তিনটি সংখ্যা যাথার্থ সংখ্যা। যদি কোন বস্তুর পরিমাপ 47·005 হয়, তাহলে এই সংখ্যাগুলির মধ্যে তিনটি যাথার্থ সংখ্যা বর্তমান। দশমিক বিন্দুর পরে দু'টি শূণ্য কেবল 5 সংখ্যার পরিমেয় অবস্থান নির্দেশ করে থাকে। নিম্ন উদাহরণ দ্বারা সংখ্যাগুলির যাথার্থতা স্পষ্ট করে বোঝানো যেতে পারে।

213তে তিনটি যাথার্থ সংখ্যা আছে।

213·000তেও তিনটি (213) যাথার্থ সংখ্যা আছে; তিনটি শূণ্য যাথার্থ সংখ্যাগুলির অবস্থান সূচিত করে।

2130·00 তে চারটি যাথার্থ সংখ্যা আছে। এখানে দশমিক বিন্দুর আগে চতুর্থ স্থানের শূন্য সংখ্যার একটি মূল্য আছে বলে স্বীকৃত হয় এবং এই শূণ্য সংখ্যা যাথার্থ সংখ্যা হিসাবে গ্রাহ্য হয়।

·213তে তিনটি যাথার্থ সংখ্যা আছে।

·2130 তে চারটি যাথার্থ সংখ্যা আছে। শূণ্য চতুর্থ সংখ্যার অবস্থানকে সুস্পষ্ট ক'রে তোলে।

·00213তে তিনটি (213) যাথার্থ সংখ্যা আছে। প্রথম দু'টি শূণ্য দশমিক বিন্দুর জন্য বসানো হয়েছে।

2·00136 তে ছয়টি যাথার্থ সংখ্যা আছে; এখানে অখণ্ড সংখ্যা (integer) 2 দশমিক বিন্দুর ডান দিকের দু'টি শূণ্য বিন্দুকে যাথার্থ ক'রে তোলে।

পরিসংখ্যানের প্রকার
(Type of Statistics)

রাশিবিজ্ঞানের উপশাখাগুলির শ্রেণীবিন্যাস দু'টি ভিত্তির উপর করা হয়—

(ক) প্রক্রিয়ার ভিত্তিস্থিত নিয়মাবলী অনুসারে পরিসংখ্যানের দু'টি রূপ প্রচলিত আছে—পরামাণিত (Parametric) এবং অপরামাণিত (non-parametric) পরিসংখ্যান।

পরামাণিত পরিসংখ্যান (**Parametric Statistics**)—এই প্রকার পরিসংখ্যানের মূল উদ্দেশ্য হলো যে, সমগ্রক বা বিশ্ব (population or universe) থেকে নির্বাচিত নমুনাসমূহের জ্ঞাত বিষয়াদির উপর ভিত্তি ক'রে সমগ্রকের বৈশিষ্ট্যাবলী সম্বন্ধে কিছু বিবৃতি পেশ করা। যখন নমুনাসমূহের উপলব্ধ ক্ষমতাবলী (Cognitive abilities) পরিমাপ ক'রে প্রাপ্ত তথ্যজমান (statistics) সমূহের সাহায্যে নমুনা সমূহের বৈশিষ্ট্যাবলী বিশ্লেষণ করা হয়, তখন যে প্রকার পরিসংখ্যান প্রয়োগ করা হয় সেই প্রকার পরিসংখ্যানকে **পরামাণিত পরিসংখ্যা** বলা হয়। এই পরিসংখ্যান গাণিতিক সম্ভাবনার গাণিতিক বৈশিষ্ট্যাদি (mathematical properties of probabilities) মেনে চলে। যেমন, যোগের নিয়ম (addition rule), গুণের নিয়ম (multipication rule) এবং কল্পনার বৈধতা (Validity of hypothesis)

পরীক্ষা। এই পরিসংখ্যানে এই নিয়মাবলী দৃঢ়ভাবে প্রয়োগ করা হয়। একে বিন্যাস যুক্ত পরিসংখ্যান বলা হয়।

উদাহরণস্বরূপ, নমুনার নির্বিচারীতা (randomness of sample), বিচ্যুতির সমধর্মিতা (homogeneity of variation), বিভাজনের স্বাভাবিকত্ব (normalcy of distribution), সম্পর্কিত নিয়মাবলী প্রয়োগের পর বর্জনীয় অনুপাত বা মান (critical ratio or value), টি-পরীক্ষণ (t-test), এফ-পরীক্ষণ (f-test) এর অনুপ্রয়োগ বৈধ হয়। এইভাবে প্রতিগমনের এক রৈখিকতা (rectilinearity of regression) এবং বিচ্যুতির সমভেদাংক বা সমবিস্তৃতি (homoscedasticity) সম্পর্কিত নিয়মাবলী সঠিকভাবে মানা হলে পিয়ারসন (Pearson) r এর গণনা বৈধ হয়।

অপরামাণিত পরিসংখ্যান (**Non-parametric Statistics**)—যেখানে পরামাণিত পরিসংখ্যানের ভিত্তিস্থিত নিয়মাবলী পালন করা যায় না, সেখানে অপরামাণিত পরিসংখ্যানের পদ্ধতিগুলি প্রয়োগ করা হয়। এই প্রকার পরিসংখ্যানে কোন নিয়মাবলীর প্রতিবন্ধকতা থাকে না। সুতরাং একে বিন্যাস মুক্ত পরিসংখ্যানও বলা যায়। অপরামাণিত পরিসংখ্যানে মধ্যমমান, স্পিয়ারম্যান (Spearman) সহ-সম্বন্ধ গুনাংক, কাই-বর্গ পরীক্ষণ, মধ্যমমান পরীক্ষণ (median test), চিহ্ন পরীক্ষণ (sign test), চিহ্ন ক্রম পরীক্ষণ (sign rank test) উল্লেখযোগ্য।

(খ) কার্য অনুসারে পরিসংখ্যানে দুটি রূপ প্রচলিত আছে—বর্ণনামূলক সংখ্যাতত্ত্ব (Descriptive Statistics) এবং সিদ্ধান্তমূলক সংখ্যাতত্ত্ব (Inferential Statistics).

বর্ণনামূলক সংখ্যাতত্ত্ব (**Descriptive Statistics**)—যখন কোন দল বা শ্রেণীকে পরিমাপ ক'রে সংখ্যাতত্ত্বের সাহায্যে বর্ণনা করা যায়, তখন সেই বর্ণনাকে বর্ণনামূলক সংখ্যাতত্ত্ব নামে অভিহিত করা হয়। এই বর্ণনামূলক সংখ্যাতত্ত্বে কোন ব্যক্তি, দল বা শ্রেণীর প্রকৃতি, স্বরূপ, স্থিতি প্রভৃতির বর্ণনা পরিসংখ্যানীয় নিয়মাবলী, সিদ্ধান্ত, সংকেত এবং সম্বন্ধের উপর ভিত্তি ক'রে তৈরী করা হয়। এর সাহায্যে সংগৃহীত তথ্যাবলীকে নিয়মানুযায়ী সারণীবদ্ধ করা হয়। এই তথ্যাবলী মূলতঃ সংখ্যামূলক হ'য়ে থাকে। সামাজিক গবেষণায় প্রায়ই দেখা যায় যে, গবেষকের কাছে এক বিপুল সংখ্যক তথ্য সংগৃহীত হয়, যার সবগুলোকে কাজে লাগানো তার পক্ষে সম্ভবপর হয় না। ফলে তথ্যাবলীকে এমন একটা পর্যায়ে নিতে হয় যেখানে একটা সীমাবদ্ধ পরিধিতে যথাযথভাবে তা পরীক্ষা করে দেখা যায়, অর্থাৎ তথ্যাদি সংক্ষিপ্ত করতে হয়। এই কারণেই পরিসংখ্যানের নিয়মানুযায়ী তথ্যাবলী সারণীবদ্ধ করা আবশ্যিক হয়ে থাকে। এই সারণীবদ্ধ তথ্যাবলীকে সংখ্যাতত্ত্বের বিভিন্ন পদ্ধতির সাহায্যে বিশ্লেষণ ক'রে অন্তর্নিহিত তাৎপর্য অনুধাবন করা অথবা বিভিন্ন প্রকার তুলনামূলক সিদ্ধান্ত গ্রহণ করা যায়।

বর্ণনামূলক সংখ্যাতত্ত্বে বিভিন্ন প্রকার লেখচিত্র, কেন্দ্রীয় প্রবণতা এবং বিস্তৃতির পরিমাপসমূহ, সহ-সম্বন্ধ প্রণালী প্রভৃতি ব্যবহার ক'রে সাংখ্যমানসমূহের তাৎপর্য

অনুধাবন করা হয়। প্রথমেই কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপের উল্লেখ করা যেতে পারে।

অধিকাংশ সারণীবদ্ধ সংখ্যামূলক তথ্যাবলী পর্যবেক্ষণ ক'রে দেখা যায় যে, এই তথ্যাবলীর মানসমূহের বেশীর ভাগ কেন্দ্রীভূত হয়ে থাকে। অর্থাৎ এই মানসমূহ একটি কেন্দ্রীয় একক মানের চতুর্দিকে বিস্তৃত থাকে। কেন্দ্রীয় প্রবণতার এটা একটা বৈশিষ্ট্য। এই জাতীয় বৈশিষ্ট্যের পরিমাপক একক সংখ্যামানকে পরিসংখ্যান গড় বা শুধু গড় বলা হয়। পরিমাপলব্ধ সংখ্যামান গুচ্ছের একক সংখ্যামান বা গড় থেকে কেন্দ্রীয় প্রবণতার তাৎপর্য কিরূপ তার ইংগিত পাওয়া যায়। কোন দলের বয়স, উচ্চতা, ওজন, আয়, বুদ্ধি, শিক্ষা, প্রভৃতির কেন্দ্রীভূত প্রবণতা কিরূপ তাও বোঝা যায়। এই তথ্যাবলীর গুণ ব্যক্ত করার জন্য প্রবণতার পরিমাপ—গড় (mean), মধ্যমমান (median), এবং ভূযিষ্ঠক (mode) ব্যবহার করা হয়। পরিসংখ্যানের দ্বিতীয় বর্ণনামূলক পরিমাপ হল বিচ্যুতি (deviation)। গড় বিচ্যুতি (average deviation), চতুর্থ বিচ্যুতি (Quartile deviation or Semi inter-quartile range), সমক বিচ্যুতি (Standard deviation) এবং প্রসার (range) বিস্তৃতি বা বিচ্যুতির (dispersion or deviation) পরিমাপ হিসাবে গণ্য হয়। কোন দলের বিচ্যুতির মান সেই দলের সমধর্মীতা (homogeneity) বা অসমধর্মীতার (heterogeneity) সূচক হিসাবে ব্যবহৃত হয়। রাশিতথ্যগুলির (data) প্রকৃতি সঠিকভাবে অনুধাবন করার জন্য রেখাচিত্র বা লেখচিত্র (Line chart or graph), দণ্ড চিত্র (Bar chart), দণ্ড লেখচিত্র (Bar graph), বৃত্ত চিত্র (Pie chart), আয়ত লেখচিত্র (Histogram), পরিসংখ্যা বহুভূজ (Frequency polygon), ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা রেখাচিত্র (Ogive or cumulative frequency curve) প্রভৃতি তৈরী করা হয়। দলে ব্যক্তির অবস্থান বোঝার জন্য শতাংশমান এবং শতাংশ ক্রম (Percentile or percentile rank) প্রয়োগ করা হয়। যেখানে দুই বা ততোধিক চলের (variables) পারস্পরিক সম্বন্ধ নির্ণয়ের প্রয়োজন হয়, সেখানে সহ-সম্বন্ধ গুনাংক (coefficient of correlation) নির্ণয় করতে হয়। যেমন, কয়েকজন বালক ও কয়েকজন বালিকার দ্বারা প্রাপ্ত নম্বরের মধ্যে, স্বামী ও স্ত্রীদের বয়সের মধ্যে, শিক্ষা ও অপরাধ প্রবণতার মধ্যে কিরূপ সম্বন্ধ আছে তা সহ-সম্বন্ধ পদ্ধতি প্রয়োগ ক'রে জানা যায়।

এখানে বলা যায় যে, বর্ণনামূলক সংখ্যাতত্ত্বে শতকরা হার, গড়, পরিমিত ব্যবধান, আংশিক সংশ্লেষণ প্রভৃতি পরিমাপ নির্ণয় ক'রে আমরা তথ্যাবলীর বিপুল কলেবরকে যথেষ্ট মাত্রায় সংকীর্ণ ক'রে ফেলতে পারি। কিন্তু একথা অনস্বীকার্য যে, বহু সংখ্যক তথ্যাদির ক্ষেত্রে মাত্র কয়েকটি পরিমাপ গ্রহণ করায় কিছু কিছু তথ্য সর্বদাই খোয়া যায়। তবে তার চেয়ে গুরুত্বপূর্ণ হলো যে, সতর্কতার সংগে বিচার বিবেচনা না করলে তথ্য থেকে এভাবে প্রাপ্ত ফলাফল খুবই ভ্রান্তিকর হতে পারে।

সিদ্ধান্তমূলক সংখ্যাতত্ত্ব (Inferential Statistics)—কেবলমাত্র বর্ণনা-

মূলক বিষয়ের মধ্যে সীমিত থাকলে সংখ্যাতত্ত্ব দ্বারা অতি সহজে বিষয়সমূহের ব্যাখ্যা দেওয়া যেতে পারে। কিন্তু প্রকৃতপক্ষে সংখ্যাতত্ত্বের অধিকতর কাজ হলো জ্ঞাত তথ্যের উপর ভিত্তি ক'রে অজ্ঞাত সমগ্রক সম্বন্ধে অনুমান করা। কিন্তু যখন প্রত্যেক গবেষক যে কোন সমগ্রকের অনুসন্ধান করতে চায়, তখন বাস্তব ক্ষেত্রে সেই সমগ্রকের প্রত্যেক উপাদানের (element) অনুসন্ধান করা তার পক্ষে সম্ভব হয় না। এরূপ ক্ষেত্রে তাকে ঐ সমগ্রকের এক প্রতিনিধিত্ব অংশ (representative part), যাকে নমুনা (Samle) বলা হয়, অনুসন্ধানের জন্য নির্বাচন ক'রে নিতে হয়। এই অনুসন্ধানের উপর ভিত্তি ক'রে ঐ সমগ্রকের বৈশিষ্ট্যগুলি সম্বন্ধে ধারণা করা হয়। পরিসংখ্যানের যে ভাষাতে নমুনা থেকে প্রাপ্ত ফলাফলের উপর ভিত্তি ক'রে সংগত বিশেষত্বগুলির সম্বন্ধে ধারণা করা হয় তাকে সংখ্যাতাত্ত্বিক উপপত্তি বা সিদ্ধান্তমূলক সংখ্যাতত্ত্ব (Statistical inference or Inferential Statistics) বলা হয়। পরীক্ষামূলকভাবে দেখা গেছে যে, নমুনা থেকে জ্ঞাত বৈশিষ্ট্যসমূহ সমগ্রকের বৈশিষ্ট্য-সমূহের সন্নিকট (approximation) হ'য়ে থাকে। নমুনা থেকে প্রাপ্ত তথ্যজাত মান সমগ্রকের তথ্যজাত মান থেকে কিছু মাত্রায় কম বা বেশী বা সম্ভবতঃ সমান হ'য়ে থাকে। দু'টির মধ্যে পার্থক্য নমুনা নির্বাচনের ত্রুটির কারণে হ'য়ে থাকে যাকে আদর্শ ত্রুটি (Standard error = SE) বলা হয়। যদিও অধিক পরিমাণে প্রতিনিধিত্ব-কারী নমুনা নিবাচন ক'রে এই ত্রুটি কম করা যেতে পারে, তবুও প্রত্যেক নমুনা বিশ্লেষণ করার সময়ে কিছু না কিছু পরিমাণে আদর্শ ত্রুটি পাওয়া যাবে। এই প্রকার পরিসংখ্যানে *টি*-পরীক্ষণ, এফ-পরীক্ষণ, কাই-বর্গ প্রভৃতি প্রয়োগ করা হয়।

এখানে একথা বলা যায় যে, যদিও বর্ণনামূলক সংখ্যাতত্ত্বের চেয়ে সিদ্ধান্তমূলক সংখ্যাতত্ত্বের ক্ষেত্রে জটিল বিচার শক্তির প্রয়োজন হয়, তবুও যথোপযুক্তভাবে প্রযুক্ত হলে এবং অনুধাবন করতে পারলে বৈজ্ঞানিক গবেষণার ক্ষেত্রে এটি একটি গুরুত্বপূর্ণ মাধ্যমে পরিণত হতে পারে। গণিতের অন্যতম শাখা সম্ভাবনাতত্ত্ব হলো সিদ্ধান্ত মূলক সংখ্যাতত্ত্বের ভিত্তি।

শিক্ষা এবং মনোবিজ্ঞানে পরিসংখ্যান
(Statistics in Education and Psychology)

শিক্ষা এবং মনোবিজ্ঞানে পরিসংখ্যানের প্রয়োগ মুখ্যতঃ ব্যক্তিতে ব্যক্তিতে পার্থক্য বিশ্লেষণ করার জন্য করা হয়। কারণ এই ক্ষেত্রে ব্যক্তিতে ব্যক্তিতে পার্থক্য সর্বদা এক গুরুত্বপূর্ণ সমস্যা সৃষ্টি ক'রে থাকে। যদি সংসারে সব ব্যক্তি সমান হয়, তাহলে সম্ভবতঃ পরিসংখ্যানের কোন প্রয়োজন থাকে না। কিন্তু বাস্তবে এটা আদপেই সম্ভব হয় না। সেই কারণেই প্রশ্ন ওঠে, ব্যক্তিতে ব্যক্তিতে পার্থক্য কেমন হয়? কতটুকু এই পার্থক্য দেখা যায়? এই সব গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্ন বর্তমানকালের মনোবিজ্ঞানী এবং শিক্ষাবিদদের কাছে মুখ্য প্রশ্ন হিসাবে বিবেচিত হ'য়ে থাকে। ক্যাটেল (Cattell) সর্বপ্রথম ব্যক্তি যিনি উনবিংশ শতাব্দীতে এই অভিমত প্রকাশ করেছিলেন

যে, মানবীয় ও সামাজিক সমস্যাবলী পর্যবেক্ষণের ক্ষেত্রে সম্ভাবনাতত্ত্বের (probability theory) প্রয়োগ করা যেতে পারে। তাঁর এই বক্তব্য মনোবিজ্ঞান এবং শিক্ষা বিজ্ঞানে পরিসংখ্যান প্রয়োগের পটভূমি রচনা করেছে।

বর্তমানকালে প্রায় সকল শিক্ষা মনোবিজ্ঞানী একথা স্বীকার করেন যে, ব্যক্তিগত পার্থক্য সম্পর্কিত জ্ঞান ছেলেমেয়েদের শিক্ষা এবং বৃত্তিমূলক বিষয়ে পথ নির্দেশে সাহায্য করতে পারে। সুতরাং একথা বলা যায় যে, ব্যক্তির বিভিন্ন ক্ষমতা অনুসন্ধান ক'রে তাদের অনুকূলে ছেলেমেয়েদের শিক্ষাদানের ব্যবস্থা করা যেতে পারে। এর জন্য বিভিন্ন প্রকার অভীক্ষা প্রয়োগ করা শুরু হয় যাতে অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক অভীক্ষা (achievement test), নিদানাত্মক বা কারণ নির্ণায়ক অভীক্ষা (diagnostic test), ব্যক্তিত্ব অভীক্ষা, অভিক্ষমতা অভীক্ষা (aptitude test) প্রভৃতি ব্যবহার করা হয়। এই সমস্ত অভীক্ষাবলীর নির্মাণ কার্য পরিসংখ্যানের নিয়মাবলীর সাহায্যে করা হয়। এই অভীক্ষাগুলি থেকে যে ফল পাওয়া যায় তার বিশ্লেষণও পরিসংখ্যানের সাহায্যে করা যায়। এই কারণে মনোবিজ্ঞান এবং শিক্ষাবিজ্ঞানে পরিসংখ্যানের এক বিশেষ স্থান নির্দিষ্ট হয়েছে। এই প্রসঙ্গে ডব্লু. এস. জিভনস (W. S. Jevons) এই অভিমত প্রকাশ করেন যে, "আমি জানি না কখন আমরা পরিসংখ্যানের এক সঠিক ব্যবস্থা লাভ করেছি, কিন্তু এর অভাব মনোবিজ্ঞান এবং শিক্ষাবিজ্ঞানের ক্ষেত্রে সিদ্ধান্ত গ্রহণ করার পথে অনতিক্রম্য বাধার সৃষ্টি করে থাকে।" (**"I do not know when we shall have a perfect system of statistics, but the want of it is the only insuperable obstacle in the way of making a decision in Psychology and Education."**)

বর্তমান যুগে সকল শিক্ষাবিদ্ এই বিষয়ে একমত পোষণ করেন যে, শিক্ষার উদ্দেশ্য ব্যক্তির অন্তর্নিহিত ক্ষমতাবলী অনুসারে নির্ধারিত হওয়া উচিত। কিছুদিন আগে শিক্ষকের কাজ ছিল কেবল মাত্র জ্ঞান দান করা। কিন্তু আধুনিক সময়ে শিক্ষার্থীরা যাতে তাদের জীবনের সাফল্য লাভ করতে পারে সে বিষয়ে যে শিক্ষকের যথেষ্ট দায়িত্ব আছে তার উপর বিশেষ গুরুত্ব আরোপ করা হয়। সুতরাং এই বিষয়ে তাদের যে পরীক্ষা নিরীক্ষা করতে হয় সেইগুলি অবশ্যই নৈর্ব্যক্তিক হওয়া আবশ্যক হয়। কারণ নৈর্ব্যক্তিকতা সিদ্ধান্তের শুদ্ধতা স্থির করতে পারে। স্বাভাবিকভাবে পরিসংখ্যানের ব্যাপার ছাড়া ইহা আদোপেই সম্ভব হয় না।

আধুনিক শিক্ষাবিদ্দের স্পষ্ট অভিমত হ'ল যে, প্রত্যেক শিক্ষকের পরিসংখ্যান বিষয়ক পদ্ধতিগুলি সম্পর্কে যথোপযুক্ত জ্ঞান থাকা আবশ্যক। আধুনিক মনোবিজ্ঞানে প্রত্যক্ষীকরণ, শিক্ষণ, বুদ্ধি, চিন্তন, বিস্মরণ প্রভৃতি অমূর্ত এবং জটিল তথ্যাবলী পরিমাপও পরিসংখ্যান বিষয়ক পদ্ধতিগুলি দ্বারা সম্ভব হ'য়ে থাকে।

প্রাসঙ্গিক প্রশ্নমালা

1. পরিসংখ্যান বলতে কি বুঝি? এর আবশ্যকতা এবং গুরুত্ব সম্পর্কে আলোচনা কর।

(What is meant by statistics? Discuss its necessity and importance.)

2. পরিসংখ্যানের অর্থ এবং স্বরূপ সম্বন্ধে আলোচনা কর।

(Discus the meaning and nature of statistics.)

3. পরিসংখ্যান পদটি সাধারণতঃ কোন্ কোন্ দু'টি অর্থে ব্যবহৃত হয়?

(What are the two senses in which the term statistics is generally used?)

4. পরিসংখ্যান অধ্যয়নের কি কোন আবশ্যকতা আছে? আলোচনা কর।

(Is there any necessity of studying statistics? Discuss.)

5. পরিসংখ্যানমূলক চিন্তনের সুবিধা কি? এই প্রক্রিয়ার অন্তর্গত ধারণাগুলি আলোচনা কর।

(What is the advantage of statistical thinking? Discuss the concepts included in the process.)

6. প্রাথমিক ও অপ্রাথমিক রাশিতথ্য বলতে কি বোঝায়? প্রাথমিক রাশিতথ্য সংগ্রহের বিভিন্ন পদ্ধতি সম্বন্ধে আলোচনা কর।

(What do you understand by primary and secondary data? Discuss various methods of collecting primary data.)

7. পরিসংখ্যানীয় তথ্যাবলী সংগ্রহে প্রশ্নমালা রচনার জন্য নিয়মাবলী সম্বন্ধে আলোচনা কর।

(Discuss the rules for drawing questionnaire in the collection of statistical information.)

8. সুশৃঙ্খল পরিসংখ্যার নিয়ম কাকে বলে বুঝিয়ে লেখ।

(Explain the law of statistical regularity.)

9. মনোবিজ্ঞান এবং শিক্ষাতত্ত্বে পরিসংখ্যানের উপযোগিতা সম্বন্ধে ব্যাখ্যা কর।

(Explain the utility of statistics in Psychology and Education.)

10. পরিসংখ্যানের বিভিন্ন প্রকারভেদ সম্বন্ধে আলোচনা কর।

(Discuss the different types of statistics.)

11. পরিসংখ্যানে ব্যবহৃত নিম্নলিখিত পদগুলি সম্বন্ধে যা জান লিখ।

(i) নমুনা (ii) সমগ্রক (iii) পরামানিত পরিসংখ্যান (iv) অপরামানিত পরিসংখ্যান (v) প্রাথমিক তথ্য (vi) নমুনা তদন্ত (vii) প্রশ্নমালা।

(Explain the following statistical terms : (i) Sample (ii) Popu-

lation (iii) Parametric statistics (iv) Non-parametric statistics (v) Primary data (vi) Sample survey (vii) Questionnaire.)

12. (a) নিম্নলিখিত সংখ্যাগুলিকে এক দশমিক স্থান পর্যন্ত পূর্ণ কর (Round off the following numbers to one decimal) : 26·492, 27·947, 48·157, 74·168, 81·72558, 99·96, 126·83500.

(b) নিম্নলিখিত সংখ্যাগুলিকে দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত পূর্ণ কর (Round off the following numbers to two decimals) : 41·826, 70·204, 98·456, 61·359, 8·543

13. নিম্নলিখিত প্রত্যেক সংখ্যাতে কতগুলো যাথার্থ সংখ্যা আছে (How many significants figures in each of the following) :

·00046	91·00	1·03	·00036
46·02	18·365	15·0045	
37·40	370·04	120·002	
9·000	1000·0	1·04	

উত্তরমালা

12 (a) 26·5, 27·9, 48·2, 74·2, 81·7, 100·0, 126·8

(b) 41·83, 70·20, 98·46, 61·36, 8·54

13.

2	2	3	2
4	5	6	
3	5	6	
1	4	3	

দ্বিতীয় পরিচ্ছেদ

রাশিতথ্যের শ্রেণীবিন্যাসকরণ ও ছকবিন্যাসকরণ
(Classification and Tabulation of data)
পরিসংখ্যা বিভাজন
(Frequency distribution)

রাশিতথ্য সংগ্রহের পর তাদের যাতে ব্যবহারোপযোগী করা যায় এবং তাদের অন্তর্নিহিত বৈশিষ্ট্যসমূহ যাতে সহজে বিশ্লেষণ করা সম্ভব হয় সেইজন্য তথ্য সমূহের শ্রেণী-বিন্যাস ও ছকবিন্যাসের প্রয়োজন হয়। শ্রেণীবিন্যাস পরিসংখ্যানীয় পদ্ধতির একটি অচ্ছেদ্য অংশ। যে পদ্ধতিতে সংগৃহীত রাশিতথ্যসমূহকে তাদের অন্তর্গত একটি সাধারণ বৈশিষ্ট্যের সাপেক্ষে কতকগুলি শ্রেণী (class) বা গুচ্ছে (groups) সাজানো যায় পরিসংখ্যানে তাকে শ্রেণীবিন্যাসকরণ বলা হয়। অনুসন্ধানের উদ্দেশ্য অনুযায়ী একই রাশিতথ্যকে তাদের অন্তর্গত বিভিন্ন বৈশিষ্ট্যের সাপেক্ষে বিভিন্ন ভাবে শ্রেণীবিন্যাসিত করা যায়। উদাহরণস্বরূপ, আদমসুমারীর সময় প্রতিটি পরিবারের লোকসংখ্যা গণনা করা ছাড়াও অন্যান্য অনেক তথ্য সংগ্রহ করা হয়; যেমন, বয়স, আয়, জীবিকা, জাতি, লিঙ্গ প্রভৃতি। এখানে বয়স, আয়, জাতি প্রভৃতির প্রত্যেকটি সমগ্রকের এককসমূহের (অর্থাৎ জনগণের) বৈশিষ্ট্য। এক্ষণে বয়সের সাপেক্ষে সমগ্রককে (অর্থাৎ, মোট লোকসংখ্যাকে) 0-10 বৎসর, 10-20 বৎসর প্রভৃতি গুচ্ছে; আয়ের সাপেক্ষে 0-50 টাকা, 50-100 টাকা প্রভৃতি গুচ্ছ, লিঙ্গ সাপেক্ষে স্ত্রী ও পুরুষ শ্রেণীতে, জীবিকা সাপেক্ষে কৃষিজীবী, শ্রমজীবী, পরিবহন, ব্যবসা-বাণিজ্য প্রভৃতি বিভিন্ন শ্রেণীতে ভাগ করা যায়। যদি এইরূপ পদ্ধতিতে সংগৃহীত তথ্যের বিন্যাস করা না হয়, তাহলে তার যথোপযুক্ত বিশ্লেষণও সম্ভব হবে না এবং তার ফলে সঠিক সিদ্ধান্তে পৌঁছানো যাবে না। শ্রেণীবিন্যাসকরণের প্রধান উপযোগিতা হ'ল—

(ক) অপ্রয়োজনীয় অতিরিক্ত অংশ বাদ দেওয়া;

(খ) সংগৃহীত সাদৃশ্য ও বৈসাদৃশ্যের বিভিন্ন ক্ষেত্রগুলি সুস্পষ্টভাবে প্রকাশ করা;

(গ) সংগৃহীত তথ্যের সারাংশকরণ এবং সহজ পদ্ধতিতে তা উপযোগী ক'রে তোলা;

(ঘ) সংগৃহীত তথ্যের পারস্পরিক তুলনা, বিশ্লেষণ ও সিদ্ধান্তকরণে সহায়তা করা।

শ্রেণীবিন্যাসের প্রকারভেদ

(Type of classification)

রাশিতথ্যসমূহ নিম্নলিখিত চারটি বিভিন্ন পদ্ধতিতে শ্রেণীবিন্যাসিত করা হয়—

॥ এক ॥ **গুণের ভিত্তিতে**—যদি সংগৃহীত রাশিতথ্যসমূহের শ্রেণীবিন্যাসকরণ কোন অপরিমেয় বৈশিষ্ট্যের সাপেক্ষে করা হয়, তাহলে তাকে গুণগত শ্রেণীবিন্যাস-করণ বলে। উদাহরণস্বরূপ, ওষুধের নেশাকারীদের শিক্ষা-দীক্ষা, নিরক্ষরতা, গৃহের অবস্থা, সঙ্গদোষ, প্ররোচনা প্রভৃতির সাপেক্ষে শ্রেণীবিন্যাসকরণ।

॥ দুই ॥ **সংখ্যার ভিত্তিতে**—যদি সংগৃহীত রাশিতথ্যসমূহের শ্রেণীবিন্যাসকরণ কোন পরিমেয় বৈশিষ্ট্যের সাপেক্ষে করা হয়, তাহলে তাকে সংখ্যাগত শ্রেণীবিন্যাসকরণ বলে। এই ধরনের শ্রেণীবিন্যাসকে চলের মাধ্যমে শ্রেণীবিন্যাসকরণও বলা হয়। যেমন, কোন দেশের কোন নির্দিষ্ট সম্প্রদায়ের বয়স, আয় প্রভৃতির সাপেক্ষে শ্রেণী-বিন্যাসকরণ।

॥ তিন ॥ **সময়ের ভিত্তিতে**—এই পদ্ধতিতে সংগৃহীত তথ্যসমূহকে সময়ের ভিত্তিতে শ্রেণীবিন্যাসিত করা হয়। এই পদ্ধতিতে বিন্যাসিত রাশিতথ্যসমূহকে সময়কালীন ক্রম (time series) বলা হয়। একটি পরিমেয় বৈশিষ্ট্য বা চলের বিভিন্ন সময়ে পরিলক্ষিত মানের ক্রমই সময়কালীন ক্রম। উদাহরণস্বরূপ, প্রতি সপ্তাহে বা মাসে বা বৎসরে কোন প্রথম শ্রেণীর ছেলেদের জন্য নির্দিষ্ট শিক্ষা-প্রতিষ্ঠানের সমস্ত শ্রেণীর ছেলেদের শিক্ষায় অগ্রগতি কিরূপ তার হিসাব অথবা গত দশ বৎসরের প্রতি বৎসরে মাধ্যমিক পরীক্ষায় শতকরা কতজন উত্তীর্ণ হয়েছে ইত্যাদি।

॥ চার ॥ **ভৌগোলিক ভিত্তিতে**—এই পদ্ধতিতে ভৌগোলিক বিন্যাস সাপেক্ষে তথ্যসমূহের শ্রেণীবিন্যাস করা হয়। উদাহরণস্বরূপ, লোকসংখ্যার রাজ্য বা জেলা সাপেক্ষে শ্রেণীবিন্যাসকরণ। এই পদ্ধতিতে বিন্যাসকরণের ভিত্তি হ'ল ভৌগোলিক অঞ্চল।

বাস্তবিক ক্ষেত্রে উপরে বর্ণিত কালগত ও ভৌগোলিক শ্রেণীবিন্যাস, গুণগত শ্রেণীবিন্যাসেরই অন্তর্গত। তবুও এদের এককভাবে দেখাবার রীতি প্রচলিত আছে।

রাশিতথ্যের উপস্থাপন পদ্ধতি

(Method of presentation of statistical data)

সাধারণতঃ রাশিতথ্যগুলি নিম্নলিখিত তিনটি বিভিন্ন পদ্ধতিতে উপস্থাপন করা হয়—

॥ এক ॥ বিবরণের মাধ্যমে (**Textual presentation**)—এই পদ্ধতিতে রাশিতথ্যসমূহকে একটি বিবরণের মাধ্যমে প্রকাশ করা হয়। বিবরণমূলক উপস্থাপনায় অনুসন্ধানকারীর পক্ষে দীর্ঘ বিবরণের মধ্য হতে রাশিতথ্যের গুরুত্বপূর্ণ বৈশিষ্ট্যগুলিকে দৃষ্টিগোচরে আনা খুব কষ্টসাধ্য হয়।

॥ দুই ॥ **লেখচিত্রের মাধ্যমে** (**Graphical presentation**)—এই পদ্ধতিতে সংগৃহীত তথ্যসমূহকে লেখচিত্র, চার্ট প্রভৃতির সাহায্যে উপস্থিত করা হয়।

॥ তিন ॥ **সারণীর মাধ্যমে (Tabular presentation)**—এই পদ্ধতিতে সংগৃহীত রাশিতথ্যসমূহকে একটি সুবিন্যস্ত সারণীর (Table) মাধ্যমে প্রকাশ করা হয়। রাশিতথ্যের এইরূপ সুবিন্যস্ত সারণীর মাধ্যমে প্রকাশ পদ্ধতিকে **সারণী বিন্যাস** (Tabulation) বলা হয়। এই পদ্ধতিতে একটি সারণীতে শ্রেণীবিন্যাসিত রাশিতথ্য-সমূহকে উপর হতে নীচে এবং বাঁ দিক থেকে ডানদিকে সুশৃঙ্খল ও সারিবদ্ধভাবে সন্নিবেশিত ক'রে প্রকাশ করা হয়। কান্নরের (Cannor) ভাষায় "Tabulation involves the orderly and systematic presentation of numerical data in a form designed to elucidate the problem under consideration."

রাশিতথ্যগুলি সারণীবিন্যাসকরণে নিম্নলিখিত কয়েকটি উপযোগিতা পাওয়া যায়।

(i) ইহা জটিল তথ্যসমূহকে সহজভাবে প্রকাশ করে।

(ii) সংগৃহীত তথ্যসমূহের মধ্যে খুব সহজে তুলনা করা যায়।

(iii) তথ্যসমূহের বিশ্লেষণ ও সিদ্ধান্তকরণে সহায়তা করে।

(iv) রাশিতথ্য সংগ্রহে কোন ত্রুটি থাকলে তা সংশোধনে সাহায্য করে।

একটি সারণীর প্রধানতঃ চারটি অংশ থাকে—

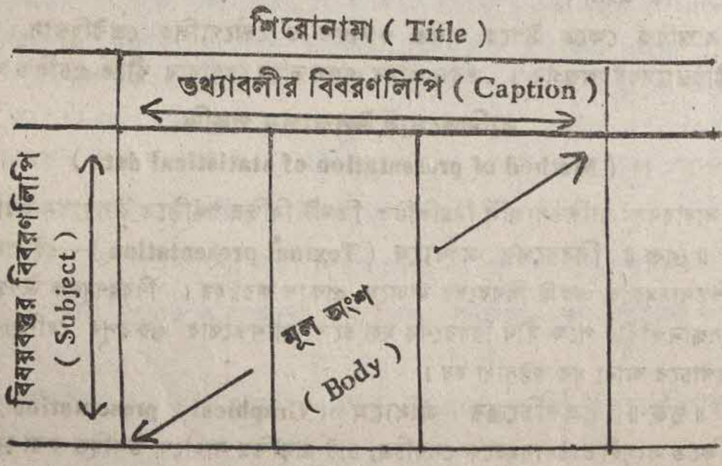
(ক) শিরোনামা (Title)—সারণীর বিষয়বস্তুর সংক্ষিপ্ত বিবরণ দিয়ে তার উপরে লিখিত অংশ।

(খ) সারণীর বাম পার্শ্বের বিবরণলিপি (Subject)—ইহা সারণীর বামদিক হতে ডানদিকে সারিকৃত রাশিমালার বিবরণ লিপি।

(গ) সারণীর উপরিভাগের বিবরণলিপি (Caption)—ইহা সারণীর উপর হতে নীচে সারিকৃত রাশিমালার বিবরণলিপি।

(ঘ) মূল অংশ (Body)—এই অংশে রাশিতথ্য প্রকাশ করা হয়।

নীচে একটি সারণীর বিভিন্ন অংশ দেখানো হলো—



সারণী তৈরী করার কোন বাঁধাধরা নিয়ম নেই। মূল কথা হলো যে, সারণী এইভাবে প্রকাশ করতে হবে যেন রাশিতথ্যের অন্তর্নিহিত অর্থ খুব স্পষ্ট ও সহজে বোধগম্য হয়। যদি সারণী খুব জটিল হয়, তাহলে সে ক্ষেত্রে তাকে ভেঙে সহজে বোধগম্য হয় এমন কয়েকটি পৃথক সরল সারণীতে প্রকাশ করাই উচিত। এখানে আদর্শ সারণী তৈরীর ক্ষেত্রে যে কয়েকটি সাধারণ নিয়ম মেনে চলতে হয় তার উল্লেখ করা হলো—

(i) ছকের শিরোনামা সংক্ষিপ্ত, পরিষ্কার ও রাশিতথ্যের অর্থবোধক হওয়া উচিত।

(ii) রাশিতথ্যসমূহের সঠিক একক (unit) নির্বাচন এবং সারণীতে তা প্রকাশ করা দরকার।

(iii) সারণী যেন দৈর্ঘ্য ও প্রস্থে সামঞ্জস্যপূর্ণ হয়।

(iv) সরাসরি তুলনীয় রাশিগুলি পাশাপাশি সারিবদ্ধ হওয়া উচিত।

(v) সারণীর বিভিন্ন বিবরণগুলি যেন সংক্ষিপ্ত ও সহজে বোধগম্য হয় এবং সারিগুলির অর্থ পরিষ্কারভাবে প্রকাশ করে।

(vi) যদি তথ্যের উৎস বা অন্য কোন গুরুত্বপূর্ণ বিষয়ের উল্লেখ করবার প্রয়োজন হয়, তাহলে সারণীর নীচে পাদটীকায় তা উল্লেখ করা প্রয়োজন।

সারণীবিন্যাসের প্রকারভেদ
(Types of Tabulation)

সারণীবিন্যাসকে প্রকারভেদে দুইভাগে ভাগ করা যায়—

(i) **সরল সারণীবিন্যাস (Simple Tabulation).**

(ii) **জটিল সারণীবিন্যাস (Complex Tabulation)**

সরল সারণী বিন্যাসে রাশিতথ্য কেবলমাত্র একটি বৈশিষ্ট্যের সাপেক্ষে প্রকাশ করা হয়। কিন্তু জটিল সারণীবিন্যাসে সারণীর প্রতিটি রাশি একাধিক বৈশিষ্ট্যের সূচক। নীচে কয়েকটি কাল্পনিক রাশিতথ্য সম্বলিত সরল ও জটিল সারণীর উদাহরণ দেওয়া হলো—

সারণী 2·1

দক্ষিণ কলিকাতার তিনটি বৃহত্তম কলেজগুলির ছাত্র-ছাত্রী সংখ্যা

কলেজের নাম	ছাত্র-ছাত্রী সংখ্যা
হেরম্বচন্দ্র কলেজ	2,710
চারুচন্দ্র কলেজ	2,550
আশুতোষ কলেজ	2,000

সূত্র (Source) : সংশ্লিষ্ট কলেজগুলি থেকে সংগৃহীত রাশিতথ্য।

ইহা একটি সরল সারণীর উদাহরণ। এখানে সারণীবিন্যাস 'কলেজ' বৈশিষ্ট্যের সাপেক্ষে করা হয়েছে।

সারণী 2.2

দক্ষিণ কলিকাতার তিনটি বৃহত্তম কলেজগুলির বিভিন্ন শ্রেণী ও শাখায় ছাত্র বা ছাত্রী সংখ্যা।

কলেজের নাম / শাখার নাম	ছাত্র-ছাত্রী সংখ্যা				
	একাদশ শ্রেণী	দ্বাদশ শ্রেণী	বি. কম	বি. এ	মোট সংখ্যা
হেরম্বচন্দ্র কলেজ	500	450	1,700	60	2,710
চারুচন্দ্র কলেজ	450	400	1,500	200	2,550
আশুতোষ কলেজ	600	500	500	400	2,000
মোট সংখ্যা	1,550	1,350	3,700	660	7,260

ইহা একটি জটিল সারণীর উদাহরণ। এখানে কোন একটি রাশিতথ্য দু'টি বৈশিষ্ট্যের (কলেজ এবং শ্রেণী) সূচক।

সারণী 2.3

1975-1979 পর্যন্ত আশুতোষ কলেজে ছাত্র-সংখ্যার হিসাব (শতকের একক দেখান হয়েছে)।

খ্রীষ্টাব্দ	ছাত্র-সংখ্যা
1975	29
1976	27
1977	26·5
1978	25
1979	24

ইহা একটি সময়কালীন ক্রমের উদাহরণ। শিরোনামায় এককের উল্লেখ আছে। 27 বলতে 27 শত বা 2,700 জন, 26·5 শত বা 2,650 জন বুঝাবে।

এখানে কয়েকটি উদাহরণ দেওয়া হল।

উদাহরণ 1. 1985 খ্রীষ্টাব্দে যাদবপুর বিশ্ববিদ্যালের কলা, বিজ্ঞান এবং মেকানিক্যাল ইঞ্জিনিয়ারিং শাখায় পাঠরত প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় বর্ষের ছাত্র-ছাত্রী সংখ্যা এবং মোট ছাত্র-ছাত্রী সংখ্যা প্রদর্শনের জন্য একটি সাদা সারণী তৈরী কর। **(Prepare a blank table to show the number of students and the total number of students sex-wise studying first year, second**

year and third year classes of the university of Jadavpur in the faculties of Arts, Scence and Mechanical Engineering in the year 1985.)

সমাধান :

সারণী 2·4

1985 খ্রীষ্টাব্দে যাদবপুর বিশ্ববিদ্যালয়ের ছাত্র-ছাত্রী সংখ্যা

(শাখা, বর্ষ ও লিঙ্গভেদে)

বর্ষ	প্রথম			দ্বিতীয়			তৃতীয়			মোট		
লিঙ্গ / শাখা	ছাত্র	ছাত্রী	মোট	ছাত্র	ছাত্রী	মোট	ছাত্র	ছাত্রী	মোট	ছাত্র	ছাত্রী	মোট
কলা												
বিজ্ঞান												
মেকানিক্যাল ইঞ্জিনিয়ারিং												

উদাহরণ 2. নিম্নে প্রদত্ত বৈশিষ্ট্যসমূহের সাপেক্ষে কোন সহ-শিক্ষামূলক উচ্চতম মাধ্যমিক বিদ্যালয়ের ছাত্র-ছাত্রীদের বিভাজন প্রকাশ করার জন্য একটি সাদা সারণীর খসড়া প্রকাশ কর।

(ক) লিঙ্গ : ছাত্র ও ছাত্রী

(খ) অভিভাবকের বেতনক্রম (grade) : 300 টাকার কম, 300—500 টাকা ও তার অধিক

(গ) দু'টি কাল (period) : 1940 ও 1950

(ঘ) বয়সের তিনটি বিভাগ : 10 বছরের কম, 10 বৎসর এবং 15 বৎসরের কম, 15 বৎসর ও তার অধিক।

(Draft a blank table to show the distribution of male and female students in a co-educational Higher Secondary School according to (a) Sex : male student and female student ; (b) salary-grade of the guardians : below Rs 300 ; Rs. 300—500 ; Rs. 500 and over ; (c) Two periods : 1940 and 1950 ; (d) Three age groups : below 10 ; 10 and under 15 ; 15 and over.)

সমাধান :

সারণী 2·5

কোন সহ-শিক্ষামূলক উচ্চতর বিদ্যালয়ের ছাত্র-ছাত্রীবৃন্দের বিভাজন

(লিঙ্গ, অভিভাবকের বেতন, সময় ও বয়স ভেদে)

সময়	বয়সের বিভাগ (বৎসর)	10 এর কম		10 ও 15 এর কম		15 ও তার বেশী		মোট		
	বেতনের ক্রম (টাকায়) / লিঙ্গ	ছাত্র	ছাত্রী	ছাত্র	ছাত্রী	ছাত্র	ছাত্রী	ছাত্র	ছাত্রী	মোট
1940	300 এর কম									
	300-500									
	500 ও তার বেশী									
	মোট									
1950	300 এর কম									
	300—500									
	500 ও তার বেশী									
	মোট									

উদাহরণ 3. 0 থেকে 100 বছর বয়সের পাঁচটি বিভাগ, লিঙ্গ এবং স্বাক্ষরতা অনুসারে জেলা A-এর জনসংখ্যা বিভাজন প্রকাশ করার জন্য একটি সাদা সারণীর খসড়া প্রস্তুত কর এবং একটি যথোপযুক্ত শিরোনামা স্থির কর। (**Draw up a blank table showing the distribution of population in a district A, according to five age-groups from 0 to 100 years, sex and literacy.**)

সমাধান :

সারণী 2·6

জেলা A-এর জনসংখ্যার বিভাজন ('000 তে সংখ্যা)

বয়স ভিত্তিক দল	স্বাক্ষর			নিরক্ষর			মোট		
	স্ত্রী	পুরুষ	মো'	স্ত্রী	পুরুষ	মোট	স্ত্রী	পুরুষ	মোট
0—20									
20—40									
40—60									
60—80									
80—100									

পরিসংখ্যা বিভাজন

(Frequency Distribution)

সমগ্রকের যে বৈশিষ্ট্যসমূহকে সংখ্যার দ্বারা প্রকাশ করা যায় তাকে পরিমেয় বৈশিষ্ট্য বা চল (variable) বলা হয়। যেমন, বয়স, ওজন, উচ্চতা, আয় ইত্যাদি চল। চলের সংগৃহীত মানগুলি যদি অসংলগ্ন বা বিশৃঙ্খলভাবে লিপিবদ্ধ থাকে তবে পরিসংখ্যায়কের পক্ষে পুঙ্খানুপুঙ্খরূপে পরীক্ষা ক'রেও তাদের অন্তর্নিহিত অর্থ সম্বন্ধে অধিক কোন সিদ্ধান্তে পৌছানো সম্ভব হয় না। সংগৃহীত চলের মানগুলির অন্তর্নিহিত অর্থ সম্পর্কে অধিক মূল্যায়ন করতে হ'লে তাদের সারিকরণের মাধ্যমে সংক্ষিপ্ত আকারে প্রকাশ করা উচিত। পরিসংখ্যানে বিভাজন হ'ল বিশৃঙ্খলভাবে সন্নিবেশিত চল সম্পর্কিত রাশিতথ্যের সারিকরণ বা বিভাগীকরণ। অন্য কথায় বলা যায় যে, ইহা চল সম্পর্কিত বিস্তৃত ও বিশৃঙ্খল রাশিতথ্যের সারিকরণের মাধ্যমে সংক্ষিপ্ত আকারে প্রকাশ করবার একটি বৈজ্ঞানিক পদ্ধতি। কোন একটি নির্দিষ্ট শ্রেণীর মধ্যে চলের যতগুলি মান পড়বে সেই সংখ্যাকে উক্ত শ্রেণীর পরিসংখ্যা বলা হবে। যে সারণীর মাধ্যমে চলের সারিকৃত মান ও তাদের অনুরূপ পরিসংখ্যা প্রকাশ করা হয়, তাকে পরিসংখ্যা সারণী (Frequency table) বলা হয়। যদি সংগৃহীত রাশিতথ্যমালার সংখ্যা খুব বেশী হয়, তাহলে পরিসংখ্যা বিভাজন প্রক্রিয়ায় পরিসংখ্যায়ক তাকে সিদ্ধান্তোপযোগী তথ্যে পরিবর্তন করতে পারেন। অন্য কথায় বলা যায় যে, বিস্তৃত রাশিতথ্যের সারাংশকে পরিসংখ্যা সারণীর মাধ্যমে প্রকাশ করা সম্ভব হয়।

শিক্ষামূলক ও মনোবৈজ্ঞানিক পরিমাপের ক্ষেত্রে আমরা ব্যক্তি সম্পর্কে নানাভাবে তথ্য সংগ্রহ করি। সাধারণভাবে এই তথ্যগুলি নিম্নলিখিত সূত্র থেকে পাওয়া যায়।

(i) বিভিন্ন ব্যক্তির মানসিক বৈশিষ্ট্যসমূহ বিভিন্ন সময়ে পর্যবেক্ষণ করে।

(ii) বিভিন্ন ব্যক্তিকে একই সময়ে পর্যবেক্ষণ করে।

(iii) একজন ব্যক্তির উপর মনোবৈজ্ঞানিক বা শিক্ষাগত অভীক্ষা প্রয়োগ করে।

(iv) বহু ব্যক্তির উপর একই সঙ্গে মনোবৈজ্ঞানিক বা শিক্ষাগত অভীক্ষা প্রয়োগ করে।

(v) অপর ব্যক্তির প্রতিবেদন থেকে,

(vi) বিভিন্ন শিক্ষালয়ের বা গবেষণাগারের বার্ষিক বিবরণী থেকে।

এইসব সূত্রের মাধ্যমে আমরা যে তথ্য সংগ্রহ করি সেগুলিকে প্রাপ্তাংক বা স্কোর বলা হয় এবং এই প্রাপ্তাংক সংখ্যার মাধ্যমে প্রকাশ করা হয়। রাশিবিজ্ঞানে আমরা প্রাপ্তাংককে এককভাবে যেমন বিচার করি তেমনি দলগতভাবেও বিচার করি। ধরা যাক, কোন বিদ্যালয়ে একটি শ্রেণীতে 50 জন ছাত্র আছে। এই 50 জন ছাত্রের মধ্যে

একজন ছাত্রকে বলা হয় **ব্যক্তি** (**individual**) এবং 50 জনকে একত্রে বলা হয় **সমষ্টি বা দল** (**aggregate or group**)। অনেক ক্ষেত্রে এই দলকে বলা হয় **নমুনা দল** (**sample**) এবং যে বিশেষ বৈশিষ্ট্যের পরিমাপ করা হচ্ছে তাকে **সংলক্ষণ** (**trait**) বলা হয়।

গাণিতিক পরিভাষায় আমরা পরিমাপের জন্য যে প্রাপ্তাংক পাই, তাকে **চল** (**variable**) বলা হয়। অন্যভাবে বলা যায় যে, পরিবর্তনীয় যে কোন মানকে চল বলা হয়। যেমন, বুদ্ধির পরিমাপলব্ধ প্রাপ্তাংক, শিক্ষার্থীদের পরীক্ষার নম্বর কিংবা যে কোন অভীক্ষায় প্রাপ্ত মানকে চল (variable) বলা হয়। এখানে মনে রাখা আবশ্যক হয় যে, যে সব পর্যবেক্ষণলব্ধ তথ্যাবলীর বা প্রাপ্তাংকের মধ্যে পারস্পরিক পার্থক্য বা পরিবর্তনের সম্ভাবনা থাকে, তাকে চল বলা হয়। এরকম দু'টি চলের মধ্যে যখন আমরা পারস্পরিক সম্পর্ক বোঝাতে চাই, তখন তাদের মধ্যে একটিকে বলা হয় চলক (variate) এবং অপরটিকে বলা হয় চল (variable)। যখন একটি শিক্ষা-বিষয়ক অভীক্ষা ও মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষা একদল শিক্ষার্থীদের উপর প্রয়োগ করে দেখা যায় যে, উভয় অভীক্ষায় এই শিক্ষার্থীরা প্রায় একই প্রাপ্তাংক লাভ করে, তখন শিক্ষাবিষয়ক অভীক্ষার প্রাপ্তাংককে বলা হয় চল (variable) এবং মনোবৈজ্ঞানিক অভীক্ষার প্রাপ্তাংককে বলা হয় চলক (variate)।

পূর্বেই বলা হয়েছে যে, রাশিবিজ্ঞানের সাহায্য ছাড়া এই সকল প্রাপ্তাংকের বিচার বিশ্লেষণ করা এবং তাদের প্রকৃতিগত তাৎপর্য নির্ধারণ করা সম্ভব হয় না। সুতরাং তার জন্য এইসকল প্রাপ্তাংকগুলিকে সারিকরণের সাহায্যে সংক্ষিপ্ত আকারে প্রকাশ করা আবশ্যক হয়। এই প্রক্রিয়াকে **পরিসংখ্যা বিভাজন** বলা হয়। এখন প্রশ্ন হল—পরিসংখ্যা বলতে আমরা কি বুঝি? উত্তরে বলা যায় যে, কোন সংখ্যামানের পুনরাবৃত্তিকে পরিসংখ্যা (frequency) বলা হয়। যখন কোন সংখ্যামান একবার পাওয়া যায়, তখন তার পরিসংখ্যা এক হয়; যখন কোন সংখ্যা দুইবার পাওয়া যায়, তখন তার পরিসংখ্যা দুই হয়। নীচে প্রদত্ত উদাহরণের প্রাপ্তাংকগুলি থেকে দেখা যায় যে, 35 সংখ্যাটি 6 বার পাওয়া যায়। সুতরাং 35 সংখ্যার পরিসংখ্যা 6 হবে। পরিসংখ্যা বিভাজনের তাৎপর্য সংখ্যামানগুলির প্রসার থেকে পাওয়া যায়।

পরিসংখ্যা বিভাজনের প্রকারভেদ
(Types of Frequency Distribution)

পরিসংখ্যা বিভাজন দুইভাবে করা যায়। প্রথম প্রকার বিভাজনকে **'সরল পরিসংখ্যা বিভাজন'** এবং দ্বিতীয় প্রকার বিভাজনকে **"শ্রেণীবদ্ধ পরিসংখ্যা বিভাজন"** বলা হয়।

সরল পরিসংখ্যা বিভাজন (Simple Frequency distribution)— এই প্রকার পদ্ধতিতে চলকের বিভিন্নমান ও তাদের অনুরূপ পরিসংখ্যা স্বতন্ত্রভাবে প্রকাশ করা হয়। নীচের প্রদত্ত উদাহরণ থেকে এইরূপ বিভাজন স্পষ্টভাবে বোঝা যাবে।

উদাহরণ 1. কোন পরীক্ষা থেকে প্রাপ্ত 50 জন ছাত্রের নিম্ন প্রাপ্তাংকগুলির পরিসংখ্যা বিভাজন তৈরী কর (Construct frequency distribution with the following scores of 50 students obtained from an examination) :

51, 55, 43, 34, 36, 45, 35, 33, 39, 35, 51, 42, 33, 61, 59, 47, 41, 39, 37, 40, 41, 49, 57, 33, 35, 47, 51, 38, 31, 35, 39, 54, 57, 35, 38, 43, 59, 50, 41, 55, 35, 39, 47, 51, 59, 32, 39, 59, 50, 41 $(N=50)$

পরিসংখ্যা বিভাজন তৈরীর নিয়ম

সর্বপ্রথম আমরা সবচেয়ে কম এবং সবচেয়ে বড় প্রাপ্তাংক বের করে তাদের তলায় একটি করে দাগ বসাই। এই উদাহরণে সবচেয়ে কম সংখ্যা 31 এবং সবচেয়ে বড় সংখ্যা 61. যখন আমরা সংখ্যাগুলির পরিসংখ্যা বিভাজন তৈরী করতে চাই, তখন নীচে থেকে সবচেয়ে কম সংখ্যা লিখে পর পর বড় বড় সংখ্যা লেখা হয়, অর্থাৎ, 31→32→33→34→35→36→37→38→39→40→41 → 42 → 43 → (44 সংখ্যা কোন ছাত্র নাও পেতে পারে, সুতরাং এই সংখ্যার পরিসংখ্যা শূন্য লেখা হয়) 45→ (46 সংখ্যা কোন ছাত্র নাও পেতে পারে, সুতরাং এই সংখ্যার পরিসংখ্যা শূন্য লেখা হয়) 47→48→49→50→51→52→53→54→55→56→57→58→59→ (60 সংখ্যা কোন ছাত্র নাও পেতে পারে ; সুতরাং এই সংখ্যার পরিসংখ্যা শূন্য লেখা হয়)→61. এইসংখ্যাগুলিকে সারণীবদ্ধ করার পদ্ধতি সারণী 2.7 এ দেখানো হয়েছে। পরিসংখ্যা বিভাজন তৈরী করার জন্য আমরা এই প্রাপ্তাংকগুলিকে উপরগামী (ascending) কিংবা অধোগামী (des-ending) ক্রমে লিখি এবং প্রত্যেক সংখ্যার পুনরাবৃত্তি ঐ সংখ্যার সামনে লেখা হয়।

সারণী 2.7
প্রাপ্তাংকগুলির অবস্থান এবং তাদের পরিসংখ্যাসমূহ

প্রাপ্তাংক	পরিসংখ্যা	প্রাপ্তাংক	পরিসংখ্যা
61	1	45	1
60	0	44	0
59	5	43	2
58	2	42	1
57	2	41	4
56	1	40	1
55	2	39	4
54	1	38	2
53	1	37	1
52	1	36	1
51	2	35	5
50	2	34	1
49	1	33	1
48	1	32	1
47	2	31	1
46	0		
			N = 50

রাশিবিজ্ঞানে এই ধরনের সারণীর বিশেষ কোন গুরুত্ব নেই। কারণ এই সারণী পর্যবেক্ষণ ক'রে আমরা বিশেষ কোন রূপ তাৎপর্য নির্ণয় করতে পারি না। আমরা কি কখন চিন্তা করি যে, যখন আমাদের দশ হাজার টাকার গণনা করতে হয়, তখন আমাদের হাজার হাজার বা পাঁচ পাঁচ শত টাকার বাণ্ডিল তৈরী ক'রে গণনা করতে হয়, কিংবা যখন নিজের রোজগারের অর্থ গণনা করতে হয়, তখন এক এক টাকা, পাঁচ পাঁচ টাকা অথবা দশ দশ টাকা পৃথক পৃথক রেখে গণনা করতে হয়। এইরূপ কেন করি? এক সঙ্গে সব টাকা কেন গণনা ক'রে নি? এই প্রশ্নগুলির উত্তরে বলা যায় যে, কাজের সুবিধা, শুদ্ধতা এবং স্পষ্টতার জন্য এই প্রকার বিভিন্ন শ্রেণীতে ভাগ ক'রে নেওয়া হয়। পরিসংখ্যানীয় গণনার ক্ষেত্রে এই কথা সত্য। সারণী 2·7 দেখে কি আমরা সংখ্যাগুলি সম্বন্ধে কোন কিছু বলতে পারি? সম্ভবতঃ পারি না। এক্ষেত্রে এই প্রাপ্তাংকগুলিকে একই ভাবে দেখা হয়। এইভাবে টাকা বা রোজগারের অর্থ গণনা করার সময় বাণ্ডিল ক'রে রাখা হয়।

রাশিবিজ্ঞানের দৃষ্টিকোণ থেকে এই ধরনের সমস্যা সমাধানের জন্য অন্য আর এক প্রকার পদ্ধতি অবলম্বন করতে হয়। এই পদ্ধতিকে **'শ্রেণীবদ্ধ পরিসংখ্যা বিভাজন'** বলা হয়।

শ্রেণীবদ্ধ পরিসংখ্যা বিভাজন
(Grouped Frequency Distribution)

পূর্বের আলোচনা থেকে স্পষ্টই বোঝা যায় যে, সরল পরিসংখ্যা বিভাজন প্রক্রিয়ায় পরিসংখ্যা সারণী প্রস্তুতি ও সারণী হতে যথোপযুক্ত সিদ্ধান্ত করা সম্ভব হয়, যদি চলক অল্প কয়েকটি মান গ্রহণ করে। কিন্তু যেখানে চলক অধিক সংখ্যায় মান গ্রহণ করে, সেখানে উক্ত পদ্ধতিতে পরিসংখ্যা সারণী প্রস্তুতি একপ্রকার অসম্ভব হ'য়ে পড়ে। তাই চলক যখন অধিক সংখ্যায় মান গ্রহণ করে, তখন পরিসংখ্যা সারণীকে সংক্ষিপ্ত আকারে প্রকাশ করবার জন্য এবং সংগৃহীত রাশিতথ্যমালা সঠিকভাবে অনুধাবনের জন্য চলকের মানের প্রসারকে (range) কতকগুলি সসীম উপপ্রসারে (sub-range) বিভক্ত করা হয় ও রাশিতথ্যমালা এই উপপ্রসার অনুযায়ী শ্রেণীবদ্ধ করা হয়। এইভাবে শ্রেণীবদ্ধ পরিসংখ্যা বিভাজন প্রক্রিয়ায় চলকের মানগুলি কতকগুলি সসীম উপপ্রসারে শ্রেণীবদ্ধ করা হয় এবং শ্রেণীগুলির অনুরূপ পরিসংখ্যা দ্বারা প্রকাশ করা হয়। এখানে উল্লেখ করা যেতে পারে যে, শ্রেণীবদ্ধ পরিসংখ্যা বিভাজন সারণী হতে চলকের কোন একটি বিশেষ মানের পরিসংখ্যা জানা যায় না। পরিসংখ্যা বিভাজন সম্বন্ধে ভালভাবে জানতে হলে তার সঙ্গে সম্পর্কিত নিম্নলিখিত বিষয়গুলি সম্বন্ধে স্পষ্ট ধারণা থাকা প্রয়োজন—

॥ এক ॥ অবিচ্ছিন্ন ও বিচ্ছিন্ন চল (Continuous and discrete variables)

॥ দুই ॥ শ্রেণীবিভাগ বা শ্রেণীপ্রসার (Class interval)

॥ তিন ॥ শ্রেণী পরিসংখ্যা (Class frequency)
ও মোট পরিসংখ্যা (Total frequency)

॥ চার ॥ (ক) পরস্পর পৃথক (Mutually exclusive) শ্রেণীপ্রসার ; (খ) পরস্পর অন্তর্গত (Mutually inclusive) শ্রেণীপ্রসার

॥ পাঁচ ॥ শ্রেণীসীমা (Class limit) এবং শ্রেণীসীমানা (Class boundary)

॥ ছয় ॥ শ্রেণী প্রসারের দৈর্ঘ্য (Size or width of class interval)

॥ সাত ॥ মধ্যবিন্দু (Midpoint or class mark)

॥ আট ॥ শতকরা পরিসংখ্যা (Percentage frequency)

॥ নয় ॥ পরিসংখ্যা ঘনত্ব (Frequency density)

॥ এক ॥ **অবিচ্ছিন্ন ও বিচ্ছিন্ন চল (Continuous and discrete variables)**—কোন চলের সংগৃহীত বিভিন্ন মানগুলি যদি একটি নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে থাকে, তাহলে ঐ সীমাকে চলের **প্রসার (range)** বলা হয়। যেমন, কোন শ্রেণীর ছাত্রদের ওজনের বিভিন্ন মানগুলি যদি 40 কিলোগ্রাম থেকে 90 কিলোগ্রামের মধ্যে থাকে, তাহলে ছাত্রদের ওজনের প্রসার হবে (90—40) কি: গ্রা: বা 50 কি: গ্রা:। কোন নির্দিষ্ট এককে চলের প্রসার হ'ল চলের সম্ভাব্য বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম মান দু'টির

অন্তরফল। যদি একটি চলক এমন হয় যে, একটি নির্দিষ্ট প্রসারের অন্তবর্তী যে কোন মান চলটি গ্রহণ করতে সক্ষম, তাহলে চলটিকে **অবিচ্ছিন্ন চল** (continuous variable) নামে অভিহিত করা হয়। উপরের উদাহরণের শ্রেণীর কোন একজন ছাত্রের ওজন 40 কিঃ গ্রাঃ বা 41·5 কিঃ গ্রাঃ বা 46·3 কিঃ গ্রাঃ বা 50 কিঃ গ্রাঃ বা 55·2 কিঃ গ্রাঃ এর মধ্যে যে কোন সংখ্যা হতে পারে। অন্যভাবে বলা যায় যে, অবিচ্ছিন্ন চলের অসংখ্য মান থাকা সম্ভব। ওজন, উচ্চতা, তাপমাত্রা, ঘনত্ব, আয়তন প্রভৃতি অবিচ্ছিন্ন চলের দৃষ্টান্ত। কিন্তু কোন চল যদি এমন হয় যে, তা কেবল কয়েকটি বিচ্ছিন্ন মান গ্রহণ করতে সক্ষম হয়, তাহলে সেক্ষেত্রে তাকে **বিচ্ছিন্ন চল** (discrete variable) বলা হবে। ক্রিকেট খেলার রাণ সংখ্যা, ফুটবল খেলার গোলসংখ্যা, একটি নির্দিষ্ট স্থানের শিশুসংখ্যা, নির্দিষ্ট স্থানে ও সময়ে দুর্ঘটনার সংখ্যা প্রভৃতি বিচ্ছিন্ন চলের দৃষ্টান্ত। এই প্রসঙ্গে বলা যায় যে, মাপনির দ্বারা নির্ণীত চলকের মান অবিচ্ছিন্ন হয়। কিন্তু গণনার দ্বারা নির্ণীত চলের মান বিচ্ছিন্ন হয়। ওজন, উচ্চতা, তাপমাত্রা প্রভৃতি মেপে নির্ণয় করতে হয়, অপর পক্ষে গোলসংখ্যা, শিশুসংখ্যা প্রভৃতি গণনার দ্বারা পাওয়া যায়।

॥ **দুই** ॥ **শ্রেণীবিভাগ বা শ্রেণীবিস্তার** (Class interval)—যদি চল অবিচ্ছিন্ন হয় অথবা বিচ্ছিন্ন চল অধিক সংখ্যক মান গ্রহণ ক'রে, তাহলে চলের মানের বিস্তারকে কয়েকটি সসীম উপবিস্তারে বিভক্ত ক'রে শ্রেণীবদ্ধ পরিসংখ্যা বিভাজন প্রক্রিয়ায় প্রকাশ করা হয়। এইরূপ ক্ষেত্রে চলের উপবিস্তারকে শ্রেণীবিভাগ বা শ্রেণীবিস্তার বলে। যখন কোন শ্রেণীর এক প্রান্তের মান অমুক্ত থাকে, তখন তাকে **মুক্ত প্রান্ত শ্রেণী** (Open end class) বলা হয়। কোন পরিসংখ্যা বিভাজনে একটি বা দু'টি মুক্ত প্রান্ত শ্রেণী থাকতে পারে। শ্রেণী বিভাগ করার পূর্বে শ্রেণী সংখ্যা নির্ণয় করতে হয় এবং এই নির্ণয়করণে প্রসার (Range) নির্ধারণের আবশ্যক হয়। নিম্নলিখিত সূত্রগুলির সাহায্যে প্রসার এবং শ্রেণী বিভাগের সংখ্যা নির্ণয় করা হয়।

প্রসার = উচ্চতম সংখ্যা — নিম্নতম সংখ্যা

(Range = Highest score—Lowest score)

$$\text{শ্রেণী সংখ্যা} = \frac{\text{প্রসার (Range)}}{\text{শ্রেণীর বিস্তার (Length of class interval)}} + 1$$

এখানে উল্লেখ করা যায় যে, সাধারণতঃ শ্রেণী সংখ্যা 5 এর কম এবং 15 এর বেশী না হওয়া উচিত। অধিকাংশ পরিসংখ্যানবিদদের অভিমত হল যে, শ্রেণী সংখ্যা 10 রাখলে পরিণামে গণনায় শুদ্ধতা পাওয়া যায়। শ্রেণীবিভাগের সাহায্যে শ্রেণীবদ্ধ পরিসংখ্যা বিভাজন প্রকাশের বিভিন্ন পদ্ধতি প্রচলিত আছে। নীচে কয়েকটি উদাহরণ দেওয়া হল—

সারণী 2.8 (ক)
100 জন ছাত্রের প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের পরিসংখ্যা বিভাজন

প্রাপ্তাংকের শ্রেণীবিভাগ (চল)	ছাত্রসংখ্যা (পরিসংখ্যা)
0—9	2
10—19	7
20—29	16
30—39	30
40—49	20
50—59	18
60—69	5
70—79	2
মোট	100

সারণী 2.8 (খ)
100 জন ছাত্রের প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের পরিসংখ্যা বিভাজন

প্রাপ্তাংকের শ্রেণীবিভাগ (চল)	ছাত্রসংখ্যা (পরিসংখ্যা)
0—10	2
10—20	7
20—30	16
30—40	30
40—50	20
50—60	18
60—70	5
70—80	2
মোট	100

সারণী 2.8 (গ)
100 জন ছাত্রের প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের পরিসংখ্যা বিভাজন

প্রাপ্তাংকের শ্রেণীবিভাগ (চল)	ছাত্রসংখ্যা (পরিসংখ্যা)
0 এবং 10 এর কম	2
10 ,, 20 ,, ,,	7
20 ,, 30 ,, ,,	16
30 ,, 40 ,, ,,	30
40 ,, 50 ,, ,,	20
50 ,, 60 ,, ,,	18
60 ,, 70 ,, ,,	5
70 ,, 80 ,, ,,	2
মোট	100

সারণী 2.8 (ঘ)
100 জন ছাত্রের প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের পরিসংখ্যা বিভাজন

প্রাপ্তাংকের শ্রেণীবিভাগ (চল)	ছাত্রসংখ্যা (পরিসংখ্যা)
10 এর কম	2
10—19	7
20—29	16
30—39	30
40—49	20
50—59	18
60—69	5
70 এবং উর্ধ্বে	2
মোট	100

সারণী 2.8 (ঙ)
100 জন ছাত্রের প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের
পরিসংখ্যা বিভাজন

প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের শ্রেণীবিভাগ (চল)	ছাত্রসংখ্যা (পরিসংখ্যা)
0— 8	2
8—18	6
18—24	11
24—33	17
33—43	24
43—54	20
54—62	14
62—71	5
71—80	1
মোট	100

সারণী 2.8 (ক) এ শ্রেণীগুলি পরস্পর পৃথক এবং প্রতিটি শ্রেণীর প্রান্তীয় মানদ্বয় ঐ শ্রেণীর অন্তর্গত। সাধারণতঃ বিচ্ছিন্ন চলের বিভিন্ন মানের পরিসংখ্যা বিভাজন এই পদ্ধতি অবলম্বন ক'রে করা হয়। তবে অবিচ্ছিন্ন চলের ক্ষেত্রেও এই পদ্ধতিতে চলের মানগুলি শ্রেণীবদ্ধ করা হয় ; কিন্তু এক্ষেত্রে প্রথম হতে শ্রেণীগুলির প্রান্তীয় মান 0·5 থেকে 9·5, 9·5 থেকে 19·5, 19·5 থেকে 29·5……এইভাবে ধরতে হয় এবং চলের 0·5 থেকে 9·5 এর কম যে কোন মান প্রথম শ্রেণীর, 9·5 থেকে 19·5 এর কম যে কোন মান দ্বিতীয় শ্রেণীর, প্রভৃতির অন্তর্ভুক্ত ধরা হয়।

সারণী 2.8 (খ) এ পরিসংখ্যা বিভাজন প্রক্রিয়ার শ্রেণীগুলি পরস্পর পৃথক নয়। যদি চলের মান 10 হয়, তাহলে তা যে প্রথম বা দ্বিতীয় শ্রেণীর অন্তর্ভুক্ত হবে তা ঠিক করা দুরূহ হয়। কোন সঠিক নিয়ম না থাকায় কখনও কখনও ইহা প্রথম শ্রেণীর, আবার কখনও দ্বিতীয় শ্রেণীর অন্তর্ভুক্ত করা হয়। এখানে 10-কে দ্বিতীয় শ্রেণীর, 20-কে তৃতীয় শ্রেণীর, প্রভৃতির অন্তর্গত করা হয়েছে।

সারণী 2.8 (গ) এ অবিচ্ছিন্ন চলের মানগুলিকে শ্রেণীবিভাগের মাধ্যমে পরিসংখ্যা বিভাজনের সর্বাপেক্ষা প্রকৃষ্ট পদ্ধতি হিসাবে দেখানো হয়েছে। এই পদ্ধতিতে চলের কোন্ মান কোন্ শ্রেণীর অন্তর্ভুক্ত হবে তা নির্ধারণ করতে কোন অসুবিধা হয় না।

সারণী 2.8 (ঘ) এ পরিসংখ্যা বিভাজনে প্রথম ও শেষ শ্রেণী দু'টি মুক্ত শ্রেণী। এই ধরনের পদ্ধতিতে পরিসংখ্যা বিভাজনের ব্যাপক প্রয়োগ নেই। যখন চলের

প্রান্তীয় মানের সংখ্যা মধ্যবর্তী মানের সংখ্যার তুলনায় খুবই কম হয়, তখন কখন কখন এইরূপ বিভাজন ব্যবহার করা হয়।

সারণী 2.8 (ক) থেকে সারণী 2.8 (ঘ) পর্যন্ত পরিসংখ্যা বিভাজনের প্রতিটি শ্রেণীর প্রসার সমান; কিন্তু সারণী 2.8 (ঙ) তে শ্রেণীগুলির প্রসার ভিন্ন ভিন্ন। এই পদ্ধতিতে পরিসংখ্যা বিভাজন না করাই উচিত।

॥ তিন ॥ **শ্রেণী পরিসংখ্যা ও মোট পরিসংখ্যা (Class frequency and Total frequency)**—যখন চলের যতগুলি মান কোন একটি শ্রেণীর অন্তর্গত হয়, তখন সেই সংখ্যাকেই তার পরিসংখ্যা বলা হয়। সারণী 2.8 (ক) এ 0 থেকে 9 শ্রেণীবিভাগের পরিসংখ্যা 2, 10 থেকে 19 এর পরিসংখ্যা 7 প্রভৃতি। সব কয়টি শ্রেণীবিভাগের পরিসংখ্যার সমষ্টিকে মোট পরিসংখ্যা বলে। সারণী 2.8 (ক) হ'তে সারণী 2.8 (ঙ) পর্যন্ত মোট পরিসংখ্যা হ'ল 100।

॥ চার ॥ (ক) **পরস্পর পৃথক (Mutually exclusive) শ্রেণী প্রসার**—শ্রেণীবদ্ধ বিভাজন প্রক্রিয়ায় যদি শ্রেণী প্রসারগুলি এইরূপ হয় যে, চলের কোন মানই শ্রেণীপ্রসারের কোন প্রান্তীয় মানের সঙ্গে ঠিক সমান না হয়, তাহলে শ্রেণী বিভাগকরণ পদ্ধতিকে পরস্পর পৃথক শ্রেণী প্রসার বলা হবে। সারণী 2.8 (গ)-এর শ্রেণীপ্রসার পরস্পর পৃথক।

(খ) **পরস্পর অন্তর্গত (Mutually inclusive) শ্রেণীপ্রসার**—শ্রেণীবদ্ধ বিভাজন প্রক্রিয়ায় যদি শ্রেণীপ্রসারগুলি এইরূপ হয় যে, চলের কোন মান শ্রেণী-প্রসারের কোন প্রান্তীয় মানের সংগে ঠিক সমান হয়, তাহলে শ্রেণীবিভাগকরণ পদ্ধতিকে পরস্পর অন্তর্গত শ্রেণীপ্রসার বলা হবে। সারণী 2.8 (ক)-এর শ্রেণীপ্রসার পরস্পর অন্তর্গত।

উপরি লিখিত দু'টি শ্রেণী প্রসারের মধ্যে মনোবিজ্ঞান এবং শিক্ষাবিজ্ঞানের ক্ষেত্রে পরস্পর অন্তর্গত শ্রেণীপ্রসারের প্রয়োগ অধিক পরিমাণে করা হ'য়ে থাকে। কারণ পরস্পর পৃথক শ্রেণী প্রসারের ক্ষেত্রে সাধারণতঃ ত্রুটির সম্ভাবনা থাকে যার সম্ভাবনা পরস্পর অন্তর্গত শ্রেণীপ্রসারের ক্ষেত্রে থাকে না।

॥ পাঁচ ॥ **শ্রেণীসীমা (Class limit) এবং শ্রেণীসীমানা (Class boundary)**—শ্রেণীবদ্ধ পরিসংখ্যা বিভাজন প্রক্রিয়ায় শ্রেণীবিভাগ এক জোড়া সংখ্যার দ্বারা প্রকাশ করা হয়। শ্রেণীবিভাগের সীমা প্রকাশ করতে এইরূপ দু'টি সংখ্যার প্রয়োজন হয় তাদের **শ্রেণীসীমা** বলে; কোন শ্রেণীর নিম্নপ্রান্তীয় মানকে **নিম্ন শ্রেণী সীমা (Lower class limit)** এবং ঊর্ধ্ব প্রান্তীয় মানকে শ্রেণীটির **ঊর্ধ্ব শ্রেণী সীমা (Upper class limit)** বলে। 2.8 (ক) সারণীতে 0 থেকে 9 শ্রেণীবিভাগের শ্রেণীসীমা যথাক্রমে 0 এবং 9; 2.8 (গ) সারণীতে 10 এবং 20-এর কম শ্রেণীপ্রসারের সীমা যথাক্রমে 10 এবং 20।

এখানে লক্ষ্য করা যায় যে, পরস্পর পৃথক শ্রেণী বিভাগের ক্ষেত্রে কোন শ্রেণী-বিভাগের ঊর্ধ্ব প্রান্তসীমা পরবর্তী শ্রেণীবিভাগের নিম্ন প্রান্তসীমার সমান হয় না।

এইজন্য পরস্পর পৃথক শ্রেণীবিভাগের সাহায্যে অবিচ্ছিন্ন চলের শ্রেণীবদ্ধ পরিসংখ্যা বিভাজনে চলের মান কোন্ এককে প্রদত্ত তা লক্ষ্য করতে হয়। উদাহরণস্বরূপ সারণী 2.8 (ক) দ্রষ্টব্য।

এখানে বলা যায় যে, শ্রেণীবিভাগসমূহ পরস্পর পৃথক না হ'লে শ্রেণীসীমা ও শ্রেণীসীমানার মধ্যে কোন প্রভেদ থাকে না। প্রকৃত অর্থে কোন শ্রেণীবিভাগের শ্রেণী-সীমানাই তার যথার্থ শ্রেণীসীমা। সারণী 2.8 (খ)-এর শ্রেণীসীমা ও শ্রেণীসীমানা অভিন্ন। পরস্পর পৃথক শ্রেণীবিভাগের ক্ষেত্রে কোন শ্রেণীবিভাগের নিম্নশ্রেণী সীমানা (**lower class boundary**) = নিম্ন শ্রেণীসীমা $-\frac{1}{2}$ **D** এবং উর্ধ্ব শ্রেণীসীমা (**upper class boundary**) = উর্ধ্বশ্রেণী সীমা $+\frac{1}{2}$ **D**, এখানে **D** = শ্রেণীবিভাগের উধ্বর্সীমা এবং পরবর্তী শ্রেণীবিভাগের নিম্নসীমার ধনাত্মক অন্তর। সারণী 2.9-এ একটি অবিচ্ছিন্ন চলের শ্রেণীবদ্ধ পরিসংখ্যা বিভাজনে শ্রেণীবিভাগের নিম্ন ও উধ্বর্ শ্রেণী-সীমা এবং শ্রেণীসীমানা দেখানো হয়েছে।

সারণী 2.9

একটি অবিচ্ছিন্ন চলের শ্রেণীবদ্ধ পরিসংখ্যা বিভাজন

শ্রেণী বিভাগ	শ্রেণী পরিসংখ্যা (f)	মধ্য বিন্দু	শ্রেণী সীমা		শ্রেণী সীমানা		শ্রেণী প্রসারের দৈর্ঘ্য (i)	পরি-সংখ্যার ঘনত্ব (f/i)	শতকরা পরিসংখ্যা $\frac{f}{N}\times 100\%$
			নিম্ন	উধ্বর্	নিম্ন	উধ্বর্			
15—16	50	15·5	15	16	14·5	16·5	2	25·0	7·14%
17—18	130	17·5	17	18	16·5	18 5	2	65·0	18·57%
19—21	140	20·0	19	21	18 5	21 5	3	46·7	20 00%
22—25	110	23·5	22	25	21·5	25·5	4	27·5	15·71%
26—30	100	28·0	26	30	25·5	30·5	5	20·0	14·28%
31—35	90	33·0	31	35	30 5	35·5	5	18 0	12·85%
36—40	80	38·0	36	40	35·5	40 5	5	16·0	11·42%
	N=700								99·97%

এই সারণীর বিভাজনে 15—16 শ্রেণীবিভাগের উধ্বর্ শ্রেণীসীমা = 16 এবং পরবর্তী শ্রেণীবিভাগের (অর্থাৎ 17—18 এর) নিম্নসীমা = 17.

∴ D = 16 এবং 17 ধনাত্মক অন্তর = 1

সুতরাং 15—16 শ্রেণীবিভাগের নিম্ন শ্রেণীসীমানা = $15-\frac{1}{2}\times 1 = 14{\cdot}5$

এবং 15 – 16 শ্রেণীবিভাগের উর্ধ্ব শ্রেণীসীমানা = $16+\frac{1}{2}\times 1 = 16.5$

পরিসংখ্যান বিষয়ক তথ্যের লৈখিক উপস্থাপনায় কিংবা তথ্যসমূহের বিশ্লেষণের জন্য গণনা কার্যে শ্রেণীসীমানা ব্যবহার করতে হয়।

॥ ছয় ॥ **শ্রেণীবিভাগের দৈর্ঘ্য (Size or width of class interval) :** কোন শ্রেণীবিভাগের উর্ধ্ব ও নিম্ন শ্রেণীসীমানার অন্তর ফলকে তার দৈর্ঘ্য বলা হয়। 2.8 (খ) সারণীতে 0 হতে 10 শ্রেণীপ্রসারের দৈর্ঘ্য হ'ল 10. সারণী 2.8 (ক) এ 20 হ'তে 19 শ্রেণীবিভাগের দৈর্ঘ্য = 19·5 − 9·5 = 10, কারণ এই সারণীতে শ্রেণী-বিভাগের শ্রেণীসীমানা যথাক্রমে 9·5 এবং 19·5। পরিসংখ্যা বিভাজনে শ্রেণীপ্রসারের দৈর্ঘ্য সমান হওয়াই উচিত ; কারণ এক্ষেত্রে রাশিতথ্যমালার তাৎপর্য অনুধাবন করা সহজ হয়। যদি শ্রেণীপ্রসারের দৈর্ঘ্য সমান হয়, তাহলে পর পর দু'টি নিম্ন শ্রেণী-সীমানা বা পর পর দু'টি উর্ধ্ব শ্রেণীসীমানার অন্তরফল হতেও শ্রেণীপ্রসারের দৈর্ঘ্য পাওয়া যায়। এই পদ্ধতিতে 2.8 (ক) সারণীর শ্রেণীপ্রসারের দৈর্ঘ্য = 9.5 − (−·5) = 10 (নিম্ন শ্রেণীসীমানার অন্তর) এবং 19·5 − 9·5 = 10 (উর্ধ্ব শ্রেণী-সীমানার অন্তর)।

॥ সাত ॥ **মধ্যবিন্দু (Midpoint) :** কোন শ্রেণীবিভাগের ঠিক মধ্যমানকে শ্রেণীর মধ্যবিন্দু বলা হয়। দু'টি শ্রেণীসীমার গড় হ'ল মধ্যবিন্দু। 2 8 (ক) সারণীতে 0 হ'তে 9 শ্রেণীবিভাগের মধ্যবিন্দু $\frac{0+9}{2} = 4·5$. আবার 2.8 (খ) সারণীতে 0 হ'তে 10 শ্রেণীবিভাগের মধ্যবিন্দু $= \frac{0+10}{2} = 5$. যে কোন শ্রেণীবিভাগের মধ্যবিন্দু পেতে হ'লে নিম্নশ্রেণী সীমানার সংগে শ্রেণীপ্রসারের দৈর্ঘ্যের অর্ধাংশ যোগ করলেও চলে।

॥ আট ॥ **শতকরা পরিসংখ্যা (Percentage frequency) :** শ্রেণী-বিভাগের পরিসংখ্যাকে যদি শতকের হিসাবে প্রকাশ করা হয়, তাহলে তাকে শতকরা পরিসংখ্যা বলে। শতকরা পরিসংখ্যা নির্ণয়ের সূত্রটি নিম্নরূপ :

$$\text{কোন শ্রেণীবিভাগের শতকরা পরিসংখ্যা} = \frac{\text{শ্রেণীবিভাগের পরিসংখ্যা}}{\text{মোট পরিসংখ্যা}} \times 100\%$$

2.8 (ক) সারণীতে 30 হ'তে 39 শ্রেণীবিভাগের শতকরা পরিসংখ্যা $= \frac{30}{100} \times 100\%$ $= 30\%$

॥ নয় ॥ **পরিসংখ্যা ঘনত্ব (Frequency density) :** কোন বিভাগের প্রতি একক শ্রেণী দৈর্ঘ্যের পরিসংখ্যাকে শ্রেণীটির পরিসংখ্যা ঘনত্ব বলে। পরিসংখ্যা

$$\text{ঘনত্ব} = \frac{\text{শ্রেণীবিভাগের পরিসংখ্যা}}{\text{শ্রেণীপ্রসারের দৈর্ঘ্য}}$$

উদাহরণস্বরূপ, 2.8 (খ) সারণীতে 40 হ'তে 50 শ্রেণীবিভাগের পরিসংখ্যা ঘনত্ব $= \frac{20}{10} = 2·0$.

2.9 সারণীতে একটি অবিচ্ছিন্ন চলের (Continuous variable) বিভাজনে শ্রেণীসীমা (class limits), শ্রেণীসীমানা (class bourdaries), মধ্যবিন্দু (Mid-point), শ্রেণী পরিসংখ্যা (class frequency), শ্রেণীপ্রসারের দৈর্ঘ্য (width of class interval), পরিসংখ্যা ঘনত্ব (Frequency density) এবং শতকরা পরিসংখ্যা (Percentage frequency) দেখান হয়েছে।

অবিন্যস্ত রাশিতথ্যমালার পরিসংখ্যা সারণী প্রস্তুতির নিয়মাবলী (Rules for forming frequency distribution table from unclassified data)

অবিন্যস্ত রাশিতথ্যমালার পরিসংখ্যা সারণী প্রস্তুতির প্রশ্নে নিম্নলিখিত বিভিন্ন বিষয়ের উল্লেখ থাকতে পারে—

(ক) শ্রেণীবিভাগসমূহ

(খ) কতগুলি শ্রেণীবিভাগের মাধ্যমে পরিসংখ্যা বিভাজন করতে হবে তার সংখ্যা (অর্থাৎ শ্রেণীসংখ্যা)

(গ) শ্রেণীপ্রসারের দৈর্ঘ্য

(ঘ) প্রশ্নে কোন কিছুর অনুল্লেখ

উপরিলিখিত যে কোন ক্ষেত্রে অবিন্যস্ত রাশিতথ্যমালার পরিসংখ্যা বিভাজনের সারণী প্রস্তুতি সাধারণতঃ **টালি বা দণ্ড চিহ্ন** (Tally mark) পদ্ধতিতে করা হয়। কিভাবে টালি চিহ্ন পদ্ধতিতে বিভিন্ন ক্ষেত্রে পরিসংখ্যা বিভাজনের সারণী তৈরী করা হয় তা সঠিকভাবে বোঝার জন্য নিম্নলিখিত উদাহরণ দেওয়া হ'ল।

উদাহরণ 1. একটি বিদ্যালয়ে নবম শ্রেণীর ছাত্রদের গণিতের পরীক্ষায় প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক (Raw score) নীচে দেওয়া হ'ল :

10	28	21	34	18	27	33	33	28	39
51	37	20	33	26	40	16	22	36	44
55	19	29	21	42	34	15	47	58	32
25	41	35	36	29	29	19	27	24	21
46	14	16	17	25	15	46	27	27	33

(i) নিম্নলিখিত বিভিন্ন ক্ষেত্রে উপরিলিখিত রাশিতথ্যমালার পরিসংখ্যা বিভাজনের সারণী তৈরী কর :

(1) 10 হতে 15, 15 হতে 20 প্রভৃতি শ্রেণীবিভাগ ধরে

(2) 9·5 হতে 13·5, 13·5 হতে 17·5 প্রভৃতি শ্রেণীবিভাগ ধরে

(3) 10 হতে 14, 15 হতে 19 প্রভৃতি শ্রেণীবিভাগ ধরে

(4) 10টি শ্রেণীবিভাগের দ্বারা

(ii) উপরিলিখিত রাশিতথ্যমালার একটি পরিসংখ্যা বিভাজন সারণী তৈরী কর।

সমাধান : (i)

(1) যখন শ্রেণীবিভাগগুলি যথাক্রমে 10—15, 15—20, 20—25 প্রভৃতি হয়, তখন প্রদত্ত রাশিতথ্যমালার পরিসংখ্যা সারণীটি নিম্নরূপ হবে।

সারণী 2.10

50 জন ছাত্রের গণিতের পরীক্ষা ফলের পরিসংখ্যা বিভাজন

পরীক্ষা ফলের শ্রেণীবিভাগ	টালি চিহ্ন	ছাত্রের সংখ্যা (পরিসংখ্যা)
10—15	////	4
15—20	~~////~~ //	7
20—25	~~////~~ ///	8
25—30	~~////~~ ////	9
30—35	~~////~~ ///	8
35—40	~~////~~	5
40—45	////	4
45—50	///	3
50—55	//	2
মোট		50

॥ **পদ্ধতি** ॥ এখানে পরীক্ষা ফলের শ্রেণীবিভাগগুলি দেওয়া আছে। প্রথমে পরীক্ষা ফলের শ্রেণীবিভাগের স্তম্ভে শ্রেণীগুলি পরপর লিখতে হয় যতক্ষণ না রাশিতথ্যমালার বৃহত্তম মানে (এখানে 55) পৌছানো যায় কিংবা বৃহত্তম মানটি অতিক্রান্ত হয়। অতঃপর শ্রেণী পরিসংখ্যা নির্ণয়ের জন্য প্রদত্ত রাশিতথ্যমালার প্রত্যেকটি রাশি যে যে শ্রেণীবিভাগের অন্তর্গত তা লক্ষ্য করে টালি চিহ্ন স্তম্ভে সেই সেই শ্রেণীবিভাগের লাইন বরাবর সামান্য তির্যকভাবে উল্লম্ব রেখা (/) টানতে হয়। এইরূপ তির্যকভাবে উল্লম্ব রেখাকেই **টালি চিহ্ন** বলা হয়। যখন কোন একটি শ্রেণীবিভাগে পরপর টালি চিহ্নের সংখ্যা চার হয় তখন পঞ্চম টালি চিহ্নটি এমনভাবে দেখানো হয়, যাতে ঐ চিহ্নটি অপর চারটি টালি চিহ্নকে কোণাকুণিভাবে ছেদ করে। প্রতি পাঁচটি টালি চিহ্নের এক একটি গুচ্ছ তৈরী করা হয়। কোন একটি শ্রেণীবিভাগে টালি চিহ্নের মোট সংখ্যা শ্রেণীবিভাগটির পরিসংখ্যার সূচক। উদাহরণস্বরূপ, 25—30 শ্রেণীবিভাগে টালি চিহ্নের সংখ্যা 9 ; সেইজন্য ঐ শ্রেণীবিভাগের ছাত্রসংখ্যা বা পরিসংখ্যা 9, যা তৃতীয় স্তম্ভে দেখানো হয়েছে। এখানে উল্লেখ করা যেতে পারে যে, যেখানে পর পর দু'টি শ্রেণীবিভাগে ঊর্ধ্ব এবং নিম্ন সীমাতে একই প্রকার সংখ্যা থাকে, যেমন, 20—25 এবং 25—30, সেখানে যদি সংখ্যা 25-কে কেন্দ্র ক'রে টালি চিহ্ন বসাতে হয়, তাহলে প্রথম বা দ্বিতীয় যে কোন একটি নির্দিষ্ট শ্রেণীবিভাগে ঐ সংখ্যা নির্দেশক টালি চিহ্ন বসাতে হবে এবং এই নিয়মটি সাধারণতঃ অন্যান্য ক্ষেত্রে অনুসরণ করা বাঞ্ছনীয়।

(2) এই ক্ষেত্রে যখন শ্রেণীবিভাগগুলি যথাক্রমে 9·5—13 5, 13·5—17·5 প্রভৃতি হয়, তখন প্রদত্ত রাশিতথ্যমালার পরিসংখ্যা সারণীটি নিম্নরূপ হবে।

সারণী 2.11

50 জন ছাত্রের গণিতের পরীক্ষা ফলের পরিসংখ্যা বিভাজন

পরীক্ষা ফলের শ্রেণীবিভাগ	টালি চিহ্ন	ছাত্রের সংখ্যা (পরিসংখ্যা)
9·5—13·5	/	1
13·5—17·5	𝍸 /	6
17·5—21·5	𝍸 //	7
21 5—25·5	////	4
25·5—29 5	𝍸 𝍸	10
29·5—33·5	𝍸	5
33·5—37 6	𝍸 /	6
37·5—41·5	////	4
41·5—45·5	//	2
45·5—49 5	///	3
49·5—53·5	/	1
53·5—57·5	/	1
মোট		50

॥ পদ্ধতি ॥ এই পরিসংখ্যা বিভাজনের সারণীটি পূর্বোল্লেখিত উদাহরণের নিয়ম অনুসারে তৈরী করা হয়েছে। পূর্বের উদাহরণের সংগে এই উদাহরণের পার্থক্য হ'ল যে, এখানে শ্রেণীবিভাগ শ্রেণীসীমানা (class boundary) অনুসারে করা হয়েছে, কিন্তু পূর্বের শ্রেণীবিভাগ শ্রেণীসীমা (class limit) অনুযায়ী করা হয়েছে এবং পরস্পর পৃথক (mutually exclusive) শ্রেণীবিভাগ প্রক্রিয়ার নিয়মও এখানে অনুসৃত হয়েছে।

(3) এখানে শ্রেণীবিন্যাসগুলি যথাক্রমে 10—14, 15—19 প্রভৃতি ধরে প্রদত্ত রাশিতথ্যমালার পরিসংখ্যা সারণী তৈরী করা হয়েছে। শ্রেণীবিন্যাসগুলি নিম্নগামী ক্রম (descending series) অনুসারে করা হয়েছে।

সারণী 2.12

50 জন ছাত্রের গণিতের পরীক্ষা ফলের পরিসংখ্যা বিভাজন

পরীক্ষা ফলের শ্রেণীবিভাগ	টালি চিহ্ন	ছাত্রের সংখ্যা (পরিসংখ্যা)
10 - 14	//	2
15—19	//// ///	8
20—24	//// /	6
25 - 29	//// //// //	12
30 - 34	//// //	7
35 -39	//// /	6
40 —44	////	4
45—49	///	3
50 - 54	/	1
55 —59	/	1
মোট		50

॥ **পদ্ধতি** ॥ এই পরিসংখ্যা বিভাজনের সারণীটি পূর্বের উদাহরণ দু'টির সারণী তৈরী করার নিয়মানুসারে প্রস্তুত করা হয়েছে। এখানে শ্রেণীবদ্ধ বিভাগটির পরস্পর অন্তর্গত (mutually inclusive) প্রক্রিয়ার নিয়ম অনুযায়ী করা হয়েছে। শ্রেণীবিভাগটি নিম্নগামী ক্রমে (descending series) সাজানো হয়েছে।

(4) এই ক্ষেত্রে প্রদত্ত রাশিতথ্যমালার 10টি শ্রেণীবিভাগের পরিসংখ্যা সারণী তৈরী করতে হবে। এইরূপ শর্তে প্রথমে রাশিতথ্যমালার প্রসার (range) নির্ণয় করতে হয়। প্রদত্ত রাশিতথ্যমালার বৃহত্তম রাশির মান = 55 এবং ক্ষুদ্রতম রাশির মান = 10

সুতরাং রাশিতথ্যমালার প্রসার = 55—10 = 45. এখন যদি এই প্রসারকে শ্রেণী সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা হয়, তাহলে শ্রেণীপ্রসারের দৈর্ঘ্য $= \frac{\text{রাশিতথ্যমালার প্রসার}}{\text{শ্রেণী সংখ্যা}}$

$$= \frac{45}{10} = 4{\cdot}5 = 5 \text{ (প্রায়)}$$

শ্রেণীপ্রসারে দৈর্ঘ্য 5 ধরলে উপরগামী ক্রম (ascending series) অনুসারে শ্রেণীবিভাগগুলি হবে 55—59, 50—54, 45 – 49 ইত্যাদি। বিভাগগুলি নির্ণীত হলে আমরা পূর্বের নিয়মে প্রদত্ত রাশিতথ্যমালার পরিসংখ্যা সারণী পেতে পারি।

সারণী 2.13

50 জন ছাত্রের গণিতের পরীক্ষা ফলের পরিসংখ্যা বিভাজন

পরীক্ষা ফলের শ্রেণীবিভাগ	টালি চিহ্ন	ছাত্রের সংখ্যা (পরিসংখ্যা)
55—59	/	1
50— 54	/	1
45— 49	///	3
40— 44	////	4
35—39	~~////~~ /	6
30—34	~~////~~ //	7
25—29	~~////~~ ~~////~~ //	12
20—24	~~////~~ /	6
15—19	~~////~~ ///	8
10— 14	//	2
মোট		50

(ii) এক্ষেত্রে কোন শর্তের উল্লেখ না ক'রে শুধু পরিসংখ্যা বিভাজন সারণী তৈরীর কথা বলা হয়েছে। এইরূপ ক্ষেত্রে যথেষ্ট সাবধানতার সংগে শ্রেণীবিভাগের সংখ্যা ঠিক করতে হয়। যদি রাশিতথ্যমালাকে অল্প সংখ্যক শ্রেণীবিভাগে বিভক্ত ক'রে পরিসংখ্যা বিভাজন করা হয়, তাহলে রাশিতথ্যমালার সঠিক তাৎপর্য নির্ণয় সম্ভব হবে ; আবার খুব বেশী সংখ্যক শ্রেণীবিভাগের মাধ্যমে পরিসংখ্যা বিভাজন করলে তা সংক্ষিপ্ত আকারে প্রকাশ করবার বাস্তব প্রচেষ্টাই ব্যর্থ হবে। তাই কোন বাঁধাধরা নিয়ম না থাকলেও শ্রেণীবিভাগের সংখ্যা সাধারণতঃ 8 হতে 15-এর মধ্যে এবং শ্রেণীপ্রসারের দৈর্ঘ্য সমান রাখাই উচিত।

কি উদ্দেশ্যে রাশিতথ্য সংগৃহীত হয়েছে এবং কতটা সঠিকতার সংগে ফল নির্ণয় করতে হবে তার উপর নির্ভর ক'রে শ্রেণীবিভাগের সংখ্যা বাড়ান বা কমান যেতে পারে।

প্রদত্ত রাশিতথ্যমালার প্রসার $= 55 - 10 = 45$। যদি আমরা 10টি শ্রেণী বিভাগের মাধ্যমে রাশিতথ্যমালার পরিসংখ্যা সারণী তৈরী করতে চাই, তাহলে শ্রেণী-প্রসারের দৈর্ঘ্য $= 45 \div 10 = 4{\cdot}5$ বা 5 (প্রায়) নেওয়া যায়। সুতরাং শ্রেণী-বিভাগগুলি 10—14, 15—19, 20—24 ইত্যাদি ধরে করা যায়। এর পরিসংখ্যা সারণী পূর্বেই (i) (4) এ করা হয়েছে।

উদাহরণ 2. নীচে প্রদত্ত প্রত্যেক বিন্যাসের জন্য শ্রেণী পরিসংখ্যা বিভাজন তৈরী করতে শ্রেণী প্রসার এবং শ্রেণী পার্থক্য কত হবে ?

(ক) 30—100, (খ) 0—3, (গ) 500—2000, (ঘ) 61—85 এবং (ঙ) ·0001—·0013

সমাধান

(ক) 30 এবং 100-এর পার্থক্য $100-30=70$ হবে। শ্রেণীপ্রসার 10 ধরলে শ্রেণীসংখ্যা নিম্ন পদ্ধতিতে নির্ণয় করা যেতে পারে :

$$\text{শ্রেণীসংখ্যা} = \frac{\text{সংখ্যার পার্থক্য}}{\text{শ্রেণী প্রসার}} + 1$$

$$= \frac{70}{10} + 1 = 7 + 1 = 8$$

আবার শ্রেণীপ্রসার 5 ধরলে শ্রেণী সংখ্যা নিম্ন পদ্ধতিতে নির্ণয় করা যেতে পারে :

$$\text{শ্রেণীসংখ্যা} = \frac{\text{সংখ্যার পার্থক্য}}{\text{শ্রেণী প্রসার}} + 1$$

$$= \frac{70}{5} + 1 = 14 + 1 = 15$$

এখানে 10 শ্রেণী প্রসার ধরে শ্রেণী পরিসংখ্যা বিভাজন করা হয়েছে।

30—39, 40—49, 50—59, 60—69, 70—79, 80—89, 90—99 এবং 100—109.

(খ) 0 এবং 3 এর পার্থক্য $3-0=3$ হবে। এই 3 পার্থক্যের শ্রেণী প্রসার 0·5 ধরলে শ্রেণীসংখ্যা নিম্নরূপ হবে :

শ্রেণীসংখ্যা $= 3 \div 0{\cdot}5 + 1 = 6 + 1 = 7$

এখানে 0·5 শ্রেণী প্রসার ধরে শ্রেণী পরিসংখ্যা বিভাজন করা হয়েছে।

·00—·50, ·50—1·00, 1·00—1·50, 1·50—2·00, 2·00—2·50, 2·50—3·00, 3 00—3·50

(গ) 500 এবং 2000-এর পার্থক্য $2000-500=1500$ হবে। এখন শ্রেণী প্রসারের মান 100 ধরা হ'লে শ্রেণী সংখ্যা 16 হবে।

শ্রেণীসংখ্যা $= \frac{1500}{100} + 1 = 16$ (এখানে সংখ্যাগুলি অধিক, সুতরাং শ্রেণীসংখ্যা 16 ধরাই বাঞ্ছনীয়)

সারণী 2.14

শ্রেণী প্রসারমান 100 ধরে শ্রেণী পরিসংখ্যা বিভাজন

পরস্পর পৃথক শ্রেণী বিভাগ	পরস্পর অন্তর্গত শ্রেণী বিভাগ
2000—2099	2000—2100
1900—1999	1900—2000
1800—1899	1800—1900
1700—1799	1700—1800
1600—1699	1600—1700
1500—1599	1500—1600
1400—1499	1400—1500
1300—1399	1300—1400
1200—1299	1200—1300
1100—1199	1100—1200
1000—1099	1000—1100
900— 999	900—1000
800— 899	800— 900
700— 799	700— 800
600— 699	600— 700
500— 599	500— 600

(ঘ) 61 – 85 সেট-এর প্রসার = 85 – 61 = 24 হবে। শ্রেণী প্রসারের মান 3 ধরলে শ্রেণী সংখ্যা 9 হয়। শ্রেণীসংখ্যা $= \frac{24}{3} + 1 = 8 + 1 = 9$

সারণী 2.15

শ্রেণী প্রসার 3 ধরে শ্রেণী পরিসংখ্যা বিভাজন

পরস্পর অন্তর্গত শ্রেণীবিভাগ	শ্রেণী সীমানাযুক্ত শ্রেণী বিভাগ	পরস্পর পৃথক শ্রেণী বিভাগ
84—87	83·5—86·5	84 - 86
81—84	80·5—83·5	81—83
78—81	77·5—80·5	78—80
75—78	74·5—77·5	75—77
72—75	71·5—74·5	72—74
69—72	68·5—71·5	69—71
66—69	65·5—68·5	66—68
63—66	62·5—65·5	63—65
60—63	59·5—62·5	60—62

দ্রষ্টব্য ঃ যেখানে নিম্নতম শ্রেণীর সবচেয়ে ছোট সংখ্যা 61 হয় সেখানে এই সংখ্যা থেকে কম সংখ্যা দিয়ে শ্রেণীবিভাগ শুরু করা যেতে পারে।

(ঙ) ·0001 – ·0013-এর প্রসার = ·0013 – ·0001 = ·0012 হবে। শ্রেণী-প্রসারের মান ·0002 ধরলে শ্রেণীসংখ্যা 7 হয়।

$$\text{শ্রেণীসংখ্যা} = \frac{\cdot 0012}{\cdot 0002} + 1 = 6 + 1 = 7$$

সারণী 2.16

শ্রেণীপ্রসার ·0002 ধরে শ্রেণী পরিসংখ্যা বিভাজন

উর্ধগামীক্রম	নিম্নগামীক্রম
·0013—·0014	·0001—·0002
·0011—·0012	·0003—·0004
·0009—·0010	·0005—·0006
·0007—·0008	·0007—·0008
·0005—·0006	·0009—·0010
·0003—·0004	·0011—·0012
·0001—·0002	·0013—·0014

ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বিভাজন (Cumulative Frequency Distribution)

পরিসংখ্যানে অনেক সময় চলের একটি নির্দিষ্ট মান অপেক্ষা রাশিতথ্যমালার কতকগুলি মান ছোট (বা বড়) তা জানবার প্রয়োজন হয়। উদাহরণস্বরূপ, শ্রেণী-বদ্ধ পরিসংখ্যা বিভাজন প্রক্রিয়ায় যদি যথাক্রমে a, b, c, d প্রভৃতি হয়, তাহলে দ্বিতীয়, তৃতীয়, চতুর্থ প্রভৃতি শ্রেণীবিভাগ পর্যন্ত মোট পরিসংখ্যা হবে যথাক্রমে (a+b), (a+b+c), (a+b+c+d) প্রভৃতি। এইরূপ ক্ষেত্রে (a+b), (a+b+c), (a+b+c+d) প্রভৃতিকে **ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা** বলা হয় এবং যে পরিসংখ্যা বিভাজন সারণীতে উক্ত ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যাসমূহ দেখান হয় তাকে **ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা সারণী** বলে। যদি ধরে নেওয়া হয় যে, রাশিতথ্যসমূহ মানের উর্ধ্বক্রমে (ascending order) শ্রেণীবদ্ধ করা হয়েছে, তাহলে একথা বলা যায় যে, চতুর্থ শ্রেণীবিভাগের উর্ধ্ব সীমার নীচে চলের (a+b+c+d) মানগুলি থাকবে। অনুরূপভাবে নীচে হতে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা নির্ণয় করে কোন শ্রেণী-বিভাগের নিম্নসীমা অপেক্ষা চলের যতগুলি বড় মান থাকবে তা নির্ণয় করা যায়।

উদাহরণ 4. অংকের পরীক্ষায় 50 জন ছাত্র নিম্নলিখিত নম্বর পেয়েছে :

75,	32,	19,	12,	19,	68,	27,	72,	11,	21
7,	41,	57,	39,	52,	84,	43,	18,	37,	24
23,	64,	93,	40,	19,	11,	23,	52,	48,	47
92,	79,	15,	29,	63,	36,	45,	81,	21,	53
14,	8,	33,	41,	95,	14,	19,	33,	26,	40

(ক) পূর্ব উক্ত নম্বরের তথ্যমালা 10 শ্রেণীবিভাগযুক্ত পরিসংখ্যা বিভাজনের সাহায্যে প্রকাশ কর।

(খ) তথ্যমালার ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বিভাজন—(i) উপর হতে এবং (ii) নীচে হতে নির্ণয় কর।

সমাধান : উদাহরণ 1-এর ন্যায় প্রদত্ত নম্বরের পরিসংখ্যা বিভাজন নীচে দেখান হ'ল :

সারণী 2.17

50 জন ছাত্রের অংকের নম্বরের পরিসংখ্যা বিভাজন

নম্বরের শ্রেণীবিভাগ	টালি চিহ্ন	পরিসংখ্যা
6—15	𝍸 ///	8
16—25	𝍸 𝍸 /	11
26—35	𝍸	5
36—45	𝍸 ////	9
46—55	𝍸	5
56—65	///	3
66—75	///	3
76—85	///	3
86—95	///	3
মোট		50

উপরের পরিসংখ্যা বিভাজন সারণী হতে আমরা নিম্নলিখিত ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বিভাজন সারণী পাই।

সারণী 2.18

50 জন ছাত্রের অংকের নম্বরের ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বিভাজন

নম্বরের শ্রেণীবিভাগ	পরিসংখ্যা	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (নীচে হতে)	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (উপর হতে)
86—95	3	50	3
76—85	3	47	6
66—75	3	44	9
56—65	3	41	12
46—55	5	38	17
36—45	9	33	26
26—35	5	24	31
16—25	11	19	42
6—15	8	8	50

দ্রষ্টব্য ঃ নির্দিষ্ট নম্বর হতে কম নম্বরের ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা নির্ণয়ের ক্ষেত্রে পরিসংখ্যা স্তম্ভের সংখ্যাগুলির নীচে হতে পর পর যোগ করা হয়েছে ; কিন্তু নির্দিষ্ট নম্বর হতে অধিক নম্বরের ক্ষেত্রে পরিসংখ্যা স্তম্ভের সংখ্যাগুলি উপর হতে পর পর যোগ করা হয়েছে।

পরিসংখ্যা বিভাজনের গুরুত্ব (Importance of Frequency Distribution)

কোন বস্তু বা মানুষ সম্পর্কে জানতে হ'লে প্রথমে সে সম্বন্ধে নানারকম তথ্য সংগ্রহ করতে হয়। এই তথ্যের ভিত্তিতে পরবর্তীকালে ঐ বস্তু বা ব্যক্তির সম্বন্ধে সিদ্ধান্ত গ্রহণ করা হয়ে থাকে। এই তথ্য গুণগত (qualitative) বা পরিমাণগত (quantitative) দুইই হ'তে পারে। যে কোন ধরনের পরিমাপের ক্ষেত্রে তথ্যটি গুণগত বা পরিমাণগত যাই হোক না কেন, তাকে একটি সাংখ্যমান দ্বারা প্রকাশ করার চেষ্টা করতে হয়। কারণ পরিমাপ বা বৈশিষ্ট্যকে সাংখ্যমানের মাধ্যমে প্রকাশ করতে না পারলে তার বৈজ্ঞানিক তাৎপর্য নির্ণয় করা যায় না। তাই রাশিবিজ্ঞানের ক্ষেত্রে যে তথ্য সাধারণতঃ সংগ্রহ করা হয় তা প্রধানতঃ সাংখ্যমান সম্পন্ন হয়। এই সাংখ্যমানকে বলা হয় প্রাপ্তাংক (score)। অর্থাৎ কোন বস্তু বা ব্যক্তিকে পর্যালোচনা করলে কতকগুলি সাংখ্যমান বা স্কোর পাওয়া যায় এবং সেই প্রাপ্তাংক-গুলিকে বিশ্লেষণ করলে ঐ বস্তু বা ব্যক্তি সম্পর্কে স্থায়ী ধারণা করা যায়। তার জন্য প্রাপ্তাংকগুলিকে বিশেষ নিয়মে সারণীবদ্ধ করতে হয়। যে সারণীর মধ্যে প্রাপ্তাংক-গুলি ক্রম অনুসারে সাজিয়ে তাদের পরিসংখ্যার সংগে যুক্ত করা হয় তাকে **পরিসংখ্যা বিভাজন (Frequency distribution)** বলা হয়। প্রাপ্তাংকগুলিকে শ্রেণীবিন্যাস ক'রে পরিসংখ্যা বিভাজন তৈরী করতে হয়। তাতে পর্যালোচনা ও বিশ্লেষণমূলক কাজের ক্ষেত্রে অনেক সুবিধা হয়। যেমন—

॥ **এক** ॥ অধিক সংখ্যক প্রাপ্তাংকের ক্ষেত্রে তাদের প্রকৃত অর্থ অনেক সহজে বোঝা যায়।

॥ **দুই** ॥ পরবর্তী পর্যায়ে প্রাপ্তাংকগুলির তাৎপর্য নির্ণয়ের জন্য যে গণনা করা হয়, পরিসংখ্যা বিভাজনে সেই কাজ সহজ হয়।

॥ **তিন** ॥ পরিসংখ্যা বিভাজনের মাধ্যমে প্রাপ্তাংকের কোন অসঙ্গতি থাকলে তা অনেকাংশে দূর করা যায়।

॥ **চার** ॥ পরিসংখ্যা বিভাজনের মাধ্যমে প্রাপ্তাংক পরিবেশন করলে পরবর্তী পর্যায়ে প্রাপ্তাংকের লেখচিত্র অনেক বেশী তাৎপর্যপূর্ণ হ'য়ে ওঠে।

॥ **পাঁচ** ॥ পরিসংখ্যা বিভাজন সারণী তৈরী করলে সংখ্যাগুলি সহজে ও স্পষ্টরূপে বোঝা যায়।

॥ **ছয়** ॥ পরিসংখ্যা বিভাজনে প্রাপ্তাংকগুলির অবস্থান একবারমাত্র দেখেই তাদের স্বরূপ এবং প্রকৃতিগত বৈশিষ্ট্য সম্বন্ধে ধারণা করা যায়।

॥ সাত ॥ পরিসংখ্যা বিভাজন সারণীতে সন্নিবেশিত সংখ্যাগুলির প্রকৃতি যে কেবলমাত্র বোঝা যায় তাই নয় এই সংখ্যাগুলি বিপুলাকৃতি হলেও স্বল্প পরিসরে তাদের একত্রিত ক'রে অর্থবহ করা সম্ভব হয়।

॥ আট ॥ পরিসংখ্যা বিভাজনে সারণীবদ্ধ সংখ্যাগুলির সাহায্যে তুলনাত্মক বিচার বিশ্লেষণ করা সহজ হয়। এই অবস্থাতে সমস্ত সংখ্যাগুলিকে একবারমাত্র দেখে তাদের অবস্থান সম্বন্ধে সহজেই তুলনা করা যেতে পারে।

অনুশীলনী

(Exercise)

1. 'শ্রেণীবিন্যাসকরণ' বলতে কি বোঝ? বিভিন্ন প্রকারের শ্রেণীবিন্যাসকরণ সম্বন্ধে আলোচনা কর।

(What do you mean by 'classification'? Describe the various types of classification.)

2. একটি পরিসংখ্যান সারণীর সংজ্ঞা দাও এবং একটি আদর্শ সারণীর অপরিহার্য বিষয়গুলি কি কি বল।

(Define a statistical table and state the essentials of a good table.)

3. একটি পরিসংখ্যান সারণীর বিভিন্ন অংশগুলি কি কি?

(What are the different parts of a statistical table?)

4. 'সারণীবিন্যাসকরণ' বলতে কি বোঝ? পরিসংখ্যানে এর গুরুত্ব ব্যাখ্যা কর।

(What is meant by tabulation? Explain its importance in statistics.)

5. (i) সংক্ষিপ্ত টীকা লেখ:

(ক) চল (খ) বিচ্ছিন্ন চল (গ) অবিচ্ছিন্ন চল

(Write short notes on :

(a) Variable (b) Discrete variable (c) Continuous variable.)

(ii) পরিসংখ্যা সারণীর সংগে সম্পর্কিত নিম্নে প্রদত্ত পদগুলির তাৎপর্য স্পষ্টভাবে ব্যাখ্যা কর:

(Explain clearly the following concepts occuring in connection with a frequency table) :

প্রসার (**range**); শ্রেণী সীমানা (**class boundary**); শ্রেণী সীমা (**class limit**); শ্রেণী বিভাগের সংখ্যা (**number of class interval**); শ্রেণী বিভাগের

আকার বা দৈর্ঘ্য (size or length of class interval) ; মধ্যবিন্দু (midpoint) ; শতকরা পরিসংখ্যা (percentage frequency)।

6. উদাহরণসহ পরিসংখ্যা ও পরিসংখ্যা বিভাজন বলতে কি বোঝায় ব্যাখ্যা কর।

(What do you mean by frequency and frequency distribution ? Explain with examples).

7. রাশিবিজ্ঞানে পরিসংখ্যা বিভাজনের গুরুত্ব সম্বন্ধে আলোচনা কর।

(Discuss the importance of frequency distribution in statistics.)

8. (i) সরল পরিসংখ্যা বিভাজন ও (ii) শ্রেণীবদ্ধ পরিসংখ্যা বিভাজনের সংজ্ঞা দাও এবং প্রত্যেকটির একটি করে উদাহরণ দাও।

(Define (i) Simple frequency distribution and (ii) Grouped frequency distribution, giving an example of each.)

9. উদাহরণসহ ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বলতে কি বোঝায় ব্যাখ্যা কর।

(Explain with example the meaning of cumulative frequency distribution.)

10. কলিকাতা বিশ্ববিদ্যালয়ে কোন বৎসর কলা, বিজ্ঞান ও বাণিজ্য শাখায় প্রথম বর্ষ, দ্বিতীয় বর্ষ ও তৃতীয় বর্ষের পরীক্ষায় অংশগ্রহণকারী পরীক্ষার্থীদের সংখ্যা লিঙ্গ ভেদে প্রদর্শনের জন্য একটি সাদা সারণী তৈরী কর।

(Draw up a blank table to show the number of candidates sex-wise appearing for the First year, Second year and Third year examinations of the University of Calcutta in the faculties of Arts, Science and Commerce in a certain year.)

11. একটি পরীক্ষায় পরীক্ষার্থীদের নম্বরের বণ্টন নিম্নরূপ (The distribution of marks in an examination was as under for the candidates appearing there) :

25, 35, 76, 49, 34, 67, 43, 51
38, 21, 62, 16, 37, 55, 48, 72
12, 38, 40, 56, 25, 39, 58, 33
68, 59, 44, 32, 41, 60, 52, 23
37, 42, 47, 27, 38, 50, 36, 44
41, 20, 18, 54, 39, 51, 47, 35
39, 60

উপরিলিখিত রাশিতথ্যমালায় 11—15 শ্রেণীবিভাগ হতে শুরু করে 5 সংখ্যার শ্রেণী বিভাগযুক্ত পরিসংখ্যা বিভাজন সারণী তৈরী কর।

(Construct a frequency table from the above data taking class interval of 5 marks beginning with the interval 11—15.)

12. প্রদত্ত শ্রেণীবিভাগ অনুসারে নিম্নলিখিত শ্রেণীবিভাগগুলি তৈরী কর এবং প্রতিটি শ্রেণীবিভাগের মধ্যবিন্দু নির্ণয় কর।

(Construct the following class intervals according to the given class intervals and find out midpoints of each class interval.)

(ক)	(খ)	(গ)
195—200	194·5—199·5	195—199
…………	…………	…………
…………	…………	…………
…………	…………	…………
140—145	139·5—144·5	140—144

13. নীচে কতকগুলি মধ্যবিন্দু দেওয়া আছে। এই মধ্যবিন্দুগুলির শ্রেণীবিভাগ তৈরী কর।

(Below are given some midpoints. Construct class intervals for each of these midpoints.)

(ক) 197, 192, 187, 182, 177, 172, 167, 162
157, 152, 147, 142

(খ) 134·5, 124·5, 114·5, 104·5, 94·5, 84·5, 74·5
64·5, 54·5, 44·5, 34·5, 24·5

(গ) 187, 182, 177, 172, 167, 162, 157, 152; 147
142, 137, 132

14. নীচে প্রদত্ত শ্রেণীবিভাগগুলির মধ্যবিন্দু নির্ণয় কর। (Find out the midpoints of the following class intervals.)

(ক)	(খ)	(গ)
60—64	73·5—83·5	23—26
55—59	63·5—73·5	19—22
50—54	53·5—63·5	15—18
45—49	43·5—53·5	11—14
40—44	33·5—43·5	7—10

15. নিম্নলিখিত শ্রেণীবিভাগগুলির প্রত্যেকটির প্রসারের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। (Find out the length of each of the following class intervals.)

(ক)	(খ)	(গ)
9 —111	15—19	5·5—6·5
71— 91	10—14	3·5—4·5
51— 71	5— 9	1·5— 2·5

16. একটি পরীক্ষায় 50 জন পরীক্ষার্থীর নম্বরের বণ্টন নীচে দেওয়া হলো।

(The distribution of marks for 50 candidates appearing at an examination is given below.)

36, 48, 50, 45, 31, 50, 48, 43, 42, 49
37, 32, 40, 39, 41, 47, 39, 45, 43, 47
38, 39, 37, 40, 32, 52, 56, 31, 54, 36
51, 46, 41, 55, 58, 31, 42, 53, 32, 44
53, 36, 60, 59, 41, 53, 58, 36, 38, 40

(ক) এই তথ্যমালা থেকে একটি 10 শ্রেণীবিভাগযুক্ত পরিসংখ্যা বিভাজন সারণী তৈরী কর এবং (খ) প্রত্যেক শ্রেণীবিভাগে শতকরা পরিসংখ্যা নির্ণয় কর।

[(a) Arrange the data in a frequency distribution in 10 class intervals and (b) obtain the percentage frequency in each class interval]

[সংকেত : In 10 class intervals-এর অর্থ শ্রেণীবিভাগের (বা শ্রেণীর) সংখ্যা 10, with a class interval of 10-এর অর্থ শ্রেণীপ্রসারের দৈর্ঘ্য (width of class) হলো 10]

17. নীচে 50 জন ব্যক্তির ওজন (পাউণ্ড) দেওয়া হ'ল। (The weights in pounds of 50 persons are given below.)

180, 176, 155, 126, 178, 90, 101, 105, 124, 118
178, 159, 108, 104, 115, 112, 135, 157, 134, 99
129, 147, 175, 117, 128, 151, 140, 169, 175, 120
160, 174, 164, 98, 107, 119, 93, 170, 144, 104
95, 113, 105, 123, 133, 168, 172, 149, 179, 97

উপরিলিখিত রাশিতথ্যমালার একটি শ্রেণীবদ্ধ পরিসংখ্যা বিভাজন সারণী তৈরী কর এবং প্রতি শ্রেণীবিভাগের মধ্যবিন্দু নির্ণয় কর।

(Arrange the above data in a grouped frequency distribution table and obtain the midpoints of different classes.)

18. 16 নং প্রশ্নের রাশিতথ্য হতে প্রস্তুত পরিসংখ্যা বিভাজন সারণীর উপর হতে নীচে এবং নীচে হতে উপরে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বিভাজন সারণী তৈরী কর।

(From the frequency distribution table constructed from the data of example 16, draw up the cumulative frequency distribution table both from above and from below.)

উত্তরমালা: (Answers)

14. (ক) 62, 57, 52, 47, 42
(খ) 78·5, 68·5, 58·5, 48·5, 38·5
(গ) 24·5, 20·5, 16·5, 12·5, 8·5

15. (ক) 20 (খ) 5 (গ) 2

তৃতীয় পরিচ্ছেদ

লেখাবলী ও চিত্রাবলী
(Graphs and Charts)

পরিসংখ্যানে রাশিতথ্যমালার সংক্ষিপ্তকরণ এবং সহজে বোধগম্য করার জন্য শ্রেণী বিন্যাসিত এবং সারণী বিন্যাসিত ক'রে প্রকাশ করার কথা পূর্বেই আলোচিত হয়েছে। কিন্তু অনেক ক্ষেত্রে সারণী বিন্যাসিত রাশিতথ্য হতেও তাদের প্রকৃতি সঠিকভাবে অনুধাবন করা সহজ হয় না। অন্যভাবে বলা যায় যে, সারণী বিন্যাসিত রাশিতথ্যের তাৎপর্য অথবা তাদের কোন বিশেষ ঝোঁক (trend) সম্বন্ধে সম্যক ধারণা করা আয়াসসাধ্য হ'য়ে থাকে। এইরূপ ক্ষেত্রে যদি রাশিতথ্যমালাকে লেখ (graphs) বা চিত্রাদির (charts) দ্বারা প্রকাশ করা হয়, তাহলে তাদের তাৎপর্য সহজে বোঝা যায়। সারণী বিন্যাসিত রাশিতথ্য বিজ্ঞানসম্মতভাবে ও সংক্ষিপ্ত আকারে প্রকাশিত করা হলেও অধিকাংশ মানুষের পক্ষে অল্প সময়ে ও সহজে তাদের তাৎপর্য অনুধাবন করা সম্ভব হয় না। সেইজন্য বিভিন্ন পত্র-পত্রিকা, সংবাদপত্র, সরকারী ও বেসরকারী সংস্থাসমূহকে পরিসংখ্যানের রাশিতথ্য অনেক সময়েই লেখ ও চিত্রাদির দ্বারা প্রকাশ করতে দেখা যায়।

রাশিতথ্যমালা বুঝতে, বিশ্লেষণ করতে এবং এদের সম্বন্ধে কোনরূপ সিদ্ধান্ত করতে লেখ বা চিত্রাদি পরিসংখ্যানে একটি গুরুত্বপূর্ণ পদ্ধতি হিসাবে বিবেচিত হ'য়ে থাকে। লেখাবলী এবং চিত্রাবলী তথ্যগুলিকে (data) সজীব এবং সার্থক ক'রে তুলতে সাহায্য করে থাকে। একই লেখচিত্র থেকে দুই বা অধিক চলের (variables) তুলনা করা যেতে পারে এবং তথ্যগুলিকে একই লেখচিত্রে প্রদর্শন করা যায়। উদাহরণস্বরূপ, বালক এবং বালিকাদের বুদ্ধি স্তর তুলনা করার জন্য উভয়ের বুদ্ধি সংক্রান্ত পরিমাণগত তথ্যসমূহকে একই ভূজে (axis) প্রদর্শন ক'রে লেখচিত্র তৈরী করা হয়। উভয়ের তথ্যাবলী লেখচিত্রে আলাদা আলাদাভাবে দেখানোর জন্য আমরা কেবলমাত্র রেখার সাহায্যেও বালক বালিকাদের পার্থক্য নির্দেশ করতে পারি। যখন দুটি চলের মধ্যে তুলনা করা হয় তখন একটি চলকে সরল রেখা (—) এবং অপর চলকে বিন্দুরেখা (......) দ্বারা দেখানো যায়। দুই-এর অধিক চলের মধ্যে তুলনা করার জন্য রেখাগুলিকে বিভিন্ন সংকেত চিহ্ন দ্বারা স্পষ্টভাবে লেখচিত্রে প্রদর্শন করা যেতে পারে।

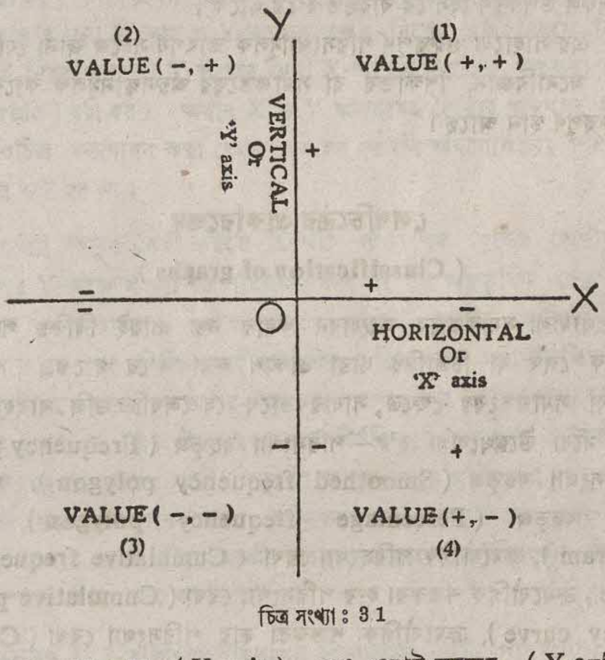
লেখচিত্র প্রস্তুত করার সাধারণ নীতি
(General principles of constructing graphs)

লেখচিত্র প্রস্তুত করার জন্য যে সাধারণ নীতিগুলি অনুসরণ করা আবশ্যক হয় সেগুলির উল্লেখ এখানে করা হল।

॥ এক ॥ লেখচিত্রের জন্য দু'টি ভূজের (axis) প্রয়োজন হয়—অনুভূমিক রেখা (horizontal line) এবং উল্লম্ব রেখা (verticle line)। অনুভূমিক

রেখাকে এক্স-অক্ষ (X-axis) বলা হয় এবং এর সঙ্গে যে রেখা 90° কোণ তৈরী করে তাকে ওয়াই-অক্ষ (Y-axis) বলা হয়। যেখানে দু'টি রেখা একে অপরের সংগে মেশে সেখানে ঐ মিলিত বিন্দুকে মূল বিন্দু (origin point বা O) বলা হয়।

॥ দুই ॥ বীজগাণিতিক নিয়মে লেখচিত্রে ধণাত্মক (+) এবং ঋণাত্মক (−) দু'টি মান চিহ্নিত করা হয়। মূল বিন্দুর দক্ষিণ দিকের রেখার মান ধণাত্মক (+) এবং বাম দিকের রেখার মান ঋণাত্মক (−) হয়ে থাকে। এই ভাবে মূল বিন্দুর (0) সঙ্গে কোটি ভূজের (Y-axis) উপর দিকের মান ধণাত্মক (+) এবং নীচের দিকের মান ঋণাত্মক (−) হয়। সুতরাং মূল বিন্দু '0'-এর দক্ষিণ দিকের উপরের (1) এর মান + +, দক্ষিণ দিকের নীচে (4) এর মান + −, বাম দিকের উপরে (2) এর মান − + এবং বাম দিকের নীচে (3) এর মান − − (যেমন, চিত্র 3.1 এ দেখানো হয়েছে) হয়ে থাকে। সাধারণতঃ মনোবিজ্ঞান ও শিক্ষাবিজ্ঞানে + + মানের প্রয়োগ করা হয়।



চিত্র সংখ্যা : 3 1

॥ তিন ॥ এক্স-অক্ষ (X-axis) এবং ওয়াই-অক্ষের (Y-axis) দৈর্ঘ্যের অনুপাত 4 : 3 হওয়া উচিত। অর্থাৎ যদি কোন লেখচিত্রে এক্স-অক্ষের দৈর্ঘ্য 4 ইঞ্চি হয়, তাহলে ঐ লেখচিত্রের সৌন্দর্য, শুদ্ধতা এবং উপযুক্ততার জন্য ওয়াই-অক্ষটির দৈর্ঘ্য 3 ইঞ্চি হওয়া উচিত। যদি উভয় অক্ষর দৈর্ঘ্য সমান হয় কিংবা ওয়াই-অক্ষটি এক্স-অক্ষ অপেক্ষা বেশী হয়, তাহলে লেখচিত্রের আকৃতি দৃষ্টিকটু এবং আকর্ষণীয় হবে না।

লেখচিত্রের গুরুত্ব

(Importance of graphs)

লেখচিত্রের গুরুত্ব প্রকাশ করতে গিয়ে বলা যায় যে,

(i) লেখচিত্রের সাহায্যে জটিল তথ্যগুলিকে সার্থক (significant) করা যায় এবং সহজে অনুধাবন করা সম্ভব হয়।

(ii) লেখচিত্র তথ্যগুলিকে স্মরণ যোগ্য ক'রে থাকে। সাধারণতঃ তথ্যগুলি নীরস ও অপ্রীতিকর হয় ; কিন্তু লেখচিত্রের সাহায্যে ঐগুলিকে চিত্তাকর্ষক করা যায়।

(iii) লেখচিত্র তুল্যাংক পর্যালোচনা ও বিশ্লেষণকে সহজ ক'রে তোলে।

(iv) লেখচিত্রের সাহায্যে কম সময়ে তথ্যগুলিকে অনুধাবন করা যায়। বেশী সময় ব্যয় না ক'রে এবং একাগ্রতা ব্যতিরেকে তথ্যগুলির তাৎপর্য বোঝা যেতে পারে।

(v) লেখচিত্র সুন্দর এবং চিত্তাকর্ষক হওয়ার ফলে প্রচার ও বিজ্ঞাপনের ক্ষেত্রে এই চিত্র সফল উপকরণ হিসাবে ব্যবহৃত হ'য়ে থাকে।

(vi) এর সাহায্যে গুরুত্বপূর্ণ পরিসংখ্যামূলক তাৎপর্য সহজে জানা যেতে পারে।

(vii) মনোবিজ্ঞান, শিক্ষাতত্ত্ব বা সমাজতত্ত্বের অনুসন্ধানমূলক কার্যে লেখচিত্রের বিশেষ গুরুত্বপূর্ণ স্থান আছে।

লেখচিত্রের প্রকারভেদ

(Classification of graphs)

রাশিতথ্যমালা সম্যকভাবে অনুধাবন করার জন্য প্রায়ই বিভিন্ন পদ্ধতিতে এই তথ্যমালাকে লেখ বা চিত্রাদির দ্বারা প্রকাশ করা হ'য়ে থাকে। মনোবিজ্ঞান, শিক্ষাতত্ত্ব বা সমাজতত্ত্বের ক্ষেত্রে সাধারণভাবে যে লেখচিত্রগুলি ব্যবহার করা হয় সেগুলির মধ্যে উল্লেখযোগ্য হ'ল—পরিসংখ্যা বহুভূজ (Frequency polygon), মসৃণ পরিসংখ্যা বহুভূজ (Smoothed frequency polygon), শতকরা হার পরিসংখ্যা বহুভূজ (Percentage frequency polygon), আয়তলেখ (Histogram), ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা রেখা (Cumulative frequency curve or Ogive), ক্রমযৌগিক শতকরা হার পরিসংখ্যা রেখা (Cumulative percentage frequency curve), ক্রমযৌগিক শতকরা হার পরিসংখ্যা রেখা (Cumulative percentage frequency curve), দণ্ডলেখ বা বার চিত্র (Bar diagram) প্রভৃতি। এই পরিচ্ছেদে এই সম্বন্ধে আলোচনা করা হ'ল।

পরিসংখ্যা বহুভূজ (Frequency polygon) : সাধারণতঃ বিচ্ছিন্ন চলের (Discrete variables) সরল পরিসংখ্যা বিভাজন সারণীর রৈখিক প্রকাশ পরিসংখ্যা বহুভূজের সাহায্যে করা হয়। বিচ্ছিন্ন চলের মানসমূহ অনুভূমিক রেখায় বা X-অক্ষ রেখায় এবং তাদের অনুরূপ পরিসংখ্যা উল্লম্ব রেখায় বা Y-অক্ষরেখায়

যথোপযুক্ত স্কেলের বা মাপনির সাহায্যে প্রদত্ত রাশিতথ্য যদি ছক কাগজের উপর স্থাপিত ক'রে প্রাপ্ত বিন্দুসমূহ সরলরেখায় পর পর যুক্ত করা হয় এবং চলের প্রথম মান তার পূর্ববর্তী মানের সঙ্গে (X-অক্ষ রেখার উপর) সংযুক্ত করা হয়, তাহলে যে বহুভূজ অঙ্কিত হয় তাকে পরিসংখ্যা বহুভূজ বলে।

ছক কাগজের উপর X এবং Y-অক্ষদ্বয়ে যথাক্রমে প্রাপ্তাংকগুলি (scores) এবং পরিসংখ্যাসমূহ (frequencies) বসানো হয় এবং যেখানে এই দুই অক্ষের সংযোগ ঘটে সেখানে শূন্য (0) বিন্দু বসাতে হয়। একে মূলবিন্দু (origin point) বলা হয়। X-অক্ষে মূলবিন্দু বাদ দিয়ে এক এক বর্গের অন্তর শ্রেণীবিভাগগুলির শ্রেণী সীমানাসমূহ (class boundaries) নিম্ন ও উর্ধ্ব সীমা (lower and upper limits) আকারে অনুভূমিক রেখায় পর পর স্থাপন করতে হয়। Y-অক্ষে মূলবিন্দু বাদ দিয়ে এক এক বর্গের অন্তর অনুভূমিক রেখায় পরিসংখ্যাসমূহ (frequencies) স্থাপন করা হয়। পরিসংখ্যা বহুভূজ আঁকার সময় চিত্রের দৈর্ঘ্য ও উচ্চতার মধ্যে সামঞ্জস্য রাখার জন্য X-অক্ষ ও Y-অক্ষের একক বিশেষ এক নিয়মে নির্বাচিত করা হয়। এই নিয়ম অনুযায়ী Y-অক্ষের দৈর্ঘ্য X-অক্ষের দৈর্ঘ্যের শতকরা 60 – 80 ভাগ (75% rule) ধরা হয়। অর্থাৎ X ও Y অক্ষদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের অনুপাত 4:3 ধরা হয়। ফলে লেখচিত্র অনুধাবন করা যেমন সহজ হয় তেমনি অবলোকনের স্পষ্টতায় কোনরূপ অসুবিধার সৃষ্টি হয় না।

পরিসংখ্যা বহুভূজ তৈরী করতে X-অক্ষে সংস্থাপিত বিভিন্ন শ্রেণীসীমানার মধ্য বিন্দুর উপর Y-অক্ষে সংস্থাপিত পরিসংখ্যাসমূহ পর পর অনুভূমিক রেখা বরাবর দু'টি বিন্দুর সঙ্গে যুক্ত করা হয়। এইরূপ ক্ষেত্রে প্রতিটি অংশের মধ্যবিন্দুতে উল্লম্বরেখার সমান্তরাল ক'রে এবং নির্দিষ্ট শ্রেণীপ্রসারের পরিসংখ্যার সমানুপাতিক ক'রে উল্লম্ব সরলরেখা টানতে হয়। অতঃপর উল্লম্ব সরলরেখাগুলির শীর্ষবিন্দুসমূহ পর পর সংযুক্ত করে এবং প্রথম ও শেষ উল্লম্বরেখাদ্বয়ের শীর্ষবিন্দুদ্বয় যথাক্রমে পূর্ববর্তী ও পরবর্তী অনুভূমিক রেখার উপর দু'টি বিন্দুর সঙ্গে যুক্ত ক'রে পরিসংখ্যা বহুভূজ পাওয়া যায়। যথোপযুক্ত স্কেল ব্যবহার ক'রে X-অক্ষরেখায় চলের মান এবং Y-অক্ষরেখায় পরিসংখ্যা দেখান হয়। নীচে একটি উদাহরণের সাহায্যে পরিসংখ্যা বহুভূজ অঙ্কনের পদ্ধতি সম্পর্কে আলোচনা করা হ'ল।

উদাহরণ 1. নিম্নলিখিত পরিসংখ্যা বিভাজনের একটি পরিসংখ্যা বহুভূজ অঙ্কন কর। (Draw a frequency polygon with the following frequency distribution.)

সারণী 3.1

শ্রেণীপ্রসার এবং পরিসংখ্যাসমূহ

শ্রেণীপ্রসার	পরিসংখ্যা
45—49	2
40—44	3
35—39	3
30—34	9
25—29	12
20—24	7
15—19	3
10—14	1

উপরিউক্ত সারণীতে প্রদত্ত প্রাপ্তাংকগুলির শ্রেণী পরস্পর অন্তর্গত (mutually inclusive) শ্রেণীবিন্যাসে সারণী 3.2 তে দেখানো হ'ল। এই প্রক্রিয়াতে সর্বপ্রথম শ্রেণীপ্রসারকে প্রকৃত শ্রেণীবিন্যাসে রূপান্তর করা হয়।

সারণী 3.2

শ্রেণীসীমানা এবং পরিসংখ্যাসমূহ

শ্রেণীসীমানা	পরিসংখ্যা
44·5—49·5	2
39·5—44·5	3
34·5—39·5	3
29·5—34·5	9
24·5—29·5	12
19·5—24·5	7
14·5—19·5	3
9·5—14·5	1

পরিসংখ্যা বহুভূজ তৈরী করার সময় শ্রেণী প্রসার বিভাজনের উপর এবং নীচের দিকে অধিক দু'টি শ্রেণীপ্রসার স্থির করে নিতে হয় এবং এই শ্রেণীপ্রসারের পরিসংখ্যা শূন্য (0) ধরা হয়। সারণী 3.3 তে বিষয়টি দেখানো হ'ল।

সারণী 3.3

নিম্ন ও উর্ধ্বসীমা সম্পর্কিত শ্রেণীপ্রসার

মধ্যবিন্দু এবং পরিসংখ্যাসমূহ

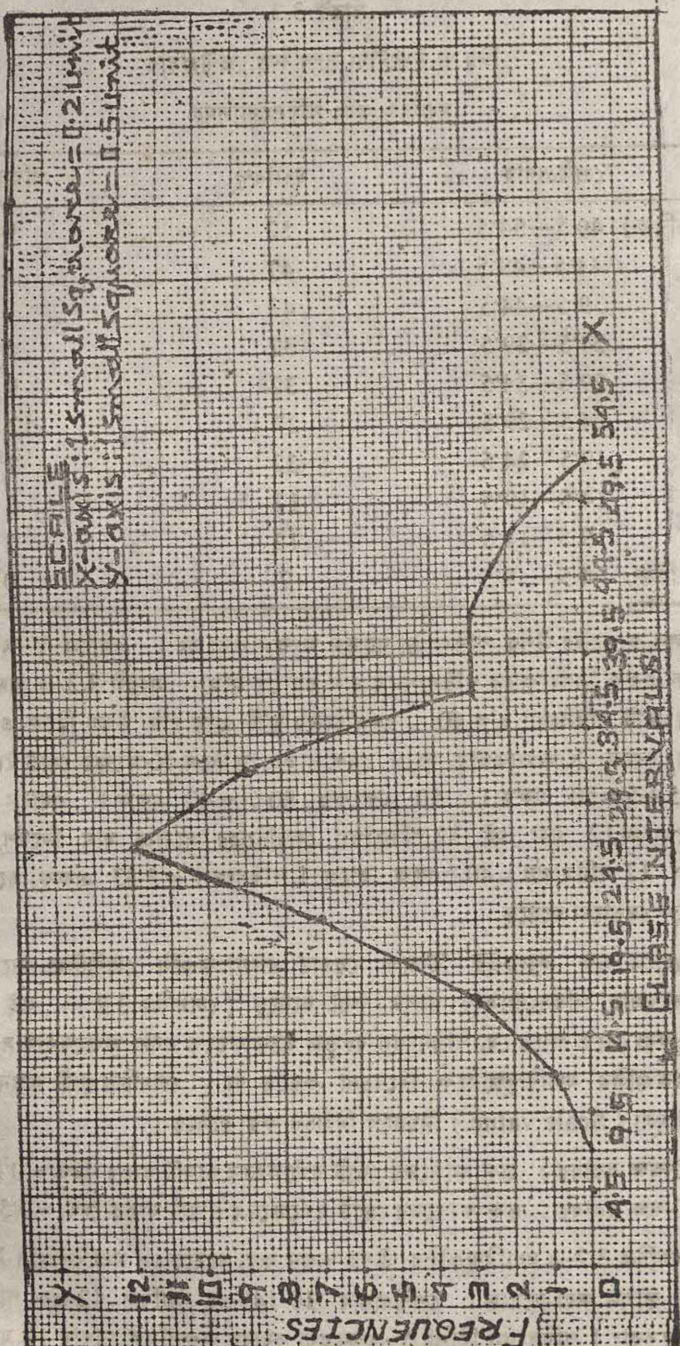
শ্রেণীপ্রসার	মধ্যবিন্দু	পরিসংখ্যা
(অতিরিক্ত) 49·5—54·5	52	0
44·5—49·5	47	2
39 5—44·5	42	3
34·5—39·5	37	3
29 5—34·5	32	9
24·5—29·5	27	12
19·5—24·5	22	7
14·5—19·5	17	3
9·5—14·5	12	1
(অতিরিক্ত) 4 5— 9·5	7	0

লেখ কাগজের উপর পরিসংখ্যা বহুভুজ অংকন করা হয়। এখানে Y-অক্ষরেখায় উপযুক্ত একক নির্ণয় ক'রে পরিসংখ্যার মান বসাতে হবে। সারণী 3.3-এ প্রদত্ত 10টি শ্রেণীর মোট পরিসংখ্যা হ'ল 40। লেখচিত্রের দু'টি প্রান্ত যদি উভয় দিকে এক শ্রেণী বিস্তার দূরত্বে X-অক্ষরেখার সংগে মেশান হয়, তাহলে X-অক্ষের মোট দৈর্ঘ্য হবে 40+5+5=50 একক। 50 এককের 80% =40 একক। এখানে সর্বোচ্চ পরিসংখ্যা=12 এবং এই 12 পরিসংখ্যা লেখচিত্রের সর্বোচ্চ মান নির্দেশ করে। সুতরাং 12 পরিসংখ্যা=40 একক হ'লে 1 পরিসংখ্যা =3·33 একক হবে এবং Y-অক্ষে দেখানো হয়েছে।

এখানে ছক কাগজের X-অক্ষ রেখায় প্রাপ্তাংকগুলি শ্রেণীসীমা রূপে এবং Y-অক্ষরেখায় পরিসংখ্যাসমূহ স্থাপন করা হয়েছে (লেখচিত্র 3 2)। এই প্রসংগে উল্লেখ করা যেতে পারে যে, পরিসংখ্যা বহুভূজ গঠন করতে সর্বদা অক্ষরেখায় সংস্থাপিত প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যবিন্দুগুলিকে বিবেচনা করতে হয়। লেখচিত্র দু'টি অঙ্কন করতে মাপনি মূল্য (Scale value) নিম্নরূপে নির্বাচন করা হয়েছে।

X-অক্ষ বরাবর : ছক কাগজের ছোট বর্গক্ষেত্রের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য=0·2 একক
Y-অক্ষ বরাবর : ছক কাগজের ছোট বর্গক্ষেত্রের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য=0·5 একক

লেখচিত্র 3.2-এ মধ্যবিন্দুগুলির উপর অঙ্কন করা হয়েছে। মধ্যবিন্দুগুলি X-অক্ষ-রেখায় স্থাপন করা হয়েছে। শ্রেণীপ্রসার '10-14'-এর মধ্যবিন্দু 12 এবং পরিসংখ্যা 1। সুতরাং 1 পরিসংখ্যা বিশিষ্ট Y-অক্ষরেখা বরাবর অনুভূমিক রেখায় 12 মধ্যবিন্দুর


SCALE
FREQUENCIES
CLASS INTERVALS
Y
X
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
4.5
9.5
14.5
19.5
24.5
29.5
34.5
39.5
44.5
49.5
54.5

চিত্র সংখ্যা : 3.2

উপর 'X' চিহ্ন দ্বারা চিহ্নিত করা হয়েছে। অনুরূপভাবে শ্রেণীপ্রসারের অন্যান্য পরিসংখ্যাগুলি ছক কাগজে চিহ্নিত করে 'X' চিহ্নগুলি যুক্ত করা হয়েছে। এই লেখ-চিত্রকে পরিসংখ্যা বহুভুজ বলা হয়। যখন শ্রেণীপ্রসারের শ্রেণীসীমাগুলি নিয়ে অনুরূপ লেখচিত্র অঙ্কন করা হয়, তখনও মধ্যবিন্দুগুলিকে বিবেচনা করতে হয়। এখানে প্রশ্ন উঠে যে, মধ্যবিন্দুগুলির উপর চিহ্ন কেন স্থাপন করা হয়। কারণ এটা মেনে নেওয়া হয় যে, মধ্যবিন্দুসমূহ অধিকাংশ ব্যক্তিদের প্রতিনিধিত্ব করে থাকে। অন্যভাবে বলা যেতে পারে যে, '29·5—34·5' (দ্রষ্টব্য সারণী 3·2) প্রাপ্তাংকসমূহে 9 পরিসংখ্যা এই ইঙ্গিত নির্দেশ ক'রে যে, 9 জন ব্যক্তি 29·5 থেকে 34·5 পর্যন্ত প্রাপ্তাংক পেতে পারে। যদি এইগুলির গড় মান নির্ণয় করা হয়, তাহলে নিশ্চিত ভাবে 32 পাওয়া যাবে। একথা আমরা মেনে নিই যে, পরিসংখ্যাগুলির মান শ্রেণীপ্রসারের মধ্যে নিহিত থাকে। এই কারণে মধ্যবিন্দুকে সম্পূর্ণ শ্রেণীপ্রসারের প্রতিনিধি হিসাবে ধরা হয়।

কিন্তু এইভাবে অঙ্কিত পরিসংখ্যা বহুভূজে প্রায়ই পরিসংখ্যাগুলিকে বিক্ষিপ্ত বা অনিয়মিতভাবে যুক্ত করা হয়। এরজন্য এই বিভাজন বহুভূজ একবার মাত্র অবলোকন ক'রে প্রাপ্তাংকগুলির স্বরূপ বোঝা যায় না। এর দ্বারা প্রাপ্তাংকগুলির বিশেষ গুণও কল্পনা করা যায় না। তাছাড়া পরিসংখ্যা বহুভূজের আকৃতি সাধারণতঃ প্রাপ্ত বণ্টনের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে। ফলে, যদি বণ্টনের মধ্যে কোন মধ্যবর্তী শ্রেণীতে পরিসংখ্যা শূন্য (0) হয়, তাহলে লেখচিত্রটি একটি ক্ষেত্রের পরিবর্তে দুটি অবাধ ক্ষেত্র সৃষ্টি করতে পারে। এই সব ক্ষেত্রে লেখচিত্রটিকে অপেক্ষাকৃত সামঞ্জস্যপূর্ণ করার জন্য বণ্টনটির পরিসংখ্যার মধ্যে সামঞ্জস্য আনা হয়। এই সামঞ্জস্য বিধানের মাধ্যমে যে লেখচিত্র পাওয়া যায়, তাকে মসৃণ বা সমতাসম্পন্ন পরিসংখ্যা বহুভূজ (**Smoothed frequency polygon**) বলা হয়।

মসৃণ পরিসংখ্যা বহুভুজ
(Smoothed Frequency Polygon)

মসৃণীকৃত পরিসংখ্যা বহুভূজ প্রস্তুত করার জন্য নিম্নলিখিত স্তরগুলি অবলম্বন করতে হয়—

॥ এক ॥ বিভাজনের প্রকৃত শ্রেণীবিন্যাসে পরিবর্তন করতে হয়।

॥ দুই ॥ শ্রেণীবিন্যাসের উপর এবং নীচে অতিরিক্ত শ্রেণীপ্রসার গঠন করতে হয় এবং তাদের পরিসংখ্যা শূন্য (0) হিসাবে ধরা হয়।

॥ তিন ॥ প্রত্যেক শ্রেণীপ্রসারের জন্য মসৃণ পরিসংখ্যা নির্ণয় করতে হয়।

॥ চার ॥ X-অক্ষরেখায় শ্রেণীসীমাগুলি এবং Y-অক্ষরেখায় পরিসংখ্যাগুলি স্থাপন করতে হয়।

॥ পাঁচ ॥ X-অক্ষরেখা বরাবর শ্রেণীসীমাগুলির মধ্যবিন্দু হ'তে Y-অক্ষরেখায় স্থিত মসৃণ পরিসংখ্যাসমূহ পরিসংখ্যা বহুভূজ অংকনের ন্যায় পর্যায়ক্রমে ছক কাগজের উপর X-চিহ্নের আকারে বসাতে হয়।

॥ ছয় ॥ পরে ঐ চিহ্নগুলি যোগ ক'রে প্রান্ত দু'টিতে দু'দিকে X-অক্ষের সংগে যোগ করলে মসৃণ পরিসংখ্যা বহুভুজ পাওয়া যাবে।

উদাহরণ 1. নিম্ন সারণী থেকে মসৃণ পরিসংখ্যা বহুভূজ তৈরী কর।

সারণী 3.4
শ্রেণীপ্রসার ও পরিসংখ্যা

শ্রেণীপ্রসার (C I)	পরিসংখ্যা (f)
45—49	2
40—44	3
35—39	3
30—34	9
25—29	12
20 – 24	7
15 —19	3
10 - 14	1

উপরিউক্ত সারণীতে প্রদত্ত সংখ্যাগুলি পৃথক (mutually exclusive) শ্রেণীতে দেওয়া আছে। সারণী 3.5 এ প্রকৃত শ্রেণীবিন্যাসে পরিবর্তন ক'রে সংখ্যাগুলিকে দেখানো হয়েছে।

সারণী 3.5
প্রকৃত শ্রেণীপ্রসার ও পরিসংখ্যা

শ্রেণীপ্রসার (C I)	পরিসংখ্যা (f)
44·5—49·5	2
39·5—44·5	3
34·5—39·5	3
29·5—34·5	9
24·5—29·5	12
19·5—24·5	7
14·5 · 19·5	3
9·5—14·5	1

আবার বিভাজনের শ্রেণীপ্রসারের উপর এবং নীচে অতিরিক্ত এক একটি শ্রেণী প্রসার নির্ণয় করে তাদের পরিসংখ্যাসমূহ শূন্য (0) ধরা হয়। তারপরে প্রত্যেক শ্রেণীপ্রসারের পরিসংখ্যাকে মসৃণ করা হয়। এখন প্রশ্ন উঠতে পারে যে, শ্রেণীর পরিসংখ্যা কিভাবে মসৃণ করা হয়? এরজন্য নির্দিষ্ট শ্রেণীর উপর এবং নীচে পরিসংখ্যাগুলিকে যোগ ক'রে তিন সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা হয় এবং এইভাবে প্রাপ্ত ভাগফল ঐ নির্দিষ্ট শ্রেণীর মসৃণ পরিসংখ্যা (**Smoothed frequency**) রূপে পাওয়া যায়। উদাহরণস্বরূপ, '14·5—19·5' শ্রেণীর পরিসংখ্যা **3** এবং তার উপর এবং নীচে শ্রেণীপ্রসারগুলির পরিসংখ্যা যথাক্রমে 7 এবং 1; সুতরাং $3+7+1=11\div3=3{\cdot}66$ ঐ নির্দিষ্ট শ্রেণীপ্রসারের মসৃণ পরিসংখ্যা হবে। এখানে বিভিন্ন শ্রেণীপ্রসারের মসৃণ পরিসংখ্যাগুলি নিম্ন প্রকার হবে—

4·5—9·5 শ্রেণী প্রসারের মসৃণ পরিসংখ্যা $=\frac{0+0+1}{3}=\frac{1}{3}=\ {\cdot}33$

9·5—14·5 শ্রেণী প্রসারের মসৃণ পরিসংখ্যা $=\frac{1+0+3}{3}=\frac{4}{3}=1{\cdot}33$

14·5—19·5 শ্রেণী প্রসারের মসৃণ পরিসংখ্যা $=\frac{3+1+7}{3}=\frac{11}{3}=3{\cdot}66$

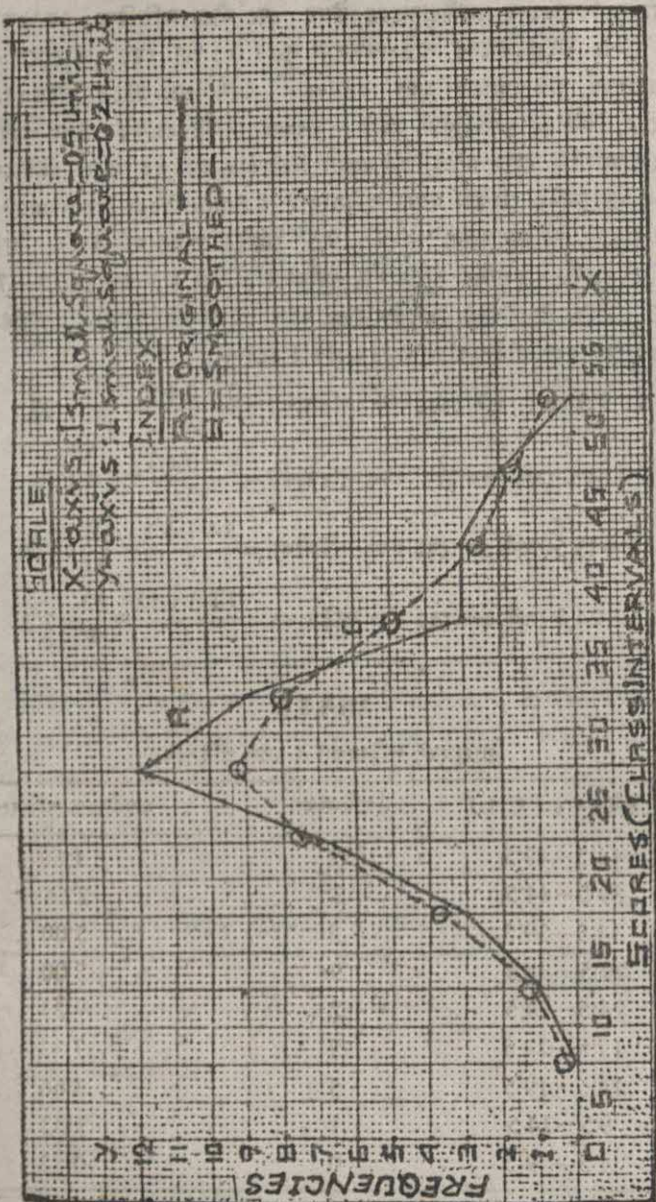
19·5—24·5 শ্রেণী প্রসারের মসৃণ পরিসংখ্যা $=\frac{7+3+12}{3}=\frac{22}{3}=7{\cdot}33$

সারণী 3.6

প্রাপ্তাংক, পরিসংখ্যা ও মসৃণ পরিসংখ্যা

শ্রেণীপ্রসার (C I)	পরিসংখ্যা	মসৃণীকৃত পরিসংখ্যা
44·5—49·5	2	1·60
39·5—44·5	3	2·66
34·5—39·5	3	5·00
29·5—34·5	9	8·00
24·5—29·5	12	9·33
19·5—24 5	7	7·33
14·5—19·5	5	3·66
9·5—14·5	1	1·33
4·5—9·5	0	0·33

এইভাবে অন্য শ্রেণীপ্রসারগুলির পরিসংখ্যাসমূহ মসৃণ করা যায়। সারণী 3.6-এ এই মসৃণ পরিসংখ্যাগুলি দেখানো হয়েছে এবং এর ভিত্তিতে লেখচিত্র অঙ্কন করা হয়েছে (লেখচিত্র 3.3)।


SCALE
INDEX
A = ORIGINAL
B = SMOOTHED
FREQUENCIES
SCORES (CLASS INTERVALS)
X
Y
0
5
10
15
20
25
30
35
40
45
50
55
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
A
B

চিত্র সংখ্যা ঃ 3.3

লেখচিত্র 3.3 তে পরিসংখ্যা বহুভূজ এবং মসৃণ পরিসংখ্যা বহুভূজ একই ভূজ রেখায় স্থাপন করা হয়েছে। দু'টি বহুভূজ দেখে স্পষ্টভাবে বোঝা যায় যে, প্রকৃত পরিসংখ্যা বহুভূজ অপেক্ষা মসৃণ পরিসংখ্যা বহুভূজ কম অসমান এবং অধিক সংগতিপূর্ণ (Symmetrical) হয়। তথ্যগুলিকে বিশ্লেষণ করার উত্তম মাধ্যম হিসাবে মসৃণ পরিসংখ্যা বহুভূজকে বিবেচনা করা হয়। বিভিন্ন দলের মধ্যে তুলনা করার জন্য এই লেখচিত্র বিশেষভাবে সহায়ক হয়ে থাকে।

উদাহরণ 2. কোন অর্জিত জ্ঞানের অভীক্ষায় বালক ও বালিকারা যে প্রাপ্তাংক পেয়েছে সেই প্রাপ্তাংকের মধ্যে তুলনা কর। প্রাপ্তাংকগুলির সারণী নীচে দেওয়া হল।

সারণী 3.7

কোন অর্জিত জ্ঞানের অভীক্ষায় বালক ও বালিকাদের প্রাপ্তাংক

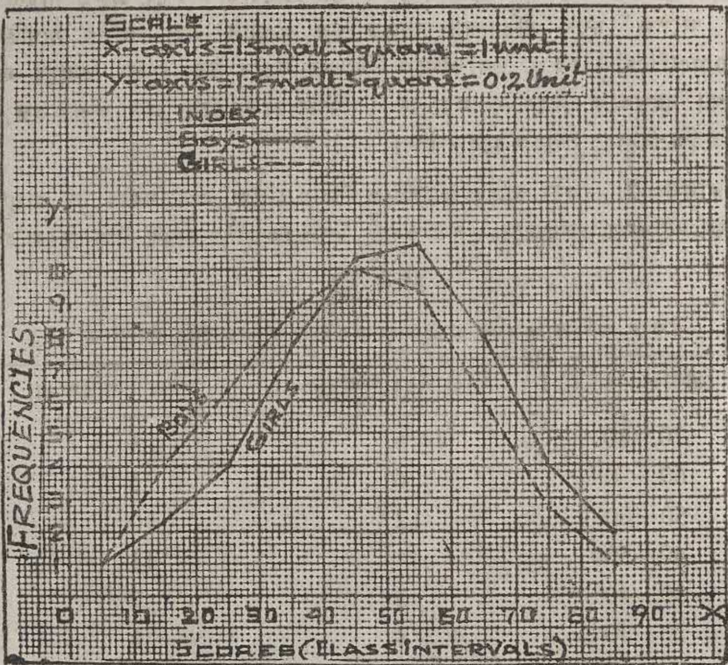
শ্রেণীপ্রসার (C I)	বালিকা (পরিসংখ্যা)	বালক (পরিসংখ্যা)
70—80	6	3
60—70	6	5
50—60	12	10
40—50	14	13
30—40	5	7
20—30	4	6
10—20	3	6

সারণী 3.8

মসৃণ প্রাপ্তাংক

শ্রেণীপ্রসার (C I)	বালিকা (পরিসংখ্যা)	মসৃণ পরিসংখ্যা	বালক (পরিসংখ্যা)	মসৃণ পরিসংখ্যা
80—90	0	2	0	1
70—80	6	4	3	2·66
60—70	6	8	5	6
50—60	12	10·66	10	9·3
40—50	14	10·30	13	10
30—40	5	7·66	7	8·67
20—30	4	4·0	6	6·3
10—20	3	2·3	6	4
0—10	0	1	0	1

এর পরে দুই পরিসংখ্যা বহুভূজকে মসৃণ ক'রে লেখচিত্র 3.4 তৈরী করা হয়েছে।



চিত্র সংখ্যা : 3.4

উপরিউক্ত লেখচিত্র দু'টি অবলোকন ক'রে বালক বালিকাদের তুলনামূলকভাবে অনুশীলন করা যায়। এর উপর ভিত্তি করে এইরূপ সিদ্ধান্ত করা যায়—(ক) বালিকাদের অপেক্ষা বালকদের অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংক অধিকমাত্রায় হয়েছে, (খ) কমদক্ষ বালকরা বালিকাদের তুলনায় কম প্রাপ্তাংক পেয়েছে ; (গ) লেখচিত্র দু'টিতে বালকদের প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের ক্ষেত্রফল কম হয়েছে এবং বালকদের প্রাপ্তাংকগুলির সামঞ্জস্যতা বালিকাদের প্রাপ্তাংকগুলির সামঞ্জস্যতার তুলনায় কম হয়েছে।

তুলনামূলক পরিসংখ্যা বহুভুজ অংকন (Drawing of Frequency polygon for comparison) : উপরিউক্ত উদাহরণ থেকে স্পষ্টভাবে বোঝা যায় যে, যখন দু'টি ভিন্ন ভিন্ন নমুনায় (sample) একই প্রকার সমান সংখ্যা থাকে, তখন তাদের একই লেখচিত্রে স্থাপন করা যেতে পারে। অর্থাৎ, দুটি দলের প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলিকে একই অক্ষের উপর পরিসংখ্যা বহুভূজের মাধ্যমে পরিবেশন করা যায় এবং তাদের পারদর্শিতার তুলনামূলক বিচার করা সম্ভব হয়। কিন্তু দল দু'টি অসম (unequal) হ'লে কিছু বাস্তব অসুবিধার সৃষ্টি হয়। অর্থাৎ, যখন নমুনাগুলির সংখ্যা ভিন্ন ভিন্ন হয়, তখন তুলনামূলক রেখাচিত্র কোন্ প্রকার হবে তা একটি সমস্যার সৃষ্টি করে। যেমন একটি দলে যদি 40 জন ছাত্র থাকে এবং অপর একটি

দলে যদি 80 জন ছাত্র থাকে, তাহলে প্রথম দলে বিভিন্ন শ্রেণী প্রসারে যে পরিসংখ্যা থাকবে, দ্বিতীয় দলে তার অপেক্ষা অনেক বেশী থাকবে। ফলে দু'টি পরিসংখ্যা বহুভুজের আয়তনে পার্থক্য থাকলেও সে পার্থক্যকে কোন নির্দিষ্ট তুল্যাংকের ভিত্তিতে বিচার করা যাবে না। এই কারণে অসম দলের (unequal group) মধ্যে তুলনা করার জন্য যখন পরিসংখ্যা বহুভুজের সাহায্য নেওয়া হয়, তখন প্রাপ্ত পরিসংখ্যার পরিবর্তে সকল ক্ষেত্রে পরিসংখ্যাগুলিকে শতকরা হারে (percentage frequency) পরিবর্তন করতে হয় এবং Y-অক্ষে চল হিসাবে ধরা হয়। তার ফলে প্রতিক্ষেত্রে প্রাপ্তাংক সংখ্যা (N) 100 হয়। এই পদ্ধতিতে তুলনা গাণিতিক যুক্তিসম্পন্ন হয়। নীচে উদাহরণের সাহায্যে এইরূপ তুলনামূলক পরিসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন পদ্ধতি সম্পর্কে আলোচনা করা হ'ল।

উদাহরণ 3. দু'টি বিদ্যালয়ের দশম শ্রেণীর ছাত্রদের উপর একটি অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক অভীক্ষা প্রয়োগ করা হ'ল। যদি দু'টি বিদ্যালয়ের ছাত্রদের প্রাপ্তাংকগুলি নিম্নরূপ হয়, তাহলে লেখচিত্র দ্বারা উভয় বিদ্যালয়ের ছাত্রদের তুলনা কর।

সারণী 3.9

অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংক, পরিসংখ্যা এবং শতকরা পরিসংখ্যা

প্রাপ্তাংক	প্রথম বিদ্যালয় (পরিসংখ্যা) f_A	দ্বিতীয় বিদ্যালয় (পরিসংখ্যা) f_B	প্রথম বিদ্যালয় $\%f_A$	দ্বিতীয় বিদ্যালয় $\%f_B$
70—80	4	4	5·7	8
60—70	10	4	14·3	8
50—60	15	7	21·4	14
40—50	13	14	18 6	28
30 40	18	12	25·7	24
20—30	6	5	8·6	10
10—20	4	4	5 7	8
	N=70	N=50		

এখানে প্রদত্ত অসম দু'টি বণ্টনের পরিসংখ্যা বহুভুজ একই ছক কাগজে আঁকতে হ'লে নিম্নরূপ পদ্ধতি অবলম্বন করতে হয়।

॥ এক ॥ প্রতিটি শ্রেণী প্রসারের মধ্যবিন্দু স্থির করতে হয়।

॥ দুই ॥ সারণীতে প্রদত্ত দু'টি বণ্টনের (A ও B) পরিসংখ্যার হার ($\%f_A$ ও $\%f_B$) নির্ণয় করতে হয়।

প্রতিটি শ্রেণীপ্রসারের শতাংশ পরিসংখ্যা নির্ণয় করার জন্য একক পরিসংখ্যাকে পরিসংখ্যার যোগফল দি'য়ে ভাগ ক'রে ভাগফলকে 100 দি'য়ে গুণ করতে হয়। সূত্রটি নিম্নরূপ—

$$\text{শতাংশ পরিসংখ্যা } (\%f) = \frac{\text{পরিসংখ্যা } (f)}{\text{মোট পরিসংখ্যা } (N)} \times 100$$

শতাংশ পরিসংখ্যা সূত্রের সাহায্যে এইভাবে শতাংশ পরিসংখ্যা নির্ণয় করা যায়। যেমন—সারণী 3.9-এ দেখানো হয়েছে।

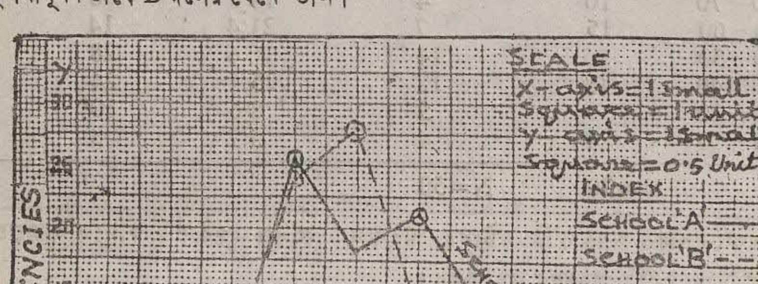
শতাংশ পরিসংখ্যা সূত্রের সাহায্যে নিম্নরূপে শতাংশ পরিসংখ্যা নির্ণয় করা যায়।

সারণী 3.9-এ শ্রেণীপ্রসার '10-20' এর ক্ষেত্রে উভয় দলের পরিসংখ্যা 4 হ'লে শতাংশ পরিসংখ্যা (percentage frequency) যথাক্রমে $\frac{f_A}{N} \times 100 = \frac{4}{70} \times 100 = 5{\cdot}7$ এবং $\frac{f_B}{N} \times 100 = \frac{4}{50} \times 100 = 8$ হবে।

এইভাবে অন্যান্য শ্রেণীপ্রসারের শতাংশ পরিসংখ্যা জানার সংগে সংগে বিভিন্ন নমুনার (samples) ভিন্ন ভিন্ন মোট সংখ্যা (70 এবং 50) 100—100-তে পরিবর্তিত হয়। সুতরাং মোট সংখ্যাতে পার্থক্য হওয়া সত্ত্বেও রেখাচিত্রে (graph) কোনরূপ প্রভাব পড়ে না। ফলে তুলনামূলক বিশ্লেষণ সহজ হয় এবং স্পষ্টভাবে করা যায়।

॥ তিন ॥ এখন শ্রেণী প্রসারের মধ্যবিন্দুকে (midpoint) X-অক্ষরেখার এবং শতাংশ পরিসংখ্যাসমূহকে Y-অক্ষরেখায় (উভয় দলের) স্থাপন ক'রে পৃথক পৃথক পরিসংখ্যা বহুভূজ অঙ্কন করতে হয়। এই পরিসংখ্যা বহুভূজ দৈর্ঘ্য ও উচ্চতার মধ্যে সামঞ্জস্য রেখে অঙ্কন করা হয় এবং তার জন্য সাধারণতঃ 75% নিয়ম (অর্থাৎ, 4 : 3 অনুপাত) অনুসরণ করা হয়।

এইভাবে যে লেখচিত্র দু'টি পাওয়া যায় সেই লেখদ্বয় বিচার করলে দেখা যায় যে, A দলের শতকরা বেশী ছাত্র উচ্চ প্রাপ্তাংকমানের দিকে আছে। অপরদিকে B দলের শতকরা বেশী ছাত্র নিম্ন প্রাপ্তাংকমানের দিকে আছে। অর্থাৎ A দলের পারদর্শিতা তুলনামূলকভাবে B দলের থেকে ভাল।



চিত্র সংখ্যা : 3.5

আয়তলেখ বা স্তম্ভাকৃতি

(Histogram)

শ্রেণীবদ্ধ পরিসংখ্যা বণ্টনের রাশিতথ্য অধিকাংশ ক্ষেত্রে আয়তলেখের মাধ্যমে প্রকাশ করা হয়। আয়তলেখ বা স্তম্ভাকৃতি একটি অনুভূমিক সরল রেখার উপর অংকিত পরস্পর সংলগ্ন এমন এক গুচ্ছ আয়তক্ষেত্র যাদের প্রতিটির ক্ষেত্রফল অনুরূপ শ্রেণী পরিসংখ্যার সঙ্গে সমানুপাতিক। আয়তক্ষেত্র অংকন করতে হ'লে নিম্নরূপ পদ্ধতি গ্রহণ করতে হয়।

॥ এক ॥ যখন শ্রেণীপ্রসার পরস্পর অন্তর্গত শ্রেণী 5—9, 10—14 প্রভৃতিতে হয় তখন সেই শ্রেণী প্রসারকে পরস্পর পৃথক বা প্রকৃত শ্রেণী প্রসারে পরিবর্তন করতে হয়।

॥ দুই ॥ X-অক্ষরেখায় শ্রেণীপ্রসারগুলির শ্রেণীসীমানাসমূহ (class boundaries) অনুভূমিক রেখায় পর পর স্থাপন করতে হয়। তাতে কোনরূপ ফাঁক বা gap থাকবে না।

॥ তিন ॥ Y-অক্ষরেখায় পরিসংখ্যাসমূহ স্থাপন করা হয়।

॥ চার ॥ অনুভূমিক রেখায় পরিসংখ্যা ছকের শ্রেণীপ্রসারগুলির অনুরূপ অংশ-সমূহ কেটে নিতে হয়। অংশগুলির দৈর্ঘ্যসমূহ শ্রেণীপ্রসারের দৈর্ঘ্যের সমানুপাতিক হয়।

॥ পাঁচ ॥ প্রত্যেকটি অংশের উপর নির্দিষ্ট শ্রেণীপ্রসারের পরিসংখ্যার সঙ্গে সমানুপাতিক ক'রে আয়তলেখ অংকন করতে হয়। ছক কাগজের উপর শ্রেণীপ্রসারের নিম্নতম সীমানা থেকে উচ্চতম সীমানা পর্যন্ত পরিসংখ্যা বণ্টনকে কেন্দ্র ক'রে আয়তলেখ বা স্তম্ভাকৃতি অংকন করা হয়।

॥ ছয় ॥ ছক কাগজে এইরূপ লেখচিত্র অংকন করার পূর্বে মাপনি মূল্য (scale value) নির্ধারণ করে নিতে হয় এবং ঐ কাগজে প্রদর্শন করতে হয়। যেমন, X-অক্ষ বরাবর : ছোট বর্গক্ষেত্রের 1টি বাহুর দৈর্ঘ্য $= X'$ এবং Y-অক্ষ বরাবর : ছোট বর্গক্ষেত্রের 1টি বাহুর দৈর্ঘ $= Y'$

এই পদ্ধতিতে অংকিত আয়তক্ষেত্রের প্রত্যেকটির ক্ষেত্রফল পরিসংখ্যা ছকের অনুরূপ শ্রেণীপ্রসারগুলির পরিসংখ্যাকে এবং আয়তক্ষেত্রগুলির ক্ষেত্রফলের সমষ্টি পরিসংখ্যা বণ্টন ছকের মোট পরিসংখ্যাকে প্রকাশ করে।

যদি পরিসংখ্যা বণ্টনে প্রতিটি শ্রেণীপ্রসারের দৈর্ঘ্য সমান হয়, তাহলে আয়তক্ষেত্র সমূহের উচ্চতাগুলি অনুরূপ শ্রেণী পরিসংখ্যার সঙ্গে সমানুপাতিক করে নিলেই চলে। কিন্তু যদি শ্রেণীপ্রসারসমূহের দৈর্ঘ্য সমান না হয়, তাহলে বিভিন্ন আয়তক্ষেত্রের উচ্চতা নিম্নলিখিত সূত্রানুযায়ী স্থির করতে হয়।

উচ্চতা = পরিসংখ্যা ঘনত্ব (Frequency density)

$$= \frac{\text{শ্রেণী পরিসংখ্যা (class frequency)}}{\text{শ্রেণীপ্রসারের দৈর্ঘ্য (width of class)}}$$

উদাহরণ 1. নিম্নলিখিত রাশিতথ্যের সাহায্যে আয়তলেখ অঙ্কন কর।

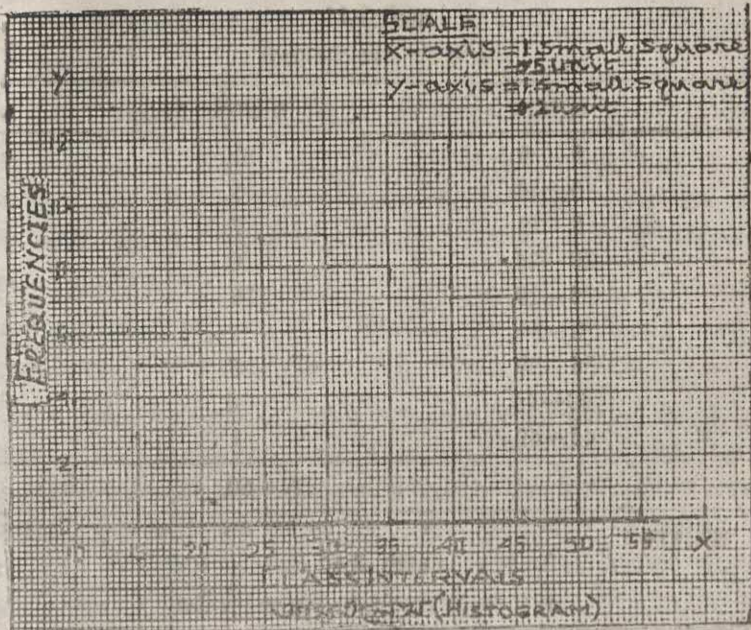
সারণী 3.10

প্রাপ্তাংক এবং পরিসংখ্যা

প্রাপ্তাংক	মধ্যবিন্দু	পরিসংখ্যা
45—50	47	5
40—45	42	7
35—40	37	12
30—35	32	8
25—30	27	9
20 —25	22	6
15—20	17	5
		N=52

এখানে রাশিতথ্যগুলি পরস্পর পৃথক শ্রেণীতে দেওয়া হয়েছে এবং এইগুলিকে প্রকৃত শ্রেণীপ্রসারেও লেখা যেতে পারে। কিন্তু যদি এই রাশিতথ্যগুলি পরস্পর অন্তর্গত শ্রেণীপ্রসারে সাজানো হয়, যেমন 15—19, 20—24 প্রভৃতি, তাহলে এইগুলিকে কোন একটিতে পরিবর্তন করা আবশ্যক হয়।

আয়তলেখ অঙ্কন করার জন্য সর্বপ্রথম X-অক্ষরেখায় প্রাপ্তাংকগুলির নিম্নতম সীমা বা সীমানা প্রদর্শন করা হয়। প্রায়ই X-অক্ষরেখায় কম সংখ্যাগুলির দিক থেকে শুরু করা হয়। সবচেয়ে অধিক সংখ্যাগুলি দিয়ে, যেমন 50 থেকে 45, 40 থেকে 35, শুরু করা যেতে পারে। তাতে লেখচিত্রে কোন প্রকার তারতম্য হবে না। যখন আমরা দেখি যে, সারণী 3.10 এর শ্রেণী প্রসার 15-20 এর পরিসংখ্যা 5 হয়, তখন X-অক্ষে যেখানে 15 লেখা হয়েছে সেখান থেকে একটি রেখা সোজাসুজি Y-অক্ষে প্রদত্ত '5' পর্যন্ত টানা হয়েছে। আবার X-অক্ষের সমান্তর এক শ্রেণীপ্রসার পর্যন্ত বাড়িয়ে নীচে '20' সংখ্যার সঙ্গে X-অক্ষে মিলিয়ে দেওয়া হয়েছে। এইভাবে যে আয়তক্ষেত্র বা স্তম্ভটি পাওয়া যায় তার ক্ষেত্রফল '15—20' (15—19) শ্রেণীর 5 পরিসংখ্যা প্রদর্শন করে। অনুরূপভাবে অন্যান্য শ্রেণীর আয়তক্ষেত্র বা স্তম্ভ অঙ্কন করা যায়। এই প্রকার সম্পূর্ণ বণ্টনের অঙ্কিত লেখচিত্রকে আয়তক্ষেত্র বা স্তম্ভাকৃতি বলা হয়। এই স্তম্ভাকৃতি লেখচিত্র 3.6 এ দেখানো হয়েছে।



চিত্র সংখ্যা : 3·6

একই অক্ষের উপর আয়তলেখ এবং পরিসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন (Construction of Histogram and Frequuncy polygon on the same axis) : আয়তলেখ ও পরিসংখ্যা বহুভূজ উভয় ধরনের লেখচিত্রের দ্বারা আমরা একই প্রকার তথ্য পরিবেশন করতে পারি। অর্থাৎ এই প্রকার লেখচিত্রের সাহায্যে আমরা সামগ্রিকভাবে তথ্যের পরিমাণ বুঝতে পারি। কিন্তু পরিসংখ্যা বহুভূজ দ্বারা যখন আমরা তথ্য পরিবেশন করি, তখন প্রকৃতক্ষেত্রে তার ক্ষেত্রফল দ্বারা তথ্যের আয়তন প্রকাশ করা যায় না। অপরদিকে আয়তক্ষেত্রের (Histogram) মাধ্যমে অপেক্ষাকৃত তাৎপর্যপূর্ণভাবে তথ্য পরিবেশন করা যায়। কারণ, আয়তক্ষেত্রের মাধ্যমে প্রত্যেকটি শ্রেণীতে তথ্যের পরিমাণ যেমন পৃথকভাবে প্রকাশ করা যায়, তেমনি সামগ্রিক তথ্যের পরিমাণও জানা যায়। তাছাড়া আয়তক্ষেত্রের স্তম্ভগুলি প্রত্যেকটি শ্রেণীসীমা বা শ্রেণীসীমানা পর্য্যন্ত বিস্তৃত থাকে বলে, এখানে অপেক্ষাকৃত সঠিকভাবে তথ্যের আয়তন পরিবেশন করা সম্ভব হয়। দু'ধরনের লেখচিত্রের তুলনামূলক বিচারের জন্য একই তথ্যের ভিত্তিতে একই অক্ষরেখার উপর দু'ধরনের লেখচিত্র অঙ্কনের পদ্ধতি আলোচনা করা হ'ল।

উদাহরণ 2. পর পৃষ্ঠার তালিকায় একটি প্রাপ্ত বণ্টন দেওয়া আছে। এই তথ্যের ভিত্তিতে একই অক্ষের উপর একটি পরিসংখ্যা বহুভূজ ও একটি আয়তক্ষেত্রের মাধ্যমে তথ্যটিকে প্রকাশ কর।

সারণী 3.11

প্রাপ্তাংক এবং পরিসংখ্যা

প্রাপ্তাংক	পরিসংখ্যা (f)
5— 9	4
10—14	6
15—19	7
20—24	10
25—29	16
30—34	7
35—39	5
40—44	4
45—49	1
	N = 60

সমাধান ঃ

সারণী 3.12

প্রাপ্তাংক, পরিসংখ্যা, মধ্যবিন্দু ও নিম্নসীমা

প্রাপ্তাংক	পরিসংখ্যা	মধ্যবিন্দু	নিম্নসীমা
5— 9	4	7	4.5
10—14	6	12	9.5
15—19	7	17	14.5
20—24	10	22	19.5
25—29	16	27	24.5
30—34	7	32	29.5
35—39	5	37	34.5
40—44	4	42	39.5
45—49	1	47	44.5
	N = 60		

সারণী 3.11 এ প্রদত্ত রাশিতথ্যগুলিকে ভিত্তি ক'রে একই অক্ষরেখার উপর পরিসংখ্যা বহুভূজ এবং আয়তলেখ অঁাকার জন্ত ঐ তথ্যগুলিকে যে ভাবে রূপান্তরিত করা হয়েছে তা সারণী 3.12 এ দেখানো হয়েছে এবং এরজন্ত যে পদ্ধতি অনুসরণ করা হয়েছে তার উল্লেখ এখানে করা হ'ল।

॥ এক ॥ শুরুতেই X-এবং Y-অক্ষদ্বয়ের দৈর্ঘ্য ও উচ্চতার মধ্যে সামঞ্জস্য বিধানের জন্ত '75% rule' অনুসরণ ক'রে এবং স্কেল-মূল্যমান (scale value) নির্ধারণ ক'রে ছক কাগজে ঐ রেখাদ্বয় অঁাকতে হয়।

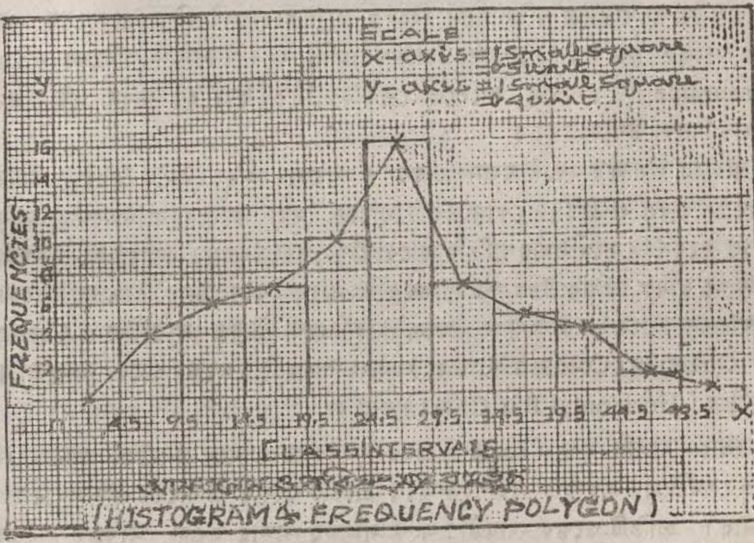
॥ **দুই** ॥ পরিসংখ্যা বহুভূজ অাঁকার জন্য X-অক্ষে প্রাপ্তাংক হিসাবে শ্রেণী মধ্যবিন্দুকে ধরা হয়। সুতরাং শ্রেণীপ্রসারের মধ্যবিন্দুগুলি নির্ণয় করা হয়েছে।

॥ **তিন** ॥ আয়তলেখ অাঁকার জন্য X-অক্ষে প্রাপ্তাংক হিসাবে শ্রেণীর নিম্নসীমা ধরা হয়। তাই শ্রেণীর নিম্নসীমাগুলি নির্ধারণ ক'রে সারণীতে দেখানে হয়েছে।

॥ **চার** ॥ ছক কাগজের X-অক্ষে প্রথমতঃ প্রাপ্তাংক হিসাবে শ্রেণীপ্রসারের মধ্যবিন্দু বসিয়ে পরিসংখ্যা বহুভূজ অাঁকতে হয়। এখানে সেইভাবেই পরিসংখ্যা বহুভূজ অাঁকা হয়েছে।

॥ **পাঁচ** ॥ আবার ছক কাগজের X-অক্ষে প্রাপ্তাংক হিসাবে শ্রেণীর নিম্নমান বসিয়ে আয়তলেখ অাঁকতে হবে। এখানে তাই করা হয়েছে।

এখানে উল্লেখ করা যায় যে, একই অক্ষরেখার উপর পরিসংখ্যা বহুভূজ ও আয়তলেখ অাঁকতে হলে যে কোন একটি অাঁকার পর অপরটি সহজে অাঁকা যায়। যেমন, পরিসংখ্যা বহুভূজের চিহ্নিত বিন্দুগুলির দু'দিকে শ্রেণীর বিস্তার বরাবর রেখা টেনে প্রান্ত বিন্দু থেকে X-অক্ষ বরাবর লম্ব টানলে আয়তলেখের এক-একটি স্তম্ভ পাওয়া যায়। অপরদিকে আয়তলেখটি প্রথমে অাঁকলে তার প্রত্যেকটি স্তম্ভের X-অক্ষের সমান্তরাল বাহুর মধ্যবিন্দুগুলি রেখার দ্বারা যোগ করলে পরিসংখ্যা বহুভূজ পাওয়া যায়।



চিত্র সংখ্যা : 3.7

স্তম্ভচিত্র বা বারচিত্র
(Bar-diagram)

স্তম্ভচিত্র বা বারদণ্ড আলোচনার পূর্বে স্তম্ভাকৃতি বা আয়তলেখের মধ্যে কিরূপ পার্থক্য বর্তমান যে সম্বন্ধে ধারণা করা আবশ্যক হয়।

॥ এক ॥ স্তম্ভকৃতি ভিন্ন ভিন্ন ভাগে দেখানো যায় না। কিন্তু স্তম্ভচিত্র ভিন্ন ভিন্ন ভাগে দেখানো যায়।

॥ দুই ॥ স্তম্ভাকৃতিতে অমুক অমুক শ্রেণীর ক্রম রূপে দেখানো যায়। কিন্তু স্তম্ভচিত্রে এইরূপ ক্রম রূপ পাওয়া যায় না।

॥ তিন ॥ স্তম্ভাকৃতিতে কোন অমুক শ্রেণীপ্রসারের পরিসংখ্যাগুলির সমষ্টি ঐ শ্রেণীর নিম্নতম থেকে উচ্চতম সীমা পর্যন্ত ক্রমরূপে নিহিত থাকে। কিন্তু স্তম্ভচিত্রে এইরূপ কোন ধারণা করা যায় না, কেবলমাত্র স্তম্ভ নির্মাণ দ্বারাই স্তম্ভচিত্র অঙ্কন করা যায়।

॥ চার ॥ স্তম্ভাকৃতি দ্বারা বিভিন্ন বিভাগের তুলনা সম্ভব হয় না। কিন্তু স্তম্ভচিত্রে তুলনা সহজ ও সম্ভব হয়।

॥ পাঁচ ॥ স্তম্ভাকৃতিতে এক সম্পূর্ণ চিত্র পাওয়া যায়। কিন্তু স্তম্ভচিত্র পৃথক পৃথক স্তম্ভরূপে জানা যায়।

স্তম্ভচিত্র বা বারচিত্র পরিসংখ্যান বিষয়ক রাশিতথ্যের রৈখিক প্রকাশের একটি বহুল ব্যবহৃত পদ্ধতি। বিশেষতঃ রাশিতথ্যমালা যখন কোন অপরিমেয় (non-measurable) বৈশিষ্ট্যের সাপেক্ষে শ্রেণীবিন্যাসিত করা হয় তখন এই চিত্রের ব্যবহার বিশেষ উপযোগী হয়।

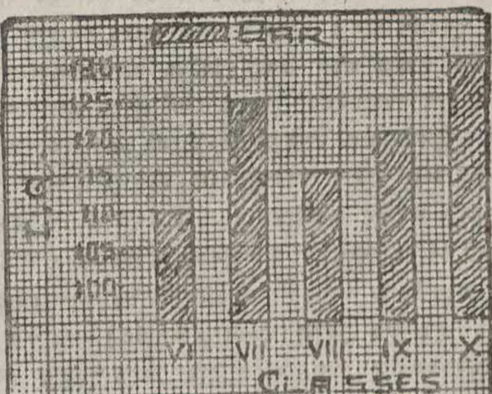
বারচিত্র হ'ল কতকগুলি সমান প্রস্থের ও পরস্পর হ'তে সমান দূরত্বে অবস্থিত আয়তাকার দণ্ড বা বার। কোন একটি বারের দৈর্ঘ্য তা যে রাশিতথ্যের মানকে প্রকাশ করে তার সঙ্গে সমানুপাতিক ক'রে ঠিক করতে হয়। বারগুলি উল্লম্বভাবে কোন অনুভূমিক রেখার উপর অথবা অনুভূমিকভাবে কোন উল্লম্ব রেখার উপর পর পর থাকতে পারে। প্রথমোক্ত ক্ষেত্রে বারচিত্রকে **উল্লম্ব বারচিত্র** (Vertical Bar Chart বা Column Chart) এবং পরবর্তী ক্ষেত্রে তাকে **অনুভূমিক বারচিত্র** (Horizontal Bar Chart) বলা হয়।

এখানে মাপনি মূল্য (scale value) সাবধানের সঙ্গে নির্ধারণ করতে হয়। তাতে লেখচিত্রের অনুপাত যথোপযুক্ত হয়। প্রতিটি স্তম্ভের বা বারের প্রস্থ সমান হওয়া বাঞ্ছনীয়। প্রতিটি স্তম্ভের মধ্যবর্তী অংশ সমদূরত্ব সম্পন্ন হওয়া আবশ্যক। এতদ্ সত্ত্বেও পর পর দু'টি বারের মধ্যে কতখানি ফাঁকা জায়গা থাকবে তার কোন বাঁধা ধরা নিয়ম নেই। তবে প্রয়োজন বোধে উক্ত স্থান একটি বারের প্রস্থের অর্ধেকের সমান হতে পারে। নীচে একটি উদাহরণ দেওয়া হ'ল।

উদাহরণ 1. ষষ্ঠ থেকে দশম শ্রেণী পর্যন্ত ছাত্রদের উপর একটি বুদ্ধি অভীক্ষা প্রয়োগ করা হ'ল। যদি বিভিন্ন শ্রেণীর ছাত্রদের গড় বুদ্ধ্যঙ্ক নিম্নরূপ হয় তাহলে প্রদত্ত রাশিতথ্যের সাহায্যে স্তম্ভচিত্র অঙ্কন কর।

শ্রেণী	VI	VII	VIII	IX	X
বুদ্ধ্যঙ্ক	110	125	115	120	130

সমাধান ঃ ছক কাগজে চিত্র সংখ্যা 3.8 এ শ্রেণীগুলিকে X-অক্ষে এবং শ্রেণীগুলির প্রতিনিধিমূলক গড় বুদ্ধ্যঙ্কগুলি Y-অক্ষে প্রদর্শন করা হয়েছে। স্তম্ভগুলি অঙ্কন করার সময় অবশ্যই মনে রাখতে হয় যে, তাদের প্রস্থ যেন সমান হয়।



চিত্র সংখ্যা : 3.8

চিত্রসংখ্যা 3.8 অবলোকন করলে এই সিদ্ধান্ত করা যায় যে, দশম শ্রেণীর ছাত্রের বুদ্ধি সর্বাপেক্ষা ভাল। কিন্তু সপ্তম শ্রেণীর ছাত্রদের বুদ্ধি তার চেয়ে নিম্নস্তরের ; অবশ্য অন্যান্য শ্রেণীর ছাত্রদের অপেক্ষা উচ্চ স্তরের। নবম শ্রেণীর স্তম্ভ সপ্তম এবং দশম শ্রেণীর স্তম্ভগুলি অপেক্ষা নিম্ন এবং ষষ্ঠ এবং অষ্টম শ্রেণীদুটির অপেক্ষা উচ্চ। ষষ্ঠ শ্রেণীর স্তম্ভ সর্বাপেক্ষা নিম্ন। সুতরাং এর থেকে স্পষ্টভাবে বোঝা যায় যে, দশম শ্রেণীর ছাত্রদের গড় বুদ্ধি অন্যান্য শ্রেণীর ছাত্রদের গড় বুদ্ধি অপেক্ষা খুবই ভাল। কিন্তু অপরদিকে ষষ্ঠ শ্রেণীর ছাত্রদের গড় বুদ্ধি অন্যান্যদের অপেক্ষা খুবই কম। একথাও বলা যেতে পারে যে, এই লেখচিত্র ষষ্ঠ শ্রেণী থেকে দশম শ্রেণী পর্যন্ত ছাত্রদের গড় বুদ্ধির তুলনামূলক উপকরণ হিসাবে ব্যবহার করা যায়।

বৃত্ত লেখ বা পাইচিত্র
(Pie-diagram or chart)

বৃত্ত লেখচিত্রের সাহায্যে পরিসংখ্যান বিষয়ক রাশিতথ্য প্রকাশের বহুল প্রচলন আছে। বহু অংশে বিভক্ত বারচিত্রের ন্যায় রাশিতথ্যের বিভিন্ন অংশের মধ্যে

পারস্পরিক সম্পর্ক এবং পূর্ণতথ্যের সঙ্গে বিভিন্ন অংশের পারস্পরিক সম্পর্ক সুন্দরভাবে প্রকাশের ক্ষেত্রে বৃত্ত লেখচিত্রের ব্যবহার খুবই উপযোগী।

পাইচিত্রে একটি বৃত্ত (বা বৃত্তের ক্ষেত্রফল) পূর্ণ রাশিতথ্যকে প্রকাশ করে এবং কয়েকটি ব্যাসার্ধের দ্বারা পূর্ণ বৃত্তটিকে এমন কয়েকটি বৃত্তাংশে (Sector) বিভক্ত করা হয় যাতে বৃত্তাংশগুলির ক্ষেত্রফল সমগ্র তথ্যের অন্তর্গত বিভিন্ন অংশতথ্যের সমানুপাতিক হয়। একথা সহজেই বোঝা যায় যে, কোন বিশেষ অংশতথ্য সমগ্র তথ্যের যত শতাংশ হবে, অংশতথ্যের অনুরূপ বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল সমগ্র বৃত্তটির ক্ষেত্রফলের তত শতাংশ হবে। আমরা জানি, বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল কেন্দ্রস্থ কোণের সমানুপাতিক হয়। তাই একথা বলা যায় যে, পাইচিত্র হ'ল একটি বৃত্ত যাকে কয়েকটি ব্যাসার্ধের দ্বারা এমনভাবে কয়েকটি বৃত্তাংশে বিভক্ত করা হয় যাতে বৃত্তাংশগুলির কেন্দ্রস্থ কোণসমূহ পূর্ণরাশি তথ্যের বিভিন্ন অংশতথ্যসমূহের সমানুপাতিক হয়।

পাইচিত্র অঙ্কন করতে হ'লে প্রথমে বিভিন্ন অংশতথ্যসমূহকে পূর্ণরাশিতথ্যের শতকরা হিসাবে প্রকাশ করতে হয়। যেহেতু একটি পূর্ণবৃত্ত তার কেন্দ্রে 360° কোণ উৎপন্ন করে এবং পূর্ণবৃত্তটি সমগ্র রাশিতথ্যের মানের প্রকাশক, একথা নিঃসন্দেহে বলা যায় যে, কেন্দ্রস্থ 360° কোণ শতকরা 100 ভাগ রাশিতথ্যের মানকে প্রকাশ করে বা রাশিতথ্যের শতকরা একভাগ (1%) মান কেন্দ্রে 3·6° কোণ উৎপন্ন করে। এখন কোন একটি বিশেষ অংশতথ্য যদি পূর্ণতথ্যের শতকরা x ভাগ হয়, তাহলে তা কেন্দ্রে $x \times 3{\cdot}6°$ কোণ উৎপন্ন করবে। এইভাবে বিভিন্ন অংশতথ্যের শতকরা হিসাব হতে তাদের অনুরূপ **কেন্দ্রস্থ কোণ** (central angle) নির্ণয় করা যায়। অতঃপর সুবিধামত ব্যাসার্ধের একটি বৃত্ত অঙ্কন ক'রে তার কেন্দ্রে পূর্বোক্ত কেন্দ্রস্থ কোণগুলি অঙ্কনের দ্বারা বৃত্তটিকে কয়েকটি বৃত্তাংশে বিভক্ত করা হয়, যার প্রত্যেকটি এক একটি অংশতথ্যকে প্রকাশ করে থাকে। অবশেষে বিভিন্ন বৃত্তাংশ বিভিন্ন নক্সার মাধ্যমে দেখাতে হয়।

অনেক সময় রাশিতথ্যসমূহকে পূর্ণতথ্যের শতকরা হিসাবে প্রকাশ করবার পর অঙ্কিত বৃত্তের পরিধিকে সমান 100 ভাগ বিভক্ত ক'রেও বৃত্তলেখচিত্র অঙ্কন করা হয়। এক্ষেত্রে কেন্দ্রস্থ কোণ নির্ণয়ের কোন প্রয়োজন হয় না।

উদাহরণ 1. কোন একটি কলেজের মোট ছাত্র সংখ্যার 90% কলেজের ক্রিকেট ক্লাবের সভ্য, 80% কলেজের ফুটবল ক্লাবের সভ্য, 75% উভয় ক্লাবের সভ্য এবং মোট 40 জন ছাত্র কোন ক্লাবেরই সভ্য নয়।

একটি পাইচিত্র অঙ্কন ক'রে দেখাও

(i) কেবলমাত্র ক্রিকেট ক্লাবের সভ্য সংখ্যা,

(ii) কেবলমাত্র ফুটবল ক্লাবের সভ্য সংখ্যা,

(iii) উভয় ক্লাবের সভ্য সংখ্যা এবং (iv) কোন ক্লাবেরই সভ্য নয় এমন সংখ্যা।

সমাধান : 100 জন ছাত্রের মধ্যে উভয় ক্লাবের সভ্য সংখ্যা 75 জন এবং ক্রিকেট ও ফুটবল ক্লাবের সভ্য সংখ্যা যথাক্রমে 90 জন ও 80 জন। সুতরাং কেবল

মাত্র ক্রিকেট ক্লাবের সভ্য সংখ্যা = (90 − 75) বা 15 জন এবং কেবলমাত্র ফুটবল ক্লাবের সভ্য সংখ্যা (80 − 75) বা 5 জন।

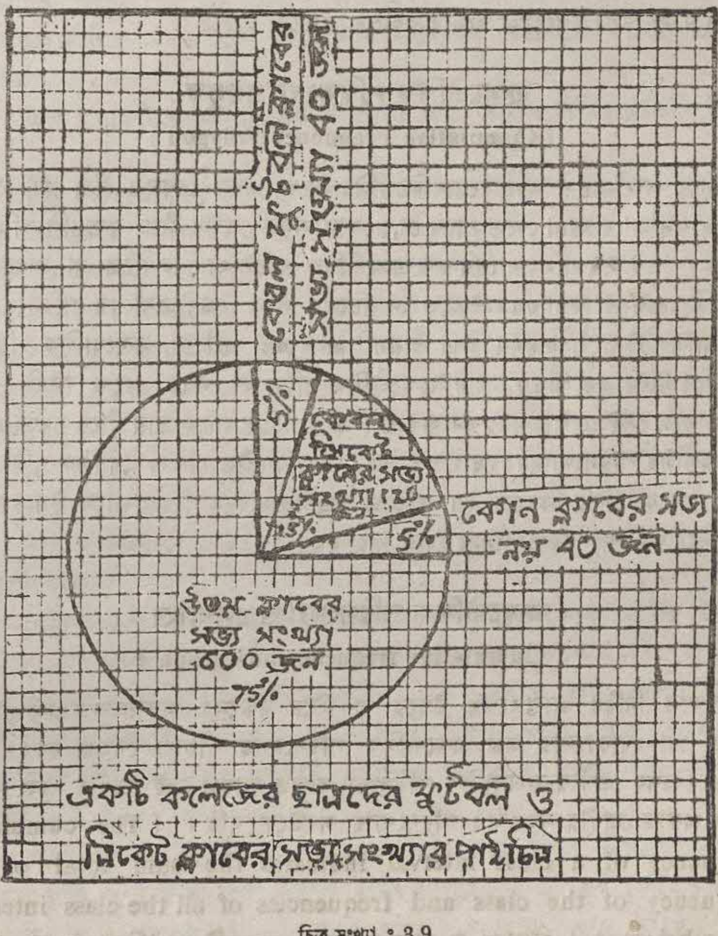
∴ 100 জনের মধ্যে কোন ক্লাবের সভ্য নয় এমন সংখ্যা = (100 − 75 − 15 − 5) বা 5 জন।

∴ 5 জন ছাত্র কোন ক্লাবেরই সভ্য নয় যখন মোট ছাত্রসংখ্যা = 100 জন

40 জন ছাত্র কোন ক্লাবেরই সভ্য নয় যখন মোট ছাত্রসংখ্যা $= \frac{100 \times 40}{5}$ জন

$= 800$ জন

উভয় ক্লাবের সভ্য সংখ্যা = 800 এর 75% $= 800 \times \frac{75}{100}$ বা 600 জন



চিত্র সংখ্যা : 3.9

অনুরূপে, কেবলমাত্র ক্রিকেট ক্লাবের সভ্য সংখ্যা = 800 এর 15% = 120 জন কেবলমাত্র ফুটবল ক্লাবের সভ্যসংখ্যা = 800 এর 5% = 40 জন এবং 40 জন কোন ক্লাবের সভ্য নয়।

পাই বা বৃত্তচিত্র অঙ্কনের জন্য আমরা নিম্নলিখিত কেন্দ্রস্থ কোণগুলি নির্ণয় করি :

	শতকরা হিসাবে	কেন্দ্রস্থ কোণ
(i) উভয় ক্লাবের সভ্য সংখ্যা	75%	$75\times3·6^\circ=270^\circ$
(ii) কেবলমাত্র ক্রিকেট ক্লাবের সভ্য সংখ্যা	15%	$15\times3·6^\circ=54^\circ$
(iii) কেবল ফুটবল ক্লাবের সভ্য সংখ্যা	5%	$5\times3·6^\circ=18^\circ$
(iv) কোন ক্লাবের সভ্য নয়	5%	$5\times3·6^\circ=18^\circ$

3.9 নং চিত্রে উপরোক্ত তথ্যের বৃত্তচিত্র দেখানো হয়েছে।

ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বহুভুজ
(Cumulative Frequency Polygon)

পূর্বে আলোচিত সমস্ত রেখাচিত্রগুলির মধ্যে এমন কোনও চিত্র নেই যেগুলি অবলোকন ক'রে জানা যেতে পারে যে, কোন অমুক শ্রেণীর নীচে কতগুলি পরিসংখ্যা আছে। এই সমস্যা সমাধানের জন্য ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা লেখচিত্র বা ক্রমযৌগিক বিভাজন প্রকাশ করা হয়। এতে লেখচিত্রের সমস্ত শ্রেণীপ্রসারের পরিসংখ্যাগুলি ক্রমযৌগিক হিসাবে প্রদর্শন করা যায়। এখন প্রশ্ন ওঠে যে, ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা কিভাবে নির্ণয় করা যায় ? যদি ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা নীচে থেকে নির্ণয় করতে হয় তাহলে সেই শ্রেণীপ্রসারে ধনাত্মক 0 (+) পরিসংখ্যাকে তার নীচে সমস্ত শ্রেণীপ্রসারগুলির পরিসংখ্যাসমূহ যোগ করা হয়। এর বিপরীত যদি ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার উপর থেকে নির্ণয় করতে হয় তাহলে শ্রেণীপ্রসারের পরিসংখ্যাকে উপরের সমস্ত শ্রেণীপ্রসারগুলির পরিসংখ্যাসমূহ যোগ করা হয়।

ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা ও লেখচিত্র
(Cumulative frequency and graph)

কোন নির্দিষ্ট প্রাপ্তাংকের উপরে বা নীচে বণ্টনের অন্যান্য কতগুলি প্রাপ্তাংক আছে তা বোঝানোর জন্য ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার সাহায্য নেওয়া হয়। কোন বণ্টনে বিশেষ শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বলতে আমরা সেই শ্রেণীর এবং নীচের দিকে অন্যান্য শ্রেণীর সবগুলির পরিসংখ্যার সমষ্টিকে বুঝি। (**The cumulative frequency of a class interval indicates the sum total of the frequeucy of the class and frequencies of all the class intervals lying below it.**) এইভাবে যে কোন বণ্টনের প্রত্যেকটি শ্রেণীবিভাগের ক্রমযৌগিক

পরিসংখ্যা নির্ণয় করা যায়। কোন প্রাপ্ত বণ্টনের পরিসংখ্যাগুলির (frequencies) পরিবর্তে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (cumulative frequency) বসিয়ে যে বণ্টন পাওয়া যায় তাকে **ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বণ্টন** (cumulative frequency distribution) বলা হয়। এই ধরনের বণ্টনে কোন বিশেষ শ্রেণীর উচ্চসীমার (upper limit) নীচে কতগুলি প্রাপ্তাংক আছে তা বোঝানোর জন্য ঐ শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যাটি ব্যবহার করা হয়। এই কারণে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বণ্টন নির্ধারণ করার সময় শ্রেণীবিভাগগুলির ক্ষেত্রে প্রকৃত বিভাগসীমা লেখা উচিত। যেমন, কোন শ্রেণীবিভাগে যদি 10 – 14 থাকে তাহলে তাকে 9·5 – 14·5 এ লিখতে হয়। কোন বিশেষ শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা নির্ণয় করার জন্য সেই শ্রেণীর পরিসংখ্যার সঙ্গে তার নিম্নবর্তী শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা যোগ করা হয়। ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যাকে C_f সংকেত দ্বারা প্রকাশ করা হয়। কোন প্রাপ্ত বণ্টন থেকে ক্রমযৌগিক বণ্টন নির্ণয় করতে হলে নিম্নলিখিত পদ্ধতিতে পর্যায়ক্রমে অগ্রসর হতে হয়।

॥ **এক** ॥ সারণীতে প্রাপ্তাংকের সীমাগুলি এবং তাদের পরিসংখ্যাগুলি লিখতে হবে।

॥ **দুই** ॥ ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যাগুলি নির্ণয়ের জন্য পরিমাপক মাপনির নীচের দিক থেকে পর্যায়ক্রমে পরিসংখ্যাগুলি যোগ করতে হয়। এই ক্ষেত্রে পূর্ববর্তী শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার সঙ্গে ঐ শ্রেণীর পরিসংখ্যা যোগ করা হয়। অর্থাৎ $C_f = C_{fb} + f$; যেখানে C_f = কোন শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা ; f = সেই শ্রেণীর পরিসংখ্যা এবং C_{fb} = ঐ শ্রেণীর নিম্নবর্তী শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা।

এখানে উল্লেখ করা যায় যে, ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা নির্ণয় করার জন্য সর্বদা পরিমাপক মাপনির নীচের দিক থেকে পরিসংখ্যার সমষ্টি নির্ণয় ক'রে উপর দিকে অগ্রসর হতে হবে। সর্বোচ্চ শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা সবসময় মোট পরিসংখ্যার (N) সমান হয়। যদি কোন শ্রেণীর পরিসংখ্যা শূন্য (0) হয়, তাহলে সেই শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা শূন্য (0) হয় না। তার নিম্নবর্তী শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা হয়।

পূর্বেই বলা হয়েছে যে, ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বণ্টন দ্বারা কোন শ্রেণীর উর্ধসীমা পর্যন্ত কতগুলি প্রাপ্তাংক আছে তা বোঝানো যায়। আবার কোন বিশেষ ছাত্রের পারদর্শিতার তাৎপর্য আমরা এই ক্রমযৌগিক বণ্টন থেকে নির্ণয় করতে পারি। সুতরাং একথা বলা যেতে পারে যে, ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বণ্টন থেকে কোন বিশেষ প্রাপ্তাংকের নীচে বা উপরে কতগুলি প্রাপ্তাংক আছে তা যেমন নির্ণয় করা যায় তেমনি বিপরীত দিক থেকেও এর তাৎপর্য নির্ণয় করা যায়।

সাধারণতঃ মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষামূলক পরিমাপের ক্ষেত্রে প্রাপ্তাংকগুলি পূর্ণ-সাংখ্যমান হয়। তাছাড়া কোন বিশেষ বিশেষ প্রাপ্তাংক একটি শ্রেণীর সীমায় অবস্থান না করে শ্রেণীপ্রসারের মধ্যে যে কোন জায়গায় অবস্থান করতে পারে। এমত

অবস্থায় কোন প্রাপ্তাংকের যেমন ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা নির্ণয় করা যায় তেমনি যে কোন ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার কোন্ প্রাপ্তাংক পর্যন্ত হওয়া উচিত তাও নির্ণয় করা যায়। সরল ঐকিক নিয়মে এই মানগুলি নির্ধারণ করা সম্ভব হয়। এই ক্ষেত্রে দু'টি সূত্র ব্যবহার করা যেতে পারে।

প্রদত্ত ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার পরিপ্রেক্ষিতে প্রাপ্তাংক নির্ণয় করার জন্য যে সূত্র ব্যবহার করা হয় তা হ'ল—

$$S=L_L+i\left(\frac{C_f-C_{fb}}{f_s}\right)$$

এখানে S = নির্ণেয় প্রাপ্তাংক

L_L = যে শ্রেণী বিভাগে প্রাপ্তাংকটি আছে তার নিম্নসীমা

i = শ্রেণীপ্রসার

C_f = প্রদত্ত ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা যার পরিপ্রেক্ষিতে প্রাপ্তাংক নির্ণয় করতে হবে

C_{fb} = যে শ্রেণীতে প্রাপ্তাংক আছে তার নীচের শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা

f_s = যে শ্রেণীতে প্রাপ্তাংক আছে তার পরিসংখ্যা

প্রদত্ত প্রাপ্তাংকের পরিপ্রেক্ষিতে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা নির্ণয়ের জন্য যে সূত্র ব্যবহার করা হয় তা হ'ল—

$$C_f=C_{fb}+f_s\left(\frac{S-L_L}{i}\right)$$

এখানে C_f = নির্ণেয় ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা

C_{fb} = যে শ্রেণীতে নির্ণেয় ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যাটি আছে তার নীচের শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা

i = শ্রেণীপ্রসার

f_s = যে শ্রেণীতে নির্ণেয় ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা আছে, সেই শ্রেণীর পরিসংখ্যা

S = প্রদত্ত প্রাপ্তাংক যার পরিপ্রেক্ষিতে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা নির্ণয় করতে হবে

L_L = যে শ্রেণীতে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যাটি আছে, তার নিম্নসীমা

এখানে সূত্রগুলির তাৎপর্য বোঝার সুবিধার্থে একটি উদাহরণের সাহায্যে বিষয়টি আলোচনা করা হয়েছে।

উদাহরণ 1. নীচে প্রদত্ত রাশিতথ্যমালা ব্যবহার ক'রে নির্ণয় করতে হবে (a) শ্রেণীর নিম্নমানে 30 জন ব্যক্তির প্রাপ্তাংকসীমা কত? (b) একজন ব্যক্তি A, 45 প্রাপ্তাংক পেয়েছে; সে শ্রেণীর কত জনের উপরে আছে?

প্রাপ্তাংক	10—19	20—29	30—39	40—49	50—59	60—69	70—79	80—89
পরিসংখ্যা (f)	3	4	10	15	12	8	6	2

সমাধান ঃ

সারণী 3.13

প্রাপ্তাংক, পরিসংখ্যা ও ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা

প্রাপ্তাংক	পরিসংখ্যা (f)	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (c_f)
9·5 – 19·5	3	3
19·5 – 29·5	4	7
29·5 – 39·5	10	17
39·5 – 49·5	15	32
49·5 – 59·5	12	44
59·5 – 69·5	8	52
69·5 – 79·5	6	58
79·5 – 89·5	2	60
	N = 60	

(a) এখানে এমন একটি প্রাপ্তাংক নির্ণয় করতে হবে যার নীচে শ্রেণীর 30 জনের প্রাপ্তাংক আছে। ক্রমযৌগিক বণ্টনের সারণী 3.13 থেকে দেখা যায় যে, শ্রেণীর 17 জন নিয়মানের ব্যক্তির প্রাপ্তাংক 39·5 (29·5 – 39·5 এর উর্ধ্বসীমা) এর মধ্যে আছে এবং নিম্নমানের 32 জনের প্রাপ্তাংক 49·5 (39·5 – 49·5 এর উর্ধ্বসীমা) এর মধ্যে আছে। সুতরাং নিম্নমানের 30 জন ব্যক্তির প্রাপ্তাংকসীমা 39·5 – 49·5 প্রাপ্তাংক শ্রেণীর মধ্যে আছে। এখানে 30 – 17 বা 13 জন ব্যক্তির জন্য পরিমাপক মাপনিতে দূরত্ব নির্ণয় করতে হবে। সারণী 3.13 অনুসারে 39·5 – 49·5 শ্রেণীতে 10টি প্রাপ্তাংক এবং 15টি পরিসংখ্যা আছে। এর থেকে বলা যায় যে, 15টি প্রাপ্তাংক 10 এককে সমভাবে বিস্তৃত। তাহলে,

15 টি পরিসংখ্যার জন্য আছে 10 একক

1 ,, ,, ,, ,, $\frac{10}{15}$,,

13 ,, ,, ,, ,, $\frac{10}{15}\times 13$ বা 8·66 একক

সুতরাং 30 জন ব্যক্তির প্রাপ্তাংক থাকবে 39·5 এর 8·66 একক উপরে। অর্থাৎ 39·5 + 8·66 বা 48·16 বা 48 (আসন্ন)

বিকল্প পদ্ধতি

সূত্রের সাহায্যে এই প্রাপ্তাংক সহজে নির্ণয় করা যায়।

আমরা জানি, $S = L_L + i\left(\frac{C_f - C_{fb}}{f_s}\right)$

এখানে, $L_L = 39{\cdot}5$, $i = 10$, $C_f = 30$, $C_{fb} = 17$, $f_s = 15$

$\therefore\ S = 39{\cdot}5 + 10 \times \frac{30-17}{15} = 39{\cdot}5 + 10 \times \frac{13}{15}$

$= 39{\cdot}5 + \frac{26}{3} = 39{\cdot}5 + 8{\cdot}66$

$= 48{\cdot}16 = 48$ (আসন্ন)

(b) এখানে এমন একটি ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা নির্ণয় করতে হবে যার প্রাপ্তাংক সীমা 45 ; ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বণ্টন থেকে দেখা যায় যে, 17 ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা আছে 39·5 প্রাপ্তাংক (29·5 – 39·5 শ্রেণীর উর্ধ্বসীমা) পর্যন্ত এবং 32 ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা আছে 49·5 প্রাপ্তাংক (39·5 – 49·5 শ্রেণীর উর্ধ্বসীমা) পর্যন্ত। অর্থাৎ 45 প্রাপ্তাংকের যোজ্য ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা 39·5—49·5 শ্রেণীর মধ্যে পাওয়া যাবে। আমাদের 45 – 39·5 বা 5·5 প্রাপ্তাংকের জন্য পরিসংখ্যা নির্ণয় করতে হবে। এখন 39·5 – 49·6 শ্রেণীতে প্রাপ্তাংক 10টি এবং পরিসংখ্যা 15 আছে। সুতরাং 15টি প্রাপ্তাংক 10 এককে সমভাবে বিস্তৃত। তাহলে,

10টি এককের জন্য পরিসংখ্যা আছে 15

1টি " " " " $\frac{15}{10}$

5·5 " " " " $\frac{15}{10} \times 5{\cdot}5 = 8{\cdot}25$

সুতরাং 45 প্রাপ্তাংকের যোজ্য ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা হবে 17 + 8·25 = 25·25 বা 25 (প্রায়)। অর্থাৎ যে ব্যক্তি 45 নম্বর পেয়েছে তার নীচে 25 জন ব্যক্তি আছে।

বিকল্প পদ্ধতি

সূত্রের সাহায্যে ব্যক্তির অবস্থান সহজে নির্ণয় করা যায়।

আমরা জানি, $C_f = C_{fb} + f_s \dfrac{S - L_l}{i}$

এখানে $C_{fb} = 17$, $f_s = 15$, $L_l = 39{\cdot}5$ $i = 10$, $s = 45$

$$\therefore C_f = 17 + 15 \times \frac{45 - 39{\cdot}5}{10} = 17 + 15 \times \frac{5{\cdot}5}{10} = 17 + 8{\cdot}25$$

$= 25{\cdot}25$ বা 25 (প্রায়)

ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা লেখচিত্র
(Cumulative Frequency Graph)

ইতিপূর্বে যে সমস্যাগুলির কথা উল্লেখ করা হয়েছে সেগুলিকে অপেক্ষাকৃত সহজভাবে লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান করা সম্ভব। এই কারণে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বণ্টনে লেখচিত্র আঁকা হয়। এই লেখচিত্র থেকে যেমন বিশেষ প্রাপ্তাংকের নীচে বণ্টনের কত পরিসংখ্যা আছে নির্ণয় করা সম্ভব হয়, তেমনি বণ্টনের নির্দিষ্ট সংখ্যক পরিসংখ্যা কোন্ প্রাপ্তাংকের মধ্যে আছে তাও নির্ণয় করা যায়। লেখচিত্রের মাধ্যমে কিভাবে এই ধরনের সমস্যার সমাধান করা হয় তা আলোচনার পূর্বে এখানে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বণ্টনের লেখচিত্র আঁকার পদ্ধতি উল্লেখ করা হ'ল।

সাধারণতঃ মনোবৈজ্ঞানিক, শিক্ষামূলক ও সমাজবিজ্ঞান বিষয়ক তথ্যাবলী দুইভাবে লেখচিত্রের মাধ্যমে পরিবেশন করা যায়। কতকগুলি লেখচিত্রের উদ্দেশ্য কেবলমাত্র তথ্যের পরিমাণ বোঝানো। যেমন, পরিসংখ্যা বহুভুজ, আয়তলেখ প্রভৃতি। আর কতকগুলি লেখচিত্র আছে যাদের উদ্দেশ্য প্রাপ্ত তথ্যের তাৎপর্য নির্ণয় করা। যেমন,

ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা লেখচিত্র এই ধরনের তাৎপর্য নির্ণয়ের জন্য ব্যবহার করা হয়। এই লেখচিত্র আঁকার জন্য X-অক্ষরেখায় প্রাপ্তাংক শ্রেণীর ঊর্ধ্বসীমা হিসাবে স্থাপন করা হয় এবং Y-অক্ষরেখায় ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (C_f) পরিবেশন করা হয়। অর্থাৎ বিভিন্ন শ্রেণীবিভাগের ঊর্ধ্বমানের শ্রেণীগুলির ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার ভিত্তিতে বিন্দু স্থাপন ক'রে যে রৈখিক লেখ অঙ্কন করা হয় তাকে **ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা লেখ** বলা হয়। এই পদ্ধতি থেকে বোঝা যায় যে, লেখাচিত্রটি মূলবিন্দু (O) থেকে যত দূর যেতে থাকে, ততই উপরের দিকে উঠতে থাকে এবং এক সময় সর্বোচ্চ সীমায় গিয়ে শেষ হয়। এখানে একটি উদাহরণের সাহায্য এই লেখচিত্রটি অঙ্কন করার পদ্ধতি আলোচনা করা হল।

উদাহরণ 2. নীচের তালিকায় একটি রাষ্ট্রায়ত্ত ব্যাঙ্কের অধঃস্তন কর্মচারীর পদ থেকে ঊর্ধ্বতন কর্মচারীপদে প্রমোশন পরীক্ষায় 50 জন প্রার্থীর প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের বণ্টন দেওয়া হয়েছে। এই বণ্টনটিকে একটি ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা লেখচিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

প্রাপ্তাংক	পরিসংখ্যা
10—14	1
15—19	3
20—24	4
25—29	5
30—34	8
35—39	6
40—44	10
45—49	4
50—54	5
55—59	2
60—64	1
65—69	1
	N=50

সমাধান : ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা আঁকাতে হ'লে প্রথমতঃ বণ্টনটিকে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বণ্টনে পরিবর্তিত করতে হয়। অর্থাৎ প্রত্যেকটি শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা প্রথমে নির্ণয় করতে হয়। পরবর্তী পৃষ্ঠার সারণীতে শ্রেণীসীমা হিসাবে বণ্টনটিকে পরিবর্তন ক'রে দেখানো হয়েছে।

সারণী 3.14
ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা

প্রাপ্তাংক (Scroes)	পরিসংখ্যা (f)	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (c_f)
9·5—14·5	1	1
14·5—19·5	3	4
19·5—24 5	4	8
24·5—29·5	5	13
29·5—34·5	8	21
34·5—39 5	6	27
39·5—44·5	10	37
44·5—49·5	4	41
49·5—54·5	5	46
54·5—59·5	2	48
59·5—64 5	1	49
64·5—69·5	1	50

এখানে নিম্নলিখিত পর্যায় অনুসারে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা লেখচিত্রটি অঙ্কন করা হয়েছে।

॥ এক ॥ ছক কাগজে X-অক্ষরেখায় শ্রেণীসীমাগুলি এবং Y-অক্ষরেখায় ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যাগুলি নিম্নলিখিত মাপনি অনুযায়ী স্থাপন করা হয়েছে। উভয় রেখা মূলবিন্দু (O) দ্বারা সংযোগ করা হয়েছে।

X-অক্ষরেখা বরাবর ছোট বর্গক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = 0·5 একক

Y- " " " " " = 0·5 একক

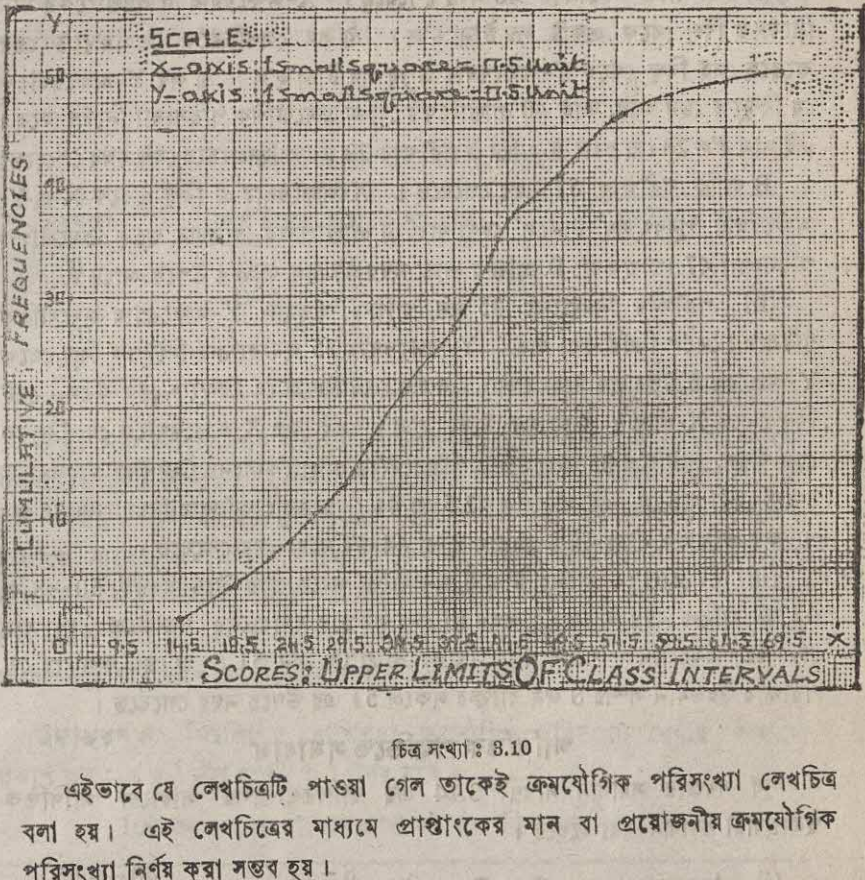
লেখচিত্রটি পরবর্তী পৃষ্ঠায় দেখানো হয়েছে।

॥ দুই ॥ X-অক্ষরেখার বিন্দুগুলিতে প্রাপ্তাংকের মান হিসাবে প্রত্যেকটি বিভাগের উর্ধ্বসীমা লেখা হ'ল। এই প্রাপ্তাংকের মান লেখার সময় প্রথম বিন্দুটি বাদ দিয়ে লেখা হ'ল। দ্বিতীয় বিন্দুতে নিম্নবর্তী সম্ভাব্য উর্ধ্বসীমা (অর্থাৎ বণ্টনের সর্বনিম্ন শ্রেণী নিম্নসীমা 9·5) লেখা হ'ল।

॥ তিন ॥ Y-অক্ষরেখায় প্রয়োজনানুযায়ী একক নির্বাচন ক'রে পরিসংখ্যা স্থাপন করা হ'ল।

॥ চার ॥ প্রত্যোকটি উর্ধ্বসীমার বিপরীত ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা স্থান বিন্দুর দ্বারা নির্দেশ করা হ'ল।

॥ পাঁচ ॥ প্রাপ্ত বিন্দুগুলিকে পর্যায় ক্রমে রেখার দ্বারা যুক্ত করা হ'ল। পরে এই চিত্রের নিম্ন প্রান্তটি অতিরিক্ত প্রাপ্তাংকের বিন্দুতে (9·5) যুক্ত করা হল।



চিত্র সংখ্যা : 3.10

এইভাবে যে লেখচিত্রটি পাওয়া গেল তাকেই ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা লেখচিত্র বলা হয়। এই লেখচিত্রের মাধ্যমে প্রাপ্তাংকের মান বা প্রয়োজনীয় ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা নির্ণয় করা সম্ভব হয়।

এখন এই লেখচিত্রের সাহায্যে রাশিতথ্যগুলির সম্পর্কে যে তাৎপর্য নির্ণয় করা যায় সেই প্রসঙ্গে কয়েকটি সমস্যার কথা উল্লেখ করা যাক। পূর্বেই বলা হয়েছে যে, এই লেখচিত্রের সাহায্যে প্রয়োজনীয় প্রাপ্তাংকের মান বা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা নির্ণয় করা সম্ভব হয়।

উদাহরণ 3. পূর্বোক্ত উদাহরণে নিম্নলিখিত উল্লিখিত ব্যক্তিদের মধ্যে (i) দু'জন ব্যক্তি A এবং B যথাক্রমে 40 এবং 57 নম্বর পেয়েছে। ঐ পরীক্ষায় এই দুই জন ব্যক্তির অবস্থান নির্ধারণ করতে হবে। (ii) ঐ পরীক্ষায় নিম্নমানের 35 জন ব্যক্তির প্রাপ্তাংক সীমা কত? (iii) ঐ পরীক্ষায় উন্নতমানের 8 জন ব্যক্তির প্রাপ্তাংক সীমা কত?

সমাধান : সমস্যাটি সমাধানের জন্য প্রথমে বণ্টনটিকে ক্রমযৌগিক বণ্টনে পরিবর্তন করতে হবে এবং পরে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা লেখচিত্র আঁকতে হবে। পরে লেখচিত্রের মাধ্যমে সমস্যাগুলি সমাধান করতে হবে।

(i) A ব্যক্তি পরীক্ষায় 40 নম্বর পেয়েছে। X-অক্ষরেখায় ঐ প্রাপ্তাংকের মান নির্দেশক বিন্দু থেকে একটি লম্ব টানা হ'ল। ঐ লম্ব লেখচিত্রকে যে বিন্দুতে ছেদ করেছে সেই বিন্দু থেকে Y-অক্ষরেখার উপর লম্ব টানা হ'ল। ঐ লম্ব Y-অক্ষরেখাকে যে বিন্দুতে ছেদ করে, তাই 40 প্রাপ্তাংকের যোজ্য ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা নির্দেশ করে। এই মান হ'ল 28। সুতরাং A ব্যক্তি ঐ পরীক্ষার 28 জন ব্যক্তির চেয়ে বেশী নম্বর পেয়েছে।

B ব্যক্তি পরীক্ষায় 57 নম্বর পেয়েছে। X-অক্ষরেখায় ঐ বিন্দু থেকে X ও Y-অক্ষরেখায় পূর্ববৎ লম্ব টানলে দেখা যায়, ঐ প্রাপ্তাংকের অবস্থান সূচক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা 47। সুতরাং B ব্যক্তির প্রাপ্ত নম্বর 47 জন ব্যক্তির উপরে আছে।

(ii) পরীক্ষায় নিম্নমানের 35 জন ব্যক্তির অবস্থান Y-অক্ষরেখায় ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা থেকে নির্ণয় করা যায়। Y-অক্ষরেখায় 35 জন ব্যক্তির নির্দেশক বিন্দু থেকে Y-অক্ষরেখার উপর লম্ব টানা হ'ল। ঐ লম্ব লেখচিত্রকে যে বিন্দুতে ছেদ করল, সেই বিন্দু থেকে X-অক্ষের উপর লম্ব টানা হ'ল। এই লম্ব X-অক্ষরেখাকে যে বিন্দুতে ছেদ করল, তাই হ'ল 35 ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার প্রাপ্তাংকমানের ঊর্ধ্বসীমা। লেখচিত্র থেকে দেখা যায় যে, এই মান হ'ল 43·5 বা 44। সুতরাং পরীক্ষায় নিম্নমানের 35 জন ব্যক্তির প্রাপ্তাংক সীমা 44। অর্থাৎ তারা 44-এর মধ্যে নম্বর পেয়েছে।

(iii) যে প্রাপ্তাংক মানের উপর 8 জন ব্যক্তি আছে তার নীচে অবশ্যই 50—8 বা 42 জন ব্যক্তির নম্বর আছে। এখন (ii) নং সমস্যার সমাধানের পদ্ধতিতে দেখা যায় যে, 42 ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার যোজ্য প্রাপ্তাংক মান 51। সুতরাং বলা যায় যে, পরীক্ষায় উন্নতমান সম্পন্ন 8 জন ব্যক্তির সকলে 51 এর উপরে নম্বর পেয়েছে।

গাণিতিক পদ্ধতিতে সমাধান

পূর্ব সমস্যার সমাধান সারণী 3.14 এর রাশিতথ্যগুলির সাহায্যে গাণিতিক সূত্রানুযায়ী সমাধান করা হয়েছে।

(i) A ব্যক্তির জন্য $-\mathbf{C} = E_{fb} + f_s \times \frac{S - L_L}{i} = 27 + 6 \times \frac{40 - 39{\cdot}5}{5}$

$= 27 + 6 \times \frac{{\cdot}5}{5} = 27{\cdot}6 = 28$ (আসন্ন)

B ব্যক্তির জন্য $-C_f = E_{fb} + f_s \times \frac{S - L_L}{i} = 46 + 2 \times \frac{57 - 54{\cdot}5}{5}$

$= 45 + 2 \times \frac{2{\cdot}5}{5} = 46 + 1 = 47$

(ii) $S = L_L + i \times \frac{C_f - C_{fb}}{f_s} = 39{\cdot}5 + 5 \times \frac{35 - 27}{10} = 39{\cdot}5 + \frac{8}{2} = 39\ 5 + 4$

$= 43{\cdot}5 = 44$ (আসন্ন)

(iii) $30 - 8 = 42$

$\therefore\ S = 49{\cdot}5 + 5 \times \frac{42 - 41}{5} = 49{\cdot}5 + 1 = 50{\cdot}5 = 51$ (আসন্ন)

এখানে প্রদত্ত সমস্যার বিভিন্ন অংশগুলি দু'টি পদ্ধতিতে সমাধান করা হয়েছে। নিম্নলিখিত সারণীতে সমাধানমূলক রাশিতথ্যগুলি দেখানো হয়েছে।

সারণী-3.15

সমস্যাগুলির সমাধানমূলক রাশিতথ্য

সমস্যা	লেখচিত্রের মাধ্যমে সমাধান		গাণিতিক পদ্ধতিতে সমাধান	
(i)	{A :	28	{A :	27·6
	{B :	47	{B :	47
(ii)		44		43 5
(iii)		51		50·5

উপরি উক্ত সমাধান মূলক তথ্যগুলি তুলনামূলক বিচার করলে দেখা যায় যে, তাদের মান প্রায়ই একই প্রকার। কোন কোন ক্ষেত্রে যে সামান্য পরিবর্তন দেখা যায় তা খুবই নগণ্য। এই ধরনের লেখচিত্রের সুবিধা হল যে, এর মাধ্যমে যে কোন প্রাপ্তাংক মানের ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বিন্দু বা কোন ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার প্রাপ্তাংক মান খুব সহজেই নির্ণয় করা যায়। শিক্ষার ক্ষেত্রে এই ধরনের লেখচিত্রের যথেষ্ট গুরুত্ব আছে। এর সাহায্যে যে কোন শিক্ষার্থীর পারদর্শিতা অন্যান্য শিক্ষার্থীদের পারদর্শিতার পরিপ্রেক্ষিতে তুলনামূলকভাবে বিচার করা যায়।

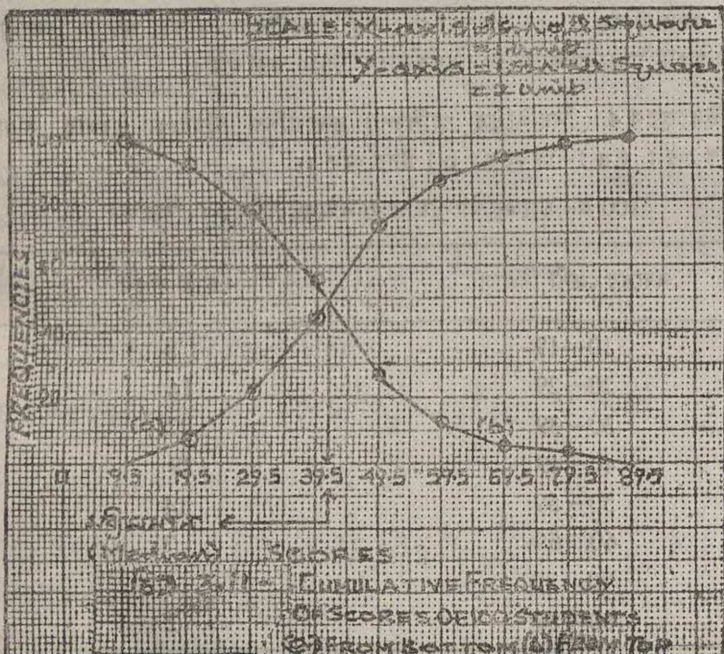
উদাহরণ 4. নিম্নলিখিত রাশিতথ্য ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা রেখার সাহায্যে প্রকাশ কর : (a) নীচ হতে (b) উপর হতে।

100 জন ছাত্রের বাংলায় প্রাপ্ত নম্বরের পরিসংখ্যা বিভাজন

নম্বরের শ্রেণী বিভাগ	ছাত্র সংখ্যা
10—19	8
20—29	14
30—39	22
40—49	29
50—59	14
60—69	7
70—79	4
80—89	2
	N=100

সমাধান: নিম্নলিখিত ছক ব্যবহার করে প্রদত্ত রাশিতথ্যমালার ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা রেখা 3.11 চিত্রে দেখানো হয়েছে :

নম্বরের শ্রেণীবিভাগ	শ্রেণী সীমানা (class boundaries)	পরিসংখ্যা (f)	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (C_f) নীচ হতে (a)	উপর হতে (b)
10 – 19	9·5—19·5	8	8	100
20—29	19·5—29·5	14	22	92
30—39	29 5—39 5	22	44	78
40—49	39·5—49·5	29	73	56
50—59	49·5—59·5	14	87	27
60—69	59·5—69 5	7	94	13
70—79	69 5—79 5	4	98	6
80—89	79·5—89·5	2	100	2



চিত্র সংখ্যা : 3.11

শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা
(Cumulative frequency percentage)

পূর্বের আলোচনায় উল্লেখ করা হয়েছে যে, শিক্ষামূলক, সমাজতাত্ত্বিক এবং মনোবৈজ্ঞানিক তথ্যসমূহের তাৎপর্য নির্ণয়ের জন্য পরিসংখ্যা বণ্টনকে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বণ্টনে পরিবর্তিত করতে হয়। তার ফলে বিশেষ বিশেষ প্রাপ্তাংকের তাৎপর্য বণ্টনের অপরাপর প্রাপ্তাংকের পরিপ্রেক্ষিতে নির্ণয় করা সম্ভব হয়। কিন্তু এই পদ্ধতিতে কিছু অসুবিধা দেখা যায়। যদি বণ্টনে মোট পরিসংখ্যা (N) খুব বেশী হয় তাহলে সেক্ষেত্রে প্রতি শ্রেণীতে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যাও বেশী হ'তে থাকে। ফলে বড় সাংখ্যমান নিয়ে কাজ করার অসুবিধা হয়। তাছাড়া সাংখ্যমান বেশী হ'লে নির্ণীত মানগুলির তাৎপর্যও বুঝতে অসুবিধা হয়। যেমন, 4,000 ছাত্র-ছাত্রীর মধ্যে একজন ছাত্রের পারদর্শিতা 175 জনের উপরে বলতে ঠিক কি তাৎপর্য প্রকাশ করে তা পরিষ্কার ক'রে বোঝানো যায় না। আবার কোন বিশেষ প্রাপ্তাংকমানের তাৎপর্য নির্ণয় করার জন্য বণ্টনের মোট পরিসংখ্যাও (N) জানার প্রয়োজন হয়। সুতরাং তুলনামূলক বিচারের ক্ষেত্রে কোন সাংখ্যমানকে অর্থবহ করে তুলতে হ'লে আরও সর্বজনগ্রাহ্য কোন তুল্যাংকমানের প্রয়োজন হয়।

মনোবৈজ্ঞানিক এবং শিক্ষাবিষক তথ্যাবলীর তাৎপর্য নির্ধারণের ক্ষেত্রে পূর্বোক্ত অসুবিধা দূর করার জন্য কোন প্রাপ্ত বণ্টনকে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বণ্টনের মাধ্যমে প্রকাশ না ক'রে যে কোন প্রকার তুল্যাংকসূচক বণ্টনে বা আপেক্ষিক বণ্টনের মাধ্যমে প্রকাশ করা হয়। আপেক্ষিক বণ্টন দু'ভাবে গঠন করা যেতে পারে। প্রথমতঃ প্রত্যেক শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা সমগ্র পরিসংখ্যার অনুপাতে প্রকাশ করে; দ্বিতীয়তঃ প্রত্যেক শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যাকে সমগ্র পরিসংখ্যার শতকরা হারে প্রকাশ করে। প্রথমোক্ত পদ্ধতিতে বণ্টনের প্রত্যেকটি শ্রেণীবিভাগের (class interval) পরিসংখ্যা নিধারনের জন্য ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যাকে মোট পরিসংখ্যা (N) দ্বারা ভাগ করা হয়। এইভাবে যে পরিসংখ্যা পাওয়া যায় তাকে **আনুপাতিক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা** (Proportional cumulative frequency) বলা হয়। এই নিয়ম অনুযায়ী আনুপাতিক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (prop C_f) নির্ণয়ের সূত্র হ'ল—

$$\text{Prop. } C_f = \frac{C_f}{N}$$

এখানে, C_f = শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা

N = মোট পরিসংখ্যা

আবার তুল্যাংকমানের সুবিধার জন্য প্রত্যেক শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যাকে মোট পরিসংখ্যার শতকরা হারে প্রকাশ করা হয়। এইভাবে যে পরিসংখ্যা পাওয়া যায় তাকে **শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা** বলা হয়। আনুপাতিক ক্রমযৌগিক

পরিসংখ্যাকে 100 দ্বারা গুণ করলে শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা পাওয়া যায়। যে কোন শ্রেণীর শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা নির্ণয়ের সূত্র হ'ল—

$$C_f\% = \frac{C_f}{N} \times 100$$

সাধারণ ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার মত, কোন শ্রেণীর শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা, সেই শ্রেণীর ঊর্ধ্বসীমার নীচে পর্যন্ত মোট পরিসংখ্যার শতকরা হার বোঝায়। এই সম্পর্কে **'আপেক্ষিক অবস্থানের পরিমাপ'** (**Measures of Relative Position**) পরিচ্ছেদে বিস্তৃতভাবে আলোচনা করা হয়েছে। এখানে আনুপাতিক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা এবং শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা কিভাবে নির্ণয় করা হয় তা উদাহরণের সাহায্যে আলোচনা করা হয়েছে।

উদাহরণ 1.

নীচে প্রদত্ত রাশিতথ্যসমূহকে আনুপাতিক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বণ্টনে এবং শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বণ্টনে রূপান্তরিত কর।

প্রাপ্তাংক	পরিসংখ্যা
70—74	7
65—69	7
60—64	9
55—59	10
50—54	12
45—49	17
40—44	9
35—39	7
30—34	6
25—29	5
20—24	4
15—19	4
10—14	3
	N = 100

সমাধান :

প্রদত্ত পরিসংখ্যা বণ্টন থেকে প্রাপ্ত আনুপাতিক ও শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বণ্টন সারণী 3.16 এ দেখানো হয়েছে। এই বণ্টন দু'টি নির্ণয় করার পদ্ধতি হিসাবে কয়েকটি পর্যায়ক্রম অবলম্বন করা হয়েছে। এখানে সেই পর্যায়ক্রম আলোচনা করা হয়েছে।

সারণী 3.16
ক্রমযৌগিক, আনুপাতিক ও শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যাসমূহ

প্রাপ্তাংক Score	পরিসংখ্যা (f)	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (C_f)	আনুপাতিক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (Prop C_f)	শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (C_f%)
69·5—74·5	7	100	1·00	100
64·5—69·5	7	93	·93	93
59·5—64·5	9	86	·86	86
54·5—59·5	10	77	·77	77
49·5—54·5	12	76	·67	67
44·5—49·5	17	55	·55	55
39·5—44·5	9	38	·38	38
34·5—39·5	7	29	·29	29
29·5—34·5	6	22	·22	22
24·5—29·5	5	16	·16	16
19·5—24·5	4	11	·11	11
14·5—19·5	4	7	·07	7
9·5—14·5	3	3	·03	3
	N=100			

।। এক ।। প্রথমে রাশিতথ্যগুলিকে শ্রেণীবদ্ধ করে শ্রেণীসীমা অনুসারে লিখতে হবে এবং পাশের স্তম্ভে পরিসংখ্যা লিখতে হবে।

।। দুই ।। প্রত্যেকটি শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা লিখতে হবে।

।। তিন ।। আনুপাতিক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা নির্ণয়ের জন্য প্রত্যেক শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যাকে N দ্বারা গুণ করতে হবে।

।। চার ।। সবশেষে শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা নির্ণয়ের জন্য প্রত্যেক শ্রেণীর আনুপাতিক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যাকে 100 দ্বারা গুণ করতে হবে। অবশ্য সরাসরি-ভাবে শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা নির্ণয় করার জন্য ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যাকে $\frac{100}{N}$ দ্বারা গুণ করতে হয়। যেমন $\frac{100}{100}=1$; সুতরাং 14·5—19·5 শ্রেণীর শতকরা পরিসংখ্যা $=7\times1=7$ হবে। সব সময় মনে রাখতে হবে যে, সর্বোচ্চ শ্রেণীর আনুপাতিক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা সব সময় 1·00 হবে এবং শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা 100 হবে।

পূর্বেই বলা হয়েছে যে, শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বণ্টন দ্বারা কোন শ্রেণীর উর্ধ্বসীমা পর্যন্ত যে প্রাপ্তাংকগুলি আছে, তার শতকরা হার বোঝানো যায়। যেমন, এখানে 49·5 প্রাপ্তাংকের নীচে সমগ্র প্রাপ্তাংকের শতকরা 55% প্রাপ্তাংক আছে। অর্থাৎ বণ্টনটি যদি কোন বিদ্যালয়ের 50 জন ছাত্রের বিশেষ পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বর হয়, তাহলে বলা যায় যে, শ্রেণীর শতকরা 55 জন 49·5 এর চেয়ে বেশী নম্বর পেয়েছে। আবার বিশেষ কোন ছাত্রের পারদর্শিতার তাৎপর্য আমরা সেই শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বণ্টন থেকে নির্ণয় করতে পারি। যেমন, যে ছাত্র 59·5 নম্বর পেয়েছে, তার প্রাপ্ত মানের তাৎপর্য কি ? আমরা তালিকা থেকে লক্ষ্য করি যে, 59·5 প্রাপ্তাংকের নীচে শতকরা 77 ভাগ প্রাপ্তাংক আছে। অর্থাৎ যে ছাত্রটি 59 5 নম্বর পেয়েছে, সে শ্রেণীর শতকরা 77% ছাত্রের উপরে আছে এবং তার শ্রেণীর 23% ছাত্র তার চেয়ে বেশী নম্বর পেয়েছে।

শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বণ্টনের সাহায্যে আমরা যেমন কোন প্রাপ্তাংকের উপরে বা নীচে শতকরা কতগুলি প্রাপ্তাংক আছে নির্ণয় করতে পারি তেমনি বিপরীত দিক থেকেও তার তাৎপর্য নির্ণয় করা যায়। যেমন, শ্রেণীতে নিম্নমানে 38% ছাত্রের প্রাপ্ত নম্বরের সীমা কত ? সারণী থেকে দেখা যাচ্ছে যে, 38% ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা আছে 39 5—44·5 শ্রেণীতে। সুতরাং ঐ শ্রেণীর উর্ধ্বসীমা (upper limit) 44 5-এর মধ্যে শ্রেণীর নিম্নমানসম্পন্ন 9 জন ছাত্রের নম্বর আছে।

শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার লেখচিত্র (Cumulative frequency percentage graph or ogive)

যে রৈখিক লেখচিত্রের প্রাপ্তাংক শ্রেণীর উর্দ্ধসীমার (upper limit) বিপরীতে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার শতকরা হারের জন্য বিন্দু স্থাপন করা হয় সেই লেখচিত্রকে **শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার লেখচিত্র বা অগিভ (cumulative frequency percentage graph or ogive)** বলা হয়। এই ধরনের লেখচিত্রের মাধ্যমে আমরা শিক্ষাবিষয়ক, মনোবৈজ্ঞানিক বা সমাজতাত্ত্বিক বিষয়ক তথ্যসমূহের তাৎপর্য নানাভাবে পর্যালোচনা করতে পারি। এখন এই লেখচিত্র কিভাবে আঁকতে হয় সে সম্পর্কে আলোচনা করা যাক।

এই লেখচিত্র অঙ্কনের পদ্ধতিতে ক্রমযৌগিক লেখচিত্র অঙ্কনের পদ্ধতির সঙ্গে কোন পার্থক্য লক্ষ্য করা যায় না। এখানে কেবলমাত্র Y-অক্ষরেখায় ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার শতকরা হার স্থাপন করতে হয়। X-অক্ষরেখায় একইভাবে শ্রেণীর উর্ধ্বসীমাকে প্রাপ্তাংকমান হিসাবে ধরা হয়। স্থাপিত বিন্দুগুলিকে যোগ করার শেষ প্রান্তটিকে X-অক্ষরেখার সঙ্গে যোগ করা হয়। অনেকক্ষেত্রে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার বণ্টনটিকে মসৃণ (smooth) করে মসৃণকৃত শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার (smoothed C_f%) ভিত্তিতে লেখচিত্র অঙ্কন করা হয়। শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যাকে মসৃণ করার জন্য শ্রেণীর শতকরা পরিসংখ্যা ও শ্রেণীর উপরে এবং নীচের শতকরা

পরিসংখ্যার গড় নির্ণয় করা হয়। এখানে একটি বণ্টনের ভিত্তিতে দু'ধরনের লেখচিত্র কিভাবে অঙ্কন করা হয় তা দেখানো হ'ল।

উদাহরণ 1. নীচে প্রদত্ত বণ্টনটিকে অগিভ (ogive) এবং মসৃণকৃত অগিভের মাধ্যমে পরিবেশন করতে হবে।

প্রাপ্তাংক	10−15	15−20	20−25	25−30	30−35	35−40	40−45	45−50
পরিসংখ্যা	1	3	7	12	9	3	3	2

সমাধান :

শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার লেখচিত্র আঁকতে হলে প্রথমে নিম্নলিখিত মানগুলি নির্ণয় করতে হয় এবং সারণী 3.17 এ মানগুলি দেখানো হয়েছে।

সারণী 3.17

শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা এবং মসৃণকৃত শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা

প্রাপ্তাংক (Scores)	পরিসংখ্যা (f)	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (C_f)	শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা ($C_f\%$)	মসৃণকৃত শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (Smoothed $C_f\%$)
45−50	2	40	$\frac{40}{40}\times 100 = 100{\cdot}0$	98.3
40−45	3	38	$\frac{38}{40}\times 100 = 95{\cdot}0$	94.2
35−40	3	35	$\frac{35}{40}\times 100 = 87{\cdot}5$	87.5
30−35	9	32	$\frac{32}{40}\times 100 = 80{\cdot}0$	75.0
25−30	12	23	$\frac{23}{40}\times 100 = 57{\cdot}5$	35.0
20−25	7	11	$\frac{11}{40}\times 100 = 27{\cdot}5$	31.7
15−20	3	4	$\frac{4}{40}\times 100 = 10{\cdot}0$	13.3
10−15	1	1	$\frac{1}{40}\times 100 = 2{\cdot}5$	4.2
	N = 40			

শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা এবং মসৃণকৃত ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা যে পর্যায়ে নির্ণয় করা হয় সেই পর্যায়গুলি এখানে উল্লেখ করা হ'ল।

॥ এক ॥ প্রথমে X-অক্ষরেখায় নিম্নতম শ্রেণীবিভাগের নিম্নসীমা স্থাপন করে প্রতিটি শ্রেণী বিভাগের উর্ধ্বসীমা স্থাপন করতে হয় এবং Y-অক্ষরেখায় নিম্নতম শ্রেণীবিভাগ থেকে শুরু করে উর্ধ্বতম শ্রেণীবিভাগের ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার শতকরা হার বসাতে হয়। এই ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার শতকরা হার সারণীতে প্রদত্ত পদ্ধতি অনুযায়ী নির্ণয় করা হয়। উদাহরণস্বরূপ, শ্রেণীবিভাগের '10—15'-এর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা হল 1. প্রথমে এই 1 ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যাটিকে মোট পরিসংখ্যা 40 দ্বারা

ভাগ করতে হবে এবং পরে ভাগফলকে 100 দ্বারা গুণ করলে শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যাটি পাওয়া যাবে। যেমন $\frac{1}{40} \times 100 = 2.5$। একইভাবে প্রত্যেকটি শ্রেণী বিভাগের শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যাটি পাওয়া যায়।

॥ দুই ॥ প্রতিটি প্রাপ্তাংকের উর্ধ্বসীমাকে ভিত্তি ক'রে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা অনুযায়ী ছক কাগজে বিন্দু স্থাপন করতে হয়।

॥ তিন ॥ প্রাপ্ত বিন্দুগুলি পর্যায়ক্রমে যোগ করতে হয়।

॥ চার ॥ লেখচিত্রের প্রাপ্ত বিন্দুটিকে এক শ্রেণীবিভাগ বিস্তারের মধ্যে X-অক্ষরেখার সঙ্গে যুক্ত করতে হয়।

॥ পাঁচ ॥ মসৃণ অগিভ আঁকতে হ'লে মসৃণকৃত শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার জন্য বিভাগের উর্ধ্বসীমার পরিপ্রেক্ষিতে বিন্দু স্থাপন করতে হয়। মসৃণকৃত শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যাসমূহ নিম্নরূপে নির্ণয় করা যায়। উদাহরণস্বরূপ, শ্রেণীবিভাগ '10—15' শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা হ'ল 2.5 এবং শ্রেণীবিভাগ '15—20' এর শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা হ'ল 10.0। এখানে '10—15' শ্রেণীবিভাগের নিম্ন শ্রেণীবিভাগের (যা সারণী 3.17-এ দেখানো হয়নি; কারণ এই শ্রেণীবিভাগের জন্য কোন প্রাপ্তাংকই এই বণ্টনটিতে পরিসংখ্যা হিসাবে পাওয়া যায় নি) পরিসংখ্যা হল শূন্য (0)। এই তিনটি শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা যোগ করে 3 দ্বারা ভাগ করলে শ্রেণীবিভাগ '10—15'-এর মসৃণকৃত শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যাটি পাওয়া যাবে।

যেমন, $\frac{0+2.5+10.0}{3} = \frac{1.2}{3} = 4.166$ বা 4.2। একইভাবে প্রত্যেকটি শ্রেণী-বিভাগের মসৃণকৃত শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা পাওয়া যাবে। এখন মসৃণকৃত শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যানসমূহ শ্রেণী বিভাগগুলির উর্ধ্বসীমাগুলির পরিপ্রেক্ষিতে ছক কাগজে বিন্দু হিসাবে স্থাপন করে ঐগুলি পর পর যোগ করলেই মসৃণকৃত শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যানলব্ধ লেখ বা গ্রাফ্‌টি পাওয়া যাবে।

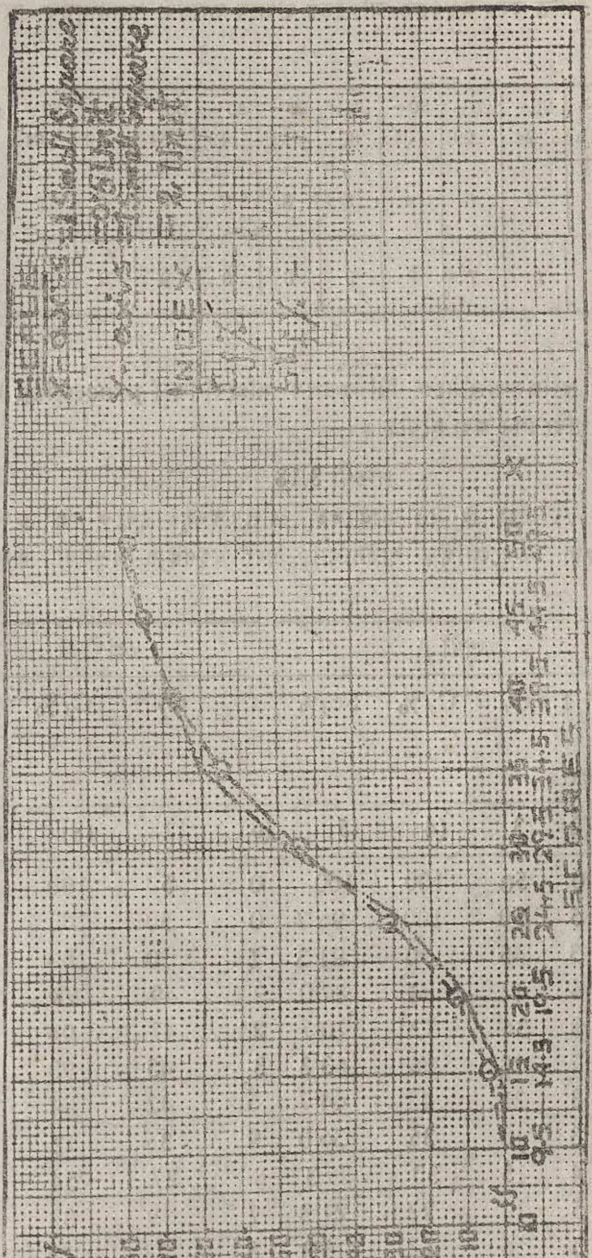
3.12 চিত্রে পৃথক পৃথক ভাবে দু'টি লেখ দেখানো হয়েছে। একটি সাধারণ অগিভ এবং অপরটি মসৃণকৃত অগিভ।

অগিভের উপযোগিতা
(Utility of Ogive)

এই ধরনের লেখচিত্রের ব্যবহার এবং উপযোগিতা অনেক। তুলনামূলক পর্যালোচনার ক্ষেত্রে এর গুরুত্ব খুবই অধিক। শিক্ষাবিষয়ক, মনোবৈজ্ঞানিক এবং সমাজতাত্ত্বিক বিষয়ে এর প্রয়োগ বহুল পরিমাণে করা হয়। এখানে উদাহরণের মাধ্যমে এই ধরনের লেখচিত্রের উপযোগিতা সম্বন্ধে আলোচনা করা হ'ল।

॥এক॥ এর মাধ্যমে কোন ব্যক্তি বা ছাত্র কর্তৃক প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের তাৎপর্য কি বা সাধারণভাবে অন্যান্যদের পারদর্শিতার তাৎপর্য কি তা ব্যক্ত করা সম্ভব হয়।

উদাহরণ 2. একটি বিদ্যালয়ের দু'টি দশম শ্রেণীর ছাত্রদের উপর একটি ইতিহাস বিষয়ক অভীক্ষা প্রয়োগ করা হ'ল। এই অভীক্ষাতে উভয় শ্রেণীর ছাত্ররা যে প্রাপ্তাংক



চিত্র সংখ্যা : 3.12

পেল তার উপর ভিত্তি করে মসৃণকৃত অগিভের মাধ্যমে তাদের তুলনামূলক অবস্থানের বিচার কর।

প্রাপ্তাংক	10–14	15–19	20–24	25–29	30–34	35–39	40–44	45–49	50–54	55–59	60–64	65–69	70–74
দশম শ্রেণী 'A'	2	1	5	5	4	3	3	7	8	6	3	5	0
দশম শ্রেণী 'B	3	4	5	7	8	9	6	3	2	2	1	0	0

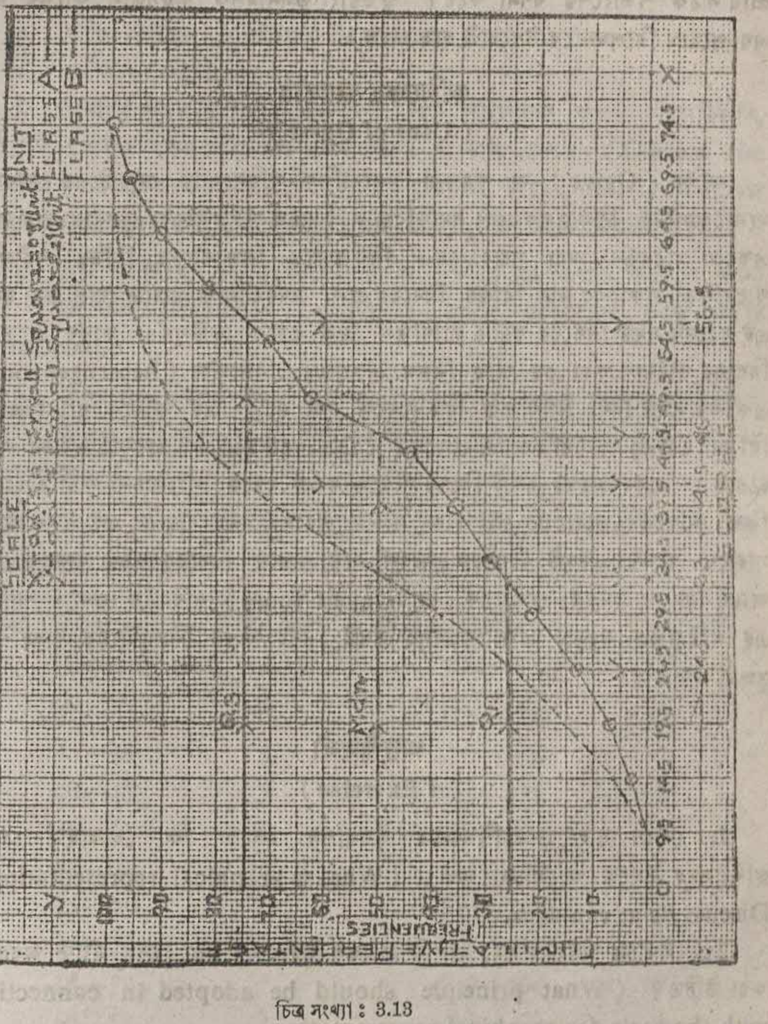
সমাধান ঃ

উপরি উক্ত রাশিতথ্যগুলিকে বিভিন্নভাবে সন্নিবেশিত (processing) ক'রে সারণী 3.18 এ পরিবেশন করা হয়েছে।

সারণী 3.18

দশম শ্রেণী A এবং B এর ছাত্রদের প্রাপ্তাংকসমূহ থেকে লব্ধ ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা এবং মসৃণকৃত শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা

	শ্রেণী A				শ্রেণী B			
প্রাপ্তাংকের শ্রেণী সীমা (Class limit of Scores)	f	C_f	$C_f\%$	$Sc_f\%$	f	C_f	$C_f\%$	$Sc_f\%$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
69 5—74 5	0	50	100	100	0	50	100	100
64 5—69·5	5	50	100	96·7	0	50	100	100
59 5—64 5	3	45	90	91·3	1	50	100	99 3
54·5—59 5	6	42	84	82·0	2	49	98	97·3
49 5—54 5	8	36	72	70·7	2	47	94	94 5
44 5—49·5	7	28	56	63·3	3	45	90	89·3
39 5 —44·5	3	21	42	44·7	6	42	84	82·2
34 5 —39·5	3	18	36	36·0	9	36	72	70·0
29 5 —34·5	4	15	30	29·3	8	27	54	54·7
24 5 —29 5	5	11	22	21 3	7	19	38	38·7
19·5 —24·5	3	6	12	13·3	5	12	24	25·3
14 5 19·5	1	3	6	7·3	4	7	14	14·7
9 5—14·5	2	2	4	3·3	3	3	6	6·7



চিত্র সংখ্যা : 3.13

চিত্রসংখ্যা 3.13 থেকে স্পষ্ট বোঝা যায় যে, 'B' শ্রেণীর 83% ছাত্র 'A' শ্রেণীর ছাত্রদের মধ্যমমানের (Median) তুলনায় কম নম্বর পেয়েছে। অর্থাৎ 'B' শ্রেণীর কেবলমাত্র শতকরা 100 - 83 বা 17% ছাত্র 'A' শ্রেণীর ছাত্রদের উপরে আছে। আবার দেখা যায় যে, 'A' শ্রেণীর 74% ছাত্র 'B' শ্রেণীর ছাত্রদের তুলনায় বেশী নম্বর পেয়েছে। এখানে 'B' শ্রেণীর মধ্যমমান থেকে যে রেখা টানা হয় সেই রেখা 'B' শ্রেণীর অগিভকে শতকরা 100 – 74 বা 26% বিন্দুতে ছেদ করে। সুতরাং 'A' শ্রেণীর কেবলমাত্র 26% ছাত্র 'B' শ্রেণীর মধ্যমমানের নীচে থাকে। এর থেকে বলা যেতে পারে যে, তুলনামূলক অনুশীলনের জন্য মসৃণকৃত অগিভ (Smoothed ogive)

প্রায় সঠিক শতাংশের বর্ণনা করে। সুতরাং তুলনামূলক অনুসন্ধান কাজের জন্য এর প্রয়োগ বিশেষভাবে উপযোগী হয়ে থাকে।

অগিভের ব্যবহার
(Uses of Ogive)

অগিভ (Ogive) বা শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার লেখচিত্রের মাধ্যমে মনোবৈজ্ঞানিক, শিক্ষামূলক এবং সমাজবিজ্ঞান বিষয়ক তথ্যসমূহকে তুলনার জন্য সম-এককে পরিবর্তন করা সম্ভব হয়। শিক্ষাক্ষেত্রে শিক্ষার্থীদের বিভিন্ন পরীক্ষায় পারদর্শিতা প্রকাশের জন্য বিভিন্ন বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বরগুলিকে একত্রে যোগ করা হয়। এই ধরনের সমষ্টি নির্ণয়ের পদ্ধতি গাণিতিক দিক থেকে ত্রুটিপূর্ণ। কারণ প্রত্যেক বিষয়ের পরিমাপ করা হয় তার নিজস্ব এককে। বিজাতীয় (heterogeneous) এককের সমষ্টি নির্ণয় গাণিতিক দিক থেকে শুদ্ধ নয়। এই কারণে রাশিবিজ্ঞানে বিভিন্ন ধরনের পরিবর্তিত প্রাপ্তাংকের (Derived score) ধারণার প্রবর্তন করা হয়েছে। প্রথম ভাগের একটি বিশেষ পরিচ্ছেদে এই সম্বন্ধে আলোচনা করা হয়েছে। কিন্তু অগিভের সাহায্যে এই কাজ অনেক সহজেই করা যায়। এই লেখচিত্রের সাহায্যে আমরা একটি বিষয়কে আদর্শ ধরে অন্যান্য বিষয়ের প্রাপ্ত মানকে সেই আদর্শ বিষয়ের সমতুল প্রাপ্তাংকে (equivalent score) পরিবর্তন করতে পারি। এই পরিবর্তিত সমতুল প্রাপ্তাংকগুলির সমষ্টি নির্ণয় ক'রে শিক্ষার্থীদের পারদর্শিতা তুলনা করা যায়।

অনুশীলনী
(Exercise)

1. লেখর সাহায্যে রাশিতথ্যের উপস্থাপন বলতে কি বোঝায়? তার সুবিধাসমূহ সম্বন্ধে আলোচনা কর। (What is graphical representation ? Discuss its advantages.)

2. লেখচিত্র অঙ্কনের সময় মাপনি বা স্কেল নির্ধারণের জন্য কোন্ নীতি অবলম্বন করা উচিত? (What principle should be adopted in connection with the scale for graphical representation.)

3. মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষামূলক রাশিতথ্যসমূহ প্রদর্শন করার জন্য বিভিন্ন লেখচিত্র বা গ্রাফের তুলনামূলক বর্ণনা কর। (Make comparative narration of different charts or graphs to exhibit psychological and educational data.)

4. উদাহরণসহ সংজ্ঞা লিখ (Define with example) :

(a) পরিসংখ্যা বহুভূজ (Frequency Polygon)

(b) আয়তলেখ (Histogram)

(c) মসৃণ পরিসংখ্যা বহুভূজ (Smoothed frequency polygon)

(d) স্তম্ভচিত্র (Bar-diagram)

(e) জটিল বারচিত্র (Multiple Bar-charts)

(f) অগিভ (Ogive)

5. লেখচিত্র অঙ্কন করার সাধারণ নীতি সম্বন্ধে আলোচনা কর। মনোবিজ্ঞান, শিক্ষাতত্ত্ব ও সমাজতত্ত্বের ক্ষেত্রে এর গুরুত্ব সম্বন্ধে যা জান লেখ। (Discuss the general principles of construction of graphs. Write what you know about its importance in Psychology, Education and Sociology.)

6. (a) পরিসংখ্যা বহুভূজ কাকে বলে ও কিভাবে তা প্রস্তুত করা হয় বর্ণনা কর। (Define frequency polygon and describe how it is constructed.)

(b) আয়তলেখ বলতে কি বোঝ ও কিভাবে তা প্রস্তুত করা হয় আলোচনা কর। (What is understood by histogram and discuss how it is constructed.)

7. নিম্নোদ্ধৃত প্রতিটি ছক হতে একটি পরিসংখ্যা বহুভূজ অঙ্কন কর (Construct a frequency polygon from the following table) :

(a) প্রাপ্তাংক (Scores)	পরিসংখ্যা (f)	(b) প্রাপ্তাংক (Scores)	পরিসংখ্যা (f)
50—54	2	135—139	1
45—49	5	130—134	2
40—44	7	125—129	2
35—39	12	120—124	10
30—34	15	115—119	13
25—29	9	110—114	15
20—24	6	105—109	17
15—19	5	100—104	17
10—14	2	95— 99	6
5— 9	1	90— 94	8
		85— 89	6
		80— 84	2
		75— 79	1
	N=64		N=100

8. নিম্নলিখিত পরিসংখ্যা বণ্টনসমূহের প্রত্যেকটি থেকে আয়তলেখ অঙ্কন কর (Construct a histogram from each of the frequency distributions) :

(a) প্রাপ্তাংক (Scores)	পরিসংখ্যা (f)	(b) প্রাপ্তাংক (Scores)	পরিসংখ্যা (f)
50—54	8	10—14	1
45—49	5	15—19	3
40—44	7	20—24	10
35—39	11	25—29	26
30—34	4	30—34	32
25—29	9	35—39	28
20—24	3	40—44	21
15—19	5	45—49	11
10—14	6	50—54	6
	N=58		N=138

9. নিম্নোদ্ধৃত প্রতিটি ছক হতে একটি আয়তলেখ আঁক এবং এই আয়তলেখর উপরে একটি পরিসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন কর (Draw a histogram from each of the following frequency distributions and on these histograms draw a frequency polygon) :

(a) প্রাপ্তাংক (Scores)	পরিসংখ্যা (f)	(b) প্রাপ্তাংক (Scores)	পরিসংখ্যা (f)
45—49	15	10 19	3
40—44	17	20—29	2
35—39	38	30—39	6
30—34	51	40—49	11
25—29	60	50—59	12
20—24	49	60—69	6
15—19	34	70—79	5
10—14	39	80—89	4
5— 9	17	90—99	1
	N=320		N=50

10. নিম্নলিখিত রাশিতথ্য থেকে একটি দণ্ডচিত্র প্রস্তুত কর (Prapare a bar chart from the following data) :

India's Foreign Debt as on 31. 3. 77

Source of borrowing	Loan in crores of Rs.
Fed. Republic of Germany	350
Japan	160
U. K.	480
U. S. A.	1,200
I. B. E. D.	260
I. D. A.	450

11. (a) পাই বা বৃত্তচিত্র বলতে কি বোঝ? কি ধরনের রাশিতথ্যমালার জন্য এই প্রকারের নৈখিক প্রকাশ সুবিধাজনক? (What is a pie chart? What are the types of data for which it is convenient to use this form of graphical representation ?)

(b) নিম্নে একটি কলেজের বিভিন্ন জাতির ছাত্র সংখ্যা দেওয়া আছে। তাদের একটি পাইচিত্রের সাহায্যে প্রকাশ কর। (Draw a pie chart to represent the following data relating to the number of students castewise.)

Caste	No of Students (P. C.)
Hindu	55%
Muslim	25%
Christian	10%
Sikh	5%
Buddhist	5%

12. কোন একটি কলেজের মোট ছাত্রসংখ্যার 80% কলেজের বিজ্ঞান ক্লাবের সভ্য, 90% কলেজের ফটোগ্রাফার ক্লাবের সভ্য, 78% উভয় ক্লাবের সভ্য এবং মোট 40 জন ছাত্র কোন ক্লাবেরই সভ্য নয়। (In a college 80% of the total number of students are members of science club, 90% of students are members of photography club, 75% of students are members of both the clubs and total 40 students non-members of any club.)

একটি পাইচিত্র অঙ্কন করে দেখাও (i) কেবলমাত্র বিজ্ঞান ক্লাবের সভ্যসংখ্যা, (ii) কেবলমাত্র ফটোগ্রাফি ক্লাবের সভ্যসংখ্যা, (iii) উভয় ক্লাবের সভ্যসংখ্যা এবং (iv) কোন ক্লাবেরই সভ্য নয় এমন সংখ্যা। (Drawing a pie chart show (i) number of members in only science club, (ii) number of members in only photography club, (iii) number of members in

both the clubs and (iv) member that does not indicate non-membership in any club.)

13. নিম্ন বন্টন থেকে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা লেখচিত্র এবং শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা লেখচিত্র অঙ্কন কর। (Construct a cumulative frequency graph and cumulative percentage frequency graph.)

Scores	f	Scores	f
(a) 54—56	3	(b) 75—79	4
51—53	7	70—74	6
48—50	8	65—69	9
45—47	10	60—64	12
42—44	12	55—59	19
39—41	13	50—54	14
36—38	8	45—49	5
33—35	5	40—44	3
30—32	5	35—39	4
27—29	4	30—34	4
24—26	3		
21—23	2		
	N=80		N=80

14. মনোবিজ্ঞান ও শিক্ষার ক্ষেত্রে লেখচিত্রের গুরুত্ব সম্পর্কে আলোচনা কর। **(Discuss the importance of graphs in the field of psychology and education.)**

15. নিম্নে প্রদত্ত তথ্যের একটি ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা রেখা অঙ্কন কর। **(Draw an ogive of the following data.)**

Weekly Wages (in Rs.)	No. of Wage earners
30—	2
32—	9
34—	25
36—	30
38—	49
40—	62
42—	39
44—	20
46—	11
48—50	3
	N=250

16. নীচে রবীন্দ্রনাথের একটি কবিতায় ব্যবহৃত 50 শব্দের প্রত্যেকটির শব্দ দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। (The word length for each of 50 words in a poem by Rabindranath is shown below) :

4, 3, 5, 8, 5, 3, 4, 4, 5, 8, 4, 5, 6, 4, 2, 2, 9, 2, 3, 3, 7, 2, 4, 4, 4, 4, 4, 9, 3, 7, 3, 5, 2, 5, 10, 3, 3, 6, 2, 5, 4, 5, 8, 5, 3, 2, 3, 5, 5, 5,

(a) একটি পরিসংখ্যা ছক তৈরী কর এবং নীচের থেকে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যাসমূহ নির্ণয় কর। [Construct a frequency table and also obtain cumulative frequencies (less than type.)]

(b) প্রদত্ত তথ্য একটি পরিসংখ্যা বহুভুজ এবং একটি ক্রমযৌগিক রেখার মাধ্যমে প্রকাশ কর। (Represent the data in a frequency polygon and an ogive)

চতুর্থ পরিচ্ছেদ

কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ
(Measures of Central Tendency)

শিক্ষা, মনোবিজ্ঞান, সমাজতত্ত্ব কিংবা পরিসংখ্যান বিষয়ক যে কোন তথ্যানুসন্ধানে বিস্তৃত ও ব্যাপক রাশিতথ্যমালার শ্রেণীবিন্যাস, ছকবিন্যাস বা পরিসংখ্যা বিভাজনের সাহায্যে সংক্ষিপ্তকরণের কথা পূর্বেই আলোচনা করা হয়েছে। আবার তথ্যমালাকে লেখ চিত্রাদির মাধ্যমে প্রকাশ ক'রে তাদের স্বরূপ, বৈশিষ্ট্য ও পারস্পরিক তাৎপর্য অনুধাবনের কথাও উল্লেখ করা হয়েছে। তাতে অবশ্য ব্যাপক রাশিতথ্যমালাকে সহজীকৃত এবং সুবিন্যস্ত করা যায়; কিন্তু তাদের প্রকৃতগত বৈশিষ্ট্যসমূহ বিশ্লেষণের ক্ষেত্রে উল্লিখিত সংক্ষিপ্তকরণ যথেষ্ট হয় না। সকল রকম কাজেও এইভাবে বিন্যস্ত সাংখ্যমান সুবিধা সৃষ্টি করতে পারে না। এখানে একটি বাস্তব পরিস্থিতির কথা চিন্তা করা যাক। একটি বিদ্যালয়ে কোন একটি শ্রেণীতে তিনটি শাখা আছে। এই তিনটি শাখায় বিজ্ঞান বিষয়ে পারদর্শিতার অভীক্ষা (Test for scientific achievement) প্রয়োগ করা হল। এখন যদি তিনটি শাখার পারদর্শিতার মধ্যে তুলনামূলকভাবে বিচার করতে চাওয়া হয়, তাহলে এই তুলনা কিভাবে করা যাবে? একমাত্র উপায় হল এই তিনটি পরিসংখ্যা বিভাজনকে পাশাপাশি রেখে বিচার করা। এই কাজটি প্রথমতঃ কষ্টসাধ্য এবং দ্বিতীয়তঃ এইভাবে তুলনা করে আমরা যে সিদ্ধান্তে আসবো তা কখনই স্থির ও নির্ভরযোগ্য হতে পারে না।

এইরূপ ক্ষেত্রে একটি বিকল্প ব্যবস্থার কথা চিন্তা করতে হয়। যদি পরিসংখ্যার বিভাজনের অনেকগুলি সাংখ্যমানের পরিবর্তে এমন একটিমাত্র মান থাকে যার দ্বারা তিনটি শাখার সামগ্রিক অগ্রগতি প্রকাশ করা সম্ভব হয়, তাহলে এই তুলনার কাজ অনেক সহজ হয়। অর্থাৎ এক্ষেত্রে ঐ বিদ্যালয়ের নির্দিষ্ট শ্রেণীর প্রত্যেক শাখার পারদর্শিতা ব্যক্ত করার জন্য কেবলমাত্র একটি সাংখ্যমানের কথা চিন্তা করা যায়। বাস্তবক্ষেত্রে রাশিবিজ্ঞানের পদ্ধতি প্রয়োগ করে এরকম এক ধরনের একক সাংখ্যমান নির্ণয় করা সম্ভব হয় যার দ্বারা এক গুচ্ছ সাংখ্যমানের প্রকৃত অবস্থা বোঝানো যায়। এই সাংখ্যমান প্রাপ্ত সাংখ্যমান গুচ্ছের প্রতিনিধি হিসাবে কাজ করে। এই জাতীয় প্রতিনিধি স্থানীয় সাংখ্যমানের প্রবণতা সাধারণতঃ কেন্দ্রীভূত হওয়ার দিকে দেখা যায়। তাছাড়া অধিকাংশ পরিসংখ্যা বিভাজন ছক পর্যবেক্ষণ করে দেখা যায় যে, তার কেন্দ্রীয় মানসমূহের পরিসংখ্যা সাধারণতঃ প্রান্তীয় মানসমূহের পরিসংখ্যা অপেক্ষা বেশী। সুতরাং একথা বলা যায় যে, কোন পরিসংখ্যা বিভাজনে রাশিতথ্যমালার মানসমূহ একটি কেন্দ্রীয় মানের চারিদিকে বিস্তৃত হ'য়ে থাকে—এটি পরিসংখ্যা বিভাজনের একটি বৈশিষ্ট্য। যে কেন্দ্রীয় মানের চারিদিকে রাশিতথ্যমালার মানসমূহ বিস্তৃত থাকে তার সংখ্যাগত পরিমাপকে পরিসংখ্যানে **কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ**

(Measure of Central Tendency) বলে। অর্থাৎ যে একক সাংখ্যমানকে একগুচ্ছ সাংখ্যমানের প্রতিনিধি হিসাবে ব্যবহার করা হয়, তাকেই রাশিবিজ্ঞানে কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ বলা হয়।

কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ মনোবৈজ্ঞানিক, শিক্ষাবিষয়ক বা সমাজতাত্ত্বিক বিষয় মূল্যায়নে আমাদের নানাভাবে সাহায্য করে। এই মান উল্লেখিত বিষয়াবলী সম্পর্কিত তথ্যগুলিকে (data) সহজতম (যার একটি মানের মাধ্যমে) ভাবে প্রকাশে সাহায্য করে। দুই বা ততোধিক দলের পারদর্শিতা তুলনামূলকভাবে বিচার বিশ্লেষণে এই মান বিশেষভাবে কার্যকরী হয়। একটি নির্দিষ্ট শ্রেণীর আদর্শ তুল্যাংক-মান এই মানের সাহায্যে প্রকাশ করা যায়। মনোবৈজ্ঞানিক, শিক্ষামূলক বা সমাজ-তাত্ত্বিক বিষয় সম্পর্কিত তথ্যাবলীর ব্যাপক তাৎপর্য নির্ণয়ের জন্য এই কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ জানা আবশ্যক হয়।

কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ নানাভাবে নির্ণয় করা হলেও ব্যাপক অর্থে এই পরিমাপকে যার সাহায্যে গণনা করা যায় তাকে পরিসংখ্যান গড় (statistical average) বা গড় (average) বলা হয়। এই গড় হল এমন একটি একক সংখ্যা যা একজাতীয় কতকগুলি সংখ্যার প্রকৃতিগত বৈশিষ্ট্যকে প্রকাশ করে। এই হিসাবে গড়কে ঐ সংখ্যা শ্রেণীর প্রতিভূ (representative) মনে করা হয়।

প্রকারভেদে এই পরিসংখ্যান গড়কে তিনভাগে ভাগ করা যায়—গড় (mean) মধ্যমমান (median (এবং ভূয়িষ্ঠক (mode)।

গড় আবার তিন প্রকর হয়—(i) যৌগিক গড় (Arithmetic mean বা AM) (ii) গুণোত্তর গড় (Geometric mean বা GM), (iii) বিবর্ত যৌগিক গড় (Harmonic mean বা HM)।

এই তিন প্রকার গড়ের মধ্যে মনোবিজ্ঞান, শিক্ষাতত্ত্ব ও সমাজবিজ্ঞানের ক্ষেত্রে যৌগিক গড়ের ব্যবহার সর্বাধিক। সাধারণভাবে এই বিষয়গুলিতে অন্য দুই প্রকার গড়ের ব্যবহার হয় না বললেই চলে। তাই গুণোত্তর গড় এবং বিবর্ত যৌগিক গড়ের বিষয়ে কোনরূপ বিস্তৃত আলোচনা এখানে করা হ'ল না।

যৌগিক গড় (Arithmetic Mean)

যৌগিক গড় আলোচনার পূর্বে আমরা পরিসংখ্যানে ব্যবহৃত একটি প্রতীক Σ (sigma) এর অর্থ সম্বন্ধে আলোচনা করব।

Σ একটি গ্রীক অক্ষর এবং এর নাম সিগমা (sigma)। একজাতীয় রাশি তথ্যমালার সমষ্টিকে সংক্ষিপ্ত আকারে প্রকাশের জন্য এর ব্যবহার করা হয়। সংক্ষেপে Σ-এর অর্থ হ'ল একজাতীয় রাশির সমষ্টি।

উদাহরণস্বরূপ, $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n$ সমষ্টিকে $\sum_{i=1}^{n} a_i$ অথবা Σa_i বা Σa দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

যদি $a_1=3$, $a_2=5$, $a_3=7$ ইত্যাদি হয়, তাহলে $3+5+7+\cdots+10$টি পদ পর্যন্ত সমষ্টিকে $\sum_{i=1}^{10} a_i$ হিসাবে প্রকাশ করা যায়।

অনুরূপভাবে, $x_1y_1+x_2y_2+\cdots+x_p\, y_p$ সমষ্টিকে সংক্ষেপে $\sum_{i=1}^{p} x_i y_i$ আকারে প্রকাশ করা যাবে।

যৌগিক গড়ের সংজ্ঞা (Definition of AM)

সমজাতীয় কতকগুলি রাশির যৌগিক গড় রাশিগুলির কেন্দ্রীয় প্রবণতা পরিমাপক একটি সংখ্যা এবং এর মান রাশিগুলির সমষ্টিকে রাশিগুলির মোট সংখ্যার দ্বারা ভাগ ক'রে প্রাপ্তফলের সমান হয়।

যদি n সংখ্যক সমজাতীয় রাশি $x_1+x_2\cdots x_n$-এর যৌগিক গড় $\bar{x}$ হয়, তাহলে

$$\bar{x}=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}$$

$$=\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}=\frac{\Sigma x}{n} \qquad \cdots \qquad (1)$$

উদাহরণ 1. 7, 6, 8, 4 ও 11 রাশিগুলির যৌগিক গড় নির্ণয় কর।
(Find out the **A. M.** of the quantities 7, 6, 8, 4 and 11.)

সমাধান :

রাশিগুলির সমষ্টি $=7+6+8+4+11=36$

এবং রাশির সংখ্যা $=5$

নির্ণেয় যৌগিক গড় $=\bar{x}=\frac{36}{5}=7 \cdot 2$

উপরের সূত্র বা উদাহরণে যে যৌগিক গড়ের কথা বলা হয়েছে তাকে **সরল যৌগিক গড় (Simple A. M.)** বলে। পৃথক পর্যবেক্ষণের (individual observation) ক্ষেত্রে অর্থাৎ যেখানে চলক বা রাশির প্রত্যেকটি মান একই গুরুত্বের সঙ্গে গ্রহণ করা হয় সেখানে (1) নং সূত্র প্রয়োগ ক'রে যৌগিক গড়ের মান নির্ণয় করা হয়। কিন্তু চলরাশির বিভিন্ন মানসমূহ যদি গুরুত্বের দিক দিয়ে অভিন্ন না হয়, তাহলে মানসমূহের আপেক্ষিক গুরুত্ব (relative importance) সাধারণতঃ ভারের (weights) দ্বারা নির্ণয় করা হয়।

ধরা যাক, চলরাশি x-এর n-সংখ্যক মান $x_1, x_2, \cdots x_n$ এবং তাদের অনুরূপ

ভারসমূহ যথাক্রমে $\omega_1, \omega_2, \cdots \omega_n$; এক্ষণে, যদি $x_1, x_2, \cdots x_n$-এর যৌগিক গড় $\bar{x}$ হয়, তাহলে

$$\bar{x} = \frac{\omega_1 x_1 + \omega_2 x_2 + \cdots + \omega_n x_n}{\omega_1 + \omega_2 + \cdots + \omega_n}$$

$$= \frac{\Sigma \omega x}{\Sigma \omega} \quad \cdots \quad 2(a)$$

এইরূপ গড়কে $x_1, x_2 \cdots x_n$ মানসমূহের **ভারযুক্ত যৌগিক গড় (Weighted A.M.)** বলে।

পরিসংখ্যা বিভাজনের ক্ষেত্রে, চলক x-এর n-সংখ্যক মান $x_1, x_2, \cdots x_n$-এর অনুরূপ পরিসংখ্যা যথাক্রমে $f_1, f_2, \cdots f_n$ এবং x চলকের যৌগিক গড় $\bar{x}$ হলে,

$$\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \cdots + f_n x_n}{f_1 + f_2 + \cdots + f_n}$$

$$= \frac{\Sigma f x}{\Sigma f} = \frac{\Sigma f x}{N} \quad \cdots \quad (2b)$$

অর্থাৎ, এক্ষেত্রে চলকের মানসমূহের পরিসংখ্যাগুলিকে তাদের অনুরূপ ভার হিসাবে ধরতে হয়।

যদি চলকের মানসমূহের ভারগুলি (অথবা পরিসংখ্যাগুলি) পরস্পর সমান হয় অর্থাৎ $\omega_1 = \omega_2 = \cdots = \omega_n$ (অথবা, $f_1 = f_2 = \cdots = f_n$) হয়, তাহলে ভারযুক্ত যৌগিক গড়ের মান সরল যৌগিক গড়ের সমান হবে।

উদাহরণ 2 নিম্নলিখিত রাশিতথ্যের যৌগিক গড় নির্ণয় কর :

লোকসংখ্যা	পরিবারের সংখ্যা
1	4
2	10
3	15
4	10
5	7
6	4
মোট (N)	50

সমাধান :

রাশিতথ্যমালার যৌগিক গড় $\bar{x}$ হলে,

$$\bar{x} = \frac{1\times4 + 2\times10 + 3\times15 + 4\times10 + 5\times7 + 6\times4}{50}$$

$$= \frac{4+20+45+40+35+24}{50}$$

$$= \frac{168}{50} = 3{\cdot}36$$

এখানে উদাহরণ 1 ও 2 লক্ষ্য ক'রে দেখা যায় যে, যৌগিক গড়ের মান প্রদত্ত রাশিতথ্যের (বা চলকের) কোন মানের সমান নয়। সুতরাং একথা মনে রাখা প্রয়োজন হয় যে, যৌগিক গড়ের মান বীজগাণিতিক পদ্ধতিতে নির্ণীত একটি মান; এর মান প্রদত্ত চলকের কোন একটি মানের সমান হতে হবে এইরূপ বাধ্য-বাধকতা নেই।

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে যৌগিক গড় নির্ণয় (Determination of A. M. by Short-cut method) :

(a) **সরল যৌগিক গড় নির্ণয়** (Determination of simple A.M.) : ধরা যাক, n সংখ্যক রাশি $x_1, x_2, \cdots x_n$-এর যৌগিক গড় $\bar{x}$। প্রদত্ত রাশিগুলির মানসমূহ পর্যবেক্ষণ ক'রে কোন একটি রাশিকে (ধরা যাক A, যার মান প্রথম রাশি-সমূহের ক্ষুদ্রতম ও বৃহত্তম মানের মধ্যবর্তী হবে এবং সুবিধামত আন্দাজে স্থির করা হবে) তাদের কল্পিত গড় হিসাবে ধরা হয়। যদি $d_1, d_2, \cdots d_n$ যথাক্রমে $x_1, x_2, \cdots x_n$-এর উপর তাদের কল্পিত গড় হতে পার্থক্য হয়, তাহলে

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma d}{n} \qquad \cdots \qquad (3)$$

উদাহরণ 3. 14, 16, 18, 20, 25, 30 সংখ্যাগুলির যৌগিক গড় নির্ণয় কর। (Find out A.M. of the numbers 14, 16, 18, 20, 25, 30)

সমাধান : ধরা যাক, সংখ্যাগুলির কল্পিত গড়, A (Assumed mean) = 19

এখন সংখ্যাগুলির কল্পিত গড় হতে পার্থক্য যথাক্রমে $d_1 = 14 - 19 = -5$, $d_2 = 16 - 19 = -3$, $d_3 = 18 - 19 = -1$, $d_4 = 20 - 19 = 1$, $d_5 = 25 - 19 = 6$ এবং $d_6 = 30 - 19 = 11$.

∴ সংখ্যাগুলির যৌগিক গড় $\bar{x}$ ধরলে,

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma d}{n}$$

$$= 19 + \frac{-5 - 3 - 1 + 1 + 6 + 11}{6}$$

$$= 19 + \frac{-9 + 18}{6} = 19 + \frac{9}{6}$$

$$= 19 + \frac{3}{2} = 19 + 1{\cdot}5 = 20{\cdot}5.$$

(b) **ভারযুক্ত যৌগিক গড় নির্ণয় (Determination of Weighted A.M.) :**

ধরা যাক, সরল পরিসংখ্যা বিভাজনে n সংখ্যক চলকের মান যথাক্রমে $x_1, x_2, \cdots, x_n$ এবং তাদের পরিসংখ্যা যথাক্রমে $f_1, f_2, \cdots, f_n$, পূর্বের ন্যায় একটি সংখ্যাকে (ধরা যাক, A) চালকের মান সমূহের কল্পিত গড় হিসাবে ধরা হলো।

যদি $d_1, d_2, \cdots d_n$, যথাক্রমে $x_1, x_2, \cdots, x_n$-এর, কল্পিত গড় A হতে পার্থক্য হয়, তাহলে

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma fd}{N} \quad \cdots \quad \cdots \quad (4)$$

হবে ; এখানে $\bar{x}$ হলো চলকের মান সমূহের নির্ণেয় যৌগিক গড় এবং $N = \Sigma f$.

উদাহরণ 4. (4) সূত্র প্রয়োগ ক'রে উদাহরণ 2-এর যৌগিক গড় নির্ণয় কর (Find out A.M. of the data in example 2 using the formula (4)).

লোকসংখ্যা (X)	পরিবার সংখ্যা (f)	কল্পিত গড় (A=3) হতে পার্থক্য $d = x - A$	fd
1	4	−2	−8
2	10	−1	−10
3	15	0	0
4	10	1	10
5	7	2	14
6	4	3	12
মোট	N=50		$\Sigma fd = 18$

∴ রাশিতথ্যের যৌগিক গড় যদি $\bar{x}$ হয়, তাহলে

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma fd}{N} = 3 + \frac{18}{50} = 3{\cdot}36$$

শ্রেণীবদ্ধ পরিসংখ্যা বিভাজন ছকের যৌগিক গড় নির্ণয় (Determination of A.M. from Grouped Frequency Distribution) :

শ্রেণীবদ্ধ পরিসংখ্যা বিভাজন ছক হতে চলকের যৌগিক গড় নির্ণয় ভারযুক্ত যৌগিক গড় নির্ণয় পদ্ধতিতে করা যায়। তাবে এইরূপ ক্ষেত্রে ধরে নেওয়া হয় যে, একটি শ্রেণীবিভাগের অন্তর্গত চলকের প্রত্যেকটি মানই উক্ত শ্রেণীবিভাগের মধ্যবিন্দুর (Midpoint) মানের সমান হয়। সুতরাং শ্রেণীবিভাগের অন্তর্গত পরিসংখ্যাকে উক্ত মধ্যবিন্দু মানের ভার হিসাবে গ্রহণ ক'রে পূর্বোক্ত প্রক্রিয়ার সাহায্যে যৌগিক গড় নির্ণয় করতে হয়। উপরোক্ত নিয়মটি শ্রেণীবিভাগের সমান বা অসমান যে কোন ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য।

সুতরাং শ্রেণীবদ্ধ পরিসংখ্যা বিভাজন ছক হতে (2b) নং অথবা সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে (4)নং সূত্র প্রয়োগ করে নির্ণয় করা যাবে। কিন্তু যদি পরিসংখ্যা বিভাজন ছকে শ্রেণীবিভাগগুলির দৈর্ঘ্য পরস্পর সমান হয়, অথবা শ্রেণীবিভাগগুলির দৈর্ঘ্যসমূহের

একটি সাধারণ গুণনীয়ক থাকে, তাহলে সেক্ষেত্রে নিম্নলিখিত সূত্রটি প্রয়োগ ক'রে অধিকতর সহজ গণনার সাহায্যে যৌগিক গড়ের মান নির্ণয় করা সম্ভব হয়।

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma f d'}{N} \times i \qquad \ldots \qquad (5)$$

এখানে—

$\bar{x}$ = চলকের যৌগিক গড়

$N = \Sigma f$ = মোট পরিসংখ্যা

$d' = \frac{x-A}{i}$,

x = শ্রেণীবিভাগের মধ্যবিন্দুসমূহ

A = কল্পিত গড় (Assumed Mean)

i = শ্রেণীবিভাগের দৈর্ঘ্য (অথবা শ্রেণীবিভাগগুলির দৈর্ঘ্যসমূহের গ. সা. গু.)

এবং f = শ্রেণী পরিসংখ্যাসমূহ

উদাহরণ 5. নিম্নলিখিত পরিসংখ্যা বিভাজনের যৌগিক গড় (2b)নং সূত্র, (4) নং সূত্র এবং (5) নং সূত্র প্রয়োগ ক'রে নির্ণয় কর। [Find out the A.M. of the following frequency distribution using formula (2b), formula (4) and formula (5)]

একটি বিদ্যালয়ের অষ্টম শ্রেণীর 45 জন ছাত্রের বার্ষিক পরীক্ষার ফলের পরিসংখ্যা বিভাজন :

বার্ষিক পরীক্ষার ফল (X)	পরিসংখ্যা (f)
70—80	2
60—70	4
50—60	6
40—50	12
30—40	11
20—30	8
10—20	2
	N = 45

সমাধান : (2b) নং সূত্র অর্থাৎ $\bar{x} = \frac{\Sigma f x}{N}$ সূত্র প্রয়োগে প্রদত্ত পরিসংখ্যা বিভাজনের যৌগিক গড় নির্ণয়করণ :

সারণী 4.1

মধ্যবিন্দু, পরিসংখ্যা ও গুণফল

পরীক্ষার ফল (X)	মধ্যবিন্দু (x)	পরিসংখ্যা (f)	fx
70—80	75	2	150
60—70	65	4	260
50—60	55	6	330
40—50	45	12	540
30—40	35	11	385
20—30	25	8	200
10—20	15	2	30
		N=45	$\Sigma fx=1895$

সুতরাং ছাত্রদের বার্ষিক পরীক্ষার ফলের যৌগিক গড় $\bar{x}$ হলে,

$$\bar{x}=\frac{\Sigma fx}{N}=\frac{1895}{45}=42{\cdot}11$$

(4)নং সূত্র অর্থাৎ $\bar{x}=A+\frac{\Sigma fd}{N}$ সূত্র প্রয়োগে প্রদত্ত পরিসংখ্যা বিভাজনের যৌগিক গড় নির্ণয়করণ :

সারণী—4.2

মধ্যবিন্দু, পরিসংখ্যা ও গুণফল

পরীক্ষার ফল (X)	মধ্যবিন্দু (x)	পরিসংখ্যা (f)	মধ্যবিন্দু সমূহের কল্পিত গড় হ'তে পার্থক্য $d=x-A$	fd
70—80	75	2	30	60
60—70	65	4	20	80
50—60	55	6	10	60
40—50	45	12	0	0
30—40	35	11	−10	−110
20−30	25	8	−20	−160
10—20	15	2	−30	−60
		N=45		$\Sigma fd=-130$

ধরা যাক, কল্পিত গড় A = 45

সুতরাং ছাত্রদের বার্ষিক পরীক্ষাফলের যৌগিক গড় $\bar{x}$ হলে,

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma fd}{N}$$

$$= 45 + \frac{-130}{45} = 45 - \frac{130}{45}$$

$$= 45 - 2{\cdot}88 = 42{\cdot}12$$

(5) নং সূত্র অর্থাৎ $\bar{x} = A + \frac{\Sigma fd'}{A} \times i$ সূত্র প্রয়োগে প্রদত্ত পরিসংখ্যাবিভাজনের যৌগিক গড় নির্ণয়করণ :

সারণী 4.3

মধ্যবিন্দু, পরিসংখ্যা ও কল্পিত গড়ের গুণফল

বার্ষিক পরীক্ষার ফল (X)	মধ্যবিন্দু (x)	পরিসংখ্যা (f)	$d' = \frac{x-A}{i}$ A = 45, i = 10	fd'
70—80	75	2	3	6
60—70	65	4	2	8
50—60	55	6	1	6
40—50	45	12	0	0
30—40	35	11	−1	−11
20—30	25	8	−2	−16
10—20	15	2	−3	−6
		N = 45		$\Sigma + d' = -13$

ধরা যাক, কল্পিত গড় A = 45

∴ ছাত্রদের বার্ষিক পরীক্ষার ফলের যৌগিক গড় $\bar{x}$ হলে,

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma fd'}{N} \times i$$

$$= \left(45 + \frac{-13}{45} \times 10\right)$$

$$= (45 - 0{\cdot}288 \times 10)$$

$$= 45 - 2{\cdot}88$$

$$= 42{\cdot}12$$

এখানে উল্লেখ করা যায় যে, সূত্র (2b), (4) বা (5) যে কোন পদ্ধতিতে যৌগিক গড়ের মানের কোন তারতম্য হয় না।

(5) নং সূত্রতে গণনা কার্য সর্বাপেক্ষা সহজ। তবে শ্রেণীবিভাগ সমান না হ'লে, অথবা শ্রেণীবিভাগগুলির কোন উৎপাদক না থাকলে (5) নং সূত্র প্রয়োগ করতে হবে।

(4) নং সূত্রতে কল্পিত গড় 45 এবং (5)নং সূত্রতে তার মান 45 ধরা হয়েছে। কিন্তু তাতে যৌগিক গড়ের মানের কোন তারতম্য ঘটে নি। সুবিধামত মধ্যবিন্দু স্তম্ভের মাঝামাঝি একটি মধ্যবিন্দুকে কল্পিত গড় হিসাব ধরলেই চলবে।

মুক্তপ্রান্ত শ্রেণীবিভাগযুক্ত পরিসংখ্যা বিভাজনের যৌগিক গড় নির্ণয় (Determination of A. M. of frequency distribution with open end classes).

মুক্তপ্রান্ত শ্রেণীবিভাগযুক্ত পরিসংখ্যা বিভাজনের মুক্ত শ্রেণীবিভাগের মধ্যবিন্দু নির্ণয় করা যায় না এবং সেই কারণে বিভাজনের যৌগিক গড়ের মান সঠিকভাবে নির্ণয় করা সম্ভব হয় না। প্রকৃতপক্ষে এইরূপ বিভাজনের ক্ষেত্রে গড় হিসাবে মধ্যমমান (Median) প্রযোগই যথাযথ হয়। তথাপি এইরূপ বিভাজনের যৌগিক গড়ের মান নির্ণয় করতে হলে দেখতে হবে অন্যান্য প্রদত্ত শ্রেণীবিভাগগুলির শ্রেণী প্রসারসমূহের মধ্যে কোন সম্বন্ধ আছে কিনা। যদি কোন সম্বন্ধ থাকে তবে তার উপর নির্ভর ক'রে মুক্তপ্রান্ত শ্রেণীবিভাগের (অথবা শ্রেণীবিভাগদ্বয়ের) শ্রেণীপ্রসার অনুমান করা হয় এবং তারপর স্থূলভাবে যৌগিকগড়ের মান নির্ণয় করা হয়। উদাহরণস্বরূপ, যদি অন্যান্য প্রদত্ত শ্রেণীবিভাগগুলির শ্রেণীপ্রসারসমূহ পরস্পর সমান হয়, তাহলে মুক্তপ্রান্ত শ্রেণীবিভাগের একই শ্রেণীপ্রসার ধ'রে স্থূলভাবে যৌগিক গড়ের মান নির্ণয় করা যায়।

উদাহরণ 6. নিম্নে প্রদত্ত তথ্য হইতে গড় মান নির্ণয় কর (Find out mean from the following data) :

বার্ষিক পরীক্ষার ফল (Annual Examination Result)	পরিসংখ্যা (Frequency)
—15	2
15—20	5
20—25	6
25—30	8
30—35	9
35—40	11
40—45	14
45—50	20
50—55	24
55—60	21
60—65	10
65—70	11
70—75	6
75—	3
	N=150

সমাধান : প্রদত্ত বিভাজনের প্রান্তীয় শ্রেণীবিভাগদ্বয় মুক্ত (open)। সুতরাং ঐ শ্রেণীবিভাগদ্বয়ের শ্রেণীপ্রসার সম্পর্কে অনুমান ছাড়া গড়মান নির্ণয় করা সম্ভব নয়। এক্ষণে, মধ্যবর্তী শ্রেণীবিভাগগুলির প্রত্যেকটির শ্রেণীপ্রসার 5 হবে। সুতরাং অনুমান করা যায় যে, প্রান্তীয় শ্রেণীবিভাগদ্বয়ের শ্রেণীপ্রসারও 5 হবে, অর্থাৎ, প্রান্তীয় শ্রেণীবিভাগদ্বয় যথাক্রমে 10 – 15 এবং 75 – 80 হবে। এই অনুমানের ভিত্তিতে গড় মানের গণনা কার্য নীচে দেখানো হ'ল :

সারণী 4.4

বার্ষিক পরীক্ষার ফল	মধ্যবিন্দু (x)	পরিসংখ্যা (f)	$d' = \frac{x-A}{i}$	fd'
10—15	12·5	2	–7	–14
15—20	17·5	5	–6	–30
20—25	22·5	6	–5	–30
25—30	27·5	8	–4	–32
30—35	32·5	9	–3	–27
35—40	37·5	11	–2	–22
40—45	42·5	14	–1	–14
45—50	47·5 = A	20	0	0
50—55	52·5	24	1	24
55—60	57·5	21	2	42
60—65	62·5	10	3	30
65—70	67·5	11	4	44
70—75	72·5	6	5	30
75—80	77·5	3	3	18
		N = 150		$\Sigma fd' = 19$

যদি বার্ষিক পরীক্ষা ফলের নির্ণেয় গড় মান $\bar{x}$ হয়, তাহলে

$$\bar{x} = A + + \frac{\Sigma fd'}{N} \times i$$

$$= 47·5 + \frac{19}{150} \times 5$$

$$= 47·5 + ·633 = 48·133$$

∴ নির্ণেয় গড় মান = 48·13 (প্রায়)

আবার যদি মুক্ত প্রান্ত শ্রেণীবিভাগযুক্ত পরিসংখ্যা বিভাজনের ভূয়িষ্ঠক (Mode) দেওয়া থাকে, তাহলে বিভাজনের মধ্যমমানের (Median) মান গণনা করে এবং

Mean—Mode = 3 (Mean − Median) সম্বন্ধ প্রয়োগ করেও যৌগিক গড় বা গড়ের মান স্থূলভাবে নির্ণয় করা যায়। কোন কোন সময় প্রশ্নে এইরূপ শর্তের উল্লেখ থাকে যাতে এই প্রকার বিভাজনের সঠিক যৌগিক গড়ের মান নির্ণয় করা যায়। সংক্ষেপে মুক্তপ্রান্ত শ্রেণীবিভাগযুক্ত বিভাজনের প্রকৃতি ও প্রশ্নে প্রদত্ত শর্তাবলীর উপর নির্ভর ক'রে যাথোপযুক্ত পদ্ধতির সাহায্যে যৌগিক গড়ের মান গণনা করতে হয়। এখানে প্রদত্ত উদাহরণের সাহায্যে বিষয়টি বোঝানো যায়।

উদাহরণ 7. প্রদত্ত ছকে কোন কারখানার 45 জন কর্মচারীর মাসিক আয় দেওয়া আছে। "400 টাকা ও অধিক" শ্রেণীযুক্ত 5 জন কর্মচারীর মোট মাসিক আয় 6,000 টাকা। গড় নির্ণয় কর। (The following table gives the monthly income of 45 employees in a factory. The total monthly income of 5 employees in the class "Rs. 400 and above" is Rs. 6,000. Find the mean.)

আয় (টাকায়) Income (Rs.)]	পরিসংখ্যা (Frequency)
220—249	6
250—279	8
280—309	12
310—339	5
340—369	5
370—399	4
400 & above	5
	N = 45

সমাধান : এখানে প্রথমে প্রদত্ত বিভাজনের "400 ও অধিক" শ্রেণীবিভাগ যুক্ত 5 জন কর্মচারীকে বাদ দিয়ে অবশিষ্ট 40 জন কর্মচারীর আয়ের গড় নির্ণয় করতে হয়।

সারণী 4.5

শ্রেণীবিভাগযুক্ত রাশিতথ্যের পরিসংখ্যানমূলক গণনা

আয় (টাকায়)	মধ্যবিন্দু (x)	পরিসংখ্যা (f)	$d' = \frac{x - A}{i}$	fd'
220—249	234·5	6	−2	−12
250—279	264·5	8	−1	−8
280—309	294·5 = A	12	0	0
310—339	324·5	5	1	5
340—369	354·5	5	2	10
370—399	384·5	4	3	12
		N = 40		$\Sigma fd' = 7$

যদি 40 জন কর্মচারীর মাসিক আয়ের গড় $\bar{x}$ হয়, তাহলে

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma fd'}{N} \times i$$
$$= 294 \cdot 5 + \tfrac{7}{40} \times 30$$
$$= 294 \cdot 5 + 5 \cdot 25 = 299 \cdot 75$$

সুতরাং 40 জন কর্মচারীর মাসিক আয়ের গড় = 299·75 টাকা

∴ 40 জন কর্মচারীর মোট মাসিক আয় = 40 × 299·75 = 11,990 টাকা

আবার, প্রশ্নানুযায়ী, "400 টাকা ও অধিক" শ্রেণীভুক্ত 5 জন কর্মচারীর মোট মাসিক আয় = 6,000 টাকা

সুতরাং কারখানার 45 জন কর্মচারীর মোট মাসিক আয়
= (11,990 + 6,000) টাকা = 17,990 টাকা

∴ 45 জন কর্মচারীর মাসিক আয়ের নির্ণেয় গড় = $\frac{17,990}{45}$ টাকা
= 399·78 টাকা

এখানে উল্লেখ করা যায় যে, প্রদত্ত বিভাজনের এক প্রান্তের শ্রেণীবিভাগ মুক্ত। তথাপি প্রান্তীয় শ্রেণীবিভাগটির শ্রেণীপ্রসার সম্বন্ধে কোন অনুমানের (assumption) প্রয়োজন হয় না। প্রশ্নে প্রদত্ত শর্ত এইরূপ যে, উক্তরূপ অনুমান ছাড়াই সঠিক গড়ের মান নির্ণয় করা যায়।

আরও লক্ষ্য করা যায় যে, প্রান্তীয় মুক্ত শ্রেণী বাদ দিয়ে 40 জন কর্মচারীর মাসিক আয়ের গড় 299·75 টাকা এবং 45 কর্মচারীর মাসিক আয়ের গড় 399·78 টাকা ; অর্থাৎ গড়ের মানে প্রায় 100 টাকার পার্থক্য। এর থেকে বোঝা যায় যে, বিভাজনটির গড় বা যৌগিক গড়ের মান প্রান্তীয় মানের দ্বারা বিশেষভাবে প্রভাবিত।

সংযুক্ত গড় বা যৌগিক গড় (Combined Mean)

ধরা যাক, যদি আমরা দুই বা অধিক নমুনা (samples) বা দলের (groups) পৃথক পৃথক যৌগিক গড়মান পাই এবং যদি আমরা এই গড়মানগুলির যৌগিক গড়মান গণনা করতে চাই, তাহলে সংযুক্ত গড়মান নির্ণয় করা আবশ্যক হয়।

ধরা যাক, যদি $x_1, x_2, \cdots, x_{n_1}$ এই n_1 সংখ্যক রাশির যৌগিক গড় $\bar{x}_1$ এবং $y_1, y_2, \cdots, y_{n_2}$ এই n_2 সংখ্যক রাশির যৌগিক গড় $\bar{x}_2$ হয়, তাহলে $x_1, x_2, \cdots, x_{n_1}, y_1, y_2, \cdots, y_{n_2}$ এই $(n_1 + n_2)$ সংখ্যক রাশির যৌগিক গড় হবে

$$\frac{n_1 . \bar{x}_1 + n_2 . \bar{x}_2}{n_1 + n_2} \quad \cdots \quad (6a)$$

এই সূত্র হতে দু'টি দলের সংযোগে প্রাপ্ত দলের সংযুক্ত যৌগিক গড় (combined A. M.) নির্ণয় করা যায়। অর্থাৎ n_1 পদ বা সদস্য বিশিষ্ট দলের যৌগিক গড় $\bar{x}_1$ এবং n_2 পদ বা সদস্য বিশিষ্ট দলের যৌগিক গড় $\bar{x}_2$ হলে, দল দু'টির সংযোগে প্রাপ্ত (n_1+n_2) পদ বা সদস্য বিশিষ্ট দলের সংযুক্ত যৌগিক গড়

$$\frac{n_1.\bar{x}_1+n_2.\bar{x}_2}{n_1+n_2} \text{ হবে।}$$

এই সূত্রটি সাধারণভাবে সত্য; অর্থাৎ, $n_1, n_2, n_3, \cdots$ পদ বা সদস্য বিশিষ্ট দলসমূহের যৌগিক গড় যথাক্রমে $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \cdots$ হ'লে দলগুলির সংযোগে প্রাপ্ত দলটির সংযুক্ত গড় হবে $\bar{x}$, যেখানে

$$\bar{x}=\frac{n_1.\bar{x}_1+n_2.\bar{x}_2+n_3.\bar{x}_3+\cdots}{n_1+n_2+n_3+\cdots} \quad \cdots \quad (6b)$$

উদাহরণ 8. দু'টি শ্রেণীর ছাত্রদের উপর একটি বিজ্ঞান বিষয়ক অভীক্ষা প্রয়োগ করা হল। যদি শ্রেণী 'ক' এ ছাত্র সংখ্যা 50 এবং গড়মান 45 হয় এবং শ্রেণী 'খ'এ ছাত্রসংখ্যা 75 এবং গড়মান 55 হয়, তাহলে সংযুক্ত যৌগিক গড় গণনা কর।

সংযুক্ত যৌগিক গড় (6b) সূত্রানুযায়ী,

$$\bar{x}=\frac{n_1.\bar{x}_1+n_2.\bar{x}_2}{n_1+n_2}$$

$$=\frac{50\times45+75\times55}{50+75}$$

$$=\frac{2250+4125}{125}=51$$

$\therefore$ নির্ণেয় সংযুক্ত গড় = 51.

যৌগিক গড় ব্যবহারের সুবিধা ও অসুবিধা (Merits and demerits of using Arithmetic Mean):

একটি আদর্শ গড়ের (good average) যে সকল বৈশিষ্ট্য থাকা প্রয়োজন যৌগিক গড়ের মধ্যে তাদের অধিকাংশ বিদ্যমান। সেইজন্য পরিসংখ্যানে এর ব্যাপক প্রয়োগ দেখা যায়। গড় হিসাবে এর নিম্নলিখিত **সুবিধাসমূহ** বর্তমান।

(i) এটি খুব সহজবোধ্য।

(ii) এটি খুব সহজে নির্ণয় করা যায়।

(iii) এটি নির্ণয়কালে রাশিতথ্যমালার প্রতিটি রাশিই ব্যবহৃত হয়। এইজন্য একে রাশিতথ্যমালার প্রতিভূ হিসাবে গণ্য করা যায়।

(iv) এর সাহায্যে সমজাতীয় দুই বা তার অধিক রাশিতথ্যমালার বৈশিষ্ট্যের তুলনা করা সম্ভব হয়।

(v) এটি নির্ণয় করবার সময় বীজগণিতের নিয়মাবলী প্রয়োগ করা যায়। সেইজন্য অতিরিক্ত গণনার ক্ষেত্রে (further manipulation) পরিসংখ্যানে এর ব্যাপক প্রয়োগ আছে।

(vi) রাশিতথ্যমালার মানসমূহের সমষ্টি ও তাদের সংখ্যার মান জানা থাকলেই এর মান নির্ণয় করা যায়।

(vii) এর মান নির্ণয়ের জন্য রাশিতথ্যমালাকে ক্রমবর্ধমান সারিতে সাজাবার প্রয়োজন হয় না।

(viii) যেহেতু এর মান নির্ণয়ে রাশিতথ্যমালার প্রতিটি রাশি ব্যবহৃত হয় সেইজন্য এর মান নমুনা বিচ্যুতি (sampling fluctuation) দ্বারা অধিক প্রভাবিত হয় না।

যৌগিক গড় ব্যবহারে নিম্নলিখিত কয়েকটি **অসুবিধা** আছে :

(i) রাশিতথ্যমালার পর্যবেক্ষণ দ্বারা খুব শীঘ্র এর মান নির্ণয় করা সম্ভব হয় না।

(ii) সাধারণতঃ এর মান রাশিতথ্যমালার কোন রাশিরই সমান হয় না।

(iii) রাশিতথ্যমালার যদি একটি বা দু'টি রাশির মান অতি উচ্চ বা অতি নিম্ন হয়, তাহলে তাদের দ্বারা এর মান বিশেষভাবে প্রভাবিত হয়।

(iv) মুক্ত-প্রান্ত শ্রেণীবিশিষ্ট (open-end classes) শ্রেণীবদ্ধ পরিসংখ্যা বিভাজনের ক্ষেত্রে যৌগিক গড়ের সঠিক মান নির্ণয় করা যায় না.।

(v) পূর্ণতথ্যের অনুপস্থিতিতে এর সাহায্যে গৃহীত সিদ্ধান্ত অনেক সময় ত্রুটিপূর্ণ হতে পারে। উদাহরণস্বরূপ, নিম্নে দুইজন ছাত্র 'ক' এবং 'খ' এর কয়েকটি অভীক্ষার ফল দেওয়া হ'ল :

অভীক্ষা	ক-এর নম্বর	খ-এর নম্বর
I	40%	60%
II	50%	50%
III	60%	40%

যদিও 'ক' ও 'খ' উভয়েরই তিনটি অভীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বরের যৌগিক গড় 50% তথাপি পাঠক্রমে 'ক'-এর অগ্রগতি (progress) ধনাত্মক (positive) ; কিন্তু 'খ' এর ক্ষেত্রে এটি ঋণাত্মক (negative)।

মধ্যমমান (Median)

সমজাতীয় কতকগুলি রাশির মধ্যমমান হল রাশিগুলির কেন্দ্রীয় প্রবণতা পরিমাপক একটি সংখ্যা এবং এর মান রাশিগুলিকে মানের উর্ধ্বক্রম (ascending order) অনুযায়ী পর পর সাজালে যে রাশিটির অবস্থান ঠিক মাঝখানে হয় তার সমান। অর্থাৎ কোন পরিসংখ্যা বিভাজনে মধ্যমমান হল সেই মধ্যবিন্দু যার উপর এবং নীচে শতকরা 50 ভাগ প্রাপ্তাংক অবস্থান করে। (In a distribution

median is that middle point where 50% scores are found above and 50% scores are found below). অন্যভাবে বলা যায় যে, মধ্যমমান রাশিতথ্যমালাকে দু'টি সমান অংশে বিভক্ত করে ; একটি অংশের অন্তর্গত প্রত্যেকটি রাশির মান মধ্যমমান অপেক্ষা কম এবং অপর অংশের অন্তর্গত প্রত্যেকটি রাশির মান মধ্যমমান অপেক্ষা বেশী। (Median is the value of that item in a series which divides the series into two equal parts, one part consisting of all values less and the other all values greater than it).

মধ্যমমান নির্ণয়করণ (Determination of Median) :

(a) অবিন্যস্ত রাশিতথ্যগুলি (ungrouped data) থেকে মধ্যমমানের গণনা কার্য : সরল শ্রেণীর (simple series) রাশিতথ্যমালায় মোট রাশির সংখ্যা অযুগ্ম (odd) হ'লে তাদের মানের ক্রম-অনুযায়ী পর পর সাজিয়ে ঠিক মাঝখানে একটি রাশি পাওয়া যাবে এবং ঐ রাশিটির মানই মধ্যমমানের মান হবে। কিন্তু রাশির মোট সংখ্যা যুগ্ম (even) হলে, তাদের মানের ক্রম-অনুযায়ী পর পর সাজিয়ে মধ্যম অবস্থানে দু'টি রাশি পাওয়া যাবে যাদের উভয়ই মান অনুযায়ী মাঝখানে অবস্থিত। এইরূপ ক্ষেত্রে ঐ দু'টি রাশির মানের যৌগিক গড় মধ্যমমানের মান নির্দেশ করবে। সংক্ষেপে, যদি রাশিতথ্যমালায় মোট রাশির সংখ্যা n হয়, তাহলে তাদের মানের ক্রমানুসারে পর পর সাজালে $\frac{n+1}{2}$ তম অবস্থানে রাশির মানই মধ্যমমানের মান হবে। এখানে উদাহরণ সহযোগে যুগ্ম ও অযুগ্ম রাশিতথ্যমালার মধ্যমমান নির্ণয় করার প্রক্রিয়া উল্লেখ করা হল।

উদাহরণ 1. নিম্নলিখিত যুগ্ম সংখ্যারাশির মাধ্যমমান নির্ণয় কর। (Find out the median of the following even numbers) :

88, 72, 33, 29, 70, 86, 54, 91, 61, 57

সমাধান : সংখ্যাগুলিকে মানের উর্ধ ক্রম অনুসারে সাজিয়ে পাই :

29, 33, 54, 57, 61, 70, 72, 86, 88, 91

এখানে মোট সংখ্যার সংখ্যা $= n = 10$

$\therefore$ নির্ণেয় মধ্যমমান $= \frac{n+1}{2}$ তম,

বা, $\frac{10+1}{2}$ তম, বা, 5·5 তম অবস্থানের সংখ্যার মান।

সুতরাং মধ্যমমানের মান = পঞ্চম ও ষষ্ঠ অবস্থানের সংখ্যা দু'টির যৌগিক গড়

$$= \frac{61+70}{2} = \frac{131}{2} = 65{\cdot}5$$

উদাহরণ 2. নিম্নলিখিত অযুগ্ম সংখ্যারাশির মাধ্যমমান নির্ণয় কর। [Find out the median of the following odd numbers) :

21, 12, 49, 37, 88, 46, 55, 74, 63

সমাধান : সংখ্যাগুলিকে মানের ঊর্ধ্বক্রম অনুসারে সাজিয়ে পাই :

12, 21, 37, 46, 49, 55, 63, 74, 88

এখানে মোট সংখ্যার সংখ্যা $= n = 9$

$\therefore$ নির্ণেয় মধ্যমমান $= \frac{n+1}{2}$তম বা, $\frac{9+1}{2}$তম,

বা, 5 তম অবস্থানে সংখ্যার মান = 49

উদাহরণ 3. নিম্নে প্রদত্ত পরিসংখ্যা বিভাজনের মধ্যমমান নির্ণয় কর। (Find out the median of the following distribution):

মান (value)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
পরিসংখ্যা (frequency)	3	8	12	17	26	18	9	3	1

সমাধান : এখানে প্রথমে পরিসংখ্যাগুলিকে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যাতে পরিবর্তন করা হ'ল। সারণী 4.6এ এই পরিবর্তন দেখানো হয়েছে।

সারণী 4.6

পরিসংখ্যা ও ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা

মান	পরিসংখ্যা	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা
1	3	3
2	8	11
3	12	23
4	17	40
5 ←	26	66 (>49)
6	18	84
7	9	93
8	3	96
9	1	97
	N = 97	

প্রদত্ত পরিসংখ্যা বিভাজনের মোট পরিসংখ্যা $= N = 97$ এবং মানগুলি মানের ঊর্ধ্বক্রমে প্রদত্ত। সুতরাং বিভাজনটির মধ্যমমান $= \frac{n+1}{2}$তম বা, $\frac{97+1}{2}$তম বা, 49 তম অবস্থানে প্রাপ্ত রাশিমান।

এক্ষনে, ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা স্তম্ভ হতে বোঝা যায়, যে অনুভূমিক রেখা বরাবর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার মান ঠিক 49 অপেক্ষা অধিক সেই রেখা বরাবর রাশির মান 5.

সুতরাং বিভাজনটির মধ্যমমান = 5.

(b) **বিন্যস্ত রাশিতথ্যগুলির (grouped data) মধ্যমমানের গণনাকার্য :**

দলবদ্ধ এবং বিন্যস্ত রাশিতথ্যমালার মধ্যমমান পরিসংখ্যা বিভাজনের ন্যূনতর শ্রেণীবিভাগ থেকে উপর দিকে পরিসংখ্যাগুলি বাড়িয়ে বা অধিকতম শ্রেণীবিভাগ থেকে নিম্নদিকে পরিসংখ্যাগুলি কমিয়ে গণনা করা হয়। এখানে একটি সুবিধা যেমন আছে যে, রাশিতথ্যমালার প্রকৃত মান জানার প্রয়োজন নেই, তেমনি অসুবিধাও আছে, যেমন এখানে পরিসংখ্যার বিভাজন থেকে সব সময় $\frac{N}{2}$ সংখ্যক পাওয়া মুস্কিল হ'য়ে পড়ে। এই **অসুবিধা** দূর করার জন্য আংশিক স্কেল মূল্য নির্ণয় করা হয়। পরিসংখ্যা বিভাজন থেকে মধ্যমমান নির্ণয় করার জন্য নিম্নলিখিত দু'টি সূত্র ব্যবহার করা হয়।

সূত্র ঃ

(i) মধ্যমমান (Mdn)

$$=L_L+i\times\frac{\frac{N}{2}-C_f}{f_m} \quad \ldots \quad (7)$$

এখানে, L_L = যে শ্রেণীতে মধ্যমমান আছে তার নিম্নসীমা,
i = শ্রেণীর প্রসার,
N = মোট পরিসংখ্যা,
C_f = যে শ্রেণীতে মধ্যমমান আছে তার নীচের শ্রেণী পর্যন্ত পরিসংখ্যাগুলির ক্রমযৌগিক যোগফল,
f_m = যে শ্রেণীতে মধ্যমমান আছে, সেই শ্রেণীর পরিসংখ্যা

(ii) মধ্যমমান (Mdn)

$$=U_L-i\times\frac{\frac{N}{2}-C_f}{f_m} \quad \ldots \quad (8)$$

এখানে, U_L = যে শ্রেণীতে মধ্যমমান আছে তার উর্ধ্বসীমা
C_f = যে শ্রেণীতে মধ্যমমান আছে তার উপরের শ্রেণী পর্যন্ত পরিসংখ্যাগুলির ক্রমযৌগিক যোগফল

বিন্যস্ত তথ্যগুলি থেকে মধ্যমমান নির্ণয় করার পর্যায়

॥ এক ॥ সর্বপ্রথম, পরিসংখ্যা বিভাজন সারণীতে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (cumulative frequency) নির্ণয় করতে হয়। এখন প্রশ্ন ওঠে যে, ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা কিভাবে নির্ধারণ করতে হয়। তার জন্য পরিসংখ্যাগুলিকে যোগ করতে হয়। এই যোগ প্রক্রিয়া উপর থেকে নিচে কিম্বা নিচে থেকে উপরে দুইভাবে করা যেতে পারে। যদি বিভাজন উর্ধ্বক্রমে বিন্যস্ত হয়, তাহলে পরিসংখ্যাসমূহ নিম্ন থেকে উর্ধ পর্যায়ে যোগ করতে হয়। কিন্তু যদি বিভাজন নিম্নক্রমে বিন্যস্ত হয়, তাহলে পরিসংখ্যাসমূহ উর্ধ্ব থেকে নিম্ন পর্যায়ে যোগ করতে হয়। পরের পাতায় প্রদত্ত উদাহরণের সাহায্যে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা নির্ধারণের নিয়ম ব্যক্ত করা হল :

সারণী 4.7

শ্রেণীবিভাগ (class interval)	পরিসংখ্যা (f)	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (C_f)
40—49	8	8+10=18
30—39	6	4+6=10
20—29	3	1+3=4
10—19	1	1+0=1

॥ দুই ॥ মোট সংখ্যার (N) অর্ধেক অথবা 50 শতাংশ নির্ণয় করতে হবে।

॥ তিন ॥ পরিসংখ্যাগুলিকে অবলোকন ক'রে সেই শ্রেণীবিভাগ নির্ধারণ করতে হয় যেখানে পরিসংখ্যাসমূহের সমষ্টির অর্ধেক বা গড়মান অবস্থান করে।

॥ চার ॥ যে শ্রেণীবিভাগে মধ্যমমান অবস্থান করে তার নিম্নসীমা নির্ণয় করতে হয়।

॥ পাঁচ ॥ শ্রেণীপ্রসার স্থির করতে হয়।

॥ ছয় ॥ সূত্রের সাহায্যে মধ্যমমান নির্ধারণ করা হয়।

উদাহরণ 4. নিম্ন পরিসংখ্যা বিভাজনের মধ্যমমান নির্ণয় কর। (**Find out the median of the following frequency distribution**)

শ্রেণীবিভাগ (class interval)	পরিসংখ্যা (f)	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (C_f)
24—26	1	45
21—23	3	44
18—20	4	41
15—17	10	37
12—14	11	27
9—11	8	16
6—8	6	8
3—5	2	2
	N=45	

সমাধান : আমরা জানি যে, মধ্যাংক বা মধ্যমমান পরিসংখ্যা বিভাজনের সমষ্টির (N) 50 শতাংশ বা অর্ধেক বিন্দু। প্রশ্নের রাশিতথ্যমালা থেকে দেখা যাচ্ছে যে, পরিসংখ্যার সমষ্টি হল 45 ; সুতরাং 45 এর 50 শতাংশ হল $\frac{45}{100} \times 50$ বা 22·5. এক্ষণে আমাদের জানতে হবে যে, 22·5 সংখ্যা কোন্ শ্রেণীবিভাগের নিম্নে অবস্থান

করবে। তার জন্য ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা স্তম্ভ অবলোকন ক'রে 22·5 সংখ্যা 27 ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা '12—14' শ্রেণীবিভাগের মধ্যে অবস্থান করবে। এই শ্রেণীবিভাগের নিম্নতম সীমা (lower limit) 11·5 হবে। এই নিম্নতম সীমার নীচে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা 16 হবে।

এখানে সূত্র প্রয়োগের মাধ্যমে মধ্যমমান গণনা করা হয়।

$$\text{মধ্যমমান (Mdn)} = L_L + \frac{\frac{N}{2} - C_f}{fm} \times i$$

এখানে, $L_L = 11·5, \frac{N}{2} = 22·5, C_f = 16, i = 3, fm = 11$

$$\therefore \text{ মধ্যমমান} = 11·5 + \frac{22·5 - 16}{11} \times 3$$

$$= 11·5 + \frac{6·5}{11} \times 3$$

$$= 11·5 + \frac{19·5}{11} = 11·5 + 1·77$$

$$= 13·27$$

সুতরাং 13·27 হল সেই বিন্দু যার উপর এবং নিম্ন বিভাজনের মধ্যে শতকরা 50 ভাগ প্রাপ্তাংক অবস্থান করে। মধ্যমমান গণনা করার সময় কখন কখন এইরূপ পরিস্থিতির উদ্ভব হয়ে থাকে যখন উপরি উক্ত সূত্র প্রয়োগ করা সম্ভব বা প্রয়োজন হয় না। এইসবক্ষেত্রে মধ্যমমান (median) নির্ণয় করার জন্য যে কৌশল গ্রহণ করা হয়, সেগুলি বিশেষভাবে উল্লেখ করা হল।

॥ এক ॥ নীচের উদাহরণ লক্ষ্য করলে দেখা যায় যে, মধ্যমমানটি দু'টি বিভাগের মাঝখানে আছে। অর্থাৎ পর পর নীচ থেকে পরিসংখ্যাগুলি যোগ করলে দেখা যায়।

উদাহরণ 5. নিম্নে প্রদত্ত পরিসংখ্যা বিভাজনের মধ্যমমান নির্ণয় কর (Find out the median of the following frequency distribution)

শ্রেণীবিভাগ (class interval)	পরিসংখ্যা (f)	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (C_f)
40—46	3	33+3=36
33—39	7	26+7=33
26—32	8	18+8=26
19—25	9	9+9=18
12—18	5	4+5=9
5—11	4	0+4=4
	N=36	N/2=18

'19—25' বিভাগ শ্রেণীতে $\frac{N}{2}$ বা 18টি পরিসংখ্যাগুলি যোগ করলে দেখা যায় '26—32' বিভাগ শ্রেণীতেও $\frac{N}{2}$ বা 18 টি পরিসংখ্যা পাওয়া যাচ্ছে।

এই অবস্থায় রাশিতথ্যমালাটির মধ্যমমান হবে 25·5 ; অর্থাৎ কোন রাশিমালায় যদি $\frac{N}{2}$ সংখ্যক পরিসংখ্যা কোন বিশেষ দু'টি শ্রেণীতে পাওয়া যায়, তাহলে তার মধ্যমমান হবে ঐ দু'টি শ্রেণী প্রসারের মধ্যবিন্দু। সাধারণভাবে মধ্যমমান নির্ণয় করার সময় যদি নীচের দিক থেকে পরিসংখ্যা যোগ করা হয়, তাহলে যে শ্রেণীতে $\frac{N}{2}$ সংখ্যক পরিসংখ্যা পাওয়া যাবে তার উর্ধ্বসীমা (upper limit) হবে মধ্যমমান। অপরদিকে, যদি উপর দিক থেকে পরিসংখ্যা যোগ করা হয় তাহলে যে শ্রেণীতে $\frac{N}{2}$ সংখ্যক পরিসংখ্যা পাওয়া যাবে, তার নিম্নসীমা (lower limit) হবে মধ্যমমান।

॥ দুই ॥ নীচের উদাহরণ লক্ষ্য করলে দেখা যাবে যে, এখানে মধ্যমমানটি এমন একটি শ্রেণীতে পড়েছে যার পরিসংখ্যা হ'ল শূন্য (0)। এখানে N=80, সুতরাং $\frac{N}{2}=40$.

উদাহরণ 6. নিম্নে প্রদত্ত পরিসংখ্যা বিভাজনের মধ্যমমান নির্ণয় কর (Find out the median of the following frequency distrrbution)

শ্রেণীবিভাগ (class interval)	পরিসংখ্যা (f)	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (C_f)
38—40	5	75+5=80
35—37	14	61+14=75
32—34	21	40+21=61
29—31	0	40+0=40
26—28	19	21+19=40
23—25	13	8+13=21
20—22	8	0+8=8
	N=80	N/2=40

এখন নীচের থেকে পরিসংখ্যা যোগ করলে দেখা যায় '26—28' পর্যন্ত শ্রেণীর মোট পরিসংখ্যা হল 40 ; আবার উপরের দিক থেকে যোগ করলে দেখা যায় '32—34' পর্যন্ত শ্রেণীর মোট পরিসংখ্যা হল 40। এখানে যেহেতু '29—31' শ্রেণীর পরিসংখ্যা শূন্য (0),

যেহেতু তা N or $\frac{N}{2}$ কে প্রভাবিত করতে পারেনি। এখানে রাশিতথ্যমালা থেকে দেখা যায় যে, '32—34' শ্রেণীর নিম্নসীমা 31·5 এবং '26—28' শ্রেণীর উর্ধ্বসীমা 28·5 ; মাঝখানে '29—31' শ্রেণীর পরিসংখ্যা শূন্য। এইরূপ অবস্থাতে দু'টি সীমার—উচ্চতম এবং নিম্নতম—গড় $\frac{31 \cdot 5 + 28 \cdot 5}{2} = 30$ হল মধ্যাংক বা মধ্যমমান। অর্থাৎ মধ্যমমান হবে '29—31' শ্রেণীর মধ্যবিন্দু (midpoint) বা 30. সুতরাং কোন বণ্টনে যদি এমন কোন শ্রেণী থাকে যার পরিসংখ্যা 0 এবং মধ্যমমান যদি সেই শ্রেণীতে অবস্থান করে, তাহলে রাশিমালার মধ্যমমান বা মধ্যাংক হবে ঐ শ্রেণীর মধ্যবিন্দু কিংবা ঐ শ্রেণীর উপর এবং নীচে যে শ্রেণীবিভাগ আছে তাদের নিম্নতম এবং উচ্চতম সীমা দু'টির গড়মান হবে মধ্যাংক।

॥ তিন ॥ নীচের উদাহরণটি লক্ষ্য করলে দেখা যাবে যে, এখানে মধ্যমমানটি বণ্টনের উপর বা নীচে এমন দু'টি শ্রেণীতে পড়েছে যার পরিসংখ্যা যথাক্রমে শূন্য (0)।

উদাহরণ 7. নিম্নে প্রদত্ত পরিসংখ্যা বিভাজনের মধ্যমমান নির্ণয় কর (Find out the median of the following frequency distribution)

শ্রেণীবিভাগ (class interval)	পরিসংখ্যা (f)		ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (C_f)
20—21	2		10
18—19	1		8
16—17	0		7
14—15	0		7
12—13	2		7
10—11	0	10—13	5
8—9	0		5
6—7	2		5
4—5	1	6—9	3
2—3	1		2
0—1	1		1
	N = 10		

এখানে N = 10, সুতরাং $\frac{N}{2} = 5$ এখন নীচের থেকে পরিসংখ্যাগুলি যোগ করলে দেখা যায় '6—7' পর্যন্ত শ্রেণীর মোট পরিসংখ্যা (C_f) হল 5. আবার উপরের দিক

থেকে পরিসংখ্যাগুলি যোগ করলে দেখা যায় '12—13' পর্যন্ত শ্রেণীর মোট পরিসংখ্যা (C_f) হল 5. এখানে নীচের দিক থেকে '6—7'শ্রেণীতে মধ্যাংক পড়েছে ; সুতরাং এক্ষেত্রে মধ্যাংক 7·5 হওয়া উচিত। আবার উপর দিক থেকে '12—13' শ্রেণীতে মধ্যাংক পড়েছে ; সুতরাং এক্ষেত্রে মধ্যাংক 11·5 হওয়া উচিত। এই সমস্যা সমাধান করার জন্য দু'টি পদ্ধতি আছে।

(i) প্রথম পদ্ধতিতে উপর থেকে নীচে 5 ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার মান এবং নীচের থেকে উপরে 5 ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার মান নির্ণয় করতে হয়। অতঃপর দু'টি মানের যোগফলকে 2 দিয়ে ভাগ ক'রে মধ্যাংক বা মধ্যমমান নির্ধারণ করা হয়। উদাহরণ অনুসারে প্রথম ক্ষেত্রের মানটি উর্ধ্বসীমা 7·5 হিসাবে এবং দ্বিতীয় ক্ষেত্রের মানটি নিম্নসীমা 11·5 হিসাবে পাওয়া যায়। সুতরাং মধ্যাংক $=\frac{7\cdot5+11\cdot5}{2}=9\cdot5$ হবে।

(ii) দ্বিতীয় পদ্ধতিতে প্রদত্ত উদাহরণের উপর থেকে নীচ পর্যন্ত $\frac{N}{2}$ বা 5 ক্রম যৌগিক মান এমন দু'টি শ্রেণী বিভাগে পড়ে যেখানে কোনরূপ পরিসংখ্যা থাকে না। সুতরাং এক এক শ্রেণীকে উপর এবং নীচে যোগ করতে হয়। এইভাবে প্রায় সব শ্রেণীর শ্রেণী প্রসারের মান একই প্রকার হয়। সেই কারণে মধ্যের '6—7' এবং '8—9' শ্রেণীবিভাগ দু'টিকে মিলিয়ে একটি নতুন শ্রেণীপ্রসার '6—9' তৈরী করা হয়। অনুরূপভাবে '12—13' এবং '10—11' শ্রেণীবিভাগ দু'টি মিলিয়ে '10—13' শ্রেণী প্রসার তৈরী করা হয়। এখন নীচে থেকে উপর 5 ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার নতুন শ্রেণীপ্রসার '6—9' এর উর্ধ্বসীমা মধ্যমমান হবে। আবার উপর থেকে নীচে 5 ক্রম যৌগিক পরিসংখ্যার নতুন শ্রেণীপ্রসার '10—13' এর নিম্নসীমা মধ্যমমান হবে। সুতরাং নির্ণেয় মধ্যমমান $=9\cdot5$

(iii) এই উদাহরণের সমাধান সূত্রের সাহায্যে নির্ধারণ করা যেতে পারে।

$$\text{মধ্যমমান (Mdn)} = L_L + \frac{\frac{N}{2} - C_f}{f_m} \times i$$

এখানে, $L_L=9\cdot5,\ \frac{N}{2}=5,\ C_f=5,\ f_m=0,\ i=2$

$$\therefore\ \text{মধ্যমমান (Mdn)} = 9\cdot5 + \frac{5-5}{0} \times 2$$

$$=9\cdot5$$

রেখাচিত্র দ্বারা মধ্যমমানের গণনা (Calculation of Median by graph) : মধ্যমমানের সংজ্ঞা থেকে জানা যায় যে, মধ্যমমান হল সেই বিন্দু যার উপর এবং নীচে শতকরা 50 ভাগ পরিসংখ্যা থাকে। সুতরাং এর গণনা রেখাচিত্রের সাহায্যে সম্ভব হয়। এর গণনা নিম্ন পর্যায়ক্রম অনুসারে করা হয় :

॥ এক ॥ সর্বপ্রথম পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকা থেকে পরিসংখ্যাগুলিকে শতকরা পরিসংখ্যাসমূহে পরিবর্তন করা হয়।

॥ দুই ॥ পুনরায় শতকরা পরিসংখ্যাসমূহকে ক্রমযৌগিক শতকরা পরিসংখ্যা সমূহে পরিবর্তন করা হয়।

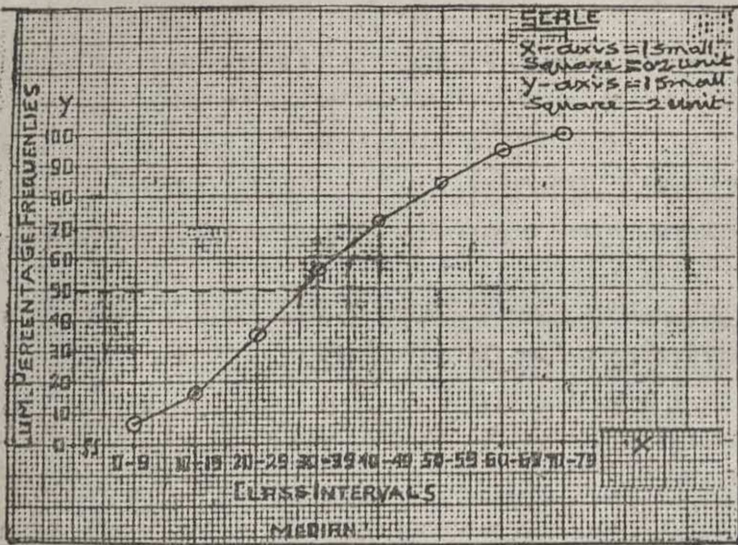
॥ তিন ॥ এই ক্রমযৌগিক শতকরা পরিসংখ্যাসমূহ থেকে স্বাভাবিক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা রেখা বা অগিভ (Ogive) তৈরী করা হয়।

॥ চার ॥ রেখাচিত্র তৈরী করার জন্য X-অক্ষের উপর শ্রেণীবিভাগ (class interval) এবং Y-অক্ষের উপর ক্রমযৌগিক শতকরা পরিসংখ্যাকে মাপনি হিসাবে স্থাপন করা হয়।

॥ পাঁচ ॥ রেখাচিত্রের Y-অক্ষের 50% বিন্দু থেকে একটি অনুভূমিক রেখা টানা হয় যা অগিভকে একটি বিন্দুতে ছেদ করে এবং এই ছেদ বিন্দু থেকে একটি লম্ব X-অক্ষের উপর টানা হয়। যে বিন্দুতে X-অক্ষে এই লম্ব মিলিত হয় সেই বিন্দুর মানকে মধ্যাংক হিসাবে গণ্য করা হয়। উদাহরণ 8 এ বিশদভাবে দেখানো হয়েছে।

উদাহরণ 8. নিম্ন পরিসংখ্যা বিভাজন থেকে রেখাচিত্রের সাহায্যে মধ্যাংক নির্ণয় কর। (Find out the median with the help of graph from the following frequency distribution)

শ্রেণীবিভাগ (class interval)	পরিসংখ্যা (f)	শতকরা পরিসংখ্যা (%f)	ক্রমযৌগিক শতকরা পরিসংখ্যা (cpf)
70—79	7	5·60	100·00
60—69	13	10·40	94·40
50—59	16	12·80	84·00
40—49	19	15·20	71·20
30—39	26	20·80	56·00
20—29	22	17·60	35·20
10—19	14	11·20	17·60
0—9	8	6·40	6·40
	N=125		



চিত্র সংখ্যা : 4.1

মধ্যমমান ব্যবহারের সুবিধা ও অসুবিধা (Merits and demerits of using median)।

সুবিধা

(i) যৌগিক গড়ের স্থায় এটি সহজে নির্ণয় করা যায়।

(ii) কোন কোন ক্ষেত্রে এটি রাশিতথ্যমালা পর্যবেক্ষণ ক'রে নির্ণয় করা যায়।

(iii) এর মান রাশিতথ্যমালার সামান্ত কয়েকটি অতি উচ্চ বা অতি নিম্নমানের রাশির দ্বারা প্রভাবিত হয় না। এর মান রাশিতথ্যমালার প্রসার অথবা এর মানের নীচে বা উপরে রাশিতথ্যমালার মানের বিস্তৃতির উপর নির্ভর করে না।

(iv) যদি শ্রেণীবিভাগের দৈর্ঘ্য পরস্পর সমান না হয়ে অথবা প্রান্তীয় শ্রেণীবিভাগ মুক্ত (open) থাকে, তাহলে তার দ্বারা মধ্যমমানের মান প্রভাবিত হয় না। এইরূপ ক্ষেত্রে যৌগিক গড় অপেক্ষা মধ্যমমানের ব্যবহার খুবই সুবিধাজনক হয়।

(v) যে সকল তথ্য সংখ্যার সাহায্যে প্রকাশ করা যায় না (যেমন বুদ্ধি, সততা, ইত্যাদি) তাদের বৈশিষ্ট্যের পরিমাপ নিরূপণে মধ্যমমানের ব্যবহার খুব সুবিধাজনক হয়।

(vi) মধ্যমমান রাশিতথ্যমালার সর্বমধ্য পদটির মানকে প্রকাশ করে। অর্থাৎ ঐ সর্বমধ্য পদটির উপরে এবং নীচে শতকরা ছ'টি প্রাপ্তাংক থাকে। সুতরাং এর মান রাশিতথ্যমালার কেন্দ্রীয় প্রবণতার সঠিক পরিমাপক হিসাবে গণ্য করা যায়।

অসুবিধা

(i) মধ্যমমান নির্ণয়ে রাশিতথ্যমালার মানসমূহ মানের উর্ধ্বক্রম অনুসারে সাজাতে হয়। এটি খুবই কষ্টসাধ্য।

(ii) এর মান নিরূপণে বীজগণিতের নিয়মাবলীর সহজ প্রয়োগ সম্ভব নয়।

(iii) অনেক সময় এর সঠিক মান নির্ণয় করা সম্ভব হয় না। শুধু আনুমানিক মান নির্ণয় করা যায়।

(iv) এর মান নির্ণয়ে রাশিতথ্যমালার প্রত্যেকটি রাশি ব্যবহৃত হয় না।

ভূযিষ্ঠক বা সংখ্যাগুরুমান
(Mode)

কেন্দ্রীয় প্রবণতার অন্যতম পরিমাপ হ'ল ভূযিষ্ঠক বা সংখ্যাগুরুমান (Mode)। ভূযিষ্ঠক বা ইংরাজী 'Mode' কথার অর্থ সাধারণ রীতি। রাশিবিজ্ঞানে ভূযিষ্ঠক বা Mode কথাটি অনুরূপ অর্থে ব্যবহার করা হয়। কোন রাশিমালায় বা পরিসংখ্যা বিভাজনে ভূযিষ্ঠক হল সেই মান যা ঐ রাশিমালায় বা বণ্টনে সবচেয়ে বেশীবার পুনরাবৃত্তি হয়। (The mode in a series of scores is that score which occurs maximum number of times.) অন্যভাবে বলা যায় যে, সমজাতীয় কতকগুলি রাশির সংখ্যাগুরুমান রাশিগুলির কেন্দ্রীয় প্রবণতা পরিমাপক একটি সংখ্যা এবং তার মান রাশিতথ্যমালার যে মানটি সর্বাপেক্ষা অধিকবার পাওয়া যায় সেইমানের সমান হয়। Craxton ও Cowden-এর ভাষায় "The mode of a distribution is the value of the point around which the items tend to be most heavily concentrated. It may be regarded as the most typical of a series of values."

যদি কোন পরিসংখ্যা বিভাজনে একটি সংখ্যাগুরুমান থাকে তাহলে তাকে এক সংখ্যাগুরুমান-সম্বলিত পরিসংখ্যা বিভাজন (Unimodal Frequency Distribution) বলে। আবার যদি কোন পরিসংখ্যা বিভাজনে দু'টি বা তার অধিক সংখ্যাগুরুমান থাকে তাহলে তাকে যথাক্রমে দুই বা বহু সংখ্যাগুরুমানসম্বলিত পরিসংখ্যা বিভাজন (Bimodal or Multimodal Frequency Distribution) বলে। উদাহরণস্বরূপ, 1, 3, 2, 7, 5, 2, 4, 6, 2, 5 বিভাজনের সংখ্যাগুরুমান হল 2; কিন্তু 3, 4, 6, 5, 4, 7, 3, 2, 8, 4, 9, 3 বিভাজনের সংখ্যাগুরুমান হল দু'টি—3 এবং 4.

অবিন্যস্ত রাশিমালার ভূযিষ্ঠক বা সংখ্যাগুরুমান নির্ণয়করণ (Calculation of Mode in a series of ungrouped scores): কোন অবিন্যস্ত রাশিমালার ভূযিষ্ঠক নির্ণয় করতে হলে রাশিগুলিকে ক্রম অনুসারে সাজিয়ে নিতে হয়। পরে যে রাশিটির পুনরাবৃত্তি ঘটেছে তাকেই ভূযিষ্ঠক হিসাবে নির্ধারণ করা হয়।

উদাহরণ 1. নিম্নলিখিত প্রাপ্তাংকগুলির ভূযিষ্ঠক নির্ণয় কর। (Calculate the mode of the following scores)

5, 10, 6, 5, 7, 9, 8, 7, 6, 7

সমাধান : রাশিগুলিকে মানের ক্রমানুসারে সাজালে নিম্নরূপ হয়—

5, 5, 6, 6, 7, 7, 7, 8, 9, 10

∴ নির্ণেয় ভূযিষ্ঠক (mode) = 7

পদ্ধতি : এইরূপ ক্ষেত্রে ভূযিষ্ঠক নির্ণয় করতে হলে নিম্নলিখিত পর্যায়গুলি অবলম্বন করতে হয়—

(1) রাশিগুলিকে মানের পর্যায়ে সাজানো হল।

(2) সর্বাধিক পুনরাবৃত্তিমূলক রাশিটিকে ভূযিষ্ঠক হিসাবে নির্বাচন করা হল।

বিন্যস্ত রাশিমালার ভূযিষ্ঠক বা সংখ্যাগুরুমান নির্ণয়করণ (Calculation of Mode in a series of grouped scores) : বিন্যস্ত রাশিমালায় ভূযিষ্ঠক দুই প্রকার হয়—(a) **অপরিশোধিত ভূযিষ্ঠক** (Crude mode) এবং (b) **প্রকৃত ভূযিষ্ঠক** (True mode)। অপরিশোধিত ভূযিষ্ঠক কেবলমাত্র কাজ চালানোর জন্য সহজে নির্ণয় করা যায় এবং প্রকৃত ভূযিষ্ঠক বিজ্ঞান-সম্মত পদ্ধতি অবলম্বন করে নির্ধারণ করা হয়।

(a) অপরিশোধিত ভূযিষ্ঠক বা সংখ্যাগুরুমান **(crude mode) :** সরল শ্রেণী (simple series) অথবা সরল পরিসংখ্যা বিভাজনের সংখ্যাগুরুমান হল রাশি বা চলকের সেইমান যার পরিসংখ্যা সর্বাধিক। এইরূপ ক্ষেত্রে সংখ্যাগুরুমান নির্ণয় খুব সহজ। পরিসংখ্যা বিভাজনের ক্ষেত্রে এই ধরনের মান নির্ণয় করার পদ্ধতি নিম্নলিখিত উদাহরণের সাহায্যে বোঝানো হয়েছে।

উদাহরণ 2. নিম্নলিখিত প্রাপ্তাংকগুলির অপরিশোধিত ভূযিষ্ঠক নির্ণয় কর। (Find out the crude mode of the following scores) :

শ্রেণীবিভাগ (class interval)	পরিসংখ্যা (f)
40—44	3
35—39	4
30—34	7
25—29	3
20—24	3
	N=20

সমাধানঃ উপরি উক্ত উদাহরণ থেকে দেখা যাচ্ছে যে, '30—34' শ্রেণীবিভাগে সর্বোচ্চ পরিসংখ্যা 7 রয়েছে এবং সম্পূর্ণ পরিসংখ্যা বণ্টনে এই সংখ্যাটিই সর্বাধিক। এই শ্রেণীবিভাগটিকে ভূযিষ্ঠক শ্রেণী (modal class) বলা হয় এবং এই শ্রেণীবিভাগের মধ্যবিন্দু '32' কে এই বণ্টনের ভূযিষ্ঠক হিসাবে গণ্য করা হয়। এই ভূযিষ্ঠককে অপরিশোধিত ভূযিষ্ঠক (crude mode) বলা হয়। এটি বণ্টনের প্রায় মাঝামাঝি অংশে পড়ে।

পদ্ধতিঃ এইরূপ ক্ষেত্রে ভূযিষ্ঠক নির্ণয় করতে হলে নিম্নলিখিত পর্যায়গুলি অবলম্বন করতে হয়—

(1) কোন রাশিমালা পরিসংখ্যা বিভাজনে থাকলে ভূযিষ্ঠক নির্ণয় করার জন্য প্রথমতঃ সর্বোচ্চ পরিসংখ্যাযুক্ত শ্রেণীটি নির্বাচন করা হয়।

(2) ঐ শ্রেণীর মধ্যবিন্দুকে ভূযিষ্ঠক হিসাবে নির্বাচন করা হয়।

(b) প্রকৃত ভূযিষ্ঠক (true mode)ঃ শ্রেণীবদ্ধ পরিসংখ্যা বিভাজনের ক্ষেত্রে সংখ্যাগুরুমান সঠিকভাবে নিরূপণ করা আয়াসসাধ্য। যে শ্রেণীবিভাগের পরিসংখ্যা সর্বাধিক তার মধ্যবিন্দুটির মানই যে সংখ্যাগুরুমানকে প্রকাশ করবে এইরূপ স্থিরতা নেই। এইরূপ ক্ষেত্রে রাশিতথ্যমালার পরিসংখ্যা বিভাজন হতে লেখচিত্রের সাহায্যে ভূযিষ্ঠক বা সংখ্যাগুরুমান নির্ধারণ করা হয়। পরিসংখ্যা লেখচিত্রের (frequency graph) সর্বোচ্চ বিন্দুটির ভূজের মানই ভূযিষ্ঠককে প্রকাশ করবে। পরিসংখ্যা লেখচিত্র ব্যবহার না করে অধিকাংশ ক্ষেত্রে নিম্নলিখিত সূত্র দু'টির একটি প্রয়োগ করে এর মান নির্ণয় করা যায়।

$$\text{Mode (Mo)} = L_L + \frac{f - f_1}{2f - f_1 - f_2} \times i \cdots\cdots (9)$$

অথবা

$$\text{Mode (Mo)} = L_L + \frac{(f - f_1)}{(f - f_1) + (f - f_2)} \times i \cdots\cdots (10)$$

এখানে, Mo = নির্ণেয় ভূযিষ্ঠক বা সংখ্যাগুরুমান।

L_L = সংখ্যাগুরুমান শ্রেণীবিভাগের (Modal class-এর) নিম্নসীমা।

f = সংখ্যাগুরুমান শ্রেণীবিভাগের পরিসংখ্যা।

f_1 = সংখ্যাগুরুমান শ্রেণীবিভাগের পূর্ববর্তী শ্রেণীবিভাগের (Pre-modal class-এর) পরিসংখ্যা।

f_2 = সংখ্যাগুরুমান শ্রেণীবিভাগের পরবর্তী শ্রেণীবিভাগের (Post-modal-এর) পরিসংখ্যা।

এবং i = শ্রেণীবিভাগের দৈর্ঘ্য।

উপরোক্ত সূত্র দু'টি ছাড়া সিম্পসন (Simpson) এবং কোফকা (Kafka) ভূযিষ্ঠক নির্ণয়ের নিম্ন প্রকার সূত্রের উদ্ভাবন করেন ঃ

$$Mo = L_1 + \frac{\triangle_1}{\triangle_1 + \triangle_2} \times i \cdots\cdots (11)$$

এখানে, Mo = নির্ণেয় ভূযিষ্ঠক বা সংখ্যাগুরুমান।

L_1 = সংখ্যাগুরুমান শ্রেণীবিভাগের (modal class-এর) নিম্নসীমা।

$\triangle_1$ = সংখ্যাগুরু শ্রেণীবিভাগের (modal class-এর) পরিসংখ্যা এবং পূর্ববর্তী শ্রেণীবিভাগের (Pre-modal class-এর) পরিসংখ্যার মধ্যে পার্থক্য

$\triangle_2$ = সংখ্যাগুরু শ্রেণীবিভাগের (modal class-এর) পরিসংখ্যা এবং পরবর্তী শ্রেণীবিভাগের (Post-modal class-এর) পরিসংখ্যার মধ্যে পার্থক্য

॥ **পদ্ধতি** ॥ পরিসংখ্যা বিভাজন থেকে ভূযিষ্ঠক নির্ণয় করার জন্য নিম্নলিখিত পদ্ধতিতে পর্যায়ক্রমে অগ্রসর হতে হয়।

॥ এক ॥ সর্বপ্রথম সংখ্যাগুরু পরিসংখ্যাযুক্ত শ্রেণীবিভাগটি (modal class interval) স্থির করতে হয়। তার জন্য সর্বাপেক্ষা অধিক পরিসংখ্যাযুক্ত শ্রেণী বিভাগ (যেমন উদাহরণ 3-এ '30—34' শ্রেণীবিভাগটি সংখ্যাগুরুমানযুক্ত শ্রেণীবিভাগ হিসাবে দেখানো হয়েছে) নির্ধারণ করতে হয়।

॥ **দুই** ॥ তার পরে সংখ্যাগুরুমানযুক্ত শ্রেণীবিভাগের পূর্ববর্তী এবং পরবর্তী শ্রেণীবিভাগ (pre-and post-modal class interval) দু'টির পরিসংখ্যাগুলির সংগে সংখ্যাগুরুমানযুক্ত শ্রেণীবিভাগের (modal class interval) পরিসংখ্যার মধ্যে পার্থক্য নির্ণয় করতে হয়।

॥ **তিন** ॥ পরিশেষে সংখ্যাগুরুমানযুক্ত শ্রেণীবিভাগের নিম্নতম সীমা (L_L) বা উচ্চতমসীমা (U_L) নির্ণয় করতে হয়।

এখন নিম্নলিখিত উদাহরণের সাহায্যে সূত্র তিনটি প্রয়োগ সম্পর্কে আলোচনা করা হল।

উদাহরণ 3. নিম্নে প্রদত্ত পরিসংখ্যা বিভাজন থেকে ভূযিষ্ঠক নির্ণয় কর (Find out the mode of the following frequency distribution)

শ্রেণীবিভাগ (class-interval)	পরিসংখ্যা (f)
45—49	2
40—44	3
35—39	7 Pre-modal C. I.
30—34	13 Modal C. I.
25—29	8 Post-modal C. I.
20—24	4
15—19	3
	N = 40

সমাধান : 9 নং সূত্রটি প্রয়োগ করে ভূষিষ্ঠক গণনা করা হল।

$$\text{Mode (Mo)} = L_L + \frac{f - f_1}{2f - f_1 - f_2} \times i$$

এখানে, $L_L = 29{\cdot}5,\ f = 13,\ f_1 = 7,\ f_2 = 8\ \ i = 5$

$$\therefore\ \ Mo = 29{\cdot}5 + \frac{13-7}{2\times13-7-8}\times 5$$

$$= 29{\cdot}5 + \frac{6}{26-15}\times 5$$

$$= 29{\cdot}5 + \frac{6}{11}\times 5$$

$$= 29{\cdot}5 + \frac{30}{11}$$

$$= 29{\cdot}5 + 2{\cdot}73 = 32{\cdot}23$$

আবার 10 নং সূত্রটি প্রয়োগ ক'রে ভূষিষ্ঠক গণনা করা হল।

$$\text{Mode (Mo)} = L_L + \frac{f - f_1}{(f - f_1) + (f - f_2)} \times i$$

$$= 29{\cdot}5 + \frac{13-7}{(13-7)+(13-8)}\times 5$$

$$= 29{\cdot}5 + \frac{6}{6+5}\times 5$$

$$= 29{\cdot}5 + \frac{6}{11}\times 5$$

$$= 29{\cdot}5 + \frac{30}{11} = 29{\cdot}5 + 2{\cdot}73$$

$$= 32{\cdot}23$$

অনুরূপভাবে 11নং সূত্রটি প্রয়োগ করে ভূষিষ্ঠক গণনা করা হ'ল।

$$\text{Mode (Mo)} = L_L + \frac{\triangle_1}{\triangle_1 + \triangle_2} \times i$$

$$= 29{\cdot}5 + \frac{13-7}{(13-7)+(13-8)}\times 5$$

$$= 29{\cdot}5 + \frac{6}{6+5}\times 5$$

$$= 29{\cdot}5 + \frac{6}{11}\times 5$$

$$= 29{\cdot}5 + \frac{30}{11} = 29{\cdot}5 + 2{\cdot}73$$

$$= 32{\cdot}23$$

সূত্র তিনটির মধ্যে 9নং সূত্রটি প্রয়োগ করে অধিকতর সঠিক মান পাওয়া যায় বলে অধিকাংশ ক্ষেত্রে এটি ব্যবহৃত হয়। শ্রেণীবিভাগসমূহের দৈর্ঘ্য সমান হলে (9), (10) অথবা (11) সূত্র প্রয়োগ করে ভূয়িষ্ঠক নির্ণয় করা হয়। কিন্তু শ্রেণীবিভাগসমূহের দৈর্ঘ্য সমান না হলে (9), (10) বা (11) সূত্র প্রয়োগ করা উচিত নয়। এরূপ ক্ষেত্রে যৌগিক গড়, মধ্যমমান ও ভূয়িষ্ঠকের পারস্পরিক সম্পর্ক Mean—Mode = 3(Mean—median) বা Mode = Mean—3(Mean—Median) বা Mode = Mean—3Mean + 3Median বা Mode = 3Median—2Mean প্রয়োগ করে সংখ্যাগুরুমান বা ভূয়িষ্ঠক স্থূলভাবে নির্ণয় করা যায়।

যৌগিক গড়, মধ্যমমান ও ভূয়িষ্ঠকের পারস্পরিক সম্পর্ক (Relation between A. M., Median and Mode) ঃ যৌগিক গড়, মধ্যমমান ও ভূয়িষ্ঠক—এই তিনটি কেন্দ্রীয় প্রবণতা পরিমাপক সংখ্যার মান সাধারণত: সমান হয় না ; তবে স্বাভাবিক বণ্টনের (Normal Distribution-এর) ক্ষেত্রে এদের মান পরস্পর সমান হয়। বাস্তব অভিজ্ঞতা হতে দেখা যায় যে, উপরোক্ত তিন প্রকারের গড় মোটামুটিভাবে নিম্নলিখিত সম্পর্কে পরস্পর আবদ্ধ থাকে ঃ

$$\text{Mode} = 3\ \text{Median} - 2\ \text{Mean}$$

ভূয়িষ্ঠক = 3 মধ্যমমান — 2 যৌগিক গড়

শ্রেণীবদ্ধ পরিসংখ্যা বণ্টনে শ্রেণীবিভাগসমূহের দৈর্ঘ্য সমান না হলে সাধারণতঃ এই সম্পর্কটি প্রয়োগ করে ভূয়িষ্ঠক নির্ণয় করা হয়।

ভূয়িষ্ঠক বা সংখ্যাগুরুমান ব্যবহারের সুবিধা ও অসুবিধা (Merits and demerits of using mode) ঃ

সুবিধা

(i) এটি সহজবোধ্য এবং খুব সহজে এর মান নির্ণয় করা যায়।

(ii) মধ্যমমানের ন্যায় এর মানও রাশিতথ্যমালার বিস্তৃতির উপর নির্ভর করে না।

(iii) যৌগিক গড় বা মধ্যমমানের তুলনায় এর ব্যবহারিক প্রয়োগ বেশী। শিক্ষাতত্ত্ব, সমাজতত্ত্ব ও মনোবিজ্ঞানের বিভিন্ন বিষয়ে এর যথেষ্ট গুরুত্ব আছে।

অসুবিধা

(i) এর মান নির্ণয়ে বীজগণিতের নিয়মাবলীর সহজ প্রয়োগ সম্ভব নয়। সুতরাং গাণিতিক গণনায় এর সূক্ষ্মতা (precesion) লাভ করা সম্ভব হয় না।

(ii) যদি পরিসংখ্যা বণ্টনে মোট পরিসংখ্যা খুব অধিক না হয় এবং পরিসংখ্যাসমূহ চলকের একটি মান বরাবর কেন্দ্রীভূত না হয়, তাহলে ভূয়িষ্ঠকের মান নির্ণয় করা আয়াসসাধ্য হয়ে পড়ে।

(iii) এর মান নির্ণয়ে রাশিমালার প্রত্যেকটি রাশি ব্যবহৃত হয় না।

(iv) একটি রাশিমালায় দু'টি বা তার অধিক সংখ্যাগুরু মান থাকতে পারে, কিন্তু যৌগিক গড় বা মধ্যমমান কেবল একটি মানই হ'য়ে থাকে।

কেন্দ্রীয় প্রবণতার বিভিন্ন পরিমাপের মধ্যে তুলনা (Comparison of different measures of Central Tendency) : কেন্দ্রীয় প্রবণতার তিনটি পরিমাপ—যৌগিক গড়, মধ্যমমান এবং ভূযিষ্ঠকের মধ্যে পারস্পরিক কতটুকু সামঞ্জস্য আছে তা প্রাপ্তাংকগুলির বণ্টনের উপর নির্ভর করে। যদি প্রাপ্তাংকগুলির বিন্যস্ত বিভাজন সামঞ্জস্যপূর্ণ (symmetrical) বা স্বাভাবিক (normal) হয়, তাহলে কেন্দ্রীয় প্রবণতার তিনটি পরিমাপ একই বিন্দুতে অবস্থান করে থাকে। অর্থাৎ ঐ বিভাজনে যৌগিক গড়, মধ্যমমান এবং ভূযিষ্ঠকের মানসমূহ স্বাভাবিক বণ্টনের প্রকৃতি অনুযায়ী পরস্পর সমান হয় এবং একই বিন্দুতে অবস্থান করে। কিন্তু যদি প্রাপ্তাংকগুলি স্বাভাবিকভাবে বিন্যাসিত না হয় তাহলে তাদের বিভাজনে বিকৃতি ঘটে এবং গড়, মধ্যমমান এবং ভূযিষ্ঠক পরস্পর সমান না হয়ে বিভাজনের প্রতিবৈষম্য (skewness of distribution) অবস্থার উপর নির্ভরশীল হয়ে থাকে। উদাহরণস্বরূপ, ধনাত্মক প্রতিবৈষম্য বিভাজনে ভূযিষ্ঠকের মান সর্বাপেক্ষা অধিক এবং মধ্যমমানের মান সর্বাপেক্ষা কম হয়। ঋণাত্মক প্রতিবৈষম্য বিভাজনে মধ্যমমানের মান সর্বাপেক্ষা অধিক এবং ভূযিষ্ঠকের মান সর্বাপেক্ষা কম হয়। তাছাড়া বিভাজনের লেখচিত্রের Y-অক্ষে কেন্দ্রবিন্দু মধ্যমমান হয় এবং তার উপর এবং নীচে বিভাজনের মান সমান হয়। গড়ের দু'টি দিকের ক্ষেত্রও সমান হয়। কিন্তু ভূযিষ্ঠক কোনরূপ গুরুত্ব প্রদান করে না।

কেন্দ্রীয় প্রবণতা পরিমাপের গুরুত্ব
(Importance of the measures of central tendency)

॥ **এক** ॥ এই পরিমাপ সমস্ত শ্রেণীর গুণ বা বৈশিষ্ট্যগুলিকে বিশেষভাবে প্রকাশ করে।

॥ **দুই** ॥ এই পরিমাপ প্রাপ্তাংকগুলির সাহায্যে অধ্যয়ন সামগ্রীর সমস্ত অর্থ সুস্পষ্ট করে তোলে।

॥ **তিন** ॥ এদের সাহায্যে বিভিন্ন এককের মানগুলিকে শ্রেণীতে দেখানো যায়।

॥ **চার** ॥ এই পরিমাপগুলি অধিক পরিমাণে স্থিতিশীল (stable) হয়। সুতরাং এদের সাহায্যে মানুষের আচরণগত বর্ণনা সূক্ষ্মভাবে করা যায়।

॥ **পাঁচ** ॥ এদের সাহায্যে বিভিন্ন দল এবং শ্রেণীর তুলনামূলক বিশ্লেষণ সহজে করা সম্ভব হয়।

॥ **ছয়** ॥ ভূমিকার অভাবেও এই পরিমাপে সাধারণভাবে সিদ্ধান্ত করা যায়।

॥ **সাত** ॥ শিক্ষাতত্ত্ব, মনোবিজ্ঞান কিংবা সমাজতত্ত্বে এদের প্রয়োগ বিভিন্নভাবে করা যায়।

কেন্দ্রীয় প্রবণতা পরিমাপের ত্রুটি (Limitations of the measures of Central Tendency)

॥ এক ॥ এই পরিমাপ দলের বিশেষত্বগুলির বিভিন্ন দিকের ইংগিত প্রদান করে ; কিন্তু এরা ব্যক্তিগত বিশেষত্বগুলির ইংগিত প্রদান করতে পারে না।

॥ **দুই** ॥ এই পরিমাপ ব্যবহারিকভাবে প্রয়োগ করা যায় না।

॥ **তিন** ॥ এই পরিমাপে সংখ্যামূলক বিশ্লেষণ ভিন্ন ভিন্ন প্রকার সিদ্ধান্ত প্রদান করে।

॥ **চার** ॥ সাধারণতঃ সম্পূর্ণ শ্রেণীর প্রতিনিধি হিসাবে এই পরিমাপ ব্যবহার করা যায় না। উদাহরণস্বরূপ, যখন 'ক'-এর মাসিক আয় 100 টাকা, 'খ'-এর 50 টাকা এবং 'গ'-এর 600 টাকা হয়, তখন তাদের গড় মাসিক আয় 250 টাকা হলে এই টাকা কোন ব্যক্তির মাসিক আয়ের প্রতিনিধিত্ব করতে পারে না।

কেন্দ্রীয় প্রবণতা পরিমাপগুলির ব্যবহার
(Uses of Measures of Central Tendency)

কেন্দ্রীয় প্রবণতার যে পরিমাপগুলির কথা আমরা আলোচনা করেছি, তাদের মধ্যে কোন্‌টি কখন ব্যবহার করতে হবে, সে সম্বন্ধে ধারণা থাকা প্রয়োজন। বিভিন্ন ক্ষেত্রের পরিমাপ বিভিন্ন ক্ষেত্রে উপযোগী। যেমন—

যৌগিক গড় (**Arithmetic Mean**) ব্যবহার করা হয় তখনই, যখন রাশিমালার—

(1) প্রকৃত কেন্দ্রীয় প্রবণতা নির্ণয় করতে হয়।

(2) ব্যাপক তাৎপর্য নির্ণয় করতে হয়।

(3) কেন্দ্রীয় মানের সংগে অন্যান্য পরিসংখ্যান ব্যবহার করতে হয়।

মধ্যমমান (**Median**) ব্যবহার করা হয় তখনই, যখন রাশিমালার—

(1) কেন্দ্রীয় মান অপেক্ষাকৃত তাড়াতাড়ি নির্ণয় করতে হয়।

(2) মধ্যবিন্দুটি শুধুমাত্র নির্ণয় করতে হয়।

(3) প্রান্তীয় রাশিগুলির মধ্যে বিস্তৃতি বেশী থাকে।

ভূয়িষ্ঠক (**Mode**) ব্যবহার করা হয় তখনই, যখন—

(1) কোন্ সংখ্যাটি রাশিমালায় বেশী আছে তা জানার প্রয়োজন হয়।

(2) রাশিমালার কেন্দ্রীয় প্রবণতা খুব তাড়াতাড়ি নির্ণয় করার আবশ্যক হয়।

(3) গুণগত ও সংখ্যাধিক্যের দিক থেকে কেন্দ্রীয় প্রবণতাকে প্রকাশ করতে হয়।

অনুশীলনী
(Exercise)

1. রাশিতথ্যমালায় কেন্দ্রীয় প্রবণতা বলতে কি বোঝ? কেন্দ্রীয় প্রবণতার একটি উত্তম পরিমাপকের কোন্ কোন্ বৈশিষ্ট্য থাকা বাঞ্ছনীয়?

(What do you mean by measures of central tendency ? What are the desirable characteristics of a good measure of central tendency ?)

2. 'পরিসংখ্যান গড়' বলতে কি বোঝ? উদাহরণসহ বিভিন্ন প্রকার পরিসংখ্যান গড় সম্বন্ধে আলোচনা কর।

(What do you mean by 'statistical average' ? Describe with examples the different types of averages.)

3. সংজ্ঞা লিখ (Define):

(a) যৌগিক গড় (Mean), (b) মধ্যমমান (Median) (c) ভূয়িষ্ঠক (Mode)

কেন্দ্রীয় প্রবণতা পরিমাপক হিসাবে তাদের পারস্পরিক সুবিধা ও অসুবিধার তুলনা কর। (Compare their relative merits and demerits as measure of central tendency.)

4. বিভিন্ন প্রকার কেন্দ্রীয় প্রবণতা পরিমাপের পারস্পরিক সুবিধা ও অসুবিধা সম্বন্ধে আলোচনা কর।

(Discuss the relative merits and demerits of the different measares of central tendency.)

5. নীচের প্রতি ক্ষেত্রে কোন্ প্রকারের গড় প্রয়োগ করা উচিত? তোমার উত্তরের স্বপক্ষে যুক্তি দেখাও।

(Which type of average should be employed in each of the following cases ? Give reasons for your answer.)

(a) কোন দলের গড় নিরূপণের জন্য

(For ascertaining average of any group)

(b) আধুনিক অধিক প্রচলিত ফ্যাসন জানার জন্য

(For identifying the most modern on—going fashion)

(c) উচ্চ মাধ্যমিক পরীক্ষার পরীক্ষার্থীদের একটি দলের প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যবিন্দু জানার জন্য

(For knowing the midpoint of a group of examinees for Higher Secondary Examination)

(d) কোন পরীক্ষায় 100 জন ছাত্র কর্তৃক অর্জিত নম্বর

(The marks obtained by 100 students of an examination)

(e) মুক্ত-প্রান্ত শ্রেণী বিভাগ যুক্ত পরিসংখ্যা বিভাজন

(A frequency distribution having open-end classes)

6. (a) যে যে ক্ষেত্রে গড়, মধ্যমমান ও ভূয়িষ্ঠক প্রয়োগ করা যায় সেই সেই ক্ষেত্রের উল্লেখ কর।

(Mention those cases where mean, median and mode can be applied.)

(b) কোন্ ক্ষেত্রে গড় মধ্যমমান অপেক্ষা শ্রেষ্ঠ পরিমাপ ?

(In what case mean is the better measure than median ?)

(c) N/2 কি গড়ের প্রাপ্তাংক ?

(Is N/2 the score of mean ?)

7. নিম্নের প্রতি ক্ষেত্রে একটি করে উদাহরণ দাও।

(Give an example in each of the following cases)

(a) যৌগিক গড়ের পরিবর্তে মধ্যমমানের প্রয়োগ করা উচিত।

(The median should be used instead of the A M)

(b) মধ্যমমানের পরিবর্তে সংখ্যাগুরুমানের প্রয়োগ যথাযথ হয়।

(The mode is preferred median.)

(c) অন্যান্য কেন্দ্রীয় প্রবণতা পরিমাপক অপেক্ষা যৌগিক গড়ের প্রয়োগ যথাযথ হয়।

(The A M is preferred to the other measures of central tendency.)

8. নিম্নে বর্ণিত বিশেষ ক্ষেত্রসমূহ গড়, মধ্যমমান বা উভয়ের ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য কিনা যুক্তিসহ বল।

(In each of the following cases, explain whether the description applies to the mean, median or both)

(i) একটি পরিসংখ্যা বিভাজন যার প্রান্তীয় শ্রেণীবিভাগদ্বয় মুক্ত

(A frequency distribution with open-end intervals)

(ii) গণনাকার্যে প্রত্যেকটি পদের প্রয়োগ হয়

(All items are taken into consideration in calculation)

(iii) প্রান্তীয় মানসমূহের দ্বারা গড়ের মান প্রভাবিত হয় না

(The values of the extreme items do not influence the avreage)

9. (a) নিম্নলিখিত সংখ্যাগুলির গড় ও সংখ্যাগুরুমান নির্ণয় কর।

(Find out the mean and the mode of the following numbers.)

4, 3, 2, 5, 3, 4, 5, 1, 7, 3, 2, 1

(b) সংখ্যাশ্রেণীর মধ্যমমান নির্ণয় কর। (Find out the median of the numbers)

(i) 12, 48, 30, 112, 62, 94, 75, 98

(ii) 94, 33, 86, 68, 32, 80, 43, 70

10. যৌগিক গড় নির্ণয় কর। (Find out the A M of)

(i) 2, 4, 6,……2n

(ii) 1, 2, 3,……16টি পদ পর্যন্ত

(iii) 3, 6, 12, 24……n সংখ্যক পদ পর্যন্ত

11. কোন পরীক্ষায় 20 জন ছাত্রের মধ্যে 8 জন ফেল করেছিল। যে 12 জন ছাত্র পাশ করেছিল তারা যথাক্রমে 80, 40, 46, 52, 71, 65, 38, 49, 56, 64, 58 এবং 42 নম্বর পেয়েছিল। 20 জন ছাত্রের নম্বরের মধ্যমমান নির্ণয় কর।

(In a batch of 20 students 8 failed in a test. The marks of 12 students who passed were 80, 40, 46, 52, 71, 65, 38, 49, 56, 64, 58 and 42. Find out the median marks of all the 20 students.)

12. (i) একটি বিভাজনের গড় ও মধ্যমমান যথাক্রমে 600 টা ও 594 টা। বিভাজনটির সংখ্যাগুরুমান নির্ণয় কর।

(The mean and median of a distribution are Rs 600 and Rs 594 respectively. Find out the mode of the distribution.)

(ii) একটি প্রতিবৈষম্যসম্পন্ন বিভাজনের যৌগিক গড় = 24.6 এবং সংখ্যাগুরু-মান = 26.1. মধ্যমমান নির্ণয় কর।

(In a skewed distribution AM = 24.6 and Mode = 26.1. Find out the value of the median.)

13. নিম্নলিখিত পরিসংখ্যা বিভাজন ছক হতে প্রাপ্ত যৌগিক গড়ের মান 67·45 ইঞ্চি। f_3-এর মান নির্ণয় কর।

(The A M calculated from the following distribution is known to be 67.45 inches. Find out the value of f_3)

উচ্চতা (ইঞ্চিতে) [Height (in inch)]	60—62	63—65	66—68	69—71	72—74
পরিসংখ্যা [Frequency]	15	54	f_3	81	24

14. একটি প্রাপ্তাংক সমষ্টির গড় 35, যদি নিম্নের প্রত্যেক পদ্ধতির দ্বারা প্রথমেই প্রাপ্তাংকগুলি পরিবর্তন করা হয়, তাহলে গড় কি হবে ?

(The mean of a group of score is 35. What would the mean be if the scores were first altered by each of the following methods ?)

(a) প্রত্যেক প্রাপ্তাংকের সংগে 15 টি বিন্দু যোগ করলে

(15 points are added to each score)

(b) প্রত্যেক প্রাপ্তাংক থেকে 10টি বিন্দু বিয়োগ করলে

(10 points are substracted from each score)

(c) প্রত্যেক প্রাপ্তাংককে 5 দ্বারা গুণ করলে

(Each score is multiplied by 5)

(d) প্রত্যেক প্রাপ্তাংককে 4 দ্বারা ভাগ করলে

(Each score is divided by 4)

15. নিম্নে প্রদত্ত পরিসংখ্যা বিভাজনের যৌগিক গড়, মধ্যমমান এবং সংখ্যাগুরু-মান নির্ণয় কর।

(Find the mean, median and mode of the following frequency distribution.)

	Value	Frequency
Less than	10	5
" "	20	15
" "	30	35
" "	40	81
" "	50	104
" "	60	118
" "	70	130
" "	80	140

16. যৌগিক গড় = 26·8 এবং মধ্যমমান = 27·9 হলে সংখ্যাগুরুমানের মান কত হবে? (What is the value of the mode with arithmetic mean = 26 8 and median = 27·9 ?)

17. নিম্নলিখিত রাশিতথ্যমালার দু'টি শ্রেণীবিভাগের পরিসংখ্যা অনুক্ত আছে ; (In the following data two class frequencies are missing) :

class interval	frequency
100—110	4
110—120	7
120—130	15
130—140	?
140—150	40
150—160	?
160—170	16
170—180	10
180—190	6
190—200	3

যদি মোট পরিসংখ্যার মান 150 এবং রাশিতথ্যমালার মধ্যমমান 146·25 হয়, তাহলে অনুক্ত পরিসংখ্যাদ্বয়ের মান নির্ণয় কর। (If the total frequency be 150 and the median of the distribution be 146·25, find out the missing frequencies.)

18. কোন বিশ্ববিদ্যালয়ের এম. এ. (প্রথম বর্ষ) পরীক্ষায় দশজন ছাত্রের মনোবিজ্ঞানে চারটি প্রশ্নপত্রে পরীক্ষা নেওয়ার পর নিম্ন প্রাপ্তাংকগুলি পাওয়া গেল। (The following scores are obtained after examining 10 students in four papers of Psychology in M. A. (first year) examination of an University) :

Paper I
(History ot Psychology) : 50, 60, 65, 77, 88, 90, 82, 55, 45, 40

Paper II
(Experimental Psychology) : 42, 43, 49, 66, 71, 78, 86, 81, 71, 46

Paper III
(Measurement and Statistics) : 40, 80, 71, 61, 51, 52, 54, 66, 43, 44

Paper IV
(Physiological Psychology) : 79, 73, 41, 40, 61, 62, 53, 58, 47, 51

কোন্ প্রশ্নপত্রে ছাত্রদের অর্জিত জ্ঞান শ্রেষ্ঠ হিসাবে বিবেচিত হয় ? (In which question paper is the acquired knowldge of students considered to be the best ?)

19. নিম্নে প্রদত্ত সংখ্যাগুলিকে উপযুক্ত শ্রেণীবিভাগে বিন্যস্ত করে গড় (M), মধ্যমমান (Mdn) এবং ভূয়িষ্ঠক (Mo) নির্ণয় কর (On classifying the following numbers into suitable class-interval calculate mean, median and mode) :

(a) 68, 20, 64, 50, 46, 42, 44, 43, 72, 49, 52, 79, 66, 54, 48, 45, 39, 43, 30, 27, 35, 37, 40, 59, 34, 42, 38, 74, 76

(b) 34, 112, 76, 51, 25, 126, 42, 66, 44, 102, 87, 39, 52, 93, 71, 50, 39, 79, 96, 45, 94, 85, 51, 61, 71, 44, 39, 49

20. নিম্নে একটি শ্রেণীর 100 জন ছাত্রের গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের পরিসংখ্যা বিভাজন দেওয়া আছে (Below is given the frequency distribution of marks in Mathematics obtained by 100 students in a class) :

Number :	20—29	30—39	40—49	50 - 59	60—69	70—79	80—89	90—99
Students :	8	10	25	31	11	12	2	1

বিভাজনটির ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যারেখা অংকন কর এবং তার সাহায্যে মধ্যমমানের স্থান নির্ণয় কর (Draw the ogive for this distribution and use it to determine the median.)

21. নিম্নে 65 জন শ্রমিকদের বেতনের পরিসংখ্যা বিভাজন দেওয়া আছে (Below is given the frequency distribution of wages of 65 workers) :

Salary (Rs) :	50—59	60—69	70—79	80—89	90—99	100—109	110—119
Worker :	8	10	16	14	10	5	2

বিভাজনটির আয়তলেখ অংকন কর এবং আয়তলেখ হতে সংখ্যাগুরুমান নির্ণয় কর। সরাসরি গণনার দ্বারা সংখ্যাগুরুমানের পরিমাপ যাচাই কর। (Draw the histogram of the distribution and from the histogram find out the value of mode. Check the modal value by direct calculation.)

উত্তরমালা
(Answers)

5. (a) গড় (Mean), (b) মধ্যমমান (Median), (c) ভূয়িষ্ঠক (Mode), (d) যৌগিক গড় (Arithmetic mean) এবং (e) মধ্যমমান (median)

8. (i) মধ্যমমান (Median), (ii) গড় (Mean) এবং (iii) মধ্যমমান (Median)

9. (a) গড় (Mean) $= 3\frac{1}{3}$ এবং ভূয়িষ্ঠক (Mode) = 3

(b) (i) 68·5 (ii) 69

10. (i) (n+1) (ii) 8 5 (iii) $\frac{3(2^n-1)}{n}$

11. 41

12. (i) Rs. 582 (ii) 25 1

13. $f_3 = 126$

14. (a) 50 (b) 25 (c) 1·75 (d) 8·75

15. গড় (Mean) = 40·14, মধ্যমমান (Median) = 37·8, ভূয়িষ্ঠক (Mode) = 35 3

16. ভূয়িষ্ঠক (Mode) = 30 1

17. অজ্ঞাত পরিসংখ্যাসমূহ (Missing frequencies) = 24 এবং 25

18. Paper I গড় (Mean) = 65·2

Paper II গড় (Mean) = 63·3

Paper III গড় (Mean) = 56·2

Paper IV গড় (Mean) = 55·5

19. (a) গড় (Mean) = 48 64, মধ্যমমান (Median) = 46 এবং ভূয়িষ্ঠক (Mode) = 42

(b) গড় (Mean) = 64·86, মধ্যমমান (Median) = 54·5 এবং ভূয়িষ্ঠক (Mode) = 34·78

20. 51·8

21. Rs. 77

পঞ্চম পরিচ্ছেদ

আপেক্ষিক অবস্থার পরিমাপ (Measures of Relative Position)

তৃতীয় পরিচ্ছেদে আলোচনা করা হয়েছে যে, ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা লেখর সাহায্যে কোন প্রাপ্তাংকের দশাংশ (decile), চতুর্থাংশ (Quartile), শতাংশ (Percentile) এবং শতাংশ ক্রম (Percentile range) নির্ণয় করা যেতে পারে। সাধারণতঃ আপেক্ষিক পরিস্থিতিতে কোন ব্যক্তির অবস্থানের মূল্যায়ন এই পরিমাপগুলির সাহায্যে করা যায়। উদাহরণস্বরূপ, যদি এম. এ. (শিক্ষাতত্ত্ব) শেষ বর্ষের কলিকাতা বিশ্ববিদ্যালয়ের পরীক্ষায় সুজিতের প্রাপ্তাংক শিক্ষা মনোবিজ্ঞান ও শিক্ষা সমাজবিজ্ঞান প্রশ্নপত্রে 60% ছাত্র-ছাত্রীদের অপেক্ষা অধিক হয় এবং 40% ছাত্র-ছাত্রীদের অপেক্ষা কম হয়, তাহলে বলা যেতে পারে যে, সুজিত এই প্রশ্নপত্রে 60% ছাত্র-ছাত্রীদের থেকে ভাল এবং 40% ছাত্র-ছাত্রীদের থেকে কমজোর। এই 60% এবং 40% সুজিতের ঐ পরীক্ষায় সমগ্র দলের আপেক্ষিক অবস্থার সূচক হিসাবে নির্দেশ করে।

চতুর্থ পরিচ্ছেদ বলা হয়েছে যে, কোন পরিসংখ্যা বিভাজনে মধ্যমমান (median) হল এইরূপ মান (value) যা বিভাজনের পঞ্চাশ শতাংশ প্রাপ্তাংক এক ভাগের উপরে এবং পঞ্চাশ শতাংশ প্রাপ্তাংক অন্য ভাগের নীচে থাকে। তার থেকে সমগ্র দল সম্বন্ধে যথোচিতভাবে জানা যায় এবং অধিক সঠিকভাবে জানার জন্য ঐদলের প্রাপ্তাংকগুলিকে চার, দশ বা একশত ভাগে ভাগ করা যেতে পারে। যখন কোন দলের প্রাপ্তাংক-গুলিকে ক্রমানুসারে বিন্যস্ত করে দু'টি শ্রেণীতে বিভক্ত করা হয় তখন মধ্যস্থিত একটি মান পাওয়া যায়। তাকে **মধ্যমমান (median value)** বলা হয়। কিন্তু যখন প্রাপ্তাংকগুলিকে চার সমান ভাগে ভাগ করা হয় তখন বিভক্ত সীমাগুলির কেবলমাত্র তিনটি মান পাওয়া যায়। সেগুলিকে **চতুর্থাংশ মান (quartile value)** বলা হয়। আবার যখন প্রাপ্তাংকগুলিকে দশ সমান ভাগে ভাগ করা হয় তখন বিভক্ত সীমাগুলির কেবলমাত্র নয়টি মান পাওয়া যায়। সেগুলিকে **দশাংশ মান (decile value)** বলা হয়। যদি ঐ প্রাপ্তাংকগুলিকে একশত ভাগে ভাগ করা হয়, তাহলে নির্ণীত সীমাগুলির মানকে **শতাংশ মান (percentile value)** হিসাবে অভিহিত করা হয়। যখন কোন পরিসংখ্যার মান অথবা প্রাপ্তাংক দেওয়া থাকে এবং তার থেকে নির্ণয় করা হয় যে, শতকরা কত পরিসংখ্যা এই মান বিন্দুর উপর অথবা নীচে থাকে তখন এই বিন্দুকে **শতাংশ ক্রম (percentile rank)** বলা হয়। আবার পরিমাপক মাপনির যে বিন্দুর নীচে মোট পরিসংখ্যার নির্দিষ্ট শতাংশ প্রাপ্তাংক থাকে তাকে **শতাংশ বিন্দু (percentile point)** বলে। এখানে এই ধারণাগুলি সম্বন্ধে বিস্তৃত আলোচনা করা হয়েছে।

দশাংশ
(Decile)

দশাংশ মান হল সেই মান যা সমস্ত বিন্যস্ত প্রাপ্তাংকগুলিকে সমান দশ ভাগে বিভক্ত করে। সুতরাং যে কোন সমষ্টিতে ওদের সংখ্যা নয় হয়। ক্রমানুসারে এদের প্রথম দশাংশ (first decile, D_1), দ্বিতীয় দশাংশ (second decile, D_2), তৃতীয় দশাংশ (third decile, D_3), চতুর্থ দশাংশ (fourth decile, D_4), পঞ্চম দশাংশ (fifth decile, D_5), ষষ্ঠ দশাংশ (sixth decile, D_6), সপ্তম দশাংশ (seventh decile, D_7), অষ্টম দশাংশ (eighth decile, D_8), নবম দশাংশ (ninth decile, D_9) এবং দশম দশাংশ (tenth decile,D_{10}) হিসাবে অভিহিত করা হয়। কোন সমষ্টির প্রথম দশাংশ (D_1) হল সেই মান যার নীচে সমস্ত প্রাপ্তাংকের 1/10 ভাগ এবং উপরে 9/10 ভাগ থাকে। অনুরূপভাবে অষ্টম দশাংশ (D_8) হল সেই মান যার নীচে 8/10 এবং উপরে 2/10 প্রাপ্তাংক থাকে। একইভাবে পঞ্চম দশাংশের (D_5) মান হল সেই মান আর উপর এবং নীচে 5/10, অর্থাৎ অর্ধেক-অর্ধেক প্রাপ্তাংক থাকে ; একে মধ্যমমান (median) বা Q_2 হিসাবে অভিহিত করা হয়।

(ক) অবিন্যস্ত রাশিতথ্যমালা হতে দশমাংশ মান গণনা (Calculation of decile value from ungrouped data)—অবিন্যস্ত রাশিতথ্যমালার দশাংশ মান নির্ণয় করতে হলে প্রাপ্ত বা প্রদত্ত প্রাপ্তাংক থেকে সরাসরিভাবে করা যায় না। প্রাপ্তাংকগুলিকে তাদের মানের ক্রমে না সাজালে দশাংশ মান নির্ণয় করা যায় না। অর্থাৎ দশমাংশ মান নির্ণয় করতে হলে প্রাপ্তাংকগুলিকে মানের ক্রমে সাজাতে হয়। পরে গণনা করে দশাংশ মান নির্ধারণ করতে হয়। দশাংশ মান নির্ণয়ের জন্য যে সাধারণ নিয়ম অনুসরণ করা হয়, তাহল—

$$Dn = \frac{n\,(N+1)}{10} \text{ তম প্রাপ্তাংক} \qquad \dots \dots \dots (1)$$

যেখানে, Dn = নির্ণেয় দশাংশ মান

n = জ্ঞাত দশাংশের সংখ্যা

N = মোট সংখ্যা

যেমন,

$$D_1 = \frac{1\,(N+1)}{10} \text{ তম প্রাপ্তাংক}$$

$$D_4 = \frac{4\,(N+1)}{10} \text{ তম প্রাপ্তাংক}$$

$$D_8 = \frac{8\,(N+1)}{10} \text{ তম প্রাপ্তাংক}$$

উদাহরণ 1. নিম্ন রাশিতথ্যমালার সাহায্যে D_3, D_6 এবং D_8 এর মান নির্ণয় কর (Calculate the values of D_3, D_6 and D_8 from the following data):

80, 78, 75, 74, 72, 69, 68, 67, 65, 61, 60, 58, 56, 55, 53, 52, 51, 50, 49, 47

সমাধান:

প্রাপ্তাংকগুলিকে মানের নিম্ন থেকে উচ্চক্রমে সাজিয়ে সূত্র – 1 প্রয়োগ করে দশাংশ মান নির্ণয় করা হয়।

এখানে $N = 20$

$$D_3 = \frac{3(20+1)}{10} \text{ তম প্রাপ্তাংক}$$

$$= \frac{63}{10} \text{ তম প্রাপ্তাংক}$$

$$= 6\frac{3}{10} \text{ তম প্রাপ্তাংক}$$

$$= 53 + \frac{3}{10}(55-53)$$

$$= 53 + \frac{6}{10} = 53{\cdot}6$$

$$D_6 = \frac{6(20+1)}{10} \text{ তম প্রাপ্তাংক}$$

$$= \frac{126}{10} \text{ তম প্রাপ্তাংক}$$

$$= 12\frac{6}{10} \text{ তম প্রাপ্তাংক}$$

$$= 65 + \frac{6}{10}(67-65)$$

$$= 65 + \frac{12}{10} = 66{\cdot}2$$

$$D_8 = \frac{8(20+1)}{10} \text{ তম প্রাপ্তাংক}$$

$$= \frac{168}{10} \text{ তম প্রাপ্তাংক}$$

$$= 16\frac{8}{10} \text{ তম প্রাপ্তাংক}$$

$$= 72 + \frac{8}{10}(74-72)$$

$$= 72 + \frac{16}{10} = 73{\cdot}6$$

এইভাবে সমস্ত প্রকার দশাংশ মান গণনা করা যায়।

॥ পদ্ধতি ॥ কোন অবিন্যস্ত রাশিমালার দশাংশ মান নির্ণয় করার জন্য নিম্নরূপ পর্যায়ে অগ্রসর হতে হয়—

॥ এক ॥ রাশিমালার প্রাপ্তাংকগুলিকে নিম্ন থেকে উচ্চ ক্রমে সাজাতে হয়।

॥ দুই ॥ রাশিমালার প্রাপ্তাংক সংখ্যা (N) নির্ণয় করা হয়।

॥ তিন ॥ $\frac{n(N+1)}{10}$ এ n এবং N এর মান বসিয়ে লবের মান নির্ণয় করতে হয়।

॥ চার ॥ লবের শেষ সংখ্যাটি বাদ দিয়ে প্রথম সংখ্যা বা সংখ্যাগুলিকে পূর্ণ সংখ্যা হিসাবে প্রথমে বসিয়ে তার পাশে অবশিষ্ট সংখ্যাগুলিকে লব ও হর হিসাবে বসাতে হয়।

॥ পাঁচ ॥ পূর্ণসংখ্যা যত হবে ঠিক তত সংখ্যা রাশিতথ্যমালার নিম্নতম সংখ্যা থেকে গণনা করে নির্ধারণ করতে হয়।

॥ ছয় ॥ সেই সংখ্যাটির সংগে লব ও হরের সংখ্যাটি যোগ করতে হয় এবং এই অনুপাতের সংগে ঐ সংখ্যাটির ঠিক পরবর্তী সংখ্যাটি বাদ দিয়ে গুণফল আকারে বসাতে হয়।

॥ সাত ॥ সমস্ত পদটি সমাধান ক'রে যে ফল পাওয়া যায় তাকেই নির্ণেয় দশাংশ মান হিসাবে গণ্য করা হয়।

(খ) বিন্যস্ত রাশিতথ্যমালা হতে দশাংশ মান গণনা (Calculation of decile value from grouped data)—বিন্যস্ত রাশিতথ্যমালা বা পরিসংখ্যা বিভাজন হতে দশাংশ মান নির্ণয় করার জন্য বিশেষ এক পদ্ধতি অনুসরণ করা হয়। তার জন্য নিম্নলিখিত সূত্রটি ব্যবহার করা হয়।

সূত্র :

$$\text{দশাংশ মান } (D_n) = L_L + i\left(\frac{\frac{nN}{10} - f_b}{f_m}\right) \qquad \cdots \qquad (2)$$

যেখানে L_L = যে শ্রেণীতে দশাংশ মান অবস্থিত তার নিম্নসীমা

i = শ্রেণী প্রসার

n = নির্ণেয় দশাংশ মানের সংখ্যা

N = মোট সংখ্যা

f_b = যে শ্রেণীতে দশাংশ মান আছে তার নীচের শ্রেণী পর্যন্ত পরিসংখ্যাগুলির যোগফল

f_m = যে শ্রেণীতে দশাংশ মান অবস্থিত সেই শ্রেণীর পরিসংখ্যা

(**দ্রষ্টব্য :** এই সূত্রটি মধ্যমমান সূত্রের সমান হয়। সুতরাং এর গণনা করার জন্য মধ্যমমান গণনা করার সোপানগুলি অনুসরণ করা হয়।)

উদাহরণ 2. নিম্নরূপ বিন্যস্ত রাশিতথ্যমালা থেকে D_2, D_4 এবং D_7-এর মানগুলি নির্ণয় কর (**Calculate values of D_2, D_4 and D_7 from the following grouped data**) :

প্রাপ্তাংক	পরিসংখ্যা (f)
45—50	2
40—45	3
35—40	3
30—35	9
25—30	12
20—25	7
15—20	3
10—15	1
	N=40

সমাধান :

সারণী 5.1

শ্রেণীপ্রসার ও পরিসংখ্যা

শ্রেণীপ্রসার	f
44·5—49 5	2
39·5—44·5	3
34·5—39·5	3
29 5—34·5	9
24·5—29·5	12
19·5 – 24·5	7
14·5—19·5	3
9·5—14·5	1
	N=40

সারণী 5·1 থেকে সূত্র 2-এর সাহায্যে D_n এর মানগুলি নির্ণয় করা হল।

$$D_2 = L_L + 5 \times \left(\frac{\frac{2N}{10} - f_b}{f_m} \right)$$

$$= 19{\cdot}5 + 5 \times \left(\frac{\frac{2 \times 40}{10} - 4}{7} \right)$$

$$= 19.5 + 5 \times \left(\frac{8-4}{7}\right)$$
$$= 19.5 + 5 \times \tfrac{4}{7}$$
$$= 19.5 + \tfrac{20}{7} = 22.36$$

$$D_4 = L_L + 5 \times \left(\frac{\frac{4N}{10} - f_b}{f_m}\right)$$
$$= 24.5 + 5 \times \left(\frac{\frac{4 \times 40}{10} - 11}{12}\right)$$
$$= 24.5 + 5 \times \left(\tfrac{16-11}{12}\right)$$
$$= 24.5 + 5 \times \tfrac{5}{12}$$
$$= 24.5 + \tfrac{25}{12} = 26.5$$

$$D_7 = L_L + 5 \times \left(\frac{\frac{7N}{10} - f_b}{f_m}\right)$$
$$= 29.5 + 5 \times \left(\frac{\frac{7 \times 40}{10} - 23}{9}\right)$$
$$= 29.5 + 5 \times \left(\tfrac{28-23}{9}\right)$$
$$= 29.5 + 5 \times \tfrac{5}{9}$$
$$= 29.5 + \tfrac{25}{9} = 32.28$$

॥ **পদ্ধতি** ॥ বিন্যস্ত রাশিতথ্য বা পরিসংখ্যা বিভাজন থেকে দশাংশ মান নির্ণয় করার জন্য পর্যায়ক্রমে নিম্নরূপে অগ্রসর হওয়া চলে।

॥ **এক** ॥ রাশিতথ্যমালার শ্রেণীগুলিকে বিস্তৃত করে একটি অবিচ্ছন্ন মাপনিতে পরিবর্তন করা হয়।

॥ **দুই** ॥ $\frac{nN}{10}$ নির্ণয় করা হয়।

॥ **তিন** ॥ দশমাংশ মান নির্ণয়ের পদ্ধতিতে নীচের দিক থেকে পরিসংখ্যাগুলি যোগ করে $\frac{nN}{10}$ যে শ্রেণীতে অবস্থিত তা নির্ণয় করা হয়।

॥ **চার** ॥ সূত্রের সাহায্যে দশমাংশ মান নির্ণয় করা হয়।

শতাংশ
(Percentiles)

শতাংশ মান বলতে সেই মানকে বোঝায় যা সমস্ত বিন্যস্ত প্রাপ্তাংকগুলিকে একশত সমান অংশে ভাগ করে। সুতরাং কোনও দলে তার সংখ্যা নিরানব্বই হয়। কোন একই প্রকার দলে অমুক ব্যক্তির অবস্থান কিরূপ হয়? এক শ্রেণীতে কোন ছাত্রের

প্রাপ্তাংক 30 হলে ঐ শ্রেণীর সকল ছাত্রদের মধ্যে তার অবস্থান কিরূপ হবে? অথবা সেই ছাত্রের প্রাপ্তাংক কি হবে যে ছাত্র 65% ছাত্রদের থেকে নিকৃষ্ট বা 25% ছাত্রদের থেকে শ্রেষ্ঠ হবে? এইরূপ প্রশ্নগুলির উত্তর দেওয়ার জন্য শতাংশ (percentiles) এবং শতাংশক্রম (percentile ranks) ব্যবহার করা হয়।

ধরা যাক, এখানে 300 জন ছাত্রদের উপর প্রযুক্ত জ্ঞান বিষয়ক অভীক্ষা থেকে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের একটি বন্টন দেওয়া আছে। এখন এই বন্টন থেকে আমাদের জানতে হবে যে, সেই প্রাপ্তাংকগুলি কি হবে যার নীচে 60% এবং 40% ছাত্রদের প্রাপ্তাংক অবস্থান করে? এই প্রাপ্তাংকগুলিকে এই বন্টনের 60 শতাংশ বা 40 শতাংশ বলা হয়। সুতরাং শতাংশের সংজ্ঞা এইভাবে নির্দেশ করা যেতে পারে যে—পরিমাপক মাপনির বা শতাংশ পরিসংখ্যা বন্টনের যে বিন্দু বা পরিসংখ্যার মানের নীচে মোট পরিসংখ্যার (N) নির্দিষ্ট শতাংশ প্রাপ্তাংক থাকে তাকে শতাংশ (percentile) বলে। X শতাংশের মান 0 থেকে 100 এর মধ্যে যে কোন একটি হতে পারে। শতাংশকে নিম্নভাবে লেখা যায়—

X শতাংশকে P_x লেখা হয়
20 শতাংশকে P_{20} লেখা হয়
72 শতাংশকে P_{72} লেখা হয়

কারণ কোন শতাংশ মাপনিতে 100 প্রাপ্তাংক হয়। সুতরাং শতাংশ সংখ্যা P_1 হতে P_{100} পর্যন্ত হয়ে থাকে।

আবার এমন কিছু শতাংশ আছে যেগুলিকে অন্য সংকেতের (symbols) মাধ্যমেও লেখা যেতে পারে। যেমন—

$P_{10}=D_1$ $P_{60}=D_6$
$P_{20}=D_2$ $P_{70}=D_7$
$P_{25}=Q_1$ $P_{75}=Q_3$
$P_{30}=D_3$ $P_{80}=D_8$
$P_{40}=D_4$ $P_{90}=D_9$
$P_{50}=D_5$ বা Q_2 $P_{100}=D_{10}$

যেখানে 'D' কে দশাংশ (decile) এবং 'Q'কে চতুর্থাংশ (quartile) বোঝায়।

(ক) অবিন্যস্ত রাশিতথ্যমালা থেকে শতাংশ গণনা (Calculation of Percentile from ungrouped data)

অবিন্যস্ত রাশিতথ্যমালার শতাংশ গণনা করার জন্য নিম্নলিখিত সূত্রের প্রয়োগ করা হয়—

সূত্র :

$$P_n=\frac{n\ (n+1)}{100}\text{ th score}\cdots\cdots(3)$$

যেখানে P_n = নির্ণেয় কোন শতাংশ

n = জ্ঞাতব্য শতাংশের সংখ্যা

N = মোট সংখ্যা

সুতরাং $P_{16} = \frac{16\ (n+1)}{100}$ th score

$P_{64} = \frac{64\ (n+1)}{100}$ th score

$P_{81} = \frac{81\ (n+1)}{100}$ th score

উদাহরণ 3. উদাহরণ 1 এ প্রদত্ত রাশিতথ্যমালার সাহায্যে P_{22}, P_{57} এবং P_{80} এর প্রাপ্তাংক নির্ণয় কর (**Calculate scores of P_{22}, P_{57} and P_{80} with the help of data given in Example 1**)

সমাধান :

সূত্র—3 প্রয়োগ করে

$$P_n = \frac{n\ (n+1)}{100} \text{ th score}$$

$$P_{22} = \frac{22\ (20+1)}{100} \text{ th score}$$
$$= \tfrac{462}{100} = 4\tfrac{62}{100}$$
$$= 51 + \tfrac{62}{100}\ (52-51)$$
$$= 51 + 62 = 51{\cdot}62$$

$$P_{57} = \frac{57\ (20+1)}{100} \text{ th score}$$
$$= \tfrac{1097}{100} = 10\tfrac{97}{100}$$
$$= 60 + \tfrac{97}{100}\ (62-60)$$
$$= 60 + \tfrac{97}{100} \times 2$$
$$= 60 + \tfrac{194}{100}$$
$$= 60 + 1{\cdot}94 = 61{\cdot}94$$

$$P_{80} = \frac{80\ (20+1)}{100} \text{ th score}$$
$$= \tfrac{1680}{100} = 16\tfrac{4}{5}$$
$$= 72 + \tfrac{4}{5}\ (74-72)$$
$$= 62 + \tfrac{4}{5} \times 2$$
$$= 72 + \tfrac{8}{5}$$
$$= 72 + 1{\cdot}6 = 73{\cdot}6$$

(খ) বিন্যস্ত রাশিতথ্যমালা থেকে শতাংশের গণনা (**calculation of percentile from grouped data**)

শতাংশের মান গণনা করার জন্য নিম্নলিখিত সূত্র প্রয়োগ করা যায়—

সূত্র ঃ

$$P_n = L_L + \left(\frac{\frac{nN}{100} - f_b}{f_m} \right) i \cdots\cdots\cdots(4)$$

যেখানে,

P_n = নির্ণেয় শতাংশ সংখ্যা, যেমন P_{40}, P_{73}

L_L = যে শ্রেণীতে শতাংশ অবস্থিত তার নিম্নসীমা

i = শ্রেণী প্রসার

n = নির্ণেয় শতাংশ মানের সংখ্যা

N = মোট সংখ্যা

f_b = যে শ্রেণীতে শতাংশমান অবস্থিত তার নীচের শ্রেণী পর্যন্ত পরিসংখ্যাগুলির যোগফল

f_m = যে শ্রেণীতে শতাংশ মান অবস্থিত সেই শ্রেণীর পরিসংখ্যা

(দ্রষ্টব্য ঃ এই সূত্রটি মধ্যমমান সূত্রের সমান হয়। সুতরাং এর গণনা করার জন্য মধ্যমমান গণনা করার সোপানগুলি অনুসরণ করা যায়।)

উদাহরণ 4. উদাহরণ 1 এ প্রদত্ত রাশিতথ্যমালার সাহায্যে P_{75} এবং P_{45} নির্ণয় কর। (**Calculate P_{75} and P_{45} with the help of data given in Example 1.**

সমাধান ঃ

সূত্র (4) প্রয়োগ করে

$$P_{75} = L_L + \left(\frac{\frac{75N}{100} - f_b}{f_m} \right) i$$

যেখানে,

$L_L = 29{\cdot}5$, $N = 40$, $f_b = 23$, $f_m = 9$ এবং $i = 5$

$$\therefore \; P_{75} = 29{\cdot}5 + \left(\frac{\frac{75 \times 40}{100} - 23}{9} \right) 5$$

$$= 29{\cdot}5 + \left(\frac{30 - 23}{9} \right) 5$$

$$= 29{\cdot}5 + \frac{7}{9} \times 5$$

$$= 29{\cdot}5 + \frac{35}{9} = 29{\cdot}5 + 3{\cdot}89$$

$$= 33{\cdot}39$$

$$P_{45} = L_L + \left(\frac{\frac{45N}{100} - f_b}{f_m}\right) i$$

যেখানে, $L_L = 24{\cdot}5$, $N = 40$ $f_b = 11$, $f_m = 12$ এবং $i = 5$

$$\therefore\ P_{45} = 24{\cdot}5 + \left(\frac{\frac{45 \times 40}{100} - 11}{12}\right) 5$$

$$= 24{\cdot}5 + \left(\frac{18 - 11}{12}\right) 5$$

$$= 24{\cdot}5 + \tfrac{7}{12} \times 5$$

$$= 24{\cdot}5 + \tfrac{35}{12} = 24{\cdot}5 + 2{\cdot}9$$

$$= 27{\cdot}4$$

এইভাবে সমস্ত শতাংশমান গণনা করা যায়।

শতাংশক্রম বা বিন্দু
(Percentile Rank or Point)

পূর্বে শতাংশ সম্বন্ধে আলোচনা করতে গিয়ে বলা হয়েছে যে, যে প্রাপ্তাংক মানের নীচে বণ্টনের পরিসংখ্যার নির্দিষ্ট শতকরা হার আছে, তাকে বণ্টনের শতাংশ প্রাপ্তাংক বা বিন্দু (**percentile score or point**) বলে। এই শতকরা প্রাপ্তাংক বা বিন্দুটির একটি বিশেষ নাম আছে। একে বলা হয় শতাংশক্রম বা র‍্যাঙ্ক (**percentile rank or PR**)। বণ্টনের কোন প্রাপ্তাংককে শতকরা হারে যে অবস্থানে স্থাপন করা যায়, তাকে ঐ প্রাপ্তাংকের শতাংশক্রম বলা হয়। (**Percentile rank is the position which can be attributed to a score of a distribution in a scale of 100**). অর্থাৎ নির্দিষ্ট কোন শতাংশ বিন্দু বা প্রাপ্তাংক (**percentile point or score**) থেকে আমরা প্রাপ্তাংকের মান নির্ণয় করতে পারি। বিপরীতক্রমে, ঐ প্রাপ্তাংক মানের শতাংশক্রম হল পূর্বোক্ত শতাংশ হার। যেমন, 30 তম শতাংশ বিন্দু P_{30}-এর মান যদি 45 হয়, তাহলে 45 প্রাপ্তাংকের শতাংশক্রম হল 40, অর্থাৎ শতাংশক্রম দ্বারা প্রাপ্তাংক মান নির্ধারণ করা হয় এবং শতাংশক্রম দ্বারা শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা $\left(\frac{C_f\%}{N}\right)$ নির্ধারণ করা হয়। শতাংশ বিন্দু বা প্রাপ্তাংকের মান পরিমাপ মাপনির বিস্তারের উপর নির্ভরশীল। যেমন, একটি বণ্টনে নিম্ন ও উর্দ্ধসীমা যদি যথাক্রমে 5 ও 125 হয়, তাহলে শতাংশ বিন্দুগুলির (P_p) মান 5 থেকে 125 এর মধ্যে হবে। কিন্তু শতাংশক্রমের মান কখনও 100-র বেশী হবে না। কারণ ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যাগুলিকে শতকরা হারে প্রকাশ করা হয়। ফলে এই শতাংশ ক্রমের ধারণার দ্বারা আমরা যে কোন বণ্টনের নির্দিষ্ট প্রাপ্তাংকের অবস্থান (**position**) নির্ণয়

করতে পারি। যেমন, পূর্বোক্ত বণ্টনে যে ছাত্র 44·5 নম্বর পেয়েছে, তার শতাংশ ক্রম হল 72, অনুরূপভাবে 59·5 নম্বরের শতাংশ বিন্দু বা প্রাপ্তাংক হল 92, আবার যদি 65 প্রাপ্তাংক প্রাপ্ত ছাত্র একশত ছাত্র-দলের মধ্যে 38 তম স্থানের অধিকারী হয়, তাহলে এইটি তার শতাংশ ক্রম হবে। অনুভাবে বলা যায় যে, 37 জন ছাত্র অর্জিত জ্ঞানের স্তরের নীচে এবং 62 জন ছাত্র অর্জিত জ্ঞানের স্তরের উপরে অবস্থান করবে। সুতরাং শতাংশ মানের গণনাতে একটি বিন্দু অথবা কোন-না-কোন প্রাপ্তাংক দেওয়া হয়ে থাকে এবং তার উপর ন্যস্ত পরিসংখ্যার মান নির্ণয় করা হয়। কিন্তু শতাংশক্রমের গণনাতে সেই বিন্দুর উপর ন্যস্ত পরিসংখ্যার মান বা কোন-না-কোন স্থান নির্ণয় করা হয়। সুতরাং শতাংশক্রম কোন দলের কোন ব্যক্তির অবস্থান নির্ধারণের জন্য ব্যবহার করা হয়।

(ক) **শতাংশক্রমের নির্ণয় (Calculation of PR) :** যখন কোন সংখ্যা (N) কম হয় এবং বিশেষত্ব অনুসারে সংখ্যাগুলিকে শ্রেণী ক্রমে (rank order) সাজানো যায় তখন শতাংশক্রম নিম্ন সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় করা যেতে পারে।

সূত্র :

$$PR = 100 - \left(\frac{100R - 50}{N}\right) \cdots\cdots (5)$$

যেখানে, PR = শতাংশক্রম

R = ব্যক্তি বিশেষের তার দলে অবস্থান

N = দলে ব্যক্তিবর্গের সংখ্যা

উদাহরণ 5. যদি এম. এ. (শিক্ষাতত্ত্ব) শ্রেণীর 25 জন ছাত্র-ছাত্রীর উপর পরিসংখ্যাবিষয়ক অর্জিত জ্ঞানের অভীক্ষা প্রয়োগ করে তাদের কৃতকার্য অনুসারে ক্রমানুযায়ী সাজানো হয় এবং তাতে নীলাদ্রি ষষ্ঠস্থান প্রাপ্ত হয়, তাহলে তার শতাংশ ক্রম কি হবে ? (**If after administering an achievement test on statistics on 25 male and female students belonging to M.A. (Education) class, they are arranged according to the rank order of their performances and in it Niladri scores 6th position, what will be his percentile rank ?**)

সমাধান :

$$\text{নীলাদ্রীর } PR = 100 - \left(\frac{100 \times 6 - 50}{25}\right)$$

$$= 100 - \frac{550}{25}$$

$$= 100 - 22 = 78$$

নীলাদ্রীর শতাংশক্রম হল 78 ; অর্থাৎ শতকরা 78 জন ছাত্র-ছাত্রী তার থেকে কম সংখ্যা লাভ করে।

উদাহরণ 6. 20 জন চিত্রাভিনেত্রীকে ক্রমানুসারে সাজানো হল এবং হেমামালিনীকে অভিনয়ের দৃষ্টিতে 12তম স্থান, নর্তকীর দৃষ্টিতে 15তম স্থান এবং আকর্ষণের দৃষ্টিতে 4র্থ স্থান নির্দেশ করা হল। এখন কোন্ দৃষ্টিতে সে শ্রেষ্ঠ? (20 film stars are arranged according to rank order and from the standpoints of playing, dance and attraction Hemamalini is indicated 12th, 15th and 4th positions respectively. Now in what standpoint is she superior ?)

সমাধান :

অভিনয়ের দৃষ্টিতে হেমার PR

$$= 100 - \left(\frac{100 \times 12 - 50}{20}\right)$$

$$= 42{\cdot}5$$

নর্তকীর দৃষ্টিতে হেমার PR

$$= 100 - \left(\frac{100 \times 15 - 50}{20}\right)$$

$$= 27{\cdot}5$$

আকর্ষণের দৃষ্টিতে হেমার PR

$$= 100 - \left(\frac{100 \times 4 - 50}{50}\right)$$

$$= 82{\cdot}5$$

এর থেকে বলা যায় যে, আকর্ষণের দৃষ্টিতে হেমা সর্বশ্রেষ্ঠ। কারণ তার শতাংশ-ক্রম (82·5) অন্যান্যদের তুলনায় সবচেয়ে বেশী।

উদাহরণ 7. এমন একজন ছাত্রের শতাংশক্রম (PR) নির্ণয় কর যাকে 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 এবং 10 ক্রমিক রূপে সাজানো হয়েছে (Calculate PR of such a student who is ranked according to 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 and 10 order)।

সমাধান :

একজন ছাত্রের শতাংশক্রম যখন তার ক্রম—

$$PR_1 = 100 - \left(\frac{100 \times 1 - 50}{10}\right)$$

$$= 100 - \frac{50}{10} = 100 - 5 = 95$$

$$PR_2 = 100 - \left(\frac{100 \times 2 - 50}{10}\right)$$

$$= 100 - \frac{150}{10} = 100 - 15 = 85$$

$$PR_3 = 100 - \left(\frac{100 \times 3 - 50}{10}\right) = 100 - \frac{250}{10}$$

$$= 100 - 25 = 75$$

$$PR_4 = 100 - \left(\frac{100 \times 4 - 50}{10}\right) = 100 - \frac{350}{10}$$

$$= 100 - 35 = 65$$

$$PR_5 = 100 - \left(\frac{100 \times 5 - 50}{10}\right)$$

$$= 100 - \frac{450}{10} = 100 - 45$$

$$= 55$$

$$PR_6 = 100 - \left(\frac{100 \times 6 - 50}{10}\right)$$

$$= 100 - \frac{550}{10} = 100 - 55$$

$$= 45$$

$$PR_7 = 100 - \left(\frac{100 \times 7 - 50}{10}\right)$$

$$= 100 - \frac{650}{10} = 100 - 65$$

$$= 35$$

$$PR_8 = 100 - \left(\frac{100 \times 8 - 50}{10}\right)$$

$$= 100 - \frac{750}{10} = 100 - 75$$

$$= 25$$

$$PR_9 = 100 - \left(\frac{100 \times 9 - 50}{10}\right)$$

$$= 100 - \frac{850}{10} = 100 - 85$$

$$= 15$$

$$PR_{10} = 100 - \left(\frac{100 \times 10 - 50}{10}\right)$$

$$= 100 - \frac{950}{10} = 100 - 95$$

$$= 5$$

(খ) বিন্যস্ত রাশিতথ্যমালা থেকে শতাংশক্রমের (PR) গণনা (Calculation of percentile from the grouped data)

বিন্যস্ত পরিসংখ্যা বিভাজন থেকে নিম্নলিখিত দু'টি সূত্রের সাহায্যে শতাংশক্রম (PR) নির্ণয় করা যায় :

সূত্র :

$$PR = F + \left\{ f_p \times \frac{S - L_L}{i} \right\} \times \frac{100}{N} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (6)$$

যেখানে, PR = শতাংশ ক্রম

F = যে যে শ্রেণীতে শতাংশক্রম আছে তার নীচের শ্রেণীর শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (C_f%)

f_p = যে শ্রেণীতে শতাংশক্রম আছে তার পরিসংখ্যা (f)

S = যে প্রাপ্তাংকের শতাংশ বিন্দু নির্ণয় করতে হবে

L_L = যে শ্রেণীতে শতাংশক্রম আছে তার নিম্নসীমা

i = শ্রেণী প্রসার,

N = মোট পরিসংখ্যা

সূত্র :

$$PR = \frac{100}{N}\left[F_b + \frac{(X - L)f}{i}\right] \cdots \quad \cdots \quad (7)$$

যেখানে, PR = শতাংশক্রম

N = মোট পরিসংখ্যা

F_b = যে যে শ্রেণীতে শতাংশক্রম আছে তার নীচের শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা

L = যে শ্রেণীতে শতাংশক্রম আছে তার নিম্নসীমা

i = শ্রেণী প্রসার

X = যে প্রাপ্তাংকের শতাংশ বিন্দু নির্ণয় করতে হবে

f = যে শ্রেণীতে শতাংশক্রম আছে তার পরিসংখ্যা

শতাংশক্রমের গণনার সোপান (Steps for calculating PR)

॥ এক ॥ শতাংশক্রম সম্বন্ধীয় প্রাপ্তাংক যে শ্রেণীবিভাগে অবস্থান করে তা নির্ণয় করতে হয়।

॥ দুই ॥ যে শ্রেণীতে ঐ প্রাপ্তাংক ন্যস্ত থাকে তার নিম্নসীমা নির্ণয় করতে হয়।

॥ তিন ॥ যে যে শ্রেণীতে শতাংশক্রম আছে তার নীচের শ্রেণীর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা নির্ধারণ করতে হয়।

॥ চার ॥ শ্রেণীপ্রসার স্থির করতে হয়।

॥ পাঁচ ॥ যে শ্রেণীতে শতাংশক্রম আছে তার পরিসংখ্যা নির্ধারণ করতে হয়।

॥ ছয় ॥ মোট পরিসংখ্যা স্থির করতে হয়।

উদাহরণ 8. উদাহরণ (2) এ বিন্যস্ত রাশি থেকে 40 এবং 25 প্রাপ্তাংকগুলির শতাংশক্রম নির্ণয় কর (**Calculate PR of 40 and 25 scores from grouped data of example 2.**)

সমাধান :

পূর্বোক্ত সোপানগুলি অনুসারে নিম্নলিখিত মান পাওয়া যায়—

সারণী 5.2

ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা এবং শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা

প্রাপ্তাংক (X)	পরিসংখ্যা (f)	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (C_f)	শতকরা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (C_f%)
45—50	2	40	100·00
40—45	3	38	95·0
35—40	3	35	87·5
30—35	9	32	80·0
25—30	12	23	57·5
20—25	7	11	27·5
15—20	3	4	10·0
10—15	1	1	2·5

সূত্র (6) প্রয়োগ ক'রে

$$PR_{40} = F + \left\{ f_b + \frac{S - L_L}{i} \right\} \times \frac{100}{N}$$

যেখানে, $F = 87{\cdot}5$, $f_b = 3, S = 40$, $L_L = 39{\cdot}5$

$i = 5$, $N = 40$

$$PR_{40} = 87{\cdot}5 + \left\{ 3 \times \frac{40 - 39{\cdot}5}{5} \right\} \times \frac{100}{40}$$

$$= 87{\cdot}5 + \left\{ 3 \times \frac{0{\cdot}5}{5} \right\} \times \frac{5}{2}$$

$$= 87{\cdot}5 + \left\{ \frac{1{\cdot}5}{5} \times \frac{5}{2} \right\}$$

$$= 87{\cdot}5 + \frac{7{\cdot}5}{10} = 87{\cdot}5 + 75$$

$$= 88{\cdot}25$$

$$P_{25} = F + \left\{ f_b \times \frac{S - L_L}{i} \right\} \times \frac{100}{N}$$

যেখানে, $F=27{\cdot}5$, $f_b=12$, $S=25$,
$L_L=24{\cdot}5$, $i=5$, $N=40$

$$P_{25}=27{\cdot}5+\left\{12\times\frac{25-24{\cdot}5}{5}\right\}\times\frac{5}{2}$$

$$=27{\cdot}5+\left\{12\times\frac{{\cdot}5}{5}\times\frac{5}{2}\right\}=27{\cdot}5+3{\cdot}0$$

$$=30{\cdot}5$$

সূত্র (7) প্রয়োগ করে

$$PR_{40}=\frac{100}{N}\left[F_b+\frac{(X-L)\,f}{i}\right]$$

যেখানে, $N=40$, $F_b=35$, $X=40$, $L=39{\cdot}5$
$f=3$, $i=5$

$$PR_{40}=\frac{100}{40}\left[35+\frac{(\ 0-39{\cdot}5)\times 3}{5}\right]$$

$$=\frac{5}{2}\left[35+\frac{1\ 5}{5}\right]$$

$$=\frac{5}{2}\times\left[35+{\cdot}3\ \right]$$

$$=\frac{5}{2}\times 35{\cdot}3=\frac{176{\cdot}5}{2}=88{\cdot}25$$

$$PR_{25}=\frac{100}{N}\left[F_b+\frac{(X-L)f}{i}\right]$$

যেখানে, $N=40$, $F_b=11$, $X=25$, $L=24{\cdot}5$
$f=12$, $i=5$

$$PR_{25}=\frac{100}{40}\left[11+\frac{(25-24{\cdot}5)12}{5}\right]$$

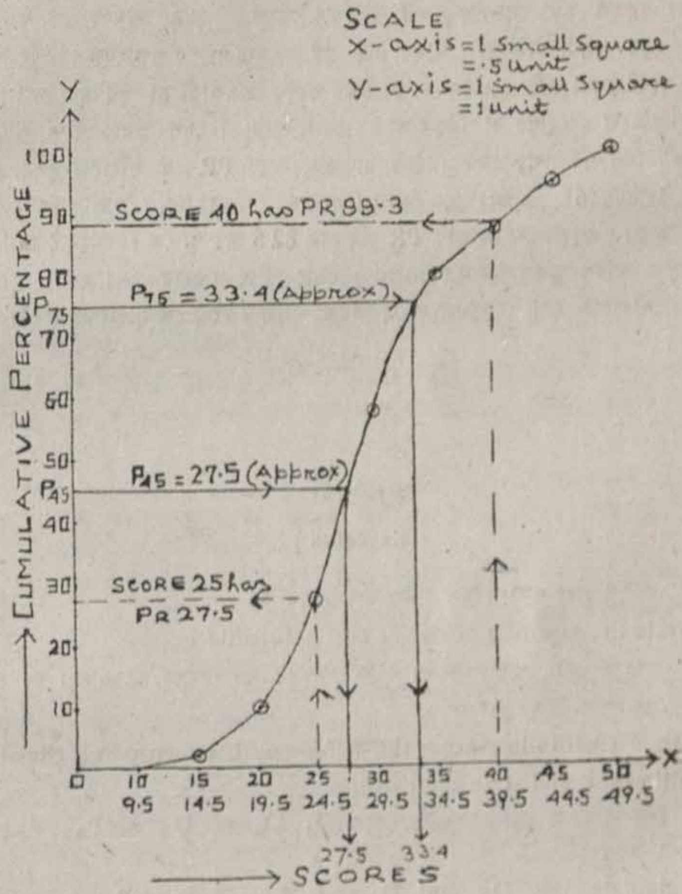
$$=\frac{5}{2}\left[11+\frac{5}{5}\times 12\right]$$

$$=\frac{5}{2}\left[11+\frac{6{\cdot}0}{5}\right]$$

$$=\frac{5}{2}\left[11+1\ 2\right]$$

$$=\frac{5}{2}\times 12{\cdot}2=30{\cdot}5$$

উদাহরণ 9. উদাহরণ (2) এ বিন্যস্ত রাশিতথ্যমালা থেকে P_{75} এবং P_{45} ও 40 এবং 25 প্রাপ্তাংকগুলির শতাংশক্রম (**Percentile rank**) লেখচিত্রের সাহায্যে দেখাও (**Show through graph PR of scores 40 and 25 and P_{75} and P_{45} from the grouped data in Example 2.**)



চিত্র সংখ্যা : 5.1

লেখ চিত্র থেকে স্পষ্টভাবে বোঝা যায় যে,

$P_{75} = 33{\cdot}4$ আসন্ন

$P_{45} = 27{\cdot}5$ আসন্ন

40 প্রাপ্তাংকের PR = 88·3

25 প্রাপ্তাংকের PR = 27·5

শতাংশক্রমের উপযোগিতা
(Utility of Percentile Rank)

সাধারণভাবে মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষাবিষয়ক পরীক্ষা নিরীক্ষার ক্ষেত্রে শতাংশক্রম ব্যবহার করা হয়ে থাকে। রাশিতথ্য ব্যাখ্যা করার বিভিন্ন পদ্ধতিসমূহের মধ্যে PRএর সাহায্যে ব্যাখ্যা করা অন্যতম একটি প্রচলিত পদ্ধতি। যখন আমরা দুই ব্যক্তির কোন গুণের তুলনা করি তখন আমরা এই দুই ব্যক্তির গুণের শতাংশক্রম নির্ণয় করে তাদের মধ্যে তুলনা করি এবং কে কতটা উত্তম গুণের অধিকারী তা স্থির করতে পারি। দুই জনের মধ্যে কে শ্রেষ্ঠ বা নিকৃষ্ট তাও এর সাহায্যে নির্দেশ করা যেতে পারে। তাছাড়া বিভিন্ন গুন সম্পন্ন একই ব্যক্তির গুণগুলির মধ্যে PR এর সাহায্যে তুলনা করা যায়। উদাহরণ (6) এ স্পষ্টভাবে দেখানো হয়েছে যে, হেমামালিনী আকর্ষণ করার দৃষ্টিতে শ্রেষ্ঠ। কারণ এখানে তার PR এর মান 82·5 এর অধিক। মনোবৈজ্ঞানিক পরীক্ষাতে আদর্শ তুল্যাংকমান (norm) হিসাবে PR ব্যবহার করা যেতে পারে। এর সাহায্যে সহজে বলা যেতে পারে যে, অমুক ব্যক্তির মধ্যে কোন্ গুণের কতটা স্তর বর্তমান।

অনুশীলনী
(Exercise)

1. দশাংশ এবং শতাংশ পদ দু'টির অর্থ উল্লেখ কর।

(State the meaning of decile and percentile)

2. শতাংশ এবং শতাংশক্রমের মধ্যে পার্থক্য উদাহরণসহ আলোচনা কর এবং তাদের উপযোগিতা উল্লেখ কর।

(Discuss with illustration the difference between percentile and percentile rank and state their utility.)

3. নিম্ন অবিন্যস্ত প্রাপ্তাংকগুলি থেকে D_1, D_4 এবং D_6 এবং P_{18}, P_{30} ও P_{62} নির্ণয় কর।

(Calculate D_1, D_4 and D_6 and P_{18}, P_{30} and P_{63} from the following ungrouped scores.) :

40, 37, 29, 28, 35, 27, 20, 22, 32, 42, 30, 31, 26, 21, 34.

4. পর পৃষ্ঠায় দ্রষ্টব্য বিন্যস্ত প্রাপ্তাংকগুলি থেকে D_3, D_7 and D_9 এবং P_{23}, P_{47}, P_{72} এবং P_{96} নির্ণয় কর।

(Calculate D_3, D_7 and D_9 and P_{23}, P_{47}, P_{72} and P_{96} from the grouped scores given in the next page) :

প্রাপ্তাংক (Scores)	পরিসংখ্যা (f)
50—54	2
45—49	3
40—44	8
35—39	10
30—34	12
25—29	10
20—24	3
15—19	2

5. কিভাবে পরিসংখ্যা বিভাজনের প্রাপ্তাংকগুলি হতে শতাংশ ক্রমের গণনা করা যায় ? তার উপযোগিতা সম্বন্ধে আলোচনা কর।

(**How can PR be calculated from the frequency distribution of scores ? Discuss its utility**)

6. যদি কোন কলেজের 50 জন শিক্ষার্থীদের কর্মকুশলতা অনুসারে ক্রমানুযায়ী সাজানো হয়, তাহলে প্রথম, পঞ্চম, দশম, বিংশতম, ত্রিশতম এবং দ্বিতীয় শিক্ষার্থীদের শতাংশক্রম কি হবে ?

(**If 50 students in a college are arranged in rank order according to their performances, what will be PR'S of 1st, 5th, 10th, 20th, 30th and 2nd students ?**)

7. নিম্নে প্রদত্ত পরিসংখ্যা বিভাজনের সাহায্যে লেখচিত্র তৈরী কর এবং চিত্র হতে P_{25}, P_{30}, P_{60}, P_{75} এবং P_{90} মানগুলি নির্ধারণ কর। গণনাকৃত এই মানগুলির সঙ্গে লেখচিত্রের সাহায্যে নির্ণয়কৃত মানগুলির তুলনা কর।

(**Prepare a graph from the following frequency distribution and from this graph calculate P_{25}, P_{30}, P_{60}, P_{75} and P_{90}. Compare the graphically determined values with those of calculated values.**)

প্রাপ্তাংক (Score)	23–25	26–28	29–31	32–34	35–37	38–40	41–43	44–46	47–49	50–52	53–55	56–58
পরিসংখ্যা (f)	2	4	8	22	10	8	5	6	4	3	2	1

8. শতাংশ বিন্দু এবং শতাংশ ক্রম বলতে কি বোঝ ? উদাহরণসহ তাদের পার্থক্য উল্লেখ কর। শিক্ষামূলক এবং মনোবৈজ্ঞানিক পরিমাপে তাদের নির্ধারণের গুরুত্ব সম্বন্ধে আলোচনা কর।

(**What is meant by percentile point and percentile rank ? Illustrate their difference with examples. Discuss the importance of determining percentile rank and percentile points in educational and psychological measurement.**)

9. একটি অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক অভীক্ষাকে A এবং B সূচক দুইদল ছাত্রদের উপর প্রয়োগ করা হ'ল। প্রাপ্তাংকগুলিকে নিম্নোক্তভাবে পরিসংখ্যা বিভাজনে সন্নিবেশিত করা হল :

(An achievement test was administered on two groups of students A & B. The obtained scores were placed in a frequency distribution as follows :)

প্রাপ্তাংক (Score)	90 - 99	80—89	70—79	60—69	50—59	40—49	30—39	20—29	10—19	0—9	N
দল—A (f)	0	1	1	2	4	5	6	11	12	8	50
দল—B (f)	3	6	10	18	25	35	28	16	9	0	150

(ক) একই অক্ষের উপর A এবং B সূচক বিভাজন দু'টির লেখচিত্র স্থাপন কর।

(Plot graphs of the two distributions A and B upon the same axes.)

(খ) প্রতিটি লেখচিত্র হতে P_{30}, P_{60}, P_{70} এবং P_{80} গণনা কর।

(Calculate P_{30}, P_{60}, P_{70} and P_{80} from each of the graphs.)

(গ) দল 'A' এবং দল 'B' বিভাজনের 45, 72 এবং 83 প্রাপ্তাংকগুলির শতাংশ-ক্রম নির্ণয় কর।

(Calculate PR's of scores 45, 72 and 83 in group 'A' and group 'B' distributions.)

10. সংক্ষিপ্ত টীকা লেখ (Write short notes on) :

(ক) শতাংশ বিন্দু
(Percentile point)

(খ) দশমাংশ
(Deciles)

(গ) শতাংশ
(Percentile)

উত্তরমালা
(Answers)

3. $D_1 = 20.6$ $P_{18} = 21.88$
$D_4 = 29.4$ $P_{30} = 26.8$
$D_6 = 33.2$ $P_{62} = 33.84$

6. 99, 91, 81, 61, 41, 97

ষষ্ঠ পরিচ্ছেদ

বিস্তৃতির পরিমাপ
(Measures of Dispersion)

কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপগুলি (Measures of central tendency) কোন পরিসংখ্যা বিভাজন বা রাশিতথ্যমালার বৈশিষ্ট্য সম্পর্কে সকল সময় সঠিকভাবে আলোকপাত করতে পারে না। পূর্বেই উল্লেখ করা হয়েছে যে, কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ যে কোন রাশিমালার মানগুলি সহজ ও সংক্ষিপ্তভাবে প্রকাশে সাহায্য করতে পারে। কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ রাশিতথ্যমালার একটি প্রতিনিধিস্থানীয় মান। কিন্তু এই পরিমাপগুলির (যেমন, গড়, মধ্যমমান বা ভূয়িষ্ঠক) দ্বারা রাশিমালার সামগ্রিক বৈশিষ্ট্য প্রকাশ করা গেলেও রাশিমালার সবরকম ধর্ম তাদের দ্বারা প্রকাশ করা যায় না। তাছাড়া তাদের সাহায্যে রাশিমালার সমধর্মীতা (homogeneity) বা অসমধর্মীতা (heterogeneity) নির্ণয় করাও সম্ভব হয় না। ফলে মনোবৈজ্ঞানিক, সমাজতত্ত্ব বা শিক্ষাবিষয়ক তথ্যসমূহের প্রকৃত তাৎপর্য কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ দ্বারা ব্যক্ত করা যায় না। বিষয়টি ভালভাবে অনুধাবনের জন্য নীচের উদাহরণ দু'টি লক্ষ্য করা যাক :

উদাহরণ 1.

বিষয়	প্রাপ্তাংক 'ক' ছাত্র	প্রাপ্তাংক 'খ' ছাত্র
বাংলা	45	32
ইংরাজী	42	25
ব্যবসায় সংগঠন	50	61
অর্থনীতি	48	52
হিসাবশাস্ত্র	55	70

উদাহরণ 2.

বিষয়	প্রাপ্তাংক 'ক' ছাত্র	প্রাপ্তাংক 'খ' ছাত্র
বাংলা	34	54
ইংরাজী	38	56
ব্যবসায় সংগঠন	46	66
অর্থনীতি	40	59
হিসাবশাস্ত্র	42	65

উদাহরণ 1-এ 'ক' ও 'খ' উভয় ছাত্রের বিভিন্ন বিষয়ে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের গড় 48 কিন্তু 'ক' ছাত্রের ক্ষেত্রে বিভিন্ন বিষয়ে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির গড় হতে প্রাপ্তাংকগুলির মানের পার্থক্য, 'খ' ছাত্রের বিভিন্ন বিষয়ে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির গড় হতে প্রাপ্তাংক-গুলির মানের পার্থক্য অপেক্ষা অনেক কম। অন্য কথায় বলা যায় যে, 'ক' ছাত্রের ক্ষেত্রে বিভিন্ন বিষয়ের নম্বরগুলি কেন্দ্রীয় প্রবণতা পরিমাপক সংখ্যা বা গড়ের খুব কাছাকাছি, কিন্তু 'খ' ছাত্রের ক্ষেত্রে তাদের মানসমূহ গড় হতে বেশী বিস্তৃত।

আবার 2নং উদাহরণে 'ক'-এর প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের গড় 40, কিন্তু 'খ'-এর ক্ষেত্রে উক্ত গড় 60, অর্থাৎ উভয়েরই বিভিন্ন বিষয়ে প্রাপ্ত প্রাপ্তংকগুলির নিজেদের গড় হতে প্রাপ্তাংকের মানের পার্থক্যে খুব বেশী বৈষম্য নেই।

পূর্বোক্ত আলোচনার ভিত্তিতে বলা যায় যে, কেন্দ্রীয় প্রবণতা পরিমাপক সংখ্যার সাহায্যে কোন দলের সমধর্মীতা (homogeneity) বা অসমধর্মীতা (heterogeneity) নির্ণয় করা সম্ভব হয় না। প্রাপ্তাংকগুলিতে কোন-না-কোন প্রকার বৈষম্য প্রায় সর্বদাই বর্তমান থাকে। সুতরাং শুধুমাত্র গড়ের সাহায্যে কোন পরিসংখ্যা বিভাজন বা রাশিতথ্যমালার বৈষম্যের সার্বিক প্রকাশ সম্ভব নয়। এইরূপ অবস্থাতে কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপক হতে প্রাপ্তাংকগুলি কতখানি বিস্তৃত বা প্রাপ্তাংকগুলির পার্থক্য (deviation) বা ভেদ (variation) কতখানি তা জানার জন্য বিস্তৃতি (dispersion)পরিমাপের প্রয়োজন।

অন্যভাবে বলা যেতে পারে যে, শুধুমাত্র গড়ের সাহায্যে কোন পরিসংখ্যা বিভাজন বা রাশিতথ্যমালার সঠিক প্রকাশ সম্ভব নয়। এইজন্য রাশিসমূহের মানগুলি তাদের গড়ের চতুষ্পার্শ্বে কিভাবে বিস্তৃত অথবা তাদের পরস্পরের মধ্যে মানের পার্থক্য কিরূপ তারও পরিমাপ প্রয়োজন। গড় হতে রাশিতথ্যমালার মানসমূহের পার্থক্য (deviation) বা ভেদ (variation) পরিমাপক সংখ্যাকে পরিসংখ্যানে বিস্তৃতি (Dispersion) বলে।

সংজ্ঞা ঃ বিস্তৃতির পরিমাপ (Definition : Measure of Dispersion)

যে সংখ্যাগত পরিমাপের সাহায্যে কোন পরিসংখ্যা বিভাজন বা রাশিতথ্যমালার মানসমূহ তাদের পরিসংখ্যান গড়ের চতুর্দিকে কিভাবে বিস্তৃত (Scattered or Dispersed) অথবা মানসমূহের সঙ্গে পরিসংখ্যান গড়ের পার্থক্য (deviation) বা ভেদ (variation) প্রকাশ করা হয়, তাকে **বিস্তৃতির পরিমাপ** (**Measure of Dispersion**) বলে।

বিস্তৃতি পরিমাপক একক সংখ্যা পরিসংখ্যান গড় হতে রাশিগুলির মানের পার্থক্য সমূহকে প্রকাশ করে বলে একে **দ্বিতীয় পর্যায়ের** (**Second order**) **গড়ও বলে**। যে পরিসংখ্যান গড় হতে রাশিগুলির মানের পার্থক্য খুব অধিক তার বাস্তব ক্ষেত্রে গুরুত্ব খুবই কম। কোন একটি পরিসংখ্যান গড় রাশিতথ্যমালার যথাযথ প্রতিভূ কিনা বিস্তৃতির পরিমাপ তা বুঝতে সাহায্য করে।

একটি আদর্শ বিস্তৃতি পরিমাপকের নিম্নলিখিত গুণাবলী থাকা বাঞ্ছনীয় ঃ

॥ **এক** ॥ এটি সহজে বোধগম্য হবে।

॥ **দুই** ॥ এর মান নির্ণয়ে রাশিতথ্যমালার প্রতিটি মান ব্যবহৃত হবে।

॥ **তিন** ॥ এটি সহজ গাণিতিক প্রক্রিয়ায় নির্ণয় করা যাবে।

॥ **চার** ॥ এর সংজ্ঞা পূর্ণ ও দ্ব্যর্থহীন হবে।

॥ **পাঁচ** ॥ অতিরিক্ত বীজগাণিতিক গণনা কার্যে এর ব্যবহার খুব সুবিধাজনক হবে।

॥ **ছয়** ॥ প্রান্তীয় মানসমূহের দ্বারা এর মান খুব বেশী প্রভাবিত হবে না।

॥ **সাত** ॥ এর মান এমন হওয়া প্রয়োজন যাতে নমুনা বিচ্যুতি (sampling error) ক্ষুদ্রতম হয়।

বিস্তৃতির পরিমাপকসমূহ (Measures of Dispersion)

বিস্তৃতির পরিমাপকসমূহকে প্রধানতঃ দুইভাগে ভাগ করা হয় :

॥ এক ॥ **বিস্তৃতির পরম পরিমাপকসমূহ (Absolute Measures of Dispersion)**

॥ দুই ॥ **বিস্তৃতির আপেক্ষিক পরিমাপকসমূহ (Relative Measures of Dispersion)**

বিস্তৃতি পরিমাপক একক সংখ্যাকে প্রদত্ত রাশিতথ্যমালার মানসমূহের এককে প্রকাশ করে বিস্তৃতির পরম পরিমাপ নির্ণয় করা হয়। পক্ষান্তরে, পরম বিস্তৃতির পরিমাপ ও কোন পরিসংখ্যান গড়ের অনুপাতের দ্বারা বিস্তৃতির আপেক্ষিক পরিমাপ নির্ণয় করা হয়। বিস্তৃতির এইরূপ পরিমাপকে বিস্তারাঙ্ক (coefficient of dispersion) বলা হয়। লক্ষণীয় যে, বিস্তারাঙ্ক কেবল একটি সংখ্যা, এর কোন একক থাকে না।

নিম্নে বিস্তৃতির দুইপ্রকার পরিমাপকসমূহ সম্বন্ধে আলোচনা করা হল :

বিস্তৃতির পরম পরিমাপকসমূহ (Absolute Measures of Dispersion) :

বহুল ব্যবহৃত বিস্তৃতির পরম পরিমাপকগুলি হল :

(ক) **প্রসার (Range)**

(খ) **চতুর্থাংশ পার্থক্য (Quartile Deviation or Semi-interquartile Range)**

(গ) **গড় পার্থক্য বা বিচ্যুতি (Mean or Average Deviation)**

(ঘ) **সমক পার্থক্য (Standard Deviation)**

(ক) প্রসার (Range)

সংকেত চিহ্ন = R

প্রসার হল বিস্তৃতির সর্বাপেক্ষা সহজ ও সরল পরিমাপক এবং এর মান রাশিতথ্যমালার অন্তর্গত বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম রাশিদ্বয়ের অন্তর ফলের সমান। অর্থাৎ রাশিমালার সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মানের ব্যবধান হল ঐ রাশিমালার প্রসার। প্রসার দ্বারা একটি দূরত্ব বা বিস্তৃতি বোঝায়। কেন্দ্রীয় প্রবণতার ন্যায় এটি কোন স্থান বা বিন্দু নয়। প্রসারের একক (unit) তথ্য সামগ্রীর এককের দ্বারা প্রকাশ করা হয়। যেমন, আমরা যদি কয়েক জন ছাত্রর উচ্চতা পরিমাপ করি, তাহলে ঐ পরিমাপগুলির প্রসার হবে উচ্চতার একক।

সাধারণভাবে অবিন্যস্ত ও বিন্যস্ত রাশিমালার ক্ষেত্রে প্রসার নিম্ন সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় করা যায়—

সূত্র (অবিন্যস্ত রাশিমালা) :

প্রসার (R) = রাশির বৃহত্তম মান (highest score)—তার নিম্নতম মান (lowest score) = H.S.—L.S. … … … … (1)

সূত্র (বিন্যস্ত রাশিমালা) :

প্রসার (R) = সর্বোচ্চসীমা (U_L) — সর্বনিম্নসীমা (L_L)

$= U_L - L_L$ … … … … (2)

উদাহরণ 1. নীচে দু'টি রাশিমালা (অবিন্যস্ত ও বিন্যস্ত) দেওয়া আছে। রাশিমালা দু'টির প্রসার নির্ণয় কর (**Below are given two data—ungrouped and grouped. Find out the range from the two sets of data**) :

(A) 15, 7, 19, 18, 21, 27, 18, 12, 19, 13

(B)

শ্রেণী (Class-interval)	5—9	10—14	15—19	20—24	25—29	30—34	35—39	40—44	45—49	50—54
f	1	2	3	5	8	7	6	3	2	1

সমাধান :

(A) এখানে রাশিমালার বৃহত্তম মান = 27

এবং রাশিমালার ক্ষুদ্রতম মান = 7

সূত্র (1) অনুসারে,

প্রসার (R) = H S. – L. S.

= 27 – 7 = 20 একক।

(B) এখানে, রাশিমালার সর্বনিম্ন সীমা = 4·5

এবং রাশিমালার সর্বোচ্চ সীমা = 54·5

সূত্র (2) অনুসারে,

প্রসার (R) = $U_L - L_L$

= 54·5 – 4·5

= 50 একক।

॥ **পদ্ধতি** ॥ রাশিমালার প্রসার নির্ণয় করার জন্য নিম্ন পর্যায়ক্রমে অগ্রসর হতে হয় :

(i) রাশির সর্বনিম্ন মান বা সীমা (L. S. or L_L) নির্ধারণ করতে হয়।

(ii) রাশির বৃহত্তম মান বা সর্বোচ্চ সীমা (H. S. or U_L) নির্ধারণ করতে হয়।

(iii) শর্তানুসারে সূত্রের (R = H S. – L. S. or R = $U_L - L_L$) সাহায্যে প্রসার নির্ণয় করতে হয়।

প্রসারের ধর্ম (Properties of Range)

॥ **এক** ॥ প্রসার কেবলমাত্র উর্ধ্ব ও নিম্ন সীমার পার্থক্য প্রকাশ করে।

॥ **দুই** ॥ প্রসারের সাহায্যে মধ্যবর্তী প্রাপ্তাংক সম্পর্কে কিছু জানা যায় না।

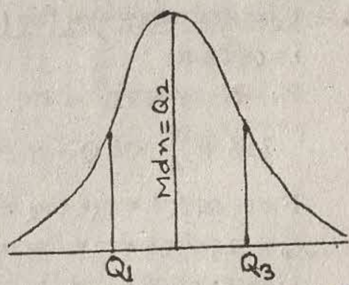
॥ **তিন** ॥ প্রসার প্রাপ্তাংকের সংখ্যার (N) উপর নির্ভর করে।

(খ) চতুর্থাংশ পার্থক্য

(Quartile Deviation or Semi-interquartile Range)

সংকেত চিহ্ন = Q

চতুর্থাংশ পার্থক্য বিস্তৃতির একটি পরম পরিমাপক। এর মান তৃতীয় চতুর্থক (Q_3) এবং প্রথম চতুর্থকের (Q_1) অন্তর ফলের অর্ধাংশের সমান। যখন কোন বিন্যস্ত পরিসংখ্যা বন্টনকে পরিমাপক মাপনি অনুসারে সমান চার ভাগে ভাগ করা হয় এবং মধ্যবর্তী দুই অংশকে সমদ্বিখণ্ডিত করা হয়, তখন প্রথম ও দ্বিতীয় ভাগের গড়কে প্রথম চতুর্থাংশ (Q_1), দ্বিতীয় ও তৃতীয় ভাগের গড়কে দ্বিতীয় চতুর্থাংশ (Q_2) বা মধ্যম মান (Mdn) এবং তৃতীয় ও চতুর্থ ভাগের গড়কে তৃতীয় চতুর্থাংশ (Q_3) বলা হয়। অন্যভাবে বলা যায় যে, পরিমাপক মাপনির যে বিন্দুর নীচে শতকরা 50 ভাগ প্রাপ্তাংক থাকে, তাকে মধ্যমমান (Median) বলা হয়। এই মধ্যমমানকে Q_2 বা P_{50} বিন্দু হিসাবেও প্রকাশ করা হয়। আবার ঐ মাপনির যে বিন্দুর নীচে 25% প্রাপ্তাংক থাকে, তাকে প্রথম চতুর্থাংশ বিন্দু (First Quartile) বা Q_1 বা P_{25} বলা হয়। যে বিন্দুর নীচে 75% প্রাপ্তাংক থাকে তাকে তৃতীয় চতুর্থাংশ বিন্দু (Third Quartile) বা Q_3 বা P_{75} বলা হয়। পার্শ্বের লেখচিত্রে (6.1) Q_1, Q_2 এবং Q_3 এর অবস্থান দেখানো হয়েছে। পরিমাপক মাপনির Q_1 এবং Q_3 বিন্দু দু'টির মধ্যবর্তী দূরত্বকে বলা হয় আন্তঃ চতুর্থাংশ বিন্দু দূরত্ব (inter-quartile range), অর্থাৎ আন্তঃ চতুর্থাংশ বিন্দু দূরত্ব $= Q_3 - Q_1$ বা, $P_{75} - P_{25}$। এই দূরত্বের অর্ধেক দৈর্ঘ্যকে বলা হয় চতুর্থক বা চতুর্থাংশ বিচ্যুতি (Semi-interquartile range বা Quartile deviation)। এই ধারণা অনুযায়ী চতুর্থাংশ পার্থক্য বা বিচ্যুতি নিম্ন সূত্র দু'টির সাহায্যে নির্ণয় করা যায়।



চিত্র সংখ্যা 6.1 - স্বাভাবিক বন্টনে চতুর্থাংশ বিন্দুগুলির অবস্থান

সূত্র :

$$\text{চতুর্থাংশ পার্থক্য (Q)} = \frac{Q_3 - Q_1}{2} \quad \cdots (3)$$

$$\text{চতুর্থাংশ পার্থক্য (Q)} = \frac{P_{75} - P_{25}}{2} \quad \cdots (4)$$

পূর্বের আলোচনার পরিপ্রেক্ষিতে একথা বলা যায় যে, চতুর্থাংশ পার্থক্য (Q) নির্ণয় করার জন্য Q_2 ও Q_1-এর দূরত্ব এবং Q_3 ও Q_2-এর দূরত্বের গড়

নির্ণয় করতে হয়। এই ধারণা অনুযায়ী চতুর্থাংশ বিচ্যুতি (Q) নীচের সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় করা যায়।

সূত্র :

$$\text{চতুর্থাংশ পার্থক্য } (Q) = \frac{(Q_2 - Q_1) + (Q_3 - Q_2)}{2} \qquad \cdots (5)$$

এই সূত্রগুলি থেকে লক্ষ্য করা যায়, Q নির্ণয় করার জন্য Q_1 ও Q_3 নির্ণয় করার প্রয়োজন হয়। Q_1 ও Q_3 নির্ধারণ করার জন্য মধ্যমমান (Median) নির্ণয়ের পদ্ধতিই প্রয়োগ করা হয়। নীচের সাধারণ সূত্রের সাহায্যে Q_1 ও Q_3 নির্ণয় করা যায়।

$$P_p = L_L + i\left(\frac{P_N - F}{f_p}\right) \qquad \cdots (6)$$

যেখানে,

P_p = প্রয়োজনীয় শতাংশ বিন্দু (এখানে, Q_1 বা Q_3)

i = শ্রেণীপ্রসার

P_N = N-এর শতকরা যত ভাগ প্রয়োজন (এখানে, Q_1-এর ক্ষেত্রে N-এর 25% বা $\frac{N}{4}$ এবং Q_3-এর ক্ষেত্রে N-এর 75% বা $\frac{3N}{4}$)

F = যে শ্রেণীতে শতাংশ বিন্দু আছে তার নীচ পর্যন্ত পরিসংখ্যায় যোগফল

f_p = যে শ্রেণীতে শতাংশ বিন্দু আছে তার পরিসংখ্যা

L_L = যে শ্রেণীতে শতাংশ বিন্দু আছে তার নিম্নসীমা

একটি উদাহরণ নিয়ে আলোচনা করলে Q নির্ণয় করার পদ্ধতি সম্বন্ধে বোঝা যাবে।

উদাহরণ 2. নিম্ন রাশিতথ্যের সাহায্যে চতুর্থাংশ পার্থক্য (Q) নির্ণয় কর (**Calculate Q from the following data**) :

প্রাপ্তাংক (scores)	পরিসংখ্যা (f)
40—44	3
35—39	3
30—34	5
25—29	7
20—24	5
15—19	3
10—14	2
	N = 28

সমাধান :

সারণী 6.1

শ্রেণীপ্রসার, পরিসংখ্যা ও ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা

শ্রেণীপ্রসার (class-limit)	পরিসংখ্যা (f)	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (C_f)
39·5—44·5	3	28
34·5—39·5	3	25
29·5—34·5	5	22
24·5—29·5	7	17 F=17 (Q_3-এর জন্য)
19·5—24·5	5	10
14·5—19·5	3	5 F=5 (Q_1-এর জন্য)
9·5—14·5	2	2
	N=28	

N-এর 25% বা $\frac{N}{4}=\frac{28}{4}=7$ (P_n for Q_1)

N-এর 75% বা $\frac{3N}{4}=\frac{28\times 3}{4}=\frac{84}{4}=21$ (Q_3-এর জন্য P_n)

আমরা জানি, $P_p=L_L+i\times\frac{P_N-F}{f_p}$

এখানে, P_p বা Q_1 বা P_{25} নির্ণয়ের ক্ষেত্রে, $L_L=19·5$; $i=5$; P_N বা $\frac{N}{4}=7$; $F=5$; $f_p=5$

$$\therefore Q_1=19·5+5\times\frac{7-5}{5}$$

$$=19·5+5\times\frac{2}{5}=19·5+\frac{10}{5}$$

$$=19·5+2=21·5$$

আবার, P_p বা Q_3 বা P_{75} নির্ণয়ের ক্ষেত্রে, $L_L=29·5$; $i=5$; P_N বা $\frac{3N}{4}=21$; $F=17$; $f_p=5$

$$\therefore Q_3=29·5+5\times\frac{21-17}{5}$$

$$=29·5+5\times\frac{4}{5}=29·5+\frac{20}{5}$$

$$=29·5+4=33·5$$

$$\therefore Q=\frac{Q_3-Q_1}{2}$$

$$=\frac{33·5-21·5}{2}=\frac{12}{2}=6$$

॥ **পদ্ধতি** ॥ চতুর্থাংশ পার্থক্য নির্ণয় করার জন্য পর্যায়ক্রমে অগ্রসর হতে হয়।

॥ **এক** ॥ প্রদত্ত রাশিমালার শ্রেণীগুলিকে বিস্তৃত করে লিখতে হয়।

॥ **দুই** ॥ $\frac{N}{4}$ এবং $\frac{3N}{4}$ নির্ণয় করতে হয়।

॥ **তিন** ॥ যে যে শ্রেণীতে Q_1 এবং Q_3 পড়ে, সেই সেই শ্রেণীর নিম্নতম সীমা (L_L) নির্ণয় করতে হয়।

॥ **চার** ॥ যে যে শ্রেণীতে Q_1 এবং Q_3 পড়ে, সেই সেই শ্রেণীর পরিসংখ্যা (f_m) নির্ণয় করতে হয়।

॥ **পাঁচ** ॥ শ্রেণী প্রসারের মান নির্ণয় করতে হয়।

॥ **ছয়** ॥ সূত্রে সংখ্যাগুলি প্রয়োগ করা হয়।

॥ **সাত** ॥ Q_1 এবং Q_3-র মান নির্ণয় করার পরে এদের মধ্যে পার্থক্য নির্ধারণ করে 2 দিয়ে ভাগ দেওয়া হয় এবং প্রাপ্ত অন্তর ফলই Q-এর মান হিসাবে গণ্য করা হয়।

তাৎপর্য (Significance)

এই চতুর্থাংশ পার্থক্যকে (Q) বিস্তৃতির পরিমাপ হিসাবে ব্যবহার করে রাশিমালার মধ্যবর্তী শতকরা 50 ভাগ রাশি বা প্রাপ্তাংক সম্পর্কে ধারণা করা যেতে পারে। আলোচ্য উদাহরণে বণ্টনটির মধ্যমমান হল 27·35। এই মধ্যমমান থেকে পরিমাপক মাপনির দু'দিকে 6 (Q) একক গেলে যে পরিসর পাওয়া যাবে সেই পরিসরের মধ্যে সম্পূর্ণ প্রাপ্তাংকের 50% থাকবে। অর্থাৎ আমরা যদি আলোচ্য উদাহরণের রাশিমালাটিকে কোন একদল ছাত্রের বিশেষ বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বর হিসাবে গ্রহণ করি, তাহলে $27·35 \pm 6·00$ ($Mdn \pm Q$) বা 21 35 থেকে 33·35 প্রাপ্তাংক বিস্তারের মধ্যে মোট ছাত্রসংখ্যা 50% বা 14 জনের প্রাপ্তাংক থাকবে। ঐ দলের শতকরা 25 ভাগ ছাত্র 21·35 কম প্রাপ্তাংক পেয়েছে এবং বাকি শতকরা 25 জন ছাত্র 33·35 এর বেশী প্রাপ্তাংক পেয়েছে। সুতরাং লক্ষ্য করা যাচ্ছে যে, চতুর্থাংশ পার্থক্যের দ্বারা আমরা সম্পূর্ণ বণ্টনটিকে তিনটি ভাগে ভাগ করতে পারি। মধ্যের 50% ভাগ বা অংশকে বলা হয় **স্বাভাবিক পারদর্শিতার স্তর** ; আর নীচের দিকের 25%-কে **নিম্ন পারদর্শিতার স্তর** ও উপরের দিকের 25%-কে বলা হয় **উচ্চ পারদর্শিতার স্তর**। এইভাবে চতুর্থাংশ পার্থক্যের দ্বারা বিদ্যালয়ের শিক্ষার্থীদের প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের তাৎপর্য নির্ণয় করা যেতে পারে। প্রসারের সাহায্যে বিস্তৃতি প্রকাশ করার সময় সম্পূর্ণ পরিসরটি উল্লেখ করা হয় ; কিন্তু Q-এর সাহায্যে ঐ সম্পূর্ণ বিস্তারকে খণ্ড অংশে ভেঙে প্রকাশ করা হয়।

(গ) গড় পার্থক্য বা বিচ্যুতি
(Mean or Average Deviation)

সংকেত চিহ্ন = M D বা A D

কোন রাশিতথ্যের প্রত্যেক প্রাপ্তাংক হতে ঐ রাশিতথ্যের গড়মান (Mean) বিয়োগ করলে যে মান পাওয়া যায়, তাকে **পার্থক্য বা বিচ্যুতি** (deviation) বলা হয়। রাশিতথ্যের যে কোন প্রাপ্তাংক গড় থেকে কিছুটা দূরে অবস্থান করে। যদি কোন প্রাপ্তাংক গড়ের সমান হয়, তাহলে সে ক্ষেত্রে বিচ্যুতি (deviation) শূন্য হয়। সাধারণতঃ বিচ্যুতিকে x বা y সাংকেতিক চিহ্ন দ্বারা প্রকাশ করা হয়, অর্থাৎ $x = X - \bar{X}$ বা M. এখন কোন রাশিতথ্যে যে প্রাপ্তাংকগুলি গড়মান হতে বড়, তাদের ক্ষেত্রে বিচ্যুতি হয় ধনাত্মক (Positive), আর যে প্রাপ্তাংকগুলি গড়মান হতে ছোট হয়, তাদের ক্ষেত্রে বিচ্যুতি হয় ঋণাত্মক (Negative)। যে কোন রাশিতথ্যের ক্ষেত্রে গড় যেহেতু প্রকৃত কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ, সেহেতু মোট ধনাত্মক বিচ্যুতি (total positive deviation) এবং মোট ঋণাত্মক বিচ্যুতির (total negative deviation) পরিমান সমান হয়। ফলে বিচ্যুতির সমষ্টি বা $\Sigma(X-M)$ বা $\Sigma x = 0$।

এখন গড় বিচ্যুতি বা পার্থক্য বলতে বোঝায় বিচ্যুতি বা পার্থক্যগুলির গড়। অর্থাৎ কোন রাশিতথ্যের গড় বিচ্যুতি নির্ণয় করতে হ'লে রাশিতথ্যের বিচ্যুতির সমষ্টি (sum of deviation) নির্ণয় করে তাকে সংখ্যা (N) দিয়ে ভাগ করতে হয়। পূর্বে উল্লেখ করা হয়েছে যে, রাশিতথ্যের বিচ্যুতির সমষ্টি শূন্য (0) হয়। এমত অবস্থায় গড় বিচ্যুতি সর্বদা শূন্য হতে বাধ্য। কিন্তু গড় বিচ্যুতিকে যখন বিস্তৃতির সূচক হিসাবে ব্যবহার করা হয়, তখন গড় নির্ণয়ের জন্য বিচ্যুতিগুলির চরম মানের সমষ্টি নির্ণয় করা হয়। নিম্নসূত্রের সাহায্যে গড় বিচ্যুতি বা পার্থক্য নির্ণয় করা হয়।

সূত্র ঃ

$$\text{গড় বিচ্যুতি (A.D.)} = \frac{\Sigma(X-M)}{N}$$

$$= \frac{\Sigma x}{N} \quad \cdots\cdots\cdots(7)$$

গড় বিচ্যুতি বা পার্থক্য গণনা করার পদ্ধতিসমূহ (Methods for Calculating Mean or Average Deviation)

অবিন্যস্ত ও বিন্যস্ত রাশিমালার গড় পার্থক্য নির্ণয় করার জন্য পৃথক পৃথক পদ্ধতি ব্যবহার হয়। এখানে এই দুই ধরনের রাশিমালার ক্ষেত্রে প্রযোজ্য পদ্ধতিগুলি আলোচনা করা হল।

অবিন্যস্ত রাশিতথ্যমালার গড় পার্থক্য নির্ণয় (Calculation of A D from ungrouped data)

এই ধরনের রাশিমালার গড় পার্থক্য নির্ণয় করার জন্য পর পৃষ্ঠায় দ্রষ্টব্য সূত্র ব্যবহার করা হয় :

সূত্র :

$$A\ D\ or\ M\ D = \frac{\Sigma\,|\,x\,|}{N} \quad \cdots\cdots\cdots (8)$$

যেখানে,

$|\,x\,|$ = এক একটি পার্থক্যের চরম মান।

$\Sigma\,|\,x\,|$ = সব পার্থক্যের চরম মানের যোগফল।

(দ্রষ্টব্য : N = রাশির সংখ্যা যখন x কে দু'টি ।। চিহ্নের মধ্যে রাখা হয়, তখন তার এই অর্থ করা হয় যে, সমস্ত বিচ্যুতি ধনাত্মক হবে।)

উদাহরণ 3. নিম্ন অবিন্যস্ত প্রাপ্তাংকগুলির গড় পার্থক্য নির্ণয় কর (**Calculate M D from the following scores**) :

প্রাপ্তাংক
(scores) 10, 15, 10, 20, 25, 15, 25, 20, 17, 23

সমাধান :

সারণী 6.2
প্রাপ্তাংক এবং বিচ্যুতি

প্রাপ্তাংক (x)	X—M	x
10	10—18	—8
15	15—18	—3
10	10—18	—8
20	20—18	+2
25	25—18	+7
15	15—18	—3
25	25—18	+7
20	20—18	+2
17	17—18	—1
23	23—18	+5
ΣX = 180		Σx = 46 (+23— 23)

সূত্র (8) প্রয়োগ করে

$$M\ D = \frac{\Sigma\,|\,x\,|}{N}$$

এখানে,

$\Sigma x=46$ (+ এবং − চিহ্ন বিবেচনা ব্যতিরেকে সমস্ত বিচ্যুতি যোগ করে)

$\bar{x}$ or $M=18$

$N=10$

$\therefore$ $MD=\frac{46}{10}=4{\cdot}60$

॥ পদ্ধতি ॥

অবিন্যস্ত রাশিতথ্য থেকে গড় পার্থক্য নির্ণয় করার জন্য নিম্নলিখিত পর্যায়ে অগ্রসর হতে হয়:

(i) রাশিমালার গড় (M) নির্ণয় করতে হয়।

(ii) প্রত্যেকটি রাশির গড় থেকে পার্থক্য (X − M) পৃথকভাবে নির্ণয় করা হয়।

(ii) পার্থক্যগুলির (x) চরম মূল্যের সমষ্টি নির্ণয় করতে হবে ($\Sigma\,|x|$)।

(iv) সূত্র প্রয়োগে গড় পার্থক্য নির্ণয় করতে হবে।

বিন্যস্ত রাশিমালার গড় পার্থক্য নির্ণয় (Calculation of A D from grouped data.)

এই ধরনের রাশিমালার গড় পার্থক্য নির্ণয় করার জন্য পদ্ধতির কিছু পরিবর্তন আবশ্যক হয়। মোট পার্থক্য নির্ণয় করার জন্য প্রথমতঃ প্রত্যেকটি শ্রেণীতে মধ্যমানের (Midpoint) পার্থক্যকে ঐ শ্রেণীর পরিসংখ্যা দিয়ে গুণ করতে হয়। এই অবস্থাতে সূত্রটি নিম্নরূপ হয়ে থাকে—

সূত্র :

$$\text{গড় পার্থক্য } (A\,D)=\frac{\Sigma\,|fx|}{N} \quad \cdots\cdots\cdots (9)$$

যেখানে,

$\Sigma\,|fx|$ = প্রত্যেক মধ্যমান থেকে প্রাপ্ত প্রতিটি প্রাপ্তাংক পার্থক্য এবং পরিসংখ্যার সংগে গুণ ক'রে গুণফলের সমষ্টি।

N = প্রাপ্তাংকগুলির সংখ্যা।

উদাহরণ 4. নিম্নলিখিত তালিকা থেকে রাশিমালার গড় পার্থক্য নির্ণয় কর **(Calculate A D from the following grouped data) :**

প্রাপ্তাংক (Scores)	10—15	15—20	20—25	25—30	30—35	35—40	40—45	N
পরিসংখ্যা (f)	2	3	5	7	4	4	3	28

সমাধান ঃ

সারণী 6.3

বিন্যস্ত রাশিমালার গণনাকৃত তথ্যাবলী

শ্রেণী	f	x′	fx′	মধ্যমান (X_i)	fX_i	$x = X_i - M$	fx
40—45	3	3	9	42	126	14·3	42·9
35—40	4	2	8	37	148	9·4	37·2
30—35	4	1	4	32	128	4·3	17·2
			+21				
25—30	7	0		27	189	0·7	4·9
20—25	5	−1	−5	22	110	5·7	28·5
15—20	3	−2	−6	17	51	10·7	32·1
10—15	2	−3	−6	12	24	15·7	31·4
			−17				
	N= 28		Σfx =4		Efx$_i$ =776		Σfx= 194.2

সমাধান :

$$\text{গড় (Mean)} = \frac{\Sigma fX_i}{N} = \frac{776}{28} = 27{\cdot}7 \text{ (দীর্ঘ পদ্ধতিতে)}$$

$$\text{গড় পার্থক্য (A D)} = \frac{\Sigma \mid fx \mid}{N} = \frac{194{\cdot}2}{28} = 6{\cdot}9$$

যেখানে, $\Sigma fx = 194{\cdot}2$

$N = 28$

$$\text{গড় (Mean)} = A\ M + \frac{\Sigma fx'}{N} X\ i \text{ (সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে)}$$

$$= 27 + \tfrac{4}{28} \times 5$$

$$= 27{\cdot}7$$

$$A\ D = \frac{\Sigma \mid fx \mid}{N} = \frac{194{\cdot}2}{28} = 6{\cdot}9$$

॥ **পদ্ধতি** ॥ বিন্যস্ত রাশিতথ্য বা পরিসংখ্যা বণ্টন থেকে গড় পার্থক্য নির্ণয় করতে হলে নিম্ন পর্যায়ে অগ্রসর হতে হয় :

॥ এক ॥ সর্বপ্রথম গড় (M) নির্ণয় করতে হয়। (এখানে দীর্ঘ ও সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে নির্ণয় করা হয়েছে।)

॥ দুই ॥ সারণীতে প্রত্যেক শ্রেণীর মধ্যমান (Midpoint) লিখতে হবে।

॥ তিন ॥ প্রত্যেক শ্রেণীর মধ্যমান থেকে গড়ের পার্থক্য ($X_i - M$) নির্ণয় করতে হবে।

॥ চার ॥ বিভিন্ন জ্ঞাত পার্থক্যগুলিকে (x's) তাদের সংগে সম্পর্কিত (Corresponding) পরিসংখ্যাগুলির গুণ করতে হবে ($f \times x = fx$)।

॥ পাঁচ ॥ + এবং − চিহ্নসমূহ উপেক্ষা করে এবং সমস্ত fx যোগ করে Σfx নির্ণয় করতে হবে।

॥ ছয় ॥ Σfx কে সংখ্যা (N) দিয়ে ভাগ করে ভাগফল নির্ণয় করতে হবে। এই ভাগফলই হল গড় পার্থক্য (A D)।

তাৎপর্য (Significance)

কোন রাশিতথ্যের রাশিগুলির এবং গড়ের মধ্যে গড়পড়তা পার্থক্য গড় বিচ্যুতির মাধ্যমে প্রকাশ করা হয়। সাধারণভাবে রাশিমালার গড় এবং এক গড় বিচ্যুতি বা পার্থক্য (A D) উপরে এবং নীচে প্রায় শতকরা 58 ভাগ প্রাপ্তাংক থাকে। পূর্বের উদাহরণে, গড় = 27·7 এবং গড় পার্থক্য = 6·9 (7 আসন্ন), সুতরাং 27·7 ± 7 বা 20·7 থেকে 34·7 এর মধ্যে শতকরা 58 ভাগ প্রাপ্তাংক থাকবে। অর্থাৎ প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যে সমধর্মীতার (homogeneity) অভাব লক্ষ্য করা যায়। এইভাবে এই গড় পার্থক্যের দ্বারা আমরা শুধুমাত্র রাশিমালার আভ্যন্তরীণ অবস্থা বুঝতে পারি।

এই গড় পার্থক্য নির্ণয়ের পদ্ধতি গাণিতিক দিক দিয়ে যুক্তি সম্পন্ন নয়। সেই কারণে বিস্তারের পরিমাপ হিসাবে গড় পার্থক্য বর্তমানে ব্যবহার করা হয় না।

(ঘ) সমক পার্থক্য
(Standard Deviation)

সংকেত চিহ্ন = S D বা σ (গ্রীক চিহ্ন সিগমা)

পূর্বালোচনায় আমরা দেখেছি যে, কোন রাশিমালার প্রত্যেকটি রাশি গড় থেকে গড়ে কতটা দূরে আছে তা গড় পার্থক্যের দ্বারা বোঝানো যায়। এই গড় পার্থক্য বা দূরত্ব বের করার জন্য ঋণাত্মক চিহ্নগুলিকে (negative sign) বাদ দিয়ে বিচ্যুতিগুলির চরমমানের (absolute value) সমষ্টি বের করতে হয়। ফলে, সমস্ত প্রক্রিয়াটি অগাণিতিক হয়ে পড়ে। এই অসুবিধা দূর করার জন্য বিচ্যুতি বা পার্থক্যগুলির বর্গ (x^2) নির্ণয় করা হয় এবং পরে যোগ করা হয়। এইভাবে পার্থক্যগুলির বর্গের গড় নির্ণয় করলে যে ফল পাওয়া যায়, তাকে **ভেদমান** (Variance) বলে। অর্থাৎ ভেদমান (variance) $= \frac{\Sigma x^2}{N}$ $(x = X - M)$। এইভাবে গড় বিচ্যুতি বা পার্থক্য নির্ণয়ের গাণিতিক ত্রুটি দূর করা গেলেও ভেদমান দ্বারা রৈখিক দৈর্ঘ্য বোঝানো যায়

না। কারণ পার্থক্যকে বর্গ করলে তার এককও বর্গ হয়ে যায়। তাই ভেদমানের রাশি বৈজ্ঞানিক তাৎপর্য নির্ণয়ের ক্ষেত্রে গুরুত্ব থাকলেও তাকে বিস্তৃতির পরিমাপ হিসাবে ব্যবহার করা যায় না।

ভেদমানের এই অসুবিধা সহজে দূর করা যায়। ভেদমানের বর্গমূল নির্ণয় করলে পরিমাপটি আমরা তার পূর্ব এককে ফিরিয়ে নিয়ে যেতে পারি। ভেদমানের বর্গমূল নির্ণয় করে বিস্তৃতির যে পরিমাপ করা হয় তাকে **সমক পার্থক্য (Standard Deviation** or S D) বলে। সমক পার্থক্যের সংজ্ঞা হিসাবে বলা যেতে পারে যে, গড় থেকে প্রাপ্তাংকগুলির পার্থক্যের বর্গের গড়ের ধনাত্মক বর্গমূল। (S D is defined as the positive square root of the arithmetic mean of the squared deviation of the scores from the mean). এই সংজ্ঞার উপর ভিত্তি করে সমক পার্থক্যের সূত্রকে নিম্নরূপে উপস্থাপন করা যেতে পারে :

গড় থেকে প্রাপ্তাংকগুলির পার্থক্য

$$=(x)=X(\text{Score})-M(\text{mean})$$

পার্থক্যের বর্গ $= x^2$

পার্থক্যের বর্গের গড় $= \frac{\Sigma x^2}{N}$

পার্থক্যের বর্গের গড়ের

ধনাত্মক বর্গমূল $= \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{N}}$

$\therefore$ সমক পার্থক্য (S D) $= \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{N}}$

যেখানে Σx^2 = পার্থক্যসমূহের বর্গের যোগফল

N = রাশির সংখ্যা

এই সূত্রকে সমক পার্থক্যের সূত্র হিসাবে অবহিত করা যায়। কারণ এতে প্রাপ্ত σ-র একক এবং প্রাপ্তাংকের একক একই হয়।

গড় পার্থক্য এবং সমক পার্থক্যের মধ্যে বৈষম্য (Difference between mean deviation and standard deviation)

নিম্নলিখিত ক্ষেত্রে গড় পার্থক্য থেকে সমক পার্থক্যের মধ্যে বৈষম্য লক্ষ্য করা যায়—

(i) গড় পার্থক্য নির্ণয় করার সময় গড়, মধ্যমমান বা ভূয়িষ্ঠক থেকে বিচ্যুতি নির্ধারণ করা হয়। কিন্তু সমক পার্থক্য নির্ণয় করতে বিচ্যুতিসমূহ শুধুমাত্র গড় থেকে নির্ধারণ করা হয়।

(ii) গড় পার্থক্য নির্ণয় করার সময় বিচ্যুতিসমূহের চিহ্নগুলি উপেক্ষা করা হয় এবং পরম বিচ্যুতি সমূহ নির্ধারণ করা হয়। কিন্তু সমক পার্থক্যের ক্ষেত্রে বিচ্যুতি সমূহের চিহ্নগুলি উপেক্ষা করা হয় না।

সমক পার্থক্যের গণনা (Calculation of Standard deviation)

সমক পার্থক্য (S D) নির্ণয় করার সময় প্রায় সেই সকল পর্যায় (Steps) অবলম্বন করতে হয় যেগুলি গড় পার্থক্য (A D) নির্ণয় করার সময় গ্রহণ করা হয়। পার্থক্য হল যে, সমক পার্থক্যের বর্গ গণনা করে ঐ বর্গগুলির যোগ (Σx^2) করা হয় এবং পরে গড় (mean) বের করে তার বর্গমূল (Square root) নির্ণয় করা হয়। কিন্তু গড় পার্থক্য গণনা করাতে ধনাত্মক এবং ঋণাত্মক চিহ্নগুলির উপর কোন গুরুত্ব আরোপ করা হয় না। পার্থক্য গণনা করার সময় সমস্ত পার্থক্যগুলির বর্গ নির্ণয় করা হয় এবং তার ফলে চিহ্নগুলির অস্তিত্ব লুপ্ত হয়। এখানে উল্লেখযোগ্য হল যে, নমুনাতে সমক পার্থক্যের প্রয়োগ 's' অক্ষর এবং পরিসংখ্যানে রোমান অক্ষর সিগমা (σ) ব্যবহার করা হয়।

সমক পার্থক্য নির্ণয় করার বিভিন্ন পদ্ধতি আছে। সাধারণভাবে শ্রেণীবিন্যস্ত রাশিমালা থেকে যেমন দীর্ঘ ও সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে সমক পার্থক্য নির্ণয় করা হয় তেমনি অবিন্যস্ত রাশিমালার সমক পার্থক্যও বিভিন্নভাবে নির্ণয় করা যায়। এখন এই পদ্ধতিগুলি সম্বন্ধে আলোচনা করা হবে।

অবিন্যস্ত রাশিমালার সমক পার্থক্য নির্ণয় (Calculation of Standard deviation from the ungrouped data)

এই ধরনের রাশিমালার সমক পার্থক্য বিভিন্ন পদ্ধতিতে নির্ণয় করা যায়। এখানে প্রধানতঃ দু'টি পদ্ধতি সম্বন্ধে আলোচনা করা হয়েছে—(1) প্রকৃত বিচ্যুতি নির্ণয়ের মাধ্যমে এবং (2) প্রত্যক্ষভাবে রাশির মান বা প্রাপ্তাংকের সাহায্যে।

(1) প্রকৃত বিচ্যুতি নির্ণয়ের মাধ্যমে সমক পার্থক্য গণনা (Calculation of S D from the actual deviation)

এই পদ্ধতিতে রাশিমালার গড় নির্ণয় করার পর প্রত্যেকটি রাশির গড় থেকে বিচ্যুতি নির্ণয় করা হয়। পরে সেগুলির বর্গ নির্ণয় করে নিম্নলিখিত সূত্রের মাধ্যমে সমক পার্থক্য গণনা করা হয়।

সূত্র :

$$\text{সমক পার্থক্য (SD or } \sigma \text{)} = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{N}} \qquad \cdots(10)$$

যেখানে

Σx^2 = পার্থক্যসমূহের বর্গের যোগফল

N = রাশির সংখ্যা

উদাহরণ 5. নিম্নলিখিত রাশিগুলির সমক পার্থক্য নির্ণয় কর (Calculate S D from the following data) :

10, 15, 10, 20, 25, 15, 25, 20, 17, 23

সমাধান ঃ

সারণী 6.4

প্রাপ্তাংকসমূহের বিচ্যুতি এবং তাদের বর্গসমূহ

প্রাপ্তাংক (X)	গড় থেকে প্রাপ্তাংকের বিচ্যুতি $(X-M)=x$	বিচ্যুতির বর্গ x^2
10	$10-18=-8$	64
15	$15-18=-3$	9
10	$10-18=-8$	64
20	$20-18=+2$	4
25	$25-18=+7$	49
15	$15-18=-3$	9
25	$25-18=+7$	49
20	$20-18=+2$	4
17	$17-18=-1$	1
23	$23-18=+5$	25
$\Sigma X=180$ $N=10$		$\Sigma x^2=278$

সর্বপ্রথম প্রাপ্তাংকগুলির গড় নির্ণয় করা হল।

$$M=\frac{\Sigma X}{N}=\frac{180}{10}=18$$

পরে গড়ের উপর ভিত্তি করে সূত্র (10) এর সাহায্যে SD নির্ণয় করা হয়।

$$S\ D\ (\sigma)=\sqrt{\frac{278}{10}}$$

$$=\sqrt{27\cdot8}=5\cdot27$$

॥ পদ্ধতি ॥ সমক পার্থক্য নির্ণয় করতে হলে নিম্নরূপ সোপানগুলি পর্যায়ক্রমে অবলম্বন করতে হয় ঃ

॥ এক ॥ রাশিতথ্যের গড় নির্ণয় করা হয়।

॥ দুই ॥ গড় থেকে রাশি বা প্রাপ্তাংকগুলির পার্থক্য (x) নির্ণয় করে সারণীবদ্ধ করা হয়।

॥ তিন ॥ পার্থক্যগুলির বর্গ (x^2) নির্ণয় করা হয়।

॥ চার ॥ বর্গ পার্থক্যগুলির যোগফল (Σx^2) নির্ণয় করা হয়।

॥ পাঁচ ॥ সূত্রের সাহায্যে সমক পার্থক্য নির্ণয় করা হয়।

(2) প্রত্যক্ষভাবে রাশির মান বা প্রাপ্তাংক থেকে সমক পার্থক্য গণনা (Calculation of Standard deviation from raw score)

কোন প্রকার বিচ্যুতি রাশিমালা থেকে গণনা না করে প্রাপ্তাংকগুলি থেকে সমক পার্থক্য নির্ণয় করা যায়। এই ক্ষেত্রে নিম্নরূপ সূত্র প্রয়োগ করা হয়—

সূত্র : $S D(\sigma)=\frac{1}{N}\sqrt{N\Sigma x^2-(\Sigma x)^2}$ ... ... (11)

যেখানে, N = প্রাপ্তাংক সংখ্যা

Σx^2 = প্রাপ্তাংকগুলির বর্গের যোগফল

$(\Sigma x)^2$ = প্রাপ্তাংকগুলির সমষ্টির বর্গ

সূত্র (10) থেকে এই সূত্রটি পাওয়া যায়।

উদাহরণ 6. নিম্নলিখিত রাশিগুলির সমক পার্থক্য নির্ণয় কর (**Calculate S D from the following data**) :

8, 10, 11, 14, 13, 11, 15, 12, 12, 16

সমাধান :

সারণী 6.5

প্রাপ্তাংক এবং প্রাপ্তাংকের বর্গ

প্রাপ্তাংক (x)	প্রাপ্তাংকের বর্গ (x^2)
8	64
10	100
11	121
14	196
13	169
11	121
15	225
12	144
12	144
16	256
$\Sigma x=122$	$\Sigma x^2=1540$

সমক পার্থক্য (S D or σ)

$$=\frac{1}{N}\sqrt{N\Sigma x^2-(\Sigma x)^2}$$

এখানে, $N=10$; $\Sigma x^2=1540$ এবং $\Sigma x=122$

$$=\frac{1}{10}\sqrt{10\times1540-(122)^2}$$
$$=\frac{1}{10}\sqrt{15400-14884}$$
$$=\frac{1}{10}\sqrt{516}=\frac{1}{10}\times 22{\cdot}716$$
$$=2{\cdot}2716=2{\cdot}27$$

॥ পদ্ধতি ॥ সমক পার্থক্য নির্ণয় করতে হলে নিম্নরূপ সোপানগুলি অবলম্বন করতে হয় :

॥ এক ॥ প্রাপ্তাংকগুলির যোগফল (Σx) নির্ণয় করতে হয়।
॥ দুই ॥ প্রাপ্তাংকগুলির যোগফলের বর্গ $(\Sigma x)^2$ নির্ণয় করতে হয়।
॥ তিন ॥ প্রত্যেকটি প্রাপ্তাংকের বর্গ (x^2) নির্ণয় করতে হয়।
॥ চার ॥ প্রাপ্তাংকের বর্গগুলির যোগফল (Σx^2) নির্ণয় করতে হয়।
॥ পাঁচ ॥ সূত্রের সাহায্যে সমক পার্থক্য নির্ণয় করতে হয়।

বিন্যস্ত রাশিতথ্যের সমক পার্থক্য নির্ণয় (Calculation of Standard deviation from the grouped data)

বিন্যস্ত রাশিতথ্যের সমক পার্থক্য নির্ণয় করার জন্য দুই প্রকার পদ্ধতি—(i) দীর্ঘ পদ্ধতি (long method) এবং (ii) সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি (short method) ব্যবহার করা হয়।

(i) দীর্ঘ পদ্ধতির মাধ্যমে সমক পার্থক্য নির্ণয় (Calculation of S D by long method)

এই পদ্ধতিতে সমক পার্থক্য গণনা করাতে নিম্নরূপ সূত্রের সাহায্য নেওয়া যায়—

সূত্র : $$\text{S D}(\sigma)=\sqrt{\frac{\Sigma fx_i^2}{N}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (11A)$$

যেখানে,

f = এক-একটি শ্রেণীর পরিসংখ্যা
x_i = শ্রেণীর মধ্যবিন্দুর গড় থেকে পার্থক্য ; অর্থাৎ $(x_i—M)$
N = মোট পরিসংখ্যা

উদাহরণ 7. নিম্নলিখিত বিন্যস্ত রাশিতথ্য থেকে দীর্ঘ পদ্ধতির সাহায্যে সমক পার্থক্য নির্ণয় কর (Calculate S D from the following grouped data by the long method) :

প্রাপ্তাংক : (Score)	10—15	15—20	20—25	25—30	30—35	35—40	40—45
পরিসংখ্যা : (f)	2	3	5	7	4	4	3

সমাধান :

সারণী 6.6
প্রাপ্তাংক, পরিসংখ্যা এবং প্রক্রিয়ালব্ধ রাশিতথ্য

প্রাপ্তাংক	f	মধ্যবিন্দু (X)	f×X (fX)	X−M (x)	f×x (fx)	fx×x (fx^2)
40−45	3	42	126	14·3	42·9	613·47
35−40	4	37	148	9·3	37·2	345 96
30−35	4	32	128	4·3	17·2	73·96
25−30	7	27	189	0·7	4 9	3·43
20−25	5	22	110	5 7	28·5	162·45
15−20	3	17	51	10 7	32·1	343·47
10−15	2	12	24	15·7	31·4	492·98
N=28			Σfx=776			$\Sigma fx^2 = 2035·72$

সর্বপ্রথম বিন্যস্ত পরিসংখ্যা বিভাজন থেকে নিম্ন সূত্রানুসারে গড় নির্ণয় করতে হয়।

$$M=\frac{\Sigma fx}{N}=\frac{776}{28}=27·7$$

পরে সূত্র (11A) অনুসারে সমক পার্থক্য নির্ণয় করা হয়।

$\therefore$ সমক পার্থক্য (SD বা σ) $=\sqrt{\frac{\Sigma fx^2}{N}}$

এখানে, $\Sigma fx^2 = 2035·72$, $N=28$

$$S\ D=\sqrt{\frac{2035·72}{28}}$$
$$=\sqrt{72·704}$$
$$=8·52$$

॥ পদ্ধতি ॥ এই পদ্ধতিতে সমক পার্থক্য নির্ণয় করতে হলে নিয়রূপ প্রক্রিয়াগুলি পর্যায়ক্রমে সম্পাদন করতে হয় :

॥ এক ॥ প্রথমে যে কোন পদ্ধতিতে গড় নির্ণয় করা হয়।

॥ দুই ॥ প্রত্যেকটি শ্রেণীবিভাগের মধ্যবিন্দু নির্ণয় করা হয়।

॥ তিন ॥ গড় থেকে প্রত্যেকটি মধ্যবিন্দুর বিচ্যুতি ($x=X-M$) নির্ণয় করা হয়।

॥ চার ॥ প্রত্যেকটি শ্রেণীর বিচ্যুতির মানকে সেই শ্রেণীর পরিসংখ্যা দিয়ে গুণ করা (fx) হয়।

॥ পাঁচ ॥ প্রত্যেকটি fx কে x দিয়ে গুণ করা (fx^2) হয়।

॥ ছয় ॥ Σfx^2 নির্ণয় করা হয়।

॥ সাত ॥ সূত্রানুসারে সমক পার্থক্য নির্ণয় করা হয়।

(ii) সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে সমক পার্থক্য গণনা করা (Calculation of S D by short method)।

দীর্ঘ পদ্ধতিতে সমক পার্থক্য (σ) নির্ণয় করতে অধিক সময় লাগার সংগে সংগে গুণ, ভাগ প্রভৃতি গণনা প্রক্রিয়াতে ত্রুটি ঘটার সম্ভাবনা থাকে। তার সাহায্যে মান নির্ণয় করতে অসুবিধারও সৃষ্টি হয়। এইজন্য সংক্ষিপ্ত পদ্ধতির প্রয়োগ প্রচলিত হয়। এই পদ্ধতির সাহায্যে সমক পার্থক্য নির্ণয় করা সহজ হয়। তাতে গুণ, ভাগ কম করতে হয়, পরিসংখ্যামূলক গণনাতে সময়ও কম লাগে, ত্রুটির সম্ভাবনা কম থাকে এবং গণনামূলক তাৎপর্য শুদ্ধতার সংগে নির্ণয় করা সহজ হয়।

এই পদ্ধতির সাহায্যে গণনা করতে নিম্ন সূত্র ব্যবহার করা হয় :

$$S\,D\ (\sigma) = i\sqrt{\frac{\Sigma fx'^2}{N} - \left(\frac{\Sigma fx'}{N}\right)^2}$$

$$\text{বা} \quad = i\sqrt{\frac{\Sigma fx'^2}{N} - C^2}\left[C = \frac{\Sigma fx'}{N}\right] \cdots\cdots(12)$$

যেখানে,

i = শ্রেণীপ্রসার

N = মোট পরিসংখ্যা

$\Sigma fx'$ = বিচ্যুতির (x) এবং পরিসংখ্যার (f) গুণফলের ($f \times x'$) যোগ

$\Sigma fx'^2$ = বিচ্যুতির বর্গ (x'^2) এবং পরিসংখ্যার (f) গুণফলের ($f \times x'^2$) যোগ

C = সংশোধন (Correction)

উদাহরণ 8. নিম্নবিন্যস্ত রাশিমালা থেকে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি দ্বারা সমক পার্থক্য নির্ণয় কর। (**Calculate S D by short method from the following grouped data**):

প্রাপ্তাংক (Score) :	10—15	15—20	20—25	25—30	30—35	35—40	40—45
পরিসংখ্যা (f) :	2	3	5	7	4	4	3

সমাধান :

সারণী 6.7

প্রাপ্তাংক, পরিসংখ্যা এবং প্রক্রিয়ালব্ধ রাশিতথ্য

প্রাপ্তাংক (score)	f	x′	fx′	fx′²
40—45	3	3	9	27
35—40	4	2	8	16
30—35	4	1	4	4
25—30	7	0	0	0
20—25	5	−1	−5	5
15—20	3	−2	−6	12
10—15	2	−3	−6	18
	N = 28		$\Sigma fx' = +4$	$\Sigma fx'^2 = 82$

সূত্র (12) অনুসারে

$$S\,D\,(\sigma) = i\sqrt{\frac{\Sigma fx'^2}{N} - \left(\frac{\Sigma fx'}{N}\right)^2}$$

$$\text{বা} \quad = \frac{i}{N}\sqrt{\Sigma fx'^2 N - (\Sigma fx')^2}$$

এখানে, $i=5$, $\Sigma fx' = +4$, $\Sigma fx'^2 = 82$, $N = 28$

$$\therefore \quad S\,D = 5\sqrt{\tfrac{82}{28} - (\tfrac{4}{28})^2}$$
$$= 5\sqrt{2.93 - \tfrac{16}{784}}$$
$$= 5\sqrt{2.93 - {}^{\cdot}02}$$
$$= 5\sqrt{2{\cdot}91} = 5 \times 1.704$$
$$= 8{\cdot}52$$

॥ **পদ্ধতি** ॥ এই পদ্ধতিতে সমক পার্থক্য নির্ণয় করার জন্য নিম্ন সোপানগুলি অবলম্বন করতে হয় :

॥ **এক** ॥ সর্বপ্রথম বিন্যস্ত প্রাপ্তাংকগুলির সারণী থেকে কোন এক শ্রেণীবিভাগের মধ্যবিন্দুকে কল্পিত গড় (assumed mean) হিসাবে ধরা হয়।

॥ **দুই** ॥ এই কল্পিত গড় থেকে শ্রেণীর বিচ্যুতি (x) নির্ণয় করা হয়। কল্পিত গড় (Am) সম্পর্কিত শ্রেণীবিভাগের বিচ্যুতি শূন্য (0) হয়; কারণ এখানে মধ্যবিন্দু এবং গড়ের একই মান হয়। বিভাজনে যে দিকে মধ্যবিন্দু বাড়তে থাকে সেই দিকে ক্রমশঃ বিচ্যুতি $+1, +2, +3, +4, +5 + \cdots$ প্রভৃতি হয় এবং যে দিকে কমতে থাকে সেই বিচ্যুতি $-1, -2, -3, -4, -5 - \cdots$ প্রভৃতি হয়। বিভাজনে এইভাবে লিখতে হয়।

॥ **তিন** ॥ f এবং তার শ্রেণীবিভাগের x' গুণ করে fx' নির্ণয় করতে হয়।

॥ **চার** ॥ ধনাত্মক (+) fx's এবং ঋণাত্মক (−) fx's এর যোগ পার্থক্য নির্ণয় করে $\Sigma fx'$ নির্ধারণ করতে হয়।

॥ **পাঁচ** ॥ fx' এর সংগে x' গুণ করে fx'^2 নির্ধারণ করতে হয়।

॥ **ছয়** ॥ $\Sigma fx'^2$ নির্ণয় করতে হয়

॥ **সাত** ॥ সূত্রের (12) সাহায্যে সমক পার্থক্য নির্ণয় করতে হয়।

সংযুক্ত সমক পার্থক্য
(Combined Standard deviation)

সংকেত চিত্র $= \sigma_{comb}$

কখন কখন মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষাবিষয়ক গবেষণা কার্যে দুই বা অধিক বিভাজনের সমক পার্থক্য (σ) সংযুক্ত করা প্রয়োজন হয়ে পড়ে। এমন পরিস্থিতিতে প্রায়ই সংযুক্ত সমক পার্থক্য (comb S D) নিম্ন সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় করতে হয়।

সূত্র :

$$\sigma_{comb}=\sqrt{\frac{N_1(\sigma_1^2+d_1^2)+N_2(\sigma_2^2+d_2^2)+\quad+N_n(\sigma_n^2+d_n^2)}{N_1+N_2+\cdots+N_n}}\ \ldots(13)$$

যেখানে,

σ_{comb} = সংযুক্ত সমক পার্থক্য

N_1 এবং N_2 = প্রথম এবং দ্বিতীয় বিভাজনের যোগ প্রাপ্তাংক

σ_1^2 এবং σ_2^2 = প্রথম এবং দ্বিতীয় বিভাজনের সমক পার্থক্যের বর্গ

d_1^2 এবং d_2^2 = প্রথম এবং দ্বিতীয় বিভাজনের গড় এবং সংযুক্ত গড়ের পার্থক্যের বর্গ $(M_1-M_{comb})^2$ এবং $(M_2-M_{comb})^2$

উদাহরণ 9. দু'টি ভিন্ন বিদ্যালয়ের একই শ্রেণীর ছাত্রদের উপর একটি অর্জিত জ্ঞান বিষয়ক অভীক্ষা প্রয়োগ করা হল। যদি প্রত্যেক বিদ্যালয়ের ছাত্রদের সংখ্যা, ঐ অভীক্ষালব্ধ প্রাপ্তাংকগুলি থেকে প্রাপ্ত গড়মান এবং সমক পার্থক্য নিম্নরূপ হয়, তাহলে সংযুক্ত সমক পার্থক্য নির্ণয় কর (**An achievement test is administered on the students of the same class of two different schools. If the number of students in each School, standard deviation and mean obtained from the scores of that achievement test are as follows, calculate combined S D**) :

বিদ্যালয়	N	M	σ
A	50	53	7
B	45	50	5

সমাধান :

সর্বপ্রথম নিম্ন সূত্রের সাহায্যে সংযুক্ত গড়মান নির্ণয় করা হয় :

$$M_{comb}=\frac{N_1\times M_1+N_2\times M_2}{N_1+N_2}$$

$$=\frac{50\times53+45\times50}{50+45}=51{\cdot}6$$

$$\sigma_{comb}=\sqrt{\frac{N_1(\sigma_1^2+d_1^2)+N_2(\sigma_2^2+d_2^2)}{N_1+N_2}}$$

$$=\sqrt{\frac{50\{7^2+(53-51.6)^2\}+45\{5^2+(50-51.6)^2\}}{50+45}}$$

$$=\sqrt{\frac{50\ \{49+1\ 4^2\}+45\ \{25+(-1.6)\ \}}{50+45}}$$

$$=\sqrt{\frac{50\ \{49+1.96\}+45\ \{25+2.56\}}{95}}$$

$$=\sqrt{\frac{50\times 50.96+45\times 27.56}{95}}$$

$$=\sqrt{\frac{2548+1240{\cdot}2}{95}}$$

$$=\sqrt{\frac{3788{\cdot}2}{95}}=\sqrt{38{\cdot}5}=6{\cdot}3$$

॥ **পদ্ধতি** ॥ সংযুক্ত সমক পার্থক্য নির্ণয় করার জন্য নিম্ন পর্যায়ে অগ্রসর হতে হয় :

॥ **এক** ॥ সংযুক্ত গড়মান (M_{comb}) নির্ণয় করতে হয়।

॥ **দুই** ॥ পৃথক গড়মান এবং সংযুক্ত গড়মানের মধ্যে পার্থক্য (d) নির্ধারণ করতে হয়।

॥ **তিন** ॥ সূত্রানুসারে সংযুক্ত সমক পার্থক্য নির্ণয় করতে হয়।

বিশেষ দ্রষ্টব্য : যখন পরিসংখ্যা বিভাজনে শ্রেণীসংখ্যা (**number of class-interval**) 12এর কম হয় তখন সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে সমক পার্থক্য নির্ণয় করার সময় শুদ্ধিকরণ প্রক্রিয়া অবলম্বন করতে হয়। এই প্রক্রিয়াকে শেফার্ডের শুদ্ধিকরণ (**Sheppard's correction**) বলা হয়। এই শুদ্ধিকরণ প্রক্রিয়া অনুযায়ী সমক পার্থক্য নিম্ন সূত্র দু'টির মধ্যে যে কোন একটির সাহায্যে নির্ণয় করা যায়—

সূত্র : $$\sigma_c=\sqrt{\sigma^2-\frac{i^2}{12}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (14)$$

যেখানে, σ_o = শুদ্ধ সমক পার্থক্য
σ = প্রাপ্ত সমক পার্থক্যর শ্রেণী
i = শ্রেণী প্রসার

$$\sigma=i\sqrt{\frac{\Sigma fx'^2}{N}-\frac{(\Sigma fx')^2}{N}-{\cdot}0833} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (15)$$

যেখানে, σ = সমক পার্থক্য
i = শ্রেণীর দৈর্ঘ্য
f = শ্রেণীর পরিসংখ্যা
x' = কল্পিত গড় থেকে প্রত্যেক শ্রেণীর পার্থক্য
N = মোট পরিসংখ্যা

উদাহরণ 10. উদাহরণ (8) এর সাহায্যে শেফার্ড শুদ্ধিকরণ সূত্রদ্বয়ের (14 বা 15) যে কোন একটি প্রয়োগ করে সমক পার্থক্য নির্ণয় কর [**Calculate S D by applying any of the two formulae (14 or 15) of Sheppard's correction with the help of example (8)**]

সমাধান : সূত্র (14) অনুসারে

$$\sigma_o = \sqrt{\sigma^2 - \frac{i^2}{12}}$$
$$= \sqrt{(8{\cdot}52)^2 - \frac{5^2}{12}}$$
$$= \sqrt{72{\cdot}5904 - \tfrac{25}{12}}$$
$$= \sqrt{72{\cdot}5904 - 2{\cdot}08}$$
$$= \sqrt{70{\cdot}5104}$$
$$= 8{\cdot}39$$

সূত্র (15) অনুসারে

$$\sigma = i\sqrt{\frac{\Sigma fx'^2}{N} - \left(\frac{\Sigma fx'}{N}\right)^2 - {\cdot}0833}$$
$$= 5\sqrt{\frac{82}{28} - \left(\frac{4}{20}\right)^2 - {\cdot}0833}$$
$$= 5\sqrt{2{\cdot}93 - \tfrac{16}{784} - {\cdot}0833}$$
$$= 5\sqrt{2{\cdot}93 - {\cdot}02 - {\cdot}0833}$$
$$= 5\sqrt{2{\cdot}93 - {\cdot}1033}$$
$$= 5\sqrt{2{\cdot}8267} = 5 \times 1{\cdot}68$$
$$= 8{\cdot}40$$

বিস্তৃতির পরিমাপগুলির ব্যবহার
(Uses of Measures of Dispersion)

পূর্বে বিস্তৃতির যে পরিমাপগুলি সম্বন্ধে আলোচনা করা হয়েছে, তাদের মধ্যে কোন্‌টি কখন ব্যবহার করতে হবে যে সম্বন্ধে ধারণা থাকা আবশ্যক। বিভিন্ন প্রকারের পরিমাপ বিভিন্ন ক্ষেত্রে উপযোগী হয়। যেমন—

প্রসারের (Range) ব্যবহার করা হয় তখনই যখন—

(i) রাশিমালায় প্রাপ্তাংকগুলি এমন বিক্ষিপ্ত অবস্থায় থাকে যে অন্যান্য বিস্তৃতির পরিমাপের প্রয়োগ সম্ভব হয় না।

(ii) প্রান্তীয় সংখ্যা সম্বন্ধে জানা আবশ্যক হয় এবং রাশিমালায় প্রাপ্তাংকগুলি কম থাকে।

(iii) অবিন্যস্ত রাশিমালার প্রাপ্তাংকগুলিকে বিন্যস্ত করার জন্য শ্রেণী বিভাগ তৈরী করা হয়।

(iv) বিস্তৃতির মান দ্রুত ও সহজে নির্ণয় করতে হয়।

(v) রাশিমালার প্রাপ্তাংক সম্পর্কে ব্যাপক কোন তাৎপর্য নির্ণয়ের প্রয়োজন হয় না।

চতুর্থাংশ পার্থক্য (Quartile Deviation) ব্যবহার করা হয় তখনই যখন—

(i) মধ্যমমানকে কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ হিসাবে ব্যবহার করা হয়।

(ii) কেবলমাত্র মধ্যবর্তী শতকরা 50 ভাগ প্রাপ্তাংকগুলির অবস্থান জানা প্রয়োজন হয়।

(iii) বণ্টনের কিছু সংখ্যা খুবই বড় বা ছোট হয়।

(iv) প্রাপ্তাংকগুলির পার্থক্য স্বাভাবিক হয় না এবং নমুনা ছোট হয়।

(v) রাশিমালায় এমন কিছু প্রান্তীয় প্রাপ্তাংক থাকে যেগুলি অন্যান্য বিস্তৃতির উপর প্রভাব বিস্তার করে।

গড় পার্থক্য (Mean Deviation) ব্যবহার করা হয় তখনই যখন—

(i) সাধারণ শুদ্ধতা বিশিষ্ট পার্থক্যের প্রয়োজন হয়।

(ii) সমস্ত পার্থক্যগুলিকে তাদের মান ভিত্তিক গুরুত্ব আরোপ করা হয়।

(iii) প্রাপ্তাংকগুলি অধিক মাত্রায় বিক্ষিপ্ত থাকে এবং সমক পার্থক্যের (S D) মান প্রাপ্তাংকগুলির তাৎপর্য নির্ণয় করতে পারে না।

(v) বণ্টন বঙ্কিমাকৃতি (skewed) হয়।

(vi) এককভাবে কোন প্রাপ্তাংক বা শ্রেণীর বিচ্যুতি জানার প্রয়োজন হয়।

সমক পার্থক্য (Standard Deviation) ব্যবহার করা হয় তখনই যখন—

(i) অধিক শুদ্ধমান (accurate value) এবং পরিসংখ্যানমূলক স্থিরতার (statistical stability) প্রয়োজন হয়।

(ii) প্রাপ্তাংকগুলির বণ্টন প্রায় স্বাভাবিক (normal) হয়।

(iii) সহ-সম্বন্ধ (r), আদর্শ ত্রুটি (S. E.), নির্ভরযোগ্যতা প্রভৃতি অধ্যয়ন করা হয়।

(iv) বিক্ষিপ্ততার (variability) আদর্শমান প্রয়োজন হয়।

(v) রাশিমালার সংখ্যাগুলির তাৎপর্য নির্ণয় করা আবশ্যক হয়।

(vi) দু'টি ভিন্ন ভিন্ন একক (units) বিশিষ্ট প্রাপ্তাংকগুলির পার্থক্য তুলনা করা হয়।

সমক পার্থক্যের তাৎপর্য (Interpretation of Standard Deviation)

স্বাভাবিক বণ্টনের বৈশিষ্ট্যের উপর সমক পার্থক্যের তাৎপর্য নির্ণয় করা নির্ভর করে। স্বাভাবিক বণ্টনের ক্ষেত্রে $M \pm 1\sigma$ ($M - 1\sigma$ হতে $M + 1\sigma$ পর্যন্ত) এর মধ্যে শতকরা 68 ভাগ প্রাপ্তাংক থাকে। $M \pm 2\sigma$ ($M - 2\sigma$ হতে $N + 2\sigma$ পর্যন্ত) এর মধ্যে শতকরা 95 ভাগ প্রাপ্তাংক থাকে এবং $M \pm 3\sigma$ ($M - 3\sigma$ হতে $M + 3\sigma$ পর্যন্ত) এর মধ্যে শতকরা 99 ভাগ প্রাপ্তাংক থাকে। তার থেকে বলা যায় যে, কোন

বন্টনের গড় (Mean) এবং সমক পার্থক্য (standard deviation) জানা থাকলে রাশিতথ্যমালার আভ্যন্তরীণ প্রকৃতি সম্বন্ধে জানা যায়। ধরা থাক্, একটি শ্রেণীতে কোন বিষয়ে ছাত্রদের প্রাপ্ত নম্বরের গড় = 65 এবং সমক পার্থক্য = 7 ; এই তথ্য থেকে সিদ্ধান্ত করা যেতে পারে যে, ঐ শ্রেণীর ছাত্রদের শতকরা 68 ভাগ 65 ± 7 বা 58 থেকে 72 এর মধ্যে ঐ বিষয়ের নম্বর পেয়েছে। একই নিয়মে ঐ শ্রেণীর শতকরা 95 জনের নম্বর $65 \pm 2 \times 7$ বা 65 ± 14 বা 51 থেকে 79 এর মধ্যে আছে। এইভাবে সাধারণতঃ মনোবৈজ্ঞানিক বা শিক্ষাবিষয়ক পরিমাপের ক্ষেত্রে সমক পার্থক্যের তাৎপর্য নির্ণয় করা যায়। মনোবৈজ্ঞানিক বা শিক্ষাবিষয়ক অভীক্ষার আদর্শ তুল্যাংকমান (Norm) নির্ধারণের ক্ষেত্রেও গড় (Mean) ও সমক পার্থক্য ব্যবহার করা হয়ে থাকে। সাধারণভাবে $\text{Mean} \pm 1\sigma$ এর প্রাপ্তাংক প্রসারকে স্বাভাবিক পারদর্শিতার সীমা (normal achievement limit) হিসাবে বিবেচনা করা হয়।

ভেদাংক
(Coefficient of Variation)

সংকেত চিহ্ন = V

যখন গড়মান ভিন্ন হয়, তখন একই সংলক্ষণ (trait) সম্পর্কিত দুই বা অধিক দলের মধ্যে পার্থক্য তুলনা করতে কিংবা একই দলের দুই বা অধিক ভিন্ন ভিন্ন লক্ষণের মধ্যে পার্থক্য তুলনা করতে সময় সময় ভেদাংক নির্ণয় করা আবশ্যক হয়।

এই সকল ক্ষেত্রে যদি সমক পার্থক্য ব্যবহার করা হয়, তাহলে ফলাফল ত্রুটিপূর্ণ হতে পারে। সেই কারণে আমাদের এমন একটি পরিমাপের প্রয়োজন হয় যা দলগুলির পরম আকারের (absolute size of variables) উপর নির্ভরশীল হয় না। এই ধরনের পরিমাপ হল ভেদাংক।

নিম্ন সূত্রের সাহায্যে ভেদাংক নির্ণয় করা যায় :

$$\text{ভেদাংক } (V) = \frac{S\,D}{M} \times 100 \cdots\cdots (16)$$

এখানে, SD = সমক পার্থক্য

M = গড়মান

এখানে উল্লেখ করা যায় যে, যখন প্রাপ্তাংকগুলি শতকরা হিসাবে থাকে এবং বিস্তৃতি গুণাংক বা ভেদাংক নির্ণয় করতে হয়, তখন নিম্ন সূত্র ব্যবহার করা হয় যার ভিত্তি হল চতুর্থাংশ (Q) :

$$\text{ভেদাংক } (V) = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \times 100 \cdots\cdots\cdots (17)$$

উদাহরণ 11. যখন সংলক্ষণের একক পৃথক হয় (When the unit of the trait is different) :

5 জন ছাত্রের ভার এবং বুদ্ধি হল নিম্নরূপ (Intelligence and weight of 5 students are different) :

বুদ্ধি (Intelligence) : 104, 110, 111, 109, 111 (I.Q.)

ভার (Weight) : 60, 65, 68, 62, 65 (kg)

কোন্‌টি বেশী পরিবর্তনশীল (Which one is more variable) ?

সমাধান :

বুদ্ধি :

$$\text{গড়মান } (M) = \frac{104+110+111+109+111}{5} = 109$$

বুদ্ধি	বিচ্যুতি x)	x^2
104	−5	25
110	1	1
111	2	4
109	0	0
111	2	4
		$\Sigma x^2 = 34$

$$\text{সমক পার্থক্য (SD)} = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{N}} = \sqrt{\frac{34}{5}} = 2{\cdot}61$$

$$\text{ভেদাংক (V)} = \frac{100 \times SD}{M} = \frac{100 \times 2{\cdot}61}{109} = 2{\cdot}39$$

ভার :

$$\text{গড়মান } (M) = \frac{60+65+68+62+65}{5} = 64$$

ভার	বিচ্যুতি (x)	x^2
60	−4	16
65	1	1
68	4	16
62	−2	4
65	1	1
		$\Sigma x^2 = 38$

সমক পার্থক্য (SD) $= \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{N}} = \sqrt{\frac{38}{5}} = 2{\cdot}76$

ভেদাংক (V) $= \frac{100 \times SD}{M} = \frac{100 \times 2{\cdot}76}{64} = 4{\cdot}31$

উভয়ের ফলাফল 2·39 এবং 4·31 তুলনা করে সিদ্ধান্ত করা যায় যে, এই ক্ষেত্রে বুদ্ধি অপেক্ষা ভার অধিক পরিবর্তনশীল।

উদাহরণ 12. যখন দু'টি দলের একই সংলক্ষণের গড়মান পৃথক হয় (**When the mean of the same trait on the two groups is different**) :

দু'টি দলের ভার (কিঃ গ্রাঃ) নিম্নরূপ (**Weights (in kg) of the two groups are as follows**) :

দল A (Group A) : 60, 65, 68, 62, 65

দল B (Group B) : 62, 70, 65, 68, 50

কোন্ দল সর্বাপেক্ষা অধিক পরিবর্তনশীল ?

(**Which group is more variable**) ?

সমাধান :

দল A : (ভার)

গড়মান (M) = 64

সমক পার্থক্য (SD) = 2·76

ভেদাংক (V) = 4·31 (উদাহরণ 11 অনুসারে)

দল B : (ভার)

গড়মান (M) $= \frac{62+70+65+68+50}{5} = 63$

ভার	বিচ্যুতি (x)	x^2
62	−1	1
70	7	49
65	2	4
68	5	25
50	−13	169
		$\Sigma x^2 = 248$

সমক পার্থক্য (SD) $= \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{N}} = \sqrt{\frac{248}{5}} = 7{\cdot}04$

ভেদাংক (V) $= \frac{100 \times 7{\cdot}04}{63} = 11{\cdot}88$

উভয়ের ফলাফল 4·31 এবং 11·88 তুলনা করে সিদ্ধান্ত করা যায় যে, এই ক্ষেত্রে দল B অধিক পরিমাণে পরিবর্তনশীল।

ভেদাংকের ব্যবহার
(Uses of Coefficient of Variation)

বিস্তৃতির পরিমাপে ভেদাংকের বহুল ব্যবহার করা হয়। পরম পরিমাপকের (absolute measure) তুলনায় আপেক্ষিক পরিমাপকের ক্ষেত্রে (relative measure) তিন প্রকার পরিস্থিতিতে ভেদাংক ব্যবহার করা হয়। যেমন—

(i) বিভিন্ন এককে প্রকাশিত দুই বা ততোধিক রাশিতথ্যমালার বিস্তৃতির মধ্যে তুলনা করতে হলে ভেদাংকের ব্যবহার সুবিধাজনক, কারণ ভেদাংক রাশি বা চলের এককের উপর নির্ভর করে না।

(ii) একই এককে প্রকাশিত দুই বা ততোধিক বিভাজনের গড়ের মানে গুরুত্বপূর্ণ বৈষম্য থাকলে তাদের বিস্তৃতির সঠিক পরিমাপের ক্ষেত্রে ভেদাংকের ব্যবহার যথাযথ হয়।

(iii) একই এককে প্রকাশিত পর্যবেক্ষণসমূহের সঠিকতা (precision) নির্ণয়ের ক্ষেত্রেও ভেদাংক ব্যবহার করা বাঞ্ছনীয়।

প্রশ্নমালা
(Exercise)

1. বিস্তৃতির পরিমাপ বলতে কি বোঝ? সংক্ষেপে বিস্তৃতি পরিমাপের পদ্ধতি সম্বন্ধে আলোচনা কর। (What do you mean by a measure of dispersion ? Briefly describe the different methods of measuring dispersion.)

2. উদাহরণসহ বিস্তৃতি পরিমাপের ব্যবহারিক উপযোগিতা ব্যাখ্যা কর। (Explain with examples the utility of measuring dispersion)

3. বিভিন্ন বিস্তৃতি পরিমাপকের ধর্ম সম্বন্ধে সংক্ষেপে আলোচনা কর। (Discuss briefly the properties of different measures of dispersion.)

4. শিক্ষাবিষয়ক ও মনোবৈজ্ঞানিক তথ্যাবলীর ব্যাখ্যায় বিভিন্ন বিস্তৃতি পরিমাপকের আপেক্ষিক গুরুত্ব সম্বন্ধে আলোচনা কর। (Discuss the relative importance of the different measures of dispersion in the interpretation of Educational and Psychological data.)

5. বিস্তৃতি পরিমাপক হিসাবে প্রসার, চতুর্থাংশ পার্থক্য, গড় পার্থক্য ও সমক পার্থক্যের পারস্পরিক ব্যবহার সম্বন্ধে আলোচনা কর। (Discuss the relative uses of range, quartile deviation, mean deviation and standard deviation as measures of dispersion.)

6. বিস্তৃতি পরিমাপক হিসাবে সমক পার্থক্যের অর্থ ও গুণাবলী বিশ্লেষণ কর। (Analyse the meaning and properties of standard deviation as a measure of dispersion .)

7. গড় পার্থক্যের সংজ্ঞা দাও। সমক পার্থক্যের সংগে এর পার্থক্য কি প্রকারের ? (Define mean deviation. How does it differ from standard deviation ?)

8. সংজ্ঞা দাও (Define) :

(i) ভেদমান (Variance)

(ii) ভেদাংক (Coefficient of variability)

(iii) গড় পার্থক্য (Mean deviation)

9. মনোবৈজ্ঞানিক এবং শিক্ষাবিষয়ক বিশ্লেষণে বিস্তৃতির গুরুত্ব সম্বন্ধে আলোচনা কর। (Discuss the importance of dispersion in psychological and educational analysis.)

10. নিম্নলিখিত বিষয়গুলি যুক্তি সহকারে আলোচনা কর। (Discuss the following items with reason.)

(a) কোন্ বিস্তৃতির পরিমাপ শ্রেষ্ঠ এবং কেন ? (Which of the measures of variability is superior and why ?)

(b) কোন্ বিস্তৃতির পরিমাপ অধিক সহজে বোঝা যায় ? (Which of the measures of variability is easily understood ?)

(c) কোন্ বিস্তৃতির পরিমাপ সহজে গণনা করা যেতে পারে ? (Which of the measures of variability can easily he calculated ?)

11. সমক পার্থক্যের উপর কি ধরনের প্রভাব পরে যখন– (What type of influence does fall on standard deviation, when—)

(a) কোন স্থিরাংক যোগ করা হয়। (any constant is added.)

(b) কোন স্থিরাংক বিয়োগ করা হয়। (any constant is substracted.)

(c) কোন স্থিরাংক দিয়ে গুণ করা হয়। (multiplication is done with any constant.)

(d) কোন স্থিরাংক দিয়ে ভাগ করা হয়। (division is done with any constant.)

উদাহরণ দিয়ে বিস্তৃতভাবে আলোচনা কর। (Discuss in detail with example.)

12. নিম্নলিখিত পরিসংখ্যা বিভাজনের চতুর্থাংশ নির্ণয় কর। (Find out the quartile deviation from the following frequency distribution) :

x :	4	8	12	16	20	24	28	32	26
f :	4	22	25	45	52	41	36	16	10

13. নিম্নলিখিত তথ্যের প্রসারের মান নির্ণয় কর। (Find out the range of the following data):

Height (inches) :	60—62	63—65	66—68	69—71	72—74
No of students :	8	27	42	18	5

14. নিম্নলিখিত তথ্য হতে বিস্তৃতির যথোপযুক্ত পরিমাপ কর। (Calculate the appropriate measures of dispersion from the following data):

x :	less than 35	35—37	38—40	41—43	over 43
f :	14	62	99	18	7

15. সমক পার্থক্য কেন উপযোগী ? নিম্ন রাশিমালা থেকে সমক পার্থক্য নির্ণয় কর। (Why is standard deviation appropriate ? Calculate SD from the followlng data):

(a)

Score	f
50 – 54	8
45—49	5
40—44	7
35—39	11
30 – 34	4
25—29	9
20—24	3
15—19	5
	N=52

(b)

Score	f
100—109	5
90—99	9
80 – 89	14
70—79	19
60 – 69	21
50—59	30
40 – 49	25
30—39	15
20—29	10
10—19	8
0— 9	6
	N=162

16. নিম্ন রাশিতথ্যের ভেদাংক নির্ণয় কর এবং কোন্ গুণাংক বেশী নির্ভরশীল ? (Find out the coefficient of variation from the following data and which of the coefficients is more reliable ?

ছাত্রীর বুদ্ধি : M=115 SD=11

ছাত্রীর ভার : M= 40 Kg SD = 7

17. প্রতিটি 100 নম্বরের 10টি অভীক্ষার A ও B-এর প্রাপ্ত নম্বরের নিম্নলিখিত ছক হতে কে বেশী বুদ্ধিমান এবং কে বেশী সঙ্গতিপূর্ণ নির্ণয় কর। (From the following table of marks obtained by A and B in 10 test of 100

marks each, find out who is more intelligent and who is more consistant) :

A : 25 50 45 30 70 42 36 48 34 60

B : 10 70 50 20 95 55 42 60 48 80

18. নিম্নলিখিত পরিসংখ্যা বিভাজন হতে সমক পার্থক্য নির্ণয় কর (Find out S D in respect of the following frequency distribution) :

(a)

Scores	f
0–9	10
10–19	20
20–29	30
30–39	50
40–49	40
50–59	15
60–69	4
	N = 169

(b)

Scores	f
55–59	1
50–54	1
45–49	3
40–44	4
35–39	6
30–34	7
25–29	12
20–24	6
15–19	8
10–14	2
	N = 50

উত্তরমালা
(Answers)

12. Q=4 ; 13. R=15 inches ; 14. Q=1·75 ; 15. (a) SD= 10·83 ; (b) SD=24·12 ; 16. C. V. for intelligence=9·57 ; C. V. for weight=17·50 (∵ বুদ্ধি অপেক্ষা ভারের ভেদাংক অধিক নির্ভরশীল ।)

17. B—more intelligent ; A—more consitant (∵ for A. M= 44 ; C. V.=29·71% ; for B. M=52, C. V.=45·9%)

18. (a) S D=14·06 ; (b) S D=10 45

সপ্তম পরিচ্ছেদ | সহ-সম্বন্ধ এবং প্রতিগমন (Correlation and Regression)

কয়েকজন বালকের ওজনের গড় (average) অথবা তাদের উচ্চতার সমক পার্থক্য (standard deviation) কিংবা তাদের দ্বারা প্রাপ্ত নম্বরের প্রতিবৈষম্য (skewness) প্রভৃতি প্রতিটি ক্ষেত্রে একটি চলের (ওজন, উচ্চতা অথবা নম্বর) বৈশিষ্ট্য নিরূপণ করা হয়। কিন্তু বাস্তব ক্ষেত্রে আমরা এমন অনেক সমস্যার সম্মুখীন হই যেখানে দুই বা ততোধিক চলের পারস্পরিক সম্পর্ক নির্ণয়ের প্রয়োজন হয়। যদি দু'টি চল এমন হয় যে, একটির মান পরিবর্তনে অপরটির মান পরিবর্তিত হয়, তাহলে সেই ক্ষেত্রে চল দু'টিকে পরস্পর সম্বন্ধযুক্ত (correlated) বলা হয়। অনেক সময়ই বিদ্যালয়ের শিক্ষকদের বলতে শোনা যায় যে, চিকিৎসক বা ইঞ্জিনিয়ার হতে হলে ছাত্রদের বিজ্ঞান বিষয়ে এবং বাণিজ্যবিষয়ক কাজে পারদর্শিতা অর্জন করতে হলে বাণিজ্য বিষয়ে পড়াশুনা করা উচিত। এইরূপ ক্ষেত্রে পাঠ্য বিষয় এবং বৃত্তি পরস্পর সম্বন্ধযুক্ত হয়ে থাকে। তাছাড়া কয়েকজন বালক ও কয়েকজন বালিকার দ্বারা প্রাপ্ত নম্বরের মধ্যে, স্বামী ও স্ত্রীদের বয়সের মধ্যে, শিক্ষা ও অপরাধ প্রবণতার মধ্যে প্রভৃতি ক্ষেত্রে দু'টি চলের (যেমন, বিভিন্ন বৃত্তি ও পাঠ্যবিষয়, বালক ও বালিকাদের নম্বর, কিংবা স্বামী ও স্ত্রীর বয়স প্রভৃতি) মধ্যে কিরূপ সম্বন্ধ আছে তা নির্ণয় করা প্রয়োজন হয়ে পড়ে। পরিসংখ্যানে দু'টি চলের মধ্যে এরূপ সম্বন্ধ নির্ণয় করা হয় **সহ-সম্বন্ধ (correlation)** ও **প্রতিগমনের (Regression)** সাহায্যে। সহ-সম্বন্ধে দু'টি চলের মধ্যে সম্বন্ধের প্রকৃতি নির্ণয় করা হয়। অন্য কথায় বলা যায় যে, চল দু'টির মধ্যে কিরূপ সম্বন্ধ আছে, অর্থাৎ একটির মান বৃদ্ধিতে অপরটির মান বাড়ে বা কমে এবং কি পরিমাণে বাড়ে বা কমে তার মূল্যায়ন করা হয়। সাধারণতঃ এই মূল্যায়ন একটি সংখ্যার সাহায্যে চল দু'টির মধ্যেকার সম্বন্ধ প্রকাশ করা হয় এবং ঐ সংখ্যাটিকে **সহ-সম্বন্ধ গুণাংক (coefficient of correlation)** বলে। কিন্তু প্রতিগমনে দু'টি চলের মধ্যে সম্বন্ধের প্রকৃতি ধরে নিয়ে একটি মান পরিবর্তনে অপরটির **মান গণনা করা (estimate)** বা **স্থির করা (predict)** হয়। সহ-সম্বন্ধ গুণাংককে সাধারণত 'r' দ্বারা প্রকাশ করা হয়। যে দু'টি চলের মধ্যে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক নির্ণয় করা হয়, সে দু'টিকে চিহ্নিত করার জন্য 'r'-এর সংগে চল দু'টিও লেখা হয়। যেমন, x ও y এই দু'টি চলের মধ্যে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক বোঝানোর জন্য r_{xy} লেখা হয়। অপরপক্ষে প্রতিগমন গুণাংক b_{xy}-এর দ্বারা প্রকাশ করা হয়। এই পরিচ্ছেদে সমগ্র বিষয়বস্তু দু'টি ভাগে ভাগ করে সহ-সম্বন্ধ ও প্রতিগমন সম্বন্ধে আলোচনা করা হয়েছে।

সহ-সম্বন্ধ (Correlation)

সহ-সম্বন্ধ কোন দুই চলের (variables) মধ্যে এমন একটি সম্বন্ধ যার মাধ্যমে চল দু'টির পারস্পরিক নির্ভরতার (inter-dependence) মাত্রা (degree) নির্ণয় করা যেতে পারে। অন্য কথায় বলা যায় যে, সহ-সম্বন্ধ এই ইংগিত নির্দেশ করে থাকে যে, কোন ব্যক্তির দু'টি সংলক্ষণ (traits) পারস্পরিকভাবে একটি অপরটির উপর কতটা নির্ভরশীল এবং কতটুকু মাত্রায় সম্বন্ধযুক্ত হয়। তাছাড়া এই সংলক্ষণগুলি পারস্পরিকভাবে কতটুকু মাত্রায় বৃদ্ধি বা হ্রাস পায় কিংবা একটির বৃদ্ধিতে অপরটি বৃদ্ধি পায় অথবা একটি অপরটির বিরোধী হয়, এসবই সহ-সম্বন্ধের নিরীখে বিশ্লেষণ করা যায়। সুতরাং একথা স্পষ্টভাবে বলা যায় যে, সহ-সম্বন্ধ হল দুই চলের পারস্পরিক সম্বন্ধ। বিখ্যাত পরিমিতিবিদ গিলফোর্ডের (Guilford) ভাষায় "যখন দু'টি শ্রেণীর ঘটনার মধ্যে একটি পরিমাণগত বা গুণগত সম্বন্ধ থাকে, তখন সেই সম্বন্ধ নির্ধারণ, পরিমাপ এবং সঠিকভাবে প্রকাশ করার উপযুক্ত পরিসংখ্যানমূলক সূত্র হল সহ-সম্বন্ধ"। (When there is a relationship of a quantitative or qualitative nature between two sets of phenomena, the appropriate statistical test for discovering and measuring the relationship and expressing it in a precise way is known as correlation.)

বিখ্যাত ইংরাজ মনোবিজ্ঞানী স্যার ফ্রান্সিস গ্যাল্টন (Sir Francis Galton) এই সহ-সম্বন্ধ সম্পর্কে বিজ্ঞানসম্মত ধারণার প্রবর্তন করেন। তিনি খ্যাতনামা জীববিজ্ঞানী ডারউইনের (Darwin) বিবর্তনবাদের উপর ভিত্তি করে ব্যক্তিগত বৈষম্যের (individual difference) প্রকৃতি ও পরিমাপের অনুশীলন শুরু করেন। তিনি কিছু ব্যক্তির উচ্চতা এবং তাদের সন্তানদের উচ্চতা লেখচিত্রের দু'টি অক্ষে স্থাপন করে একটি বিশেষ বৈশিষ্ট্য লক্ষ্য করেন। তা হলো একটি সরল রেখার সাহায্যে এই পরিমাপগুলির প্রকাশ। অর্থাৎ একটি সরলরেখার সমীকরণ ($y=mx+c$) বিভিন্ন ব্যক্তি ও তাদের সন্তানদের উচ্চতার ক্রমোন্নতি বা ক্রম-অবনতিকে ভালভাবে প্রকাশ করতে পারে। তাঁর মতে ঐ রেখা সম্পর্কিত নীতির সাহায্যে এই চল দু'টির সহ-সম্বন্ধের পরিমাণ বোঝা সহজ হয়। পরবর্তীকালে কার্ল পিয়ারসন (Karl Pearson) তাঁরই পদ্ধতি অনুসরণ করে দু'টি চলের মধ্যে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক (coefficient of correlation) নির্ণয়ের পদ্ধতি প্রবর্তন করেন।

যখন পিয়ারসনের পদ্ধতিতে দু'টি চলের মধ্যে সহ-সম্বন্ধ নির্ণয় করা হয় তখন সর্বদা ধরে নেওয়া হয় যে, ঐ দুই চলের মধ্যে একটি সরল রৈখিক সম্পর্ক আছে। এই সহ-সম্বন্ধকে গুণফল ভ্রামক গুণাংক (Product moment coefficient) বলে। বাস্তবে এই মানটি উত্তম পরিবেশন রেখার (line of best fit) একটি ধ্রুবক (constant)। এর মান+থেকে−পর্যন্ত বিস্তৃত হতে পারে। যখন দু'টি চলের সহ-সম্বন্ধের মান ধনাত্মক (positive) হয়; তখন একটি রাশির মানের বৃদ্ধি বা হ্রাসে অপর রাশির মান যথাক্রমে বৃদ্ধি বা হ্রাস পায়, অর্থাৎ চলরাশিদ্বয়ের মানের পরিবর্তন

সমমুখী হয়। এইরূপ ক্ষেত্রে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক +1 হয়। ধরা যাক, যখন কোন একটি শ্রেণীর ছাত্রদের বুদ্ধ্যঙ্ক এবং পরীক্ষার ফল একই হারে পরিবর্তিত হয়, তখন বলা যেতে পারে যে, যে কোন একটির পরিবর্তনের সংগে সংগে অপরটির সমপরিমাণ ও সমপ্রকৃতির পরিবর্তন হয়; অর্থাৎ তাদের মধ্যে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক+1 হয়। যেমনটি আমরা লক্ষ্য করি যে, বৃষ্টিপাতের হ্রাস বৃদ্ধির সংগে সংগে খাদ্যোৎপাদনের হ্রাস বৃদ্ধি ঘটে। এক্ষেত্রে বৃষ্টিপাতের বৃদ্ধি হ'লে আনুপাতিক হারে খাদ্যোৎপাদন বৃদ্ধি পায়। আবার সহ-সম্বন্ধের মান **ঋণাত্মক** (**negative**) হবে যদি একটি চলের মানের বৃদ্ধি বা হ্রাসে অপর চলের মানের যথাক্রমে হ্রাস বা বৃদ্ধি ঘটে, অর্থাৎ যদি চলরাশিদ্বয়ের মানের পরিবর্তন **বিপরীতমুখী** হয়। এইরূপ ক্ষেত্রে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক −1 হয়। ধরা যাক, যখন কোন একটি শ্রেণীর ছাত্ররা বাংলা বিষয়ে ভাল নম্বর পেয়েছে এবং অংকে আনুপাতিক হারে খারাপ নম্বর পেয়েছে, কিংবা অংকে ভাল নম্বর পেয়েছে এবং বাংলা বিষয়ে খারাপ নম্বর পেয়েছে। এইক্ষেত্রে উভয় বিষয়ের মধ্যে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক ঋণাত্মক হবে। অর্থাৎ একটি চলের মানে হ্রাস বা বৃদ্ধি, অপর চলের মানে আনুপাতিক হারে বৃদ্ধি বা হ্রাস ঘটাবে। আবার যদি দু'টি চলরাশি এমন হয় যে, একটির মান পরিবর্তনের উপর অপরটির মান নির্ভরশীল নয়, তাহলে সেরূপ ক্ষেত্রে রাশি দু'টি পরস্পর সম্বন্ধহীন (**uncorrelated**) হবে। অর্থাৎ একটির কোন পরিবর্তন অপরটিকে প্রভাবিত করে না। এসব ক্ষেত্রে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক সর্বদা **শূন্য (0)** হবে। যেমন, ছাত্রদের উচ্চতার সংগে বিভিন্ন সামগ্রীর দামের কোন সম্বন্ধ নেই। এক্ষেত্রে ছাত্রদের উচ্চতা ও বিভিন্ন সামগ্রীর দাম সম্বন্ধহীন। সুতরাং বলা যায় যে, কোন দু'টি চলের মধ্যে সহ-সম্বন্ধ নির্ণয় করা সম্ভব এবং এই সহ-সম্বন্ধের মান চরম সীমা +1 থেকে −1 এর মধ্যে যে কোন মান হতে পারে।

সহ-সম্বন্ধ আবার রৈখিক (**linear**) অথবা অরৈখিক বা বক্রাত্মক (**non-linear or Curvilinear**) হতে পারে। যদি একটি রাশির মান যে পরিমাণে পরিবর্তিত হয় এবং তার সংগে যদি অপর রাশির মানের পরিবর্তন সেই পরিমাণে সর্বদা নির্দিষ্ট অনুপাতে হয়, তাহলে উভয় রাশির সহ-সম্বন্ধের মান রৈখিক হবে। অল্প কথায়, দু'টি চলের মান পরিবর্তনের অনুপাত ধ্রুবক হলে তাদের সহ-সম্বন্ধ রৈখিক হবে। এইরূপ ক্ষেত্রে ছক কাগজে চল দু'টির লেখ অংকন করলে একটি সরল রেখা পাওয়া যাবে। যখন চল দু'টির মান পরিবর্তনের অনুপাত ধ্রুবক হয় না তখন তাদের সহ-সম্বন্ধের মানকে অরৈখিক বলা হয়। নীচে চিত্রের সাহায্যে সহ-সম্বন্ধের প্রকৃতি ব্যাখ্যা করা হয়েছে।

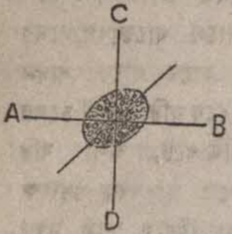
॥ এক ॥ **ধণাত্মক সহ-সম্বন্ধ (Positive Correlation)**

যখন একটি চলের বৃদ্ধিতে অপর চলেও বৃদ্ধি ঘটে অথবা একটি চলের হ্রাসে অপর চল হ্রাস প্রাপ্ত হয়, তখন এই সমমুখী সম্বন্ধকে ধনাত্মক সহ-সম্বন্ধ বলে। যখন বুদ্ধ্যঙ্ক এবং অভীক্ষার প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যে ধনাত্মক সহ-সম্বন্ধ হয় তখন তার তাৎপর্য হল যে, বুদ্ধি বাড়ার সংগে পরীক্ষার প্রাপ্তাংকের শতকরা হারও বাড়ে এবং বুদ্ধি কম

হলে পরীক্ষা প্রাপ্তাংকের শতকরা হারও কম হওয়া উচিত। অর্থাৎ অধিক বুদ্ধি সম্পন্ন শিক্ষার্থী অধিক নম্বর পাবে এবং এর বিপরীত কম বুদ্ধি সম্পন্ন শিক্ষার্থীর নম্বরের শতকরা হার কম হবে। বুদ্ধি এবং প্রাপ্তাংকের সহ-সম্বন্ধ নিম্ন প্রকার হিসাবে বোঝা যায়—

অধিক বুদ্ধি⇌প্রাপ্তাংকের অধিক শতাংশ

কম বুদ্ধি⇌প্রাপ্তাংকের কম শতাংশ

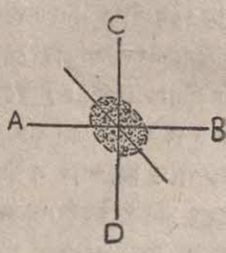


চিত্র সংখ্যা 7.1
ধনাত্মক সহ-সম্বন্ধ

চিত্র সংখ্যা 7.1 এ এই ধনাত্মক সহ-সম্বন্ধকে রেখা চিত্রের সাহায্যে প্রকাশ করা হয়েছে। যখন উভয় চলের মাত্রা পারস্পরিকভাবে সমান অনুপাতে কমে বা বাড়ে তখন উভয় চলের মধ্যে পরিপূর্ণ ধনাত্মক সহ-সম্বন্ধ (Perfect positive correlation) পাওয়া যায়, যেমন চিত্র সংখ্যা 7.1 এ যে অনুপাতে বৃত্তের ব্যাস বাড়ে, ঠিক সেই অনুপাতে বৃত্তের পরিধিও বাড়ে। ধনাত্মক সহ-সম্বন্ধ সর্বদা পরিপূর্ণ (Perfect) হয় না, অর্থাৎ কখন কখন ধনাত্মক সহ-সম্বন্ধ কেবল উচ্চ শ্রেণীর বা কেবল নিম্ন শ্রেণীরও হতে পারে।

॥ দুই ॥ **ঋণাত্মক সহ-সম্বন্ধ (Negative Correlation)**

যখন একটি চলের বৃদ্ধিতে অপর চলের মাত্রা কম হয় কিংবা একটি চল কম হওয়াতে অপর চলের মাত্রা বাড়ে তখন দু'টি চলের এই প্রকার বিপরীত সম্পর্ককে ঋণাত্মক সহ-সম্বন্ধ বলে। যখন আমরা বলি যে, কাজের গতি এবং সঠিকত্বের (Speed and accuracy of work) মধ্যে ঋণাত্মক সহ-সম্বন্ধ হয়, তখন আমরা বলতে পারি যে, অধিক গতির সংগে করা কাজ কম সঠিক হবে এবং যেখানে কাজ সঠিক হবে যেখানে গতি কম হবে। যে অনুপাতে প্রথম চলের মাত্রাতে বৃদ্ধি হয়, সেই অনুপাতে যদি দ্বিতীয় চলের মাত্রা কম হয় তাহলে এই প্রকার পারস্পরিক বিরোধী সম্বন্ধকে পরিপূর্ণ ঋণাত্মক সহ-সম্বন্ধ (Perfect negative correlation) বলে। যেমন, অন্তর্মুখিতা বহির্মুখিতাতে আপসে পরিপূর্ণ ঋণাত্মক সহ-সম্বন্ধ হয়।



চিত্র সংখ্যা 7.2
ঋণাত্মক সহ-সম্বন্ধ

অধিক বহির্মুখিতা⇌নিম্ন অন্তর্মুখিতা

নিম্নবহির্মুখিতা⇌অধিক অন্তর্মুখিতা

চিত্র সংখ্যা 7.2 তে এই ঋণাত্মক সহ-সম্বন্ধ রেখা চিত্রের সাহায্যে প্রকাশ করা হয়েছে। এটা প্রয়োজন হয় না যে, ঋণাত্মক সহ-সম্বন্ধ সর্বদা পরিপূর্ণ হবে। অর্থাৎ এই ঋণাত্মক সহ-সম্বন্ধ কেবল উচ্চ বা নিম্ন শ্রেণীরও হতে পারে।

॥ তিন ॥ **শূন্য সহ-সম্বন্ধ (Zero Correlation)**

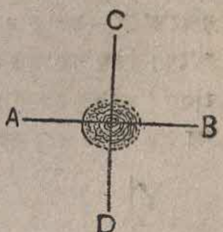
যখন একটি চল বাড়াতে বা কমাতে অপর চলের মধ্যে কোন পার্থক্য ঘটে না; অর্থাৎ যখন দু'টি চলের মধ্যে একটির কোন প্রভাব অপরটির উপর পড়ে না তখন এই

দুই চলের মধ্যে সহ-সম্বন্ধ শূন্য হয়। যখন আমরা বলি যে, অভিভাবকদের সামাজিক অবস্থার সংগে তাদের ছেলেমেয়েদের শতকরা হিসাবে পরীক্ষায় উত্তীর্ণ হওয়ার মধ্যে কোন সম্পর্ক দেখা যায় না, তখন উভয় চলের মধ্যে সহ-সম্বন্ধ শূন্য হয়। অর্থাৎ ভাল সামাজিক অবস্থা সম্পন্ন পিতামাতার সন্তানরা শতকরা হিসাবে অধিক পরিমাণে পরীক্ষায় উত্তীর্ণ হওয়ার সংগে খারাপ সামাজিক অবস্থা সম্পন্ন পিতামাতার সন্তানরা কম পরিমাণে অশিক্ষিত শতকরা হিসাবে পরীক্ষায় উত্তীর্ণ হওয়ার মধ্যে কোন পার্থক্য নেই। এই বক্তব্য নিম্ন প্রকারে স্পষ্টভাবে ব্যক্ত করা যায়—

উচ্চ সামাজিক অবস্থা সম্পন্ন ছেলেমেয়েরা→শতকরা 40 ভাগ পরীক্ষায় উত্তীর্ণ হয়
নিম্ন সামাজিক অবস্থা সম্পন্ন ছেলেমেয়েরা→শতকরা 40 ভাগ পরীক্ষায় অনুত্তীর্ণ হয়

চিত্র সংখ্যা 7.3 তে এই শূন্য সহ-সম্বন্ধকে রেখা চিত্রের সাহায্যে প্রকাশ করা হয়েছে।

এখানে সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের অন্যান্য প্রকার ভেদের উল্লেখ করা হয়েছে।



চিত্র সংখ্যা 7.3
শূন্য সহ-সম্বন্ধ

॥ এক ॥ **রৈখিক সহ-সম্বন্ধ (Linear Correlation)**

যখন দু'টি চলের মধ্যে এমন সহ-সম্বন্ধ পাওয়া যায় যাতে নিরবিচ্ছন্নতা (continuity) থাকে এবং যার মধ্যে নির্ণেয় সম্বন্ধকে একটি সরল রেখার দ্বারা প্রকাশ করা যেতে পারে তখন এইরূপ সহ-সম্বন্ধকে **রৈখিক সহ-সম্বন্ধ** বলা হয়। এই প্রকার সহ-সম্বন্ধ নির্ণয় করার জন্য কেবল সেই চলগুলি নির্বাচন করা হয় তাদের পরিমাপ ব্যাপ্তিসূচক (interval) এবং অনুপাত (ratio) মাপনি দ্বারা নির্ণয় করা সম্ভব হয়। এতে কোন দুই মানের মধ্যবর্তী দূরত্বকে অধিক একক সমূহের (units) সাহায্যে ভাগ করা যেতে পারে।

উদাহরণস্বরূপ 8 জন বালকের বয়স এবং ওজনের রৈখিক সহ-সম্বন্ধ নিম্ন সারণীর সাহায্যে দেখানো হয়েছে—

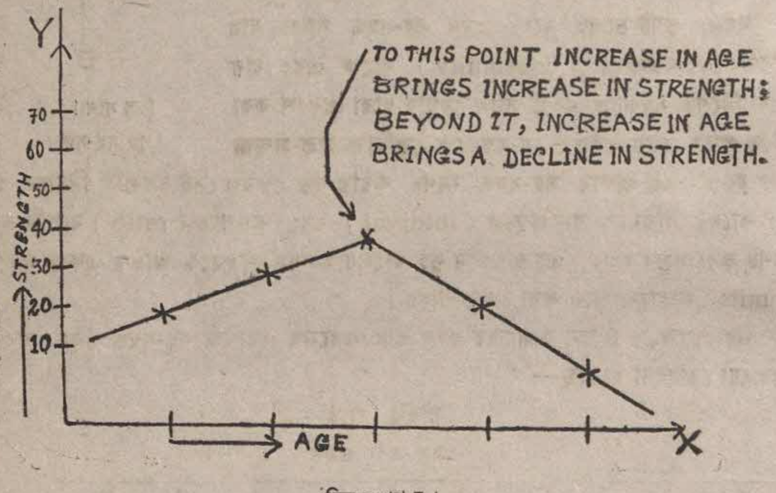
সারণী 7.1
বয়স এবং ওজন

বালক	1	2	3	4	5	6	7	8
বয়স (বর্ষ)	8	9	10	11	12	13	14	15
ওজন (কিলো)	14	16	17	20	21	23	25	26

যখন বালকদের বয়স এবং ওজনের সহ-সম্বন্ধ ছক কাগজে দেখানো হয়, তখন এটি এক রেখার রূপে পাওয়া যায়। মনোবৈজ্ঞানিক এবং শিক্ষাবিষয়ক ক্ষেত্রে দু'টি চলের মধ্যে রৈখিক সহ-সম্বন্ধ নির্ণয় করার জন্য বিশেষভাবে Karl Pearson-এর গুণফল ভ্রামক সূত্র (Product moment formula) প্রয়োগ করা হয় এবং সূত্র দ্বারা প্রাপ্ত সহ-সম্বন্ধ গুণাংক 'r' চিহ্ন দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

॥ দুই ॥ **অরৈখিক বা বক্রাত্মক সহ-সম্বন্ধ (Non-linear or Curvilinear Correlation)**

অরৈখিক সহ-সম্বন্ধের সংকেত চিহ্ন (Symbol) η (eta) দ্বারা সূচিত করা যায়। রৈখিক সহ-সম্বন্ধ গুণাংককে (linear coefficient of correlation) যখন আমরা ছক কাগজে প্রতিগমন রেখা সমূহের (regression lines) দ্বারা প্রদর্শন করি, তখন রেখাগুলি প্রায় সরল রেখা হয়। সুতরাং এই প্রকার সহ-সম্বন্ধকে রৈখিক সহ-সম্বন্ধ গুণাংক (linear coefficient of correlation) বলে। এতে 'X—চল' এবং 'Y—চল' এর মধ্যে একটির পরিবর্তন অপরটির উপর অনুকূল প্রভাব বিস্তার করে। যখন 'X—চল' (Variable)-এর বৃদ্ধিতে 'Y—চল' (Variable) হ্রাস পায় তখন এই 'X—চল' এর বৃদ্ধিতে 'Y—চল' বরাবর কম হবে। অপর পক্ষে, যখন 'Y—চল'-এর বৃদ্ধিতে' 'X—চল' হ্রাস পায়, তখন এই 'Y—চল' 'X—চল' কম হওয়াতে বরাবর বৃদ্ধি পাবে। কিন্তু বক্রাত্মক সহ-সম্বন্ধ গুণাংকে (curvilinear coefficient of correlation) এইরূপ হয় না। যখন আমরা প্রতিগমন রেখাসমূহ (regression lines) ছক কাগজে স্থাপন করে সহ-সম্বন্ধ নির্দেশ করি, তখন এই প্রতিগমন রেখাগুলির আকৃতি



চিত্র সংখ্যা 7.4
অরৈখিক সহ-সম্বন্ধ

বক্র (curve) রেখার ন্যায় হবে, না সরল রেখার ন্যায় হবে? অরৈখিক সহ-সম্বন্ধ গুণাংকে প্রয়োজন হয় না যে, 'X—চল'-এর বৃদ্ধিতে সর্বদা 'Y—চল' কমবে বা বাড়বে। এমন হতে পারে যে, কিছু সময় পর্যন্ত 'X—চল'-এর প্রভাব থেকে 'Y—চল' কম হতে পারে এবং মধ্যে বা শুরুতে বাড়তে পারে কিংবা মধ্যে আবার কম হতে পারে। যেখানে আমরা অরৈখিক বা বক্রাত্মক(Curvilinear) সহ-সম্বন্ধকে (Correlation) মানুষের বয়স এবং তার শারীরিক শক্তিকে উদাহরণের সাহায্যে বোঝাই, যেখানে প্রথমে বয়স বাড়ার সংগে সংগে শক্তি বাড়ে; কিন্তু প্রায় 40 বছর বয়সের অবস্থাতে এই

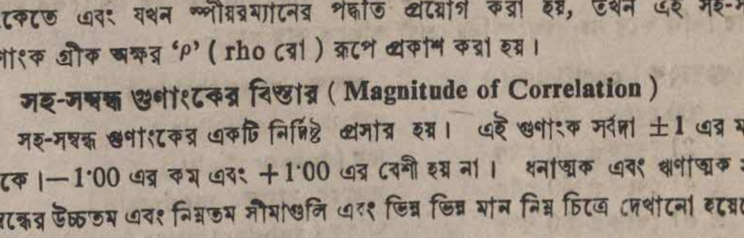
শক্তি অবস্থা বাড়ার সংগে সংগে প্রায় কম হতে থাকে। যদি আমরা এই সহ-সম্বন্ধকে ছক কাগজে সংস্থাপিত প্রতিগমন রেখাগুলির (regression lines) দ্বারা দেখাতে চাই, তাহলে এই রেখাগুলি সরল না হয়ে বক্র (curve) রূপে হয়। এই প্রকার সহ-সম্বন্ধকে অরৈখিক বা বক্রাত্মক সহ-সম্বন্ধ বলা হয়। অরৈখিক সহ-সম্বন্ধকে এইভাবেও দেখানো যেতে পারে। যেমন, যদি সহ-সম্বন্ধের তালিকার স্তম্ভ ও পংক্তি-সমূহে (columns and rows) গড়মানগুলিকে একটি সরল রেখা রূপে প্রকাশ করা সম্ভব না হয়, পরন্তু ঐ গড়মানগুলিকে একটি অরৈখিক রেখার মাধ্যমে প্রকাশ করা যেতে পারে, তাহলে এই দুই চলের পারস্পরিক সহ-সম্বন্ধকে অরৈখিক সহ-সম্বন্ধ বলা হয়। এই সহ-সম্বন্ধকে চিত্র সংখ্যা 7.4 এ বোঝানো হয়েছে।

সহ-সম্বন্ধ গুণাংক
(Coefficient of Correlation)

মনোবৈজ্ঞানিক এবং শিক্ষাবিষয়ক পরিসংখ্যানে যে সকল সংখ্যামান দ্বারা কোন দুই চল, ব্যক্তি, সংলক্ষণ প্রভৃতির মধ্যে পারস্পরিক সহ-সম্বন্ধ নির্ণয় করা যায় তাকে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক বলা হয়। এটি এমন এক সূচক (index) যা দুই চলের মধ্যে সম্ভাব্য সম্বন্ধের গুণ (quality) এবং মাত্রা (quantity) নির্দেশ করে। যখন পিয়ারসনের পদ্ধতির সাহায্যে সহ-সম্বন্ধ নির্ণয় করা হয় তখন এই সহ-সম্বন্ধ গুণাংক 'r' সংকেতে এবং যখন স্পীয়রম্যানের পদ্ধতি প্রয়োগ করা হয়, তখন এই সহ-সম্বন্ধ গুণাংক গ্রীক অক্ষর 'ρ' (rho রো) রূপে প্রকাশ করা হয়।

সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের বিস্তার (Magnitude of Correlation)

সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের একটি নির্দিষ্ট প্রসার হয়। এই গুণাংক সর্বদা ± 1 এর মধ্যে থাকে।-1.00 এর কম এবং $+1.00$ এর বেশী হয় না। ধনাত্মক এবং ঋণাত্মক সহ-সম্বন্ধের উচ্চতম এবং নিম্নতম সীমাগুলি এবং ভিন্ন ভিন্ন মান নিম্ন চিত্রে দেখানো হয়েছে।



চিত্র সংখ্যা 7.5
সহ-সম্বন্ধ গুণাংক বিস্তার

এই চিত্র হতে স্পষ্টভাবে বোঝা যায় যে, সহ-সম্বন্ধ গুণাংক এই সীমাগুলির মধ্যে কোন মানের সমান হতে পারে। উদাহরণ স্বরূপ, বিভিন্ন পরিস্থিতিতে 'r' এর মান +.86, +.94, +.72, +.51, +.34, +.12, .00, −.17, −.28, −.48 বা − 97 হতে পারে।

কিন্তু কোনও পরিস্থিতিতে পরিপূর্ণ +1·00 বা −1·00 হতে পারে না। সুতরাং সহ-সম্বন্ধ গুণাংক +1·00 থেকে 00 হয়ে −1·00 পর্যন্ত কোথাও হতে পারে।

সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের ব্যাখ্যা (Interpretation of Coefficient of Correlation)

সহ-সম্বন্ধের ব্যাখ্যা, তার সংগে যুক্ত চিহ্ন এবং মানের উপর নির্ভর করে। সহ-সম্বন্ধের পূর্বে যুক্ত চিহ্ন থেকে সম্বন্ধের তাৎপর্য সম্বন্ধে ধারণা করা যায়। অর্থাৎ সহ-সম্বন্ধ ধনাত্মক বা ঋণাত্মক যাই হোক না কেন তার মান থেকে সম্বন্ধের গুরুত্ব সম্পর্কে বোঝা যায়। সহ-সম্বন্ধ গুণাংক 1·00 এর যত নিকট হবে সম্বন্ধ তত অধিক গুরুত্বপূর্ণ হবে।

সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের মাত্রা যত কম হবে, দুই চলের মধ্যে পারস্পরিক সম্বন্ধ তত কম হবে। +1·00 পরিপূর্ণ ধনাত্মক সহ-সম্বন্ধ (Perfect positive *r*) এবং—1·00 পরিপূর্ণ ঋণাত্মক সহ-সম্বন্ধের (Perfect negetive *r*) সূচক হিসাবে গ্রাহ্য হয়। যখন গুণাংক শূন্য হয়, তখন দুই চলের মধ্যে কোন সম্বন্ধ থাকে না। তার অর্থ হল যে, দুই চলের একটি অপরটি থেকে সম্পূর্ণভাবে পৃথক এবং একটি অপরটির বৃদ্ধি-হ্রাসের মধ্যে কোন প্রভাব লক্ষ্য করা যায় না। বিশদভাবে বলা যায় যে, যখন সহ-সম্বন্ধ গুণাংক ±·5-এর উপর, অর্থাৎ +1·00 দিকে হয়, তখন এই গুণাংক উচ্চ ধনাত্মক বা উচ্চ ঋণাত্মক হয় এবং যখন ±·5-এর কম পরন্তু শূন্যের দিকে হয়, তখন এই গুণাংক নিম্ন ধনাত্মক বা নিম্ন ঋণাত্মক হয়। গিলফোর্ড সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের মাত্রার উপর ভিত্তি করে সহ-সম্বন্ধকে নিম্ন শ্রেণী গুলিতে ভাগ করেন—

গুণাংক (coefficient)	সম্বন্ধ (relationship)
·00 থেকে ± ·20 পর্যন্ত	খুবই কম (negligible)
±·21 থেকে ±·40 পর্যন্ত	কম (low or slight)
±·41 থেকে ±·60 পর্যন্ত	সাধারণ, সামান্য (moderate)
±·61 থেকে ±·80 পর্যন্ত	অধিক (substantial or high)
±·81 থেকে ±·99 পর্যন্ত	খুবই অধিক (Very high)
±1·00	পরিপূর্ণ সহ-সম্বন্ধ (perfect correlation)

'±' থেকে এই তাৎপর্য ব্যাখ্যা করা যায় যে, যখন সহ-সম্বন্ধ ধনাত্মক (+) হয়, তখন আমরা বলতে পারি যে, ধনাত্মক খুবই কম, বা কম, বা সামান্য অথবা অধিক বা খুবই অধিক এবং যখন সহ-সম্বন্ধ ঋণাত্মক (−) হয়, তখন ধনাত্মকের পরিবর্তে ঋণাত্মক শব্দ বসিয়ে তাৎপর্য বোঝানো যায়।

এই প্রসঙ্গে একথা বলা যায় যে, সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের তাৎপর্য নির্ণয়ের জন্য প্রদত্ত মান সমন্বিত শ্রেণীবিভাগের মধ্যে কোন্‌টি গ্রহণ করবো, তা বিচার করতে হবে—(1) চলগুলির প্রকৃতি এবং (2) যে উদ্দেশ্যে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক নির্ণয় করা হয় তার পরিপ্রেক্ষিতে। শিক্ষাতত্ত্ব, মনোবিজ্ঞান ও সমাজতত্ত্ব বিষয়ক তথ্যাবলীর তাৎপর্য নির্ণয়ের ক্ষেত্রে উল্লেখিত শ্রেণীবিভাগে প্রদত্ত মানগুলি কার্যোপযোগী হিসাবে বিবেচিত হয়ে থাকে।

সহ-সম্বন্ধ গণনার পদ্ধতি
(Method of Calculating Correlation)

সহ-সম্বন্ধ গুণাংক নির্ণয়ের বিভিন্ন পদ্ধতি আছে। এখানে দু'টি চলের মধ্যে কিভাবে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক গণনা করা যায় সে সম্বন্ধে আলোচনা করা হয়েছে। এই দু'টি চলের মধ্যে সর্বদা রৈখিক সম্বন্ধ বর্তমান। সর্বপ্রথম কার্ল পিয়ারসন (Karl Pearson) এই রৈখিক সম্পর্কযুক্ত দু'টি চলের মধ্যে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক নির্ণয়ের পদ্ধতি প্রবর্তন করেন। এই পদ্ধতিকে **গুণফল ভ্রামক পদ্ধতি** (Product Moment Method) বলা হয় এবং এর গুণাংক 'r' চিহ্ন দ্বারা সূচিত করা হয়। একে **গুণফল ভ্রামক গুণাংকও** (Product moment coefficient) বলে। দু'টি অবিভাজ্য চলের মধ্যে সহ-সম্বন্ধ নির্ণয় করার জন্য অপর যে একটি পদ্ধতি ব্যবহার করা হয় তাকে **ক্রম অন্তর পদ্ধতি** (Rank difference method) বলা হয়। এডওয়ার্ড স্পিয়ারম্যান (Edward Spearman) এই পদ্ধতির প্রবর্তন করেন। এই পদ্ধতিতে যে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক পাওয়া যায় তাকে ρ (Rho) সূচক দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

গুণফল ভ্রামক সহ-সম্বন্ধ
(Product Moment Correlation)

সংকেত চিহ্ন = r

এই পদ্ধতিতে গড় থেকে প্রাপ্তাংকগুলির পার্থক্যকে কোন নির্দিষ্ট শক্তিতে উন্নীত করে তাদের যোগফলকে সংখ্যা (N) দিয়ে ভাগ করা হয় এবং যে ভাগফল পাওয়া যায় তাকে ভ্রামক বলা হয়। (A moment is the sum of deviations from the mean raised to any power divided by N)। এই অর্থে ভেদমান (variance) একটি ভ্রামক (moment)। যখন দু'টি চলের শ্রেণী থেকে প্রাপ্ত পার্থক্যগুলিকে গুণ করে সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে যে ভাগফল পাওয়া যায় তখন তাকে গুণফল ভ্রামক (Product monent) বলে। যদি X ও Y দু'টি চল শ্রেণী হয়, তাদের গড় X_a ও Y_b হয় এবং চল শ্রেণীর প্রাপ্তাংক সংখ্যা N হয়, তাহলে

$$\text{গুণফল ভ্রামক} = \frac{\Sigma xy}{N}$$

$$\text{যেখানে } X = X - X_a$$
$$Y = Y - Y_b$$

এখন যদি দু'টি চলের একক ভিন্ন হয়, তাহলে তাদের মধ্যে সহ-সম্বন্ধ নির্ণয় করা অসম্ভব হয়। যেমন, উচ্চতা এবং ওজন ভিন্ন এককে পরিমাপ করা হয়। এই ভিন্ন এককে উভয়ের সহ-সম্বন্ধ গণনা করা যায় না। এই অসুবিধা দুর করার জন্য কার্ল পিয়ারসন এই ভিন্ন এককগুলিকে সমএককে পরিবর্তন করার উপায় নির্ধারণ করেন। তিনি পার্থক্যগুলিকে তাদের সমক পার্থক্য (standard deviation) দিয়ে ভাগ

করে একই এককে পরিবর্তন করার পদ্ধতি প্রবর্তন করেন। এই পদ্ধতিতে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক নির্ণয় করলে এককে ভিন্নতার ত্রুটি নিরসন করা যায়। তাঁর মতে "সহ-সম্বন্ধের গুণফল ভ্রামক গুণাংক হল এমন একটি অনুপাত যা একটি চলের পরিবর্তনের সংগে অপর চলের যে পরিবর্তন হচ্ছে তার সীমা প্রকাশ করে"। (Product moment coefficient of correlation is a kind of ratio that express the extent to which change in one variable is accompanied by change in another variable.) অর্থাৎ এই অনুপাতের দ্বারা দু'টি চলের মধ্যেকার সম্পর্কের মাত্রা (degree) বোঝান যায়।

গুণফল ভ্রামক পদ্ধতিতে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক নির্ণয় করার জন্য নিম্ন পদ্ধতিগুলি ব্যবহার করা যায়—

॥ এক ॥ অবিন্যস্ত প্রাপ্তাংকগুলি (ungrouped scores) থেকে

(i) কল্পিত গড়মান পদ্ধতি (assumed mean method)

(ii) প্রকৃত গড়মান পদ্ধতি (real mean method)

(iii) হ্রাসপ্রাপ্ত প্রাপ্তাংক কম করার পদ্ধতি (reduced score method)

(iv) অন্তর পদ্ধতি (difference method)

॥ দুই ॥ বিন্যস্ত প্রাপ্তাংকগুলি (grouped scores) থেকে

বিক্ষিপ্ত চিত্র পদ্ধতি (scatter diagram method)

(i) কল্পিত গড়মান পদ্ধতির সাহায্যে 'r'-এর গণনা (Calculation of 'r' by Assumed Mean Method)

এই পদ্ধতিতে 'r' গণনা করার জন্য নিম্ন সূত্র ব্যবহার করা হয়—

সূত্র : $$r_{xy}=\frac{\frac{\Sigma x'y'}{N}-c_x.c_y}{\sigma_x'\sigma_y'} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (1)$$

যেখানে, $\Sigma x'y'$ = কল্পিত গড় থেকে দু'টি শ্রেণীর প্রাপ্তাংকগুলির পার্থক্যের পারস্পরিক গুণফলের সমষ্টি

$c_x. c_y$ = দু'টি চলের স্বতন্ত্র প্রকৃত এবং কল্পিত গড়ের পার্থক্যের গুণফল

$\sigma_x'.\sigma_y'$ = দু'টি চলের স্বতন্ত্র সমক পার্থক্যের গুণফল

N = পরিসংখ্যার সংখ্যা

r_{xy} = দু'টি চলের সহ-সম্বন্ধ গুণাংক

এই পদ্ধতিতে যেহেতু পার্থক্যগুলি কল্পিত গড়ের ভিত্তিতে নির্ণয় করা হয়ে থাকে, সেহেতু মোট গুণফল ভ্রামক $\left(\frac{\Sigma x'y'}{N}\right)$ থেকে গড়ের জন্য সংশোধনী (correction) ব্যবহার করা হয়, অর্থাৎ, $\frac{\Sigma f_x'}{N}$ এবং $\frac{\Sigma f_y'}{N}$ এর গুণফল বিয়োগ করা হয়।

॥ পদ্ধতি ॥ এই পদ্ধতিতে দু'টি চলের মধ্যে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক নির্ণয় করতে হলে নিম্নরূপ সোপানগুলি পর্যায়ক্রমে সম্পাদন করতে হয়।

(i) সারণীতে X-শ্রেণীর জন্য একটি কল্পিত গড় ধরে x' পার্থক্যগুলি নির্ণয় করে x' স্তম্ভে লিখতে হয়।

(ii) সারণীতে Y-শ্রেণীর জন্য একটি কল্পিত গড় ধরে y' পার্থক্যগুলি নির্ণয় করে y' স্তম্ভে লিখতে হয়।

(iii) x'-এবং y'-পার্থক্যগুলির বর্গ নির্ণয় ক'রে x'^2—এবং y'^2 স্তম্ভে পৃথক পৃথক ভাবে লিখতে হয়।

(iv) x' এবং y'-পার্থক্যগুলিকে গুণ করে গুণফল $x'y'$ স্তম্ভে লিখতে হয়।

(v) পরপর স্তম্ভের মানগুলি যোগ ক'রে $\Sigma x'$, $\Sigma y'$, $\Sigma x'^2$, $\Sigma y'^2$ ও $\Sigma x'y'$ নির্ণয় করতে হয়।

(vi) $c_x = \frac{\Sigma f_x'}{N}$ এবং $c_y = \frac{f}{N}$ সূত্রদ্বয়ের সাহায্যে c_x এবং c_y নির্ণয় করতে হয়।

(vii) $\sigma_x' = \sqrt{\frac{\Sigma x'^2}{N} - (c_x)^2}$ এবং $\sigma_y' = \sqrt{\frac{\Sigma y'^2}{N} - (c_y)^2}$ সূত্র দু'টির সাহায্যে σ_x' এবং σ_y' নির্ণয় করতে হয়।

(viii) পরিশেষে সূত্র (1) অনুসারে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক (r) নির্ণয় করা হয়।

উদাহরণ 1. দশজন ছাত্রের দু'টি পরীক্ষায় (A) এবং (B) প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হল। এই দু'টি পরীক্ষায় প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যেকার সহ-সম্বন্ধ গুণাংক নির্ণয় কর। (In two examinations (A) and (B) obtained scores of ten students are given. Calculate the coefficient of correlation between two sets of scores.)

ছাত্র	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
পরীক্ষা (A)	25	22	28	30	30	31	30	33	34	35
পরীক্ষা (B)	10	13	17	14	13	15	16	15	14	20

সমাধান ঃ

সারণী 7.2

দু'টি পরীক্ষায় (A ও B) প্রাপ্তাংক, বিচ্যুতি, বিচ্যুতির বর্গ এবং বিচ্যুতির বর্গের গুণফল

ছাত্র	পরীক্ষা (A)	পরীক্ষা (B)	বিচ্যুতি		বিচ্যুতির বর্গ		বিচ্যুতির বর্গের গুণফল
	x	y	x′	y′	x'^2	y'^2	x′ y′
1	25	10	−5	−5	25	25	25
2	22	13	−8	−2	64	4	16
3	28	17	−2	2	4	4	−4
4	30	14	0	−1	0	1	0
5	30	13	0	−2	0	4	0
6	31	15	1	0	1	0	0
7	30	16	0	1	0	1	0
8	33	15	3	0	9	0	0
9	34	14	4	−1	16	1	−4
10	35	20	5	5	25	25	25
N=10	ΣX=298	ΣY=147			$\Sigma x'^2=144$	$\Sigma y'^2=65$	$\Sigma x'y'=58$

পরীক্ষা (A)-এর কল্পিত গড় (Amx) = 30

পরীক্ষা (A)-এর প্রকৃত গড় $(M_X)=\frac{\Sigma X}{N}=\frac{298}{10}=29{\cdot}8$

পরীক্ষা (A)-এর সংশোধন $(C_x)=M_X - Amx = 29{\cdot}8 - 30 = -{\cdot}2$

$\because\ C_x{}^2=(-{\cdot}2)^2={\cdot}04$

পরীক্ষা (B)-এর কল্পিত গড় (Amy) = 15

পরীক্ষা (B)-এর প্রকৃত গড় $(M_Y)=\frac{\Sigma Y}{N}=\frac{147}{10}=14{\cdot}7$

পরীক্ষা (B)-এর সংশোধন $(C_y)=M_y - Bmy = 14{\cdot}7 - 15 = -{\cdot}3$

$\because\ C_y{}^2=(-{\cdot}3)^2={\cdot}09$

সমক পার্থক্যের (σ) সূত্র : $\sigma=\sqrt{\frac{\Sigma x'^2}{N}-C^2}$

যেখানে, x′ = বিচ্যুতি ; C = সংশোধন

$\therefore\ \sigma_x{}'=\sqrt{\frac{\Sigma x'^2}{N}-(C_x)^2}$

$=\sqrt{\frac{144}{10}-({\cdot}04)}=\sqrt{14{\cdot}4-{\cdot}04}=\sqrt{14{\cdot}35}=3{\cdot}79$

∴ পরীক্ষা (A)-এর

$\sigma_x' = 3.79$

$$\therefore\ \sigma'_y = \sqrt{\frac{\Sigma y'^2}{N} - (C_y)^2}$$

$$= \sqrt{\tfrac{65}{10} - .09} = \sqrt{6.5 - .09}$$

$$= \sqrt{6.41} = 2.53$$

∴ পরীক্ষা (B)-এর

$\sigma_y' = 2.53$

এখন, পূর্বোক্ত সমস্ত সূত্রগুলিকে 'r' গণনা করার জন্য নিম্নসূত্রে প্রযোক্ত করার পর—

$$r_{xy} = \frac{\frac{\Sigma x'y'}{N} - C_x C_y}{\sigma_x' . \sigma_y'}$$

যেখানে, $\Sigma x'y' = 58$, $C_x = -.2$, $C_y = -.3$

$\sigma_x' = 3.79$, $\sigma_y' = 2.53$, $N = 10$

$$\therefore\ r = \frac{\frac{58}{10} - (-.2 \times -.3)}{3.79 \times 2.53} = \frac{5.8 - .06}{9.59}$$

$$= \frac{5.74}{9.59} = +.59$$

(ii) প্রকৃত গড়মান পদ্ধতির সাহায্যে 'r'-এর গণনা (Calculation of 'r' by Real Mean Method)

প্রকৃত গড়মান পদ্ধতি থেকে 'r' গণনা করার জন্য নিম্নলিখিত সূত্র প্রয়োগ করা যায়—

সূত্র : $$r_{xy} = \frac{\Sigma xy}{N\sigma_x \sigma_y} \quad \ldots \quad \ldots \quad (2)$$

যেখানে,

xy = দু'টি শ্রেণীর প্রাপ্তাংকের গড় থেকে পার্থক্যের গুণফল

N = প্রাপ্তাংকের সংখ্যা

σ_x = X শ্রেণীর সমক পার্থক্য

σ_y = Y শ্রেণীর সমক পার্থক্য

(সহ-সম্বন্ধ গুণাংক, যখন পার্থক্য (deviations) x এবং y বণ্টনের প্রকৃত গড়মানগুলি থেকে নিয়ে গণনা করা হয়।)

এখানে সমক পার্থক্য নির্ণয় করা একটি অতিরিক্ত কাজ। এর বিকল্প হিসাবে আমরা তালিকা থেকে পার্থক্যের বিভিন্ন মানের পরিপ্রেক্ষিতে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক

নির্ণয় করতে পারি। এর জন্য সহ-সম্বন্ধ গুণাংক নির্ণয়ের সূত্রটিকে একটু পরিবর্তন করে নিতে হয়।

সূত্র (2) থেকে বলা যায় যে,

সূত্র ঃ $$r_{xy}=\frac{\Sigma x'y'}{N.\sigma'_x\,\sigma'_y}=\frac{\Sigma x'y'}{N\sqrt{\frac{\Sigma x'^2}{N}}\sqrt{\frac{\Sigma y'^2}{N}}}=\frac{\Sigma x'y'}{\sqrt{\Sigma x'^2\times\Sigma y'^2}} \quad \cdots (3)$$

যেখানে,

$\Sigma x'y'$ = দু'টি চলের পার্থক্যসমূহের পারস্পরিক গুণফলের সমষ্টি

$\Sigma x'^2$ = X শ্রেণীর পার্থক্যগুলির বর্গের যোগফল

$\Sigma y'^2$ = Y শ্রেণীর পার্থক্যগুলির বর্গের যোগফল

॥ **পদ্ধতি** ॥ এই পদ্ধতিতে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক নির্ণয় করার জন্য নিম্ন সোপানগুলি পর্যায়ক্রমে সম্পাদন করতে হয়।

(1) প্রাপ্তাংকগুলির মূল গড়মান নির্ণয় করা হয়। (সূত্র : $M=\frac{\Sigma X}{N}$)

(2) দুই চলের গড় থেকে পৃথক পৃথক ভাবে প্রত্যেক প্রাপ্তাংকের পার্থক্য নির্ণয় করা হয়। (সূত্র : $x=X-M_x$, $y=Y-M_y$)

(3) পৃথক পৃথক দুই চলের পার্থক্যের বর্গ অর্থাৎ x^2 ও y^2 নির্ণয় করা হয়।

(4) এই চলের পার্থক্যের গুণফল, অর্থাৎ x ও y-এর গুণ, নির্ণয় করা হয়।

(5) পৃথক পৃথকভাবে দুই চলের পার্থক্যের বর্গ যোগ (Σx^2 ও Σy^2) করা হয়।

(6) দুই চলের পার্থক্যের গুণফলের সমষ্টি (Σxy) নির্ণয় করা হয়।

(7) পরিশেষে সূত্র (3) প্রয়োগ করে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক নির্ণয় করা হয়।

উদাহরণ 1. এর $\Sigma x'^2=14{\cdot}4$; $\Sigma y'^2=65$ এবং $\Sigma x'y'=58$ অনুসারে,

$$\therefore\ r_{xy}=\frac{\Sigma x'y'}{\sqrt{\Sigma x'^2\times\Sigma y'^2}}=\frac{58}{\sqrt{144\times65}}$$

$$=\frac{58}{\sqrt{9360}}=+{\cdot}59$$

(iii) হ্রাসপ্রাপ্ত প্রাপ্তাংক পদ্ধতির সাহায্যে 'r'-এর গণনা (Calculation of 'r' by Reduced Score Method)

সহ-সম্বন্ধ গুণাংক 'r' নির্ণয় করার এই পদ্ধতিতে প্রকৃত প্রাপ্তাংকগুলি থেকে কোন একটি প্রাপ্তাংক বিয়োগ করলে প্রাপ্তাংকগুলির মান কম হয়ে যায়। এই গুণাংক নিম্ন সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় করা যায়—

সূত্র :

$$r_{xy}=\frac{N\Sigma xy-(\Sigma x\times\Sigma y)}{\sqrt{[N\Sigma x^2-(\Sigma x)^2][N\Sigma y^2-(\Sigma y)^2]}} \quad \cdots\ \cdots\ \cdots\ (4)$$

যেখানে,

N = প্রাপ্তাংকের সংখ্যা

Σxy = দু'টী চলের বিয়োগপ্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির গুণফলের সমষ্টি

Σx = X চল থেকে বিয়োগপ্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির সমষ্টি

Σy = Y চল থেকে বিয়োগপ্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির সমষ্টি

Σx^2 = X চল থেকে বিয়োগপ্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির বর্গের সমষ্টি

Σy^2 = Y চল থেকে বিয়োগপ্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির সমষ্টি

॥ **পদ্ধতি** ॥ এই পদ্ধতিতে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক নির্ণয় করার জন্য নিম্ন সোপানগুলি পর্যায়ক্রমে সম্পাদন করতে হয়।

(1) দু'টি চলের (x ও y) জন্য পৃথক পৃথকভাবে এমন দু'টি সংখ্যা (N) নির্বাচন করা হয় যে সংখ্যা দু'টি প্রাপ্তাংকগুলি থেকে বিয়োগ করলে প্রাপ্তাংকগুলি ছোট হয়।

(2) কোন একটি স্থিরাংককে (constant) 'X' চলের ভিন্ন ভিন্ন সংখ্যা থেকে বিয়োগ করে এবং অন্য একটি স্থিরাংককে (constant) 'Y' চলের ভিন্ন ভিন্ন সংখ্যা থেকে বিয়োগ করে x এবং y নির্ণয় করতে হয়। (সূত্র : x = 'X' individual score − a constant and y = 'Y' individual score − a constant)

(3) বিয়োগ প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির বর্গ (x^2 ও y^2) নির্ণয় করতে হয়।

(4) বিয়োগ প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলি (x ও y) পৃথক পৃথকভাবে গুণ করে xy সমষ্টি নির্ণয় করতে হয়।

(5) Σx এবং Σy, অর্থাৎ, চলগুলির সংখ্যাগুলি থেকে বিয়োগ প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলি পৃথক পৃথক ভাবে যোগ করতে হয়।

(6) Σx^2 ও Σy^2, অর্থাৎ, x^2 ও y^2 পৃথক পৃথক ভাবে যোগ করতে হয়।

(7) xy-এর মানগুলি যোগ করে Σxy নির্ণয় করতে হয়।

উদাহরণ 2. নিম্ন রাশিতথ্যসমূহের সাহায্যে পরীক্ষা X ও Y-এর মধ্যে হ্রাস-প্রাপ্ত প্রাপ্তাংক পদ্ধতির দ্বারা সহ-সম্বন্ধ গুণাংক নির্ণয় কর (Calculate '*r*' between examinations X and Y with the help of the following scores by the reduced score method) :

Examination	Scores									
X	25	22	28	30	30	31	30	33	34	35
Y	10	13	17	14	13	15	16	15	14	20

সমাধান ঃ

সারণী 7.3

হ্রাসপ্রাপ্ত প্রাপ্তাংক, প্রাপ্তাংকের বর্গ এবং গুণফল

পরীক্ষা		হ্রাসপ্রাপ্ত প্রাপ্তাংক		হ্রাসপ্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের বর্গ		হ্রাসপ্রাপ্তাংকের গুণফল
X	Y	x	y	x^2	y^2	xy
25	10	−5	−5	25	25	25
22	13	−8	−2	64	4	16
28	17	−2	+2	4	4	−4
30	14	0	−1	0	1	0
30	13	0	−2	0	4	0
31	15	+1	0	1	0	0
30	16	0	+1	0	1	0
33	15	+3	0	9	0	0
34	14	+4	−1	16	1	−4
35	20	+5	+5	25	25	25
298 (ΣX)	147 (ΣY)	−2 (Σx)	−3 (Σy)	144 (Σx^2)	65 (Σy^2)	58 (Σxy)

দ্রষ্টব্য ঃ এখানে পরীক্ষা X-এর প্রাপ্তাংকগুলি থেকে 30 এবং পরীক্ষা Y-এর প্রাপ্তাকগুলি থেকে 15 বিয়োগ করে প্রাপ্তাংকগুলি কমানো হয়েছে।

সূত্র (4) অনুসারে,

$$r_{xy}=\frac{N\Sigma xy-(\Sigma x\times\Sigma y)}{\sqrt{[N\Sigma x^2-(\Sigma x)^2][N\Sigma y^2-(\Sigma y)^2]}}$$

যেখানে, $\Sigma xy=58$, $\Sigma x=-2$, $\Sigma y=-3$

$N=10$, $\Sigma x^2=144$, $\Sigma y^2=65$

$$r_{xy}=\frac{10\times58-(-2\times-3)}{\sqrt{[10\times144-(-2)^2][10\times65-(-3)^2]}}$$

$$=\frac{580-6}{\sqrt{(1440-4)(650-9)}}$$

$$=\frac{574}{\sqrt{1436-641}}=\frac{574}{\sqrt{920476}}$$

$$=\frac{574}{959{\cdot}4}=+{\cdot}59$$

(iv) অন্তর পদ্ধতির সাহায্যে 'r'-এর গণনা (Calculation of 'r' by Difference Method) :

অন্তর পদ্ধতি দ্বারা 'r' নির্ণয় করাতে দু'টি চলের পার্থক্যের অন্তর বীজগাণিতিক নীতি অনুসারে নির্ণয় করতে হয় এবং x পার্থক্য থেকে y পার্থক্য বিয়োগ করতে হয় (d=x−y)। কারণ এখানে x এবং y চল দু'টির পার্থক্য থেকে 'r' নির্ণয় করা যায়। সুতরাং এই পদ্ধতিকে অন্তর পদ্ধতি বলা হয়। এর জন্য নিম্ন সূত্র প্রয়োগ করা হয় :

সূত্র : $$r_{xy}=\frac{(\Sigma x^2+\Sigma y^2)-\Sigma d^2}{2\sqrt{\Sigma x^2\times\Sigma y^2}} \quad \ldots(5)$$

যেখানে, Σx^2 = X চলের প্রাপ্তাংকগুলি থেকে প্রাপ্ত পার্থক্যগুলির বর্গের সমষ্টি

Σy^2 = Y চলের প্রাপ্তাংকগুলি থেকে প্রাপ্ত পার্থক্যগুলির বর্গের সমষ্টি

Σd^2 = পার্থক্যগুলির অন্তরগুলির বর্গের সমষ্টি।

॥ পদ্ধতি ॥ এই পদ্ধতিতে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক নির্ণয় করার জন্য নিম্ন সোপানগুলি পর্যায়ক্রমে সম্পাদন করতে হয়।

॥ এক ॥ X এবং Y চল দু'টি থেকে লব্ধ প্রাপ্তাংকগুলির গড় নির্ণয় করতে হয়।

॥ দুই ॥ গড় থেকে প্রাপ্তাংকগুলি বিয়োগ করে পার্থক্যগুলি নির্ণয় করতে হয়।

॥ তিন ॥ 'd' অথবা পার্থক্য নির্ণয় করতে হয়। (d=x−y)। x পার্থক্য থেকে y পার্থক্য বীজগাণিতিক নীতি অনুসারে বিয়োগ করতে হয়, যেমন, x = −4·8, y = −4·7, ∴ d = −·1. কারণ y-এর মান প্রথম থেকেই ঋণাত্মক ; যখন আমরা এই ঋণাত্মক (−) মানগুলিকে বিয়োগ করি, তখন বৃহত্তম সংখ্যার ঋণাত্মক মান থেকে ছোট সংখ্যার ঋণাত্মক মান বিয়োগ করার পর মানটি ঋণাত্মক হয়। এইভাবে −1·8 থেকে যখন +2·3 কে বিয়োগ করা হয়, তখন ধনাত্মক চিহ্ন বিয়োগ করার পর ঋণাত্মক (−) চিহ্ন স্থাপন করতে হয় এবং উভয়ের পার্থক্য বীজগাণিতিক নীতি অনুসারে −4·1 হবে।

॥ চার ॥ x^2, y^2 নির্ণয় করতে হয় ; অর্থাৎ X এবং Y উভয়ের জন্য পৃথক পৃথক ভাবে প্রাপ্তাংকগুলির গড় থেকে পার্থক্যের বর্গ নির্ণয় করতে হয়।

॥ পাঁচ ॥ d^2 নির্ণয় করতে হয় ; অর্থাৎ পার্থক্যগুলির বর্গ নির্ণয় করতে হয়।

॥ ছয় ॥ Σx^2 এবং Σy^2 নির্ণয় করতে হয়।

॥ সাত ॥ Σd^2 নির্ণয় করতে হয়।

॥ আট ॥ পরিশেষে সূত্র (5)-এর সাহায্যে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক নির্ণয় করা হয়।

উদাহরণ 3. নিম্ন রাশিমালা থেকে সহ-সম্বন্ধ নির্ণয় কর (Calculate 'r' from the following scores) :

Examination	Scores									
X	25	22	28	30	30	31	30	33	34	35
Y	10	13	17	14	13	15	16	15	14	20

সমাধান :

সারণী 7.4

গড়মান থেকে পার্থক্য, পার্থক্যের বর্গ, পার্থক্যের অন্তর এবং বর্গ

পরীক্ষা		গড়মান থেকে পার্থক্য		পার্থক্যের বর্গ		পার্থক্যের অন্তর	পার্থক্যের অন্তরফলের বর্গ
X	Y	x	y	x^2	y^2	d	d^2
25	10	−4·8	−4·7	23·04	22·09	− ·1	·01
22	13	−7·8	−1·7	60·84	2·89	−6·1	37·21
28	17	−1·8	2·3	3·24	5·29	−4·1	16·81
30	14	·2	− ·7	·04	·49	·9	·81
30	13	·2	−1·7	·04	2·89	1·9	3 61
31	15	1·2	·3	1·44	·09	·9	·81
30	16	·2	1·3	·04	1·69	−1·1	1·21
33	15	3·2	·3	10·24	·09	2·9	8·41
34	14	4·2	− ·7	17·64	·49	4·9	24·01
35	20	5·2	5·3	27·04	28·09	− ·1	·01
ΣX= 298	ΣY= 147			$\Sigma x^2=$ 143·60	$\Sigma y^2=$ 64·10		$\Sigma d^2=92·90$

পরীক্ষা 'X'-এর গড়মান

$$M_x=\frac{\Sigma X}{N}=\frac{298}{10}=29·80$$

পরীক্ষা 'Y'-এর গড়মান

$$M_y=\frac{\Sigma Y}{N}=\frac{147}{10}=14·70$$

সূত্র (5) অনুসারে,

$$r_{xy}=\frac{(\Sigma x^2+\Sigma y^2)-\Sigma d^2}{2\sqrt{\Sigma x^2\times\Sigma y^2}}$$

যেখানে, $\Sigma x^2=143·60$, $\Sigma y^2=64·10$, $\Sigma d^2=92·90$

$$r_{xy}=\frac{(143·60+64·10)-92·90}{2\sqrt{143·60\times 64·10}}$$

$$=\frac{207·70-92·90}{2\sqrt{9204·76}}$$

$$=\frac{114·8}{2\times 95·99}=\frac{114·8}{191·98}=+·59$$

বিক্ষিপ্ত চিত্র পদ্ধতি
(Scatter Diagram Method)

দ্বিচল পরিসংখ্যা বিভাজনে (Bivariate frequency distribution) দ্বিচল সম্পর্কিত বিস্তৃত ও বিক্ষিপ্ত রাশিতথ্য সারিকরণের মাধ্যমে সংক্ষিপ্ত আকারে প্রকাশ করা হয়। যখন দু'টি চলে অধিক সংখ্যার মান দেওয়া থাকে তখন চলদ্বয়ের সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের মান নির্ণয় করতে হলে দ্বিচল পরিসংখ্যা ছক তৈরী করতে হয়।

দ্বিচল পরিসংখ্যা ছক একটি চলের পরিসংখ্যা ছক তৈরী করার পদ্ধতিতে করা হয়। এই ক্ষেত্রে উভয় চলের পরিসংখ্যাগুলিকে একইভাবে পারস্পরিক সম্পর্কযুক্ত করে পরিসংখ্যা বিভাজনে স্থাপন করতে হয়। যেমন, ইতিহাস ও ভূগোলের নম্বরের কথা চিন্তা করা যাক। একই ছাত্র ইতিহাস এবং ভূগোল উভয় বিষয়েই নম্বর পেয়েছে। তাই এক জোড়া প্রাপ্তাংকের জন্য টালি চিহ্ন (Tally mark) দেওয়া হয়। সাধারণতঃ দু'টি রাশিমালার শ্রেণীবিভাগগুলিকে দু'টি কক্ষে লিখে উভয়ের জন্য একটি টালি চিহ্ন দেওয়া হয়ে থাকে। এইভাবে দ্বিমুখী পরিসংখ্যা বিভাজনে স্থাপন করে যে ছক পাওয়া যায় তাকে বলা হয় বিক্ষিপ্ত চিত্র (Scatter diagram)। এই বিক্ষিপ্ত চিত্রে বিভিন্ন কক্ষের (cell) পরিসংখ্যা বণ্টন দেখে আমরা রাশিমালা দু'টির মধ্যেকার সহ-সম্বন্ধ সম্পর্কে প্রাথমিক ধারণা পেতে পারি। কিভাবে এই চিত্র তৈরী করা হয় তা এখানে দেখানো হলো।

উদাহরণ 4. নিম্নে একটি শ্রেণীর ছাত্রদের পরিসংখ্যা ও অঙ্কের নম্বর দেওয়া আছে (The following are the marks obtained by the students of a class in Statistics and Mathematics) :

Roll no. of Students	Marks in Statistics	Marks in Mathematics	Roll no. of Students	Marks in Statistics	Marks in Mathematics
1	15	13	13	14	11
2	0	1	14	9	3
3	1	2	15	8	5
4	3	7	16	13	4
5	16	8	17	10	10
6	2	9	18	13	11
7	18	12	19	11	14
8	5	9	20	11	7
9	4	17	21	12	18
10	17	16	22	18	15
11	6	6	23	9	15
12	19	18	24	7	3

প্রতিটি শ্রেণীবিভাগে চার নম্বর রেখে এবং প্রথম শ্রেণীবিভাগ 0 কিন্তু 4 অপেক্ষা কম—এইভাবে ধরে একটি সহ-সম্বন্ধ ছক বা দ্বিচল পরিসংখ্যা ছক তৈরী কর। অতঃপর পরিসংখ্যানের ও অংকের নম্বরের মধ্যে সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের মান নির্ণয় কর। (**Prepare a correlation table taking the magnitude of each class-interval as four marks and the first class-interval as equal to 0 and less than 4. Hence, calculate coefficient of correlation between the marks in statistics and marks in mathematics**).

সারণী 7.5

পরিসংখ্যান এবং অংকের নম্বর

পরিসংখ্যানের নম্বর

অংকের নম্বর: Y \ X	0−4	4−8	8−12	12−16	16−20	fy
16−20		/ 1	/ 1		/ 1	3
12−16			// 2	/ 1 *	// 2 **	5
8−12	/ 1	/ 1	/ 1	// 2	/ 1	6
4−8	/ 1	// 2	/ 1	/ 1		5
0−4	// 2	/ 1	/ 1	/ 1		5
fx	4	5	6	5	4	24

উদাহরণ 4-এ 1 রোল নম্বরের ছাত্রের পরিসংখ্যানের নম্বর (15) এবং অংকের নম্বর (13) যথাক্রমে 12—16 ও 12—16 শ্রেণীবিভাগের অন্তর্গত। ঐ শ্রেণী বিভাগদ্বয় *—চিহ্নিত আয়তকার ঘর ছেদ করে বলে ঐ ঘরে একটি টালি চিহ্ন স্থাপন করা হয়েছে। ঠিক একইভাবে 7 রোল নম্বরের ছাত্রের দুই বিষয়ের নম্বর যথাক্রমে 18 ও 12 এবং নম্বর দুটি যথাক্রমে 16—20 ও 12—16 শ্রেণীবিভাগের অন্তর্গত। ঐ শ্রেণীবিভাগদ্বয় **—চিহ্নিত আয়তকার ঘর ছেদ করে বলে ঐ ঘরে একটি টালি চিহ্ন স্থাপন করা হয়েছে। এইরূপ পদ্ধতিতে প্রদত্ত তথ্যের প্রত্যেক জোড়া মানের টালি চিহ্ন সম্পন্ন করে প্রদত্ত তথ্যের দ্বিচল পরিসংখ্যা ছক তৈরী করা হয়েছে।

সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের (r-এর) মান নির্ণয়

সারণী 7.6-এ সহ-সম্বন্ধ গুণাংক নির্ণয়ের প্রক্রিয়াসমূহ বিশদভাবে দেখানো হয়েছে।

সারণী 7.6

সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের গণনা

পরিসংখ্যানের নম্বর											
Y \ X	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20	fy	y′	fy′	fy'^2	x′y′ +	x′y′ −
16-20		$_{-2}1^{(-2)}$	$_{0}1^{(0)}$		$_{4}1^{(4)}$	3	2	6	12	4	2
12-16			$_{0}2^{(0)}$	$_{1}1^{(1)}$	$_{2}2^{(4)}$	5	1	5	5	5	
8-12	$_{0}1^{(0)}$	$_{0}1^{(0)}$	$_{0}1^{(0)}$	$_{0}2^{(0)}$	$_{0}1^{(0)}$	6	0	0	0		
4-8	$_{2}1^{(2)}$	$_{1}2^{(2)}$	$_{0}1^{(0)}$	$_{-1}1^{(-1)}$		5	-1	-5	5	4	1
0-4	$_{4}2^{(8)}$	$_{2}1^{(2)}$	$_{0}1^{(0)}$	$_{-2}1^{(-2)}$		5	-2	-10	20	10	2
fx	4	5	6	5	4	N=24		Σfy′ = −4	Σfy′² = 42	Σx′y′ = 18	
x′	-2	-1	0	1	2						
fx′	-8	-5	0	5	8	Σfx′ = 0					
fx'^2	16	5	0	5	16	Σfx′² = 42					
x′y′ +	10	4		1	8	Σx′y′ = 18					
x′y′ −		2		3							

$$C_x = \frac{\Sigma fx'}{N} = \frac{0}{24} = 0\;;\quad C_y = \frac{\Sigma fy'}{N} = \frac{-4}{24} = -\cdot166$$

$$\sigma_x' = \sqrt{\frac{\Sigma f_{x'}^{2}}{N} - C_x^2} = \sqrt{\frac{42}{24} - (0)^2} = \sqrt{1\cdot75 - 0} = 1\cdot322$$

$$\sigma_y' = \sqrt{\frac{\Sigma f_{y'}^{2}}{N} - C_y^2} = \sqrt{\frac{42}{24} = (-\cdot166)^2} = \sqrt{1\cdot75 - \cdot027556}$$

$$= \sqrt{1\cdot72244} = 1\cdot312$$

সূত্র : { সূত্র (1) অনুযায়ী }

$$r_{xy} = \frac{\frac{\Sigma x'y'}{N} - C_x . C_y}{\sigma_{x'} \sigma_{y'}}$$

এখানে, $\Sigma x'y' = 18$; $C_x = O$; $C_y = -{}^{\cdot}166$

$\sigma_x' = 1{}^{\cdot}322$; $\sigma_y' = 1{}^{\cdot}312$

$$\therefore \quad r_{xy} = \frac{\frac{18}{24} - 0 \times -{}^{\cdot}166}{1{}^{\cdot}322 \times 1\ 312} = \frac{{}^{\cdot}75}{1{}^{\cdot}734} = +{}^{\cdot}432$$

এই ধরনের রাশি তথ্যগুলির মধ্যে সহ-সম্বন্ধ সূত্র (6) অনুসারেও নির্ণয় করা যায়।

সূত্র :

$$r_{xy} = \frac{N\Sigma fx'y'}{\sqrt{[N(\Sigma f_{x'}{}^2 - (\Sigma f_{x'})^2][N(\Sigma f_{y'}{}^2) - (\Sigma f_{y'})^2]}} \quad —(6)$$

এখানে,

N = পরিসংখ্যার সংখ্যা

$\Sigma fx'y'$ = কল্পিত গড় থেকে দু'টি চলের প্রাপ্তাংকগুলির পার্থক্যের পারস্পরিক গুণফলের সমষ্টি

$\Sigma fx'$ = X—চল থেকে বিয়োগ প্রাপ্ত পরিসংখ্যাগুলির সমষ্টি

$\Sigma fy'$ = Y—চল থেকে বিয়োগ প্রাপ্ত পরিসংখ্যাগুলির সমষ্টি

$\Sigma f_{x'}{}^2$ = X—চল থেকে বিয়োগ প্রাপ্ত পরিসংখ্যাগুলির বর্গের সমষ্টি

$\Sigma f_{y'}{}^2$ = Y—চল থেকে বিয়োগ প্রাপ্ত পরিসংখ্যাগুলির বর্গের সমষ্টি

6নং সূত্রানুযায়ী,

$N = 24$, $\Sigma x'y' = 18$, $\Sigma fx' = 0$, $\Sigma fy' = -4$

$\Sigma fx'^2 = 42$, $\Sigma f_{y'}{}^2 = 42$

$$\therefore \quad r_{xy} = \frac{24 \times 18}{\sqrt{[24 \times 42 - (0)^2][24 \times 42 - (-4)^2]}}$$

$$= \frac{422}{\sqrt{(1008 - 0)(1008 - 16)}}$$

$$= \frac{432}{\sqrt{1008 \times 992}} = \frac{432}{\sqrt{999936}}$$

$$= \frac{432}{999{}^{\cdot}97} = +{}^{\cdot}432$$

॥ **পদ্ধতি** ॥ অবিন্যস্ত প্রাপ্তাংকগুলি থেকে বিক্ষিপ্ত চিত্র গঠন করতে হলে নিম্নরূপ সোপানগুলি পর্যায়ক্রমে সম্পাদন করতে হবে।

(1) দু'টি রাশিতথ্যের প্রসার নির্ণয় করতে হবে। (এখানে পরিসংখ্যানের নম্বর X-শ্রেণী প্রসারে এবং অংকের নম্বর Y-শ্রেণী প্রসারে স্থাপন করা হয়েছে।)

(2) দু'টি রাশিতথ্যের জন্য শ্রেণীবিভাগ স্থির করতে হবে। (এখানে X-শ্রেণীপ্রসারের জন্য প্রত্যেক শ্রেণীতে 5টি করে প্রাপ্তাংক, যেমন, 0—4, 4—8, ইত্যাদি ধরা হয়েছে। Y—শ্রেণী প্রসারের জন্য প্রত্যেক শ্রেণীতে 5টি করে প্রাপ্তাংক যেমন, 0—4, 4—8, ইত্যাদি ধরা হয়েছে।)

(3) এখন দু'টি রাশিতথ্যের শ্রেণীবিভাগগুলিকে দু'টি অক্ষ বরাবর লিখতে হবে। (এখানে X—রাশিতথ্যের শ্রেণীগুলিকে X—অক্ষ বরাবর এবং Y—রাশিতথ্যের শ্রেণীগুলিকে Y—অক্ষ বরাবর লেখা হয়েছে।)

(4) কাজের সুবিধার জন্য X—রাশিতথ্যের শ্রেণীবিভাগগুলি এমনভাবে স্থাপন করতে হবে যাতে ঐগুলি ক্রমশঃ ডানদিকে বাড়ে এবং Y—রাশিতথ্যের শ্রেণীবিভাগগুলি নীচের থেকে উপরের দিকে বাড়ে। তাতে কোয়াড্রান্ট (quadrant)-এর প্রচলিত রীতি বজায় থাকে। যেমন, সারণী 7.5-এ দেখানো হয়েছে।

(5) এইভাবে বিক্ষিপ্ত চিত্র তৈরী করার পর প্রত্যেক জোড়া প্রাপ্তাংকের জন্য উপযুক্ত কক্ষে টালি চিহ্ন দিতে হবে। যেমন, সারনী 7.5-এ দেখানো হয়েছে।)

(6) দু'টি রাশিতথ্যের প্রত্যেক জোড়া প্রাপ্তাংকের (Paired Score) জন্য টালি চিহ্ন বসানো হয়ে গেলে টালি চিহ্নগুলি গুণে পরিসংখ্যাগুলি বসাতে হবে। (যেমন, সারণী 7.5-এ বসানো হয়েছে।)

(7) X—অক্ষ স্তম্ভগুলির শিরোনাম পর্যায়ক্রমে fy, y', fy', $f_y{}'^2$ এবং $x'y'$ (+ এবং −) হবে। (যেমন, সারণী 7.6-এ দেখানো হয়েছে।)

(8) Y—অক্ষে সারিগুলির শিরোনাম পর্যায়ক্রমে fx, x', fx', fx'^2 এবং $x'y'$ (+ এবং −) হবে। (যেমন সারণী 7.6-এ দেখানো হয়েছে।

(9) প্রতি কক্ষের পরিসংখ্যাগুলি (cell frequencies) যোগ করে প্রতি সারি বরাবর fy স্তম্ভে এবং প্রতি স্তম্ভ বরাবর fx সারিতে বসাতে হবে। fy এবং fx-গুলি যোগ করলে রাশিমালা দু'টির প্রাপ্তাংক সংখ্যা (N) পাওয়া যাবে এবং উভয় দিকের যোগফল সমান হবে। যেমন, সারণী 7.6-এ দেখানো হয়েছে।)

(10) উভয়দিকে দু'টি রাশিমালার গড় এবং সমক পার্থক্য নির্ণয় করার জন্য প্রয়োজনীয় প্রক্রিয়াগুলি সম্পাদন করতে হবে। অর্থাৎ, (i) y' স্তম্ভে যে কোন একটি স্থানে কল্পিত গড়ের (assumed mean) পরিপ্রেক্ষিতে শূন্য (0) বসিয়ে শ্রেণীপার্থক্যের ভিত্তিতে +1, +2, +3……—1, −2, −3 প্রভৃতি পর পর বসাতে হবে : (ii) তার পর fy' গুলি নির্ণয় করে প্রত্যেকটি স্তম্ভে লিখতে হবে ; (iii) পরিশেষে $f_y{}'^2$-গুলি পরপর নির্ণয় করে লিখতে হবে। একইভাবে বিক্ষিপ্ত চিত্রের তলার দিকে X—রাশিমালার জন্য x', fx' ও $f_x{}'^2$ নির্ধয় করতে হবে।

(11) পরিশেষে $x'y'$ নির্ণয় করতে হবে। এই চিত্রটি লক্ষ্য করলে দেখা যায় যে, রাশিমালা দু'টির কল্পিত গড় ছকটি চারটি কোয়াড্রান্টে ভাগ করেছে যার ভূজ ও কোটির ছেদবিন্দুর স্থানাংক (0, 0), প্রথম কোয়াড্রান্টে x' ও y' (+, +), দ্বিতীয় কোয়াড্রান্টে (−, +), তৃতীয় কোয়াড্রান্টে (—, —) এবং চতুর্থ কোয়াড্রান্টে

(+, −)। এই নীতি অনুসারে, যে কক্ষে (cell) পরিসংখ্যা আছে, সেসব কক্ষ-গুলিতে $x'y'$-এর মান নির্ণয় করতে হবে। যেমন, প্রথম কোয়াড্রাণ্টে 12—16 (X) এবং 12—16 (Y) শ্রেণীর ছেদ কক্ষে, $x'=+1, y'=+1 \therefore x'y'=1$, এই $x'y'$-কে ঐ কক্ষের পরিসংখ্যা দিয়ে গুণ করলে গুণফল (Product) $1\times1=1$ হবে এবং এটাই হলো ঐ কক্ষের মোট মোমেন্ট বা ভ্রামক বা $x'y'$। অনুরূপভাবে, দ্বিতীয় কোয়াড্রাণ্টে 4—8 (X) এবং 16—20 (Y) শ্রেণীর ছেদ কক্ষে, $x'=-1; y'=+2 \therefore x'y'=-2$, এই $x'y'$-কে ঐ কক্ষের পরিসংখ্যা দিয়ে গুণ করলে গুণফল (product) $1\times-2=-2$ হবে। এমনিভাবে প্রত্যেকটি কক্ষের $x'y'$ নির্ণয় করতে হবে এবং মোট মানটি কক্ষের এক কোণে ( ) চিহ্নের মধ্যে লিখতে হবে।

(12) সারণী 7.6 অনুযায়ী প্রত্যেকটি কক্ষের $x'y'$-এর মান নির্ণয় করে মোট $x'y'$-এর মান নির্ণয় করতে হবে এবং ধনাত্মক ও ঋণাত্মক মানগুলি বিবেচনা করে $x'y'$-এর সমষ্টি $\Sigma x'y'$ নির্ণয় করতে হবে। উভয় দিকে $\Sigma x'y'$-এর মান সমান হবে।

(13) $C_x=\frac{\Sigma fx'}{N}$ এবং $C_y=\frac{\Sigma fy'}{N}$ সূত্রানুযায়ী নির্ণয় করতে হবে।

(14) $\sigma_{x'}=\sqrt{\frac{\Sigma f_x'^2}{N}-C_x}$ এবং $\sigma_{y'}=\sqrt{\frac{\Sigma f_y'^2}{N}-C_y}$ নির্ণয় করতে হবে।

(15) পরিশেষে $r_{xy}=\dfrac{\frac{\Sigma x'y'}{N}-C_xC_y}{\sigma_{x'}\sigma_{y'}}$ সূত্র প্রয়োগ করে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক নির্ণয় করতে হবে। (যেমন, সারণী 7.6-এ দেখানো হয়েছে।)

সারিবদ্ধ সহ-সম্বন্ধ
(Rank Correlation)

সংকেত চিহ্ন $=\rho$

গুণফল ভ্রামক (Product-moment) পদ্ধতিতে দু'টি চলের সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের মান নির্ণয়ে চলদ্বয়ের প্রদত্ত মানসমূহ ব্যবহার করা হয়। কিন্তু বাস্তবে আমরা এমন অনেক পরিস্থিতির সম্মুখীন হই যেখানে চলদ্বয়ের মানসমূহ সরাসরি দেওয়া থাকে না অথবা তাদের সংখ্যাগত প্রকাশ আদৌ সম্ভব নয়। উদাহরণস্বরূপ, বুদ্ধি, সৌন্দর্য, সততা প্রভৃতি গুণগত (qualitative) বৈশিষ্ট্যসমূহের সংখ্যাগত বা পরিমাণগত (quantitative) প্রকাশ সুবিধাজনক নয়। এই সকল ক্ষেত্রে দু'টি চলের পারস্পরিক সম্পর্কের প্রকৃতি ও মাত্রা নির্ণয়ে সারিবদ্ধ সহ-সম্বন্ধ (Rank correlation) পদ্ধতি প্রয়োগ করা হয়। এই পদ্ধতিতে 1,2,3,……প্রভৃতি সংখ্যা ব্যবহার করে বিভিন্ন পদসমূহের নির্দিষ্ট বৈশিষ্ট্যের সাপেক্ষে ক্রম স্থির করা হয়। এইভাবে পদসমূহের ক্রম অনুযায়ী বিন্যাসকরণকে বলা হয় **সারিবদ্ধকরণ** (Ranking) এবং যে সংখ্যা দ্বারা কোন পদের ক্রম স্থির করা হয় তা ঐ পদের সারিতে অবস্থানকে (rank) সূচিত করে। এইভাবে দু'টি চলের প্রত্যেকটি পদের নির্দিষ্ট বৈশিষ্ট্যের সাপেক্ষে ক্রম

অনুযায়ী দু'টি অবস্থান পাওয়া যাবে এবং চূড়ান্ত পর্যায়ে ক্রম অনুযায়ী অবস্থানের দু'টি শ্রেণী তৈরী হবে। ক্রম অনুযায়ী দু'টি শ্রেণীর মধ্যে সহ-সম্বন্ধের সূচককে **সারিবদ্ধ সহ-সম্বন্ধ গুণাংক** (**rank correlation coefficient**) বলে। Edward Spearman প্রদত্ত নিম্নলিখিত সূত্র ব্যবহার করে সারিবদ্ধ সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের মান নির্ণয় করা হয়। এই সহগাংক ρ (rho) সংকেত দ্বারা চিহ্নিত করা হয়।

সূত্র ঃ $$\rho = 1 - \frac{6\Sigma D^2}{N(N^2-1)} \quad --- (7)$$

যেখানে,

D = কোন পদের দু'টি সারিতে ক্রম অনুযায়ী অবস্থানের অন্তর

N = প্রত্যেক সারিতে পদ সংখ্যা

সারিবদ্ধ সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের (ρ-এর) মান সর্বদা -1 ও 1-এর মধ্যে থাকে। এর মান 1 হবে যখন দু'টি সারিতে ক্রম অনুযায়ী প্রত্যেক পদের অবস্থান (Rank) একই থাকে এবং -1 হবে যখন ক্রম অনুযায়ী প্রত্যেক পদের অবস্থান একই ক্রমে বিপরীতমুখী হবে।

উপযোগিতা (Utility)

(1) এই গুণাংক সহজ গনণা কার্যের দ্বারা নির্ণয় করা যায়।

(2) যেখানে তথ্য গুণগত প্রকৃতির (যেমন, সততা, পারদর্শিতা প্রভৃতি), সেখানে এই পদ্ধতিতে ρ-এর মান নির্ণয় করা খুব সুবিধাজনক।

(3) যেখানে সঠিক তথ্য জানা না থাকে, অথবা তথ্য ক্রম অনুযায়ী সারিবদ্ধ অবস্থায় দেওয়া থাকে সেখানে এই পদ্ধতিতেই কেবল ρ-এর মান নির্ণয় করা যায়।

ত্রুটি (Limitation)

(1) শ্রেণীবদ্ধ দ্বিচল পরিসংখ্যা বিভাজনের ক্ষেত্রে ρ-এর মান নির্ণয় করা যায় না।

(2) পদসংখ্যা খুব বেশী (30-এর অধিক হলে ρ-এর মান নির্ণয় করা কষ্টসাধ্য হয়।

॥ **পদ্ধতি** ॥ এই পদ্ধতিতে সহগাংক নির্ণয় করতে হলে নিম্নলিখিত প্রক্রিয়াগুলি পর্যায়ক্রমে সম্পাদন করতে হয়।

(1) প্রদত্ত ক্রমগুলির মধ্যে পার্থক্য ($D = R_1 - R_2$) নির্ণয় করে D স্তম্ভে লিখতে হবে। এখানে যেহেতু ক্রমগুলি দেওয়া আছে, সেহেতু প্রাপ্ত ক্রমগুলির পারস্পরিক পার্থক্য নির্ণয় করলেই হবে। যে ক্রমটি বড় সেটি থেকে বিয়োগ করে D নির্ণয় করা হয়েছে।

(2) প্রত্যেকটি ক্রম পার্থক্যের বর্গ (D^2) নির্ণয় করে D^2 স্তম্ভে লিখতে হবে।

(3) D^2-গুলির সমষ্টি ΣD^2 নির্ণয় করতে হবে।

(4) সূত্র (7) প্রয়োগ করে ρ-এর মান নির্ণয় করতে হবে।

এই পদ্ধতিতে কিভাবে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক নির্ণয় করা হয়, তা পরবর্তী উদাহরণের সাহায্যে আলোচনা করা হয়েছে।

উদাহরণ 5. নিম্নে প্রদত্ত ছক হতে ন্যূনতম জীবনযাপনের মান ও জনসংখ্যার বৃদ্ধির মধ্যে সারিবদ্ধ সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের মান নির্ণয় কর (**Find out the rank correlation coefficient between below minimum standard of living and over-crowding from the Table below) :**

	200 পরিবার প্রতি সংখ্যা									
Town	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**I**	**J**
Below min. standard of living	17	13	15	16	6	11	14	9	7	12
Over-crowding	36	46	35	24	12	18	27	22	2	8

সমাধান : সারিবদ্ধ সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের (ρ-এর) মান নির্ণয়ের জন্য ন্যূনতম জীবনযাপনের মান ও জনসংখ্যা বৃদ্ধি বৈশিষ্ট্যদ্বয়ের সাপেক্ষে শহরগুলিকে সারিবদ্ধ করতে হবে। A শহরের ন্যূনতম জীবনযাপনের মান সর্বাধিক (17) বলে সারিতে তার অবস্থান (rank) 1, D শহরের ন্যূনতম জীবনযাপনের মানের (16) অবস্থান 2, C শহরের ন্যূনতম জীবনযাপনের মানের (15) অবস্থান 3—এইভাবে ক্রম অনুযায়ী সারিবদ্ধ করা হয়েছে [প্রদত্ত সারণী 7.7-এর (3) নং স্তম্ভ দ্রষ্টব্য]। একইভাবে জনসংখ্যা বৃদ্ধি ভেদে শহরসমূহ ক্রম অনুযায়ী সারিবদ্ধ করা হয়েছে [(5) নং স্তম্ভ দ্রষ্টব্য]।

সারণী 7.7

সারিবদ্ধ সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের গণনা কার্য

শহর	ন্যূনতম জীবন-যাপনের মান		জনসংখ্যার বৃদ্ধি		$D=R_1-R_2$	D^2
	সংখ্যা	অবস্থান (R_1)	সংখ্যা	অবস্থান (R_2)		
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
A	17	1	36	2	−1	1
B	13	5	46	1	4	16
C	15	3	35	3	0	0
D	16	2	24	5	−3	9
E	6	10	12	8	2	4
F	11	7	18	7	0	0
G	14	4	27	4	0	0
H	9	8	22	6	2	4
I	7	9	2	10	−1	1
J	12	2	8	9	−3	9
					$\Sigma D=0$	$\Sigma D^2=44$

সূত্র (7) প্রয়োগ করে নির্ণেয় সহ-সম্বন্ধ গুণাংক পাওয়া যায়।

$$\rho=1-\frac{6\Sigma D^2}{N(N^2-1)}=1-\frac{6\times 44}{10(10^2-1)} (\because N=\text{শহর সংখ্যা}=10)$$

$$=1-\frac{6\times 44}{10\times 99}=1-0{\cdot}27=+0{\cdot}73 \text{ (প্রায়)}$$

উদাহরণ 6. নিম্নলিখিত তথ্যের সারিবদ্ধ সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের মান নির্ণয় কর **(Find out the coefficient of rank correlation of the following data) :**

A series	115	109	112	87	98	98	120	100	98	118
B series	75	73	85	70	76	65	82	73	68	80

সমাধান : A শ্রেণীর ক্ষেত্রে ক্রম অনুযায়ী সারিবদ্ধ করলে 120-এর অবস্থান 1, 118-এর অবস্থান 2, 115-এর অবস্থান 3 এবং এইভাবে অগ্রসর হয়ে 98-এর অবস্থান 7 হবে; কিন্তু 98 সংখ্যাটি তিনবার থাকায় তা 7, 8, 9 অবস্থানের অধিকারী। এইজন্য, এইরূপ ক্ষেত্রে 98-এর অবস্থান 7, 8 ও 9-এর গড় অর্থাৎ $\frac{7+8+9}{3}=8$ ধরতে হবে এবং পরবর্তী সংখ্যার (উদাহরণে 87) অবস্থান 10 হবে। B শ্রেণীর ক্ষেত্রে, ক্রম অনুযায়ী 73-এর অবস্থান হয় 6; কিন্তু সংখ্যাটি দু'বার আছে বলে তার অবস্থান $\frac{6+7}{2}=6{\cdot}5$ এবং পরবর্তী 70-এর অবস্থান 8 হবে। তাছাড়া এইরূপ ক্ষেত্রে ρ-এর মান নির্ণয়ে নিম্নলিখিত সূত্র প্রয়োগ করতে হয়।

সূত্র : $$\rho=1-\frac{6[\Sigma D^2+\Sigma(t^3-t)/12]}{N(N^2-1)} \quad \ldots\ldots (8)$$

যেখানে,

t = উভয় সারিতে প্রত্যেক পদ যতবার ঘটে তার সংখ্যা

N ও D = একই অর্থ প্রকাশ করে [দ্রষ্টব্য সূত্র (7)]

সারণী 7.8

সারিবদ্ধ সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের গণনা কার্য

A শ্রেণী	অবস্থান (R_1)	B শ্রেণী	অবস্থান (R_2)	$D=R_1-R_2$	D^2
115	3	75	5	−2	4
109	5	73	6·5	−1·5	2·25
112	4	85	1	3	9
87	10	70	8	2	4
98	8	76	4	4	16
98	8	65	10	−2	4
120	1	82	2	−1	1
100	6	73	6·5	−0·5	0·25
98	8	68	9	−1	1
118	2	80	3	−1	1
				$\Sigma D=0$	$\Sigma D^2=42{\cdot}50$

A শ্রেণীতে 98 তিনবার এবং B শ্রেণীতে 73 দুইবার আছে।

$$\therefore \sum \frac{t^3-t}{12} = \frac{3^3-3}{12} + \frac{2^3-2}{12} = 2 + 0{\cdot}5 = 2{\cdot}5$$

সুতরাং শ্রেণীদ্বয়ের সারিবদ্ধ সহ-সম্বন্ধ গুণাংক ρ হলে,

$$\rho\ (\text{rho}) = 1 - \frac{6[\Sigma D^2 + \Sigma(t^3-t)/12]}{N(N^2-1)} = 1 - \frac{6(42{\cdot}5 + 2{\cdot}5)}{10(10^2-1)}\ (\because N=10)$$

$$= 1 - \frac{6{\cdot}45}{10{\cdot}99} = 1 - {\cdot}27 = +0{\cdot}73 \ (\text{প্রায়})$$

সারিবদ্ধ সহ-সম্বন্ধ এবং গুণফল ভ্রামক সহ-সম্বন্ধ

(Rank Correlation and Product moment Correlation)

সারিবদ্ধ সহ-সম্বন্ধ এবং গুণফল ভ্রামক সহ-সম্বন্ধ পদ্ধতি দু'টি রৈখিক সম্পর্কের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য। লক্ষ্য করা যায় যে, যখন রাশিমালার সংখ্যা কম হয়, তখন 'ρ' ও 'r'-এর মান প্রায় সমান হয়। যেমন, উদাহরণস্বরূপ, সারিবদ্ধ সহ-সম্বন্ধ পদ্ধতির ক্ষেত্রে 5 নং উদাহরণটি উল্লেখ করা যেতে পারে। এখানে সারিবদ্ধগুলিকে (ranks) যদি কোন আদর্শমানের (Standard) থেকে পার্থক্য হিসাবে বিবেচনা করে গুণফল ভ্রামক গুণাংক নির্ণয় করা হয়, তাহলে দেখা যাবে যে, সেই মান সারিবদ্ধ সহ-সম্বন্ধ পদ্ধতিতে নির্ণীত মানের সমান। তবে এখানে উল্লেখ করা প্রয়োজন যে, 'r' এবং 'ρ' যখন সমান হয়, তখন সারিবদ্ধের (rank) পুনরাবৃত্তি ঘটে না। যখন সারিবদ্ধের পুনরাবৃত্তি ঘটে, তখন 'r' এবং 'ρ' সমান হয় না। এইরূপ ক্ষেত্রে সূত্র (4) প্রয়োগ ক'রে 'r' নির্ণয় করা যায় এবং এই সূত্রটি 'ρ'-এর বিকল্প হিসাবে সংশোধনীরূপে ব্যবহার করতে হয়। 5 নং উদাহরণটির উপর ভিত্তি করে গাণিতিক গণনা কার্য এখানে উল্লেখ করা হল।

সারণী 7.9

সারিবদ্ধ সহ-সম্বন্ধে গণনা

শহর	ন্যূনতম জীবন-যাপনের মান	জনসংখ্যার বৃদ্ধি	x^2	y^2	xy
	অবস্থান $R_1(x)$*	অবস্থান $R_2(y)$*			
A	1	2	1	4	2
B	5	1	25	1	5
C	3	3	9	9	9
D	2	5	4	25	10
E	10	8	100	64	80
F	7	7	49	49	49
G	4	4	16	16	16
H	8	6	64	36	48
I	9	10	81	100	90
J	6	9	36	81	54
	$\Sigma x = 55$	$\Sigma y = 55$	$\Sigma x^2 = 385$	$\Sigma y^2 = 385$	$\Sigma xy = 363$

[* সারিবদ্ধগুলিকে (ranks) পার্থক্য (x, y) হিসাবে ধরা হয়েছে।]

সমাধান ঃ

সূত্র (4) অনুসারে

$$r_{xy}=\frac{N\Sigma xy-\Sigma x\times\Sigma y}{\sqrt{[N\Sigma x^2-(\Sigma x)^2][N\Sigma y^2-(\Sigma y)^2]}}$$

$$=\frac{10\times363-55\times55}{\sqrt{[10\times385-(55)^2][10\times385-(55)^2]}}.$$

$$=\frac{3630-3025}{\sqrt{[3850-(55)^2][3850-(55)^2]}}$$

$$=\frac{605}{\sqrt{(3850-3025)(3850-3025)}}$$

$$=\frac{605}{\sqrt{825\times825}}=\frac{605}{825}=+0{\cdot}73$$

(দ্রষ্টব্য ঃ পূর্বে এই তথ্যের ক্ষেত্রে নির্ণীত 'ρ'-এর মান $+0{\cdot}73$ ছিল।)

এই প্রসঙ্গে উল্লেখ করা যায় যে, সারিবদ্ধ সহ-সম্বন্ধ ও গুণফল ভ্রামক সহ-সম্বন্ধ পদ্ধতি দু'টির সাহায্যে নির্ণীত গুণাংক অনেক সময় সমান থাকে না। কারণ সারিবদ্ধ সহ-সম্বন্ধ পদ্ধতির নিজস্ব কিছু ত্রুটি আছে। এই ক্ষেত্রে প্রাপ্তাংকের মানের উপর কোন গুরুত্ব আরোপ করা হয় না; শুধুমাত্র প্রাপ্তাংকের অবস্থানের (position) উপর গুরুত্ব দেওয়া হয়। কিন্তু গুণফল ভ্রামক সহ-সম্বন্ধ পদ্ধতিতে প্রাপ্তাংকের মান ও অবস্থানের উপর গুরুত্ব আরোপ করা হয়। ফলে গুণফল ভ্রামক সহ-সম্বন্ধ পদ্ধতিতে গুণাংক নির্ণয় করলে নির্ণীত মান অপেক্ষাকৃত নির্ভুল হয়। কিন্তু সারিবদ্ধ সহ-সম্বন্ধ পদ্ধতিতে প্রাপ্তাংকগুলিকে সারিবদ্ধ করার সময় সারিবদ্ধের পুনরাবৃত্তি ঘটলে ত্রুটি বেড়ে যায়। এতদ্‌সত্ত্বেও সারিবদ্ধ সহ-সম্বন্ধ পদ্ধতি মনোবিজ্ঞান, শিক্ষাতত্ত্ব ও সমাজতত্ত্বের ক্ষেত্রে ব্যবহার করা হয়। কারণ পদ্ধতিটি সহজ এবং এর সাহায্যে নির্ণীত মান সাধারণভাবে কার্যোপযোগী হয়ে থাকে।

সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের সম্ভাব্য ত্রুটি

(Porbable error of Coefficient of Correlation)

সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের সম্ভাব্য ত্রুটি নিম্ন সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় করা যায়—

$$P.\ E.\ r=0{\cdot}6745\sqrt{\frac{1-r^2}{N}}$$

যেখানে, P. E. r = সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের সম্ভাব্য ত্রুটি

r = সহ-সম্বন্ধ গুণাংক

N = দু'টি চলের সংখ্যা

আমরা জানি যে, r-এর মান আস্থাসূচক হতে হলে তার সাংখ্যমান সম্ভাব্য ত্রুটির 0·5 বা তার অধিক হতে হয়।

প্রতিগমন

(Regression)

পরিসংখ্যানে ছ'টি চল পরস্পর সম্বন্ধযুক্ত থাকলে, একটি চলের কোন নির্দিষ্ট মানের জন্য অপর চলের মান গণনা (estimate) বা নির্ধারণ (predict) করবার প্রয়োজন দেখা দেয়। বাস্তবে দেখা গেছে যে, বিদ্যালয়ের নির্বাচনী পরীক্ষার ফলাফলের সংগে বোর্ডের পরীক্ষার ফলাফলের যথেষ্ট ধনাত্মক সম্বন্ধ আছে এবং শিক্ষার্থীর বুদ্ধির সংগে তার শিক্ষামূলক পারদর্শিতারও ধনাত্মক সম্বন্ধ আছে। এইসব ক্ষেত্রে শুধুমাত্র সহ-সম্বন্ধ গুণাংক কোন শিক্ষামূলক উদ্দেশ্য সাধনে সাহায্য করতে পারে না। তবে একটির মান জানা থাকলে অপরটির উদ্দেশ্য কতদূর সাধিত হতে পারে, তা অনুমান করা যেতে পারে। এই ক্ষেত্রে কোন ছাত্রের নির্বাচনী পরীক্ষার ফল জানা থাকলে বোর্ডের পরীক্ষায় কত নম্বর পেতে পারবে, তা বলা যেতে পারে। কোন ছাত্রের বুদ্ধ্যংক জানলে, তার শিক্ষাবিষয়ে অগ্রগতি কতদূর হতে পারে, তাও অনুমান করা যেতে পারে। এই উদ্দেশ্যে ছ'টি গাণিতিক সমীকরণ গঠন করা হয়। এদের **প্রতিগমন সমীকরণ** (Regression equation) বলা হয়। সাধারণত: ছ'টি সমীকরণ গঠন করা হয়—একটির দ্বারা 'X' চল থেকে 'Y' চল সম্পর্কে (Prediction of Y – variable from X – variable) এবং অপরটির দ্বারা 'Y' চল থেকে 'X' চল সম্পর্কে (Prediction of X – variable from Y – variable) জানা যায়। এই সমীকরণ ছ'টি হলো—

(1) $Y = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} r \times x$ (X চল থেকে Y চল জানার জন্য)

(2) $X = \frac{\sigma_x}{\sigma_y} r \times y$ (Y চল থেকে X চল জানার জন্য)

(যেখানে, $Y = Y - Y_m$; $X = X - X_m$; σ_x ও σ_y যথাক্রমে X ও Y চলের সমক পার্থক্য এবং r = X ও Y চলের সহ-সম্বন্ধ গুণাংক)

ইতিপূর্বে আমরা আলোচনা করেছি যে, ছ'টি চলের মধ্যে সহ-সম্বন্ধ রৈখিক সম্পর্কের পরিপ্রেক্ষিতে নির্ণয় করা যায়। বিক্ষিপ্ত চিত্রের (Scatter diagram) এই চল ছ'টিকে স্থাপন করলে সরল রৈখিক সম্পর্ক সম্বন্ধে ধারণা করা যেতে পারে। প্রতিগমন সমীকরণগুলির সাহায্যে যে রেখা ছ'টি পাওয়া যায় সেই রেখা ছ'টি চল ছ'টির সম্পর্কের প্রকৃত স্বরূপ ভালভাবে প্রকাশ করতে পারে। প্রতিগমন সমীকরণ হলো এই রেখাগুলির গাণিতিক সমীকরণ। আমরা বলতে পারি যে, সরল রৈখিক সমীকরণ হলো $y = mx$; যেখানে m হলো গতি। যদি এই সমীকরণের সংগে প্রতিগমন সমীকরণের তুলনা করা হয়, তাহলে দেখা যায় যে, ঐগুলিও এক-একটি সরলরেখার সমীকরণ যার গতি হলো $\frac{\sigma_x}{\sigma_y} r$ বা $\frac{\sigma_y}{\sigma_x} r$। সুতরাং, এই সমীকরণের x অথবা y যে কোন একটির মান জানলে অপরটির মান নির্ণয় করা যায়। ছ'টি চলের

মধ্যে সহ-সম্বন্ধ নির্ণয় করার পর, প্রতিগমন সমীকরণ গঠন করলে, তার সাহায্যে একটি জানা মান থেকে অপর একটি অজানা মান নির্ণয় করা যেতে পারে।

এই দু'টি সমীকরণকে প্রাপ্তাংকের প্রকৃত মানের পরিপ্রেক্ষিতে নিম্নরূপে পুনর্বিন্যাস করা যেতে পারে।

$$x = \frac{\sigma_x}{\sigma_y} r. X_y$$

$$\text{বা, } X - X_m = \frac{\sigma_x}{\sigma_y} r\,(Y - Y_m)$$

$$\text{বা, } X = \frac{\sigma_x}{\sigma_y} r\,(Y - Y_m) + X_m \quad \cdots\text{(i)}$$

$$\text{আবার, } y = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} r. X_x$$

$$\text{বা, } Y - Y_m = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} r\,(X - X_m)$$

$$\text{বা, } Y = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} r(X - X_m) + Y_m \quad \cdots\text{(ii)}$$

এই দু'টি সমীকরণ দ্বারা যে কোন একটি চলের মান আমরা জানলে অপরটির মান নির্ণয় করতে পারি। উদাহরণস্বরূপ, এই পরিচ্ছেদের উদাহরণ (1) উল্লেখ করা যাক। যেখানে নির্ণয় করা হয়েছে—

$$\sigma_x = 3{\cdot}79 \;;\; \sigma_y = 2{\cdot}53 \text{ এবং } r_{xy} = {\cdot}59 \;;\; x_m = 29{\cdot}8 \;;\; y_m = 14{\cdot}7$$

এই মানগুলি (1) নং সমীকরণে প্রয়োগ করলে আমরা পাই

$$\begin{aligned} X &= \frac{3{\cdot}79}{2{\cdot}53} \times 59(Y - 14{\cdot}7) + 29{\cdot}8 \\ &= 1{\cdot}49 \times {\cdot}59(Y - 14{\cdot}7) + 29{\cdot}8 \\ &= {\cdot}8791(Y - 14{\cdot}7) + 29{\cdot}8 \\ &= {\cdot}88Y - {\cdot}88 \times 14{\cdot}7 + 29{\cdot}8 \\ &= {\cdot}88Y - 12{\cdot}93 + 29{\cdot}8 = {\cdot}88Y + 16{\cdot}87 \end{aligned}$$

এই ক্ষেত্রে Y-এর জানা মান (A পরীক্ষার প্রাপ্ত নম্বর) থেকে X-এর সম্ভাব্য মান নির্ণয় করার জন্য প্রতিগমন সমীকরণটি হলো $X = {\cdot}88Y + 16\,87$. ধরা যাক, যদি কোন ছাত্র A পরীক্ষাতে 50 পায়, তাহলে B পরীক্ষাতে (Y) তার সম্ভাব্য পারদর্শিতা হবে—

$$\begin{aligned} Y &= {\cdot}88 \times 50 + 16{\cdot}87 \\ &= 44 + 16{\cdot}87 = 60{\cdot}87 \end{aligned}$$

ঠিক একইভাবে, X-এর জানা মান থেকে Y-এর সম্ভাব্য প্রাপ্তাংক জানা সম্ভব হয় অপর একটি প্রতিগমন সমীকরণ গঠন করে।

সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের তাৎপর্য (Sfgnificance of Coefficient of Correlation) :

কয়েকটি বিশেষ অবস্থা বিবেচনা করে সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের তাৎপর্য নির্ণয় করতে হয়। যেমন—

॥ **এক** ॥ গুণফল ভ্রামক সহ-সম্বন্ধ গুণাংক (r) কেবল মাত্র রৈখিক সম্পর্কের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য। বাস্তবক্ষেত্রে এই সম্পর্ক যদি দু'টি চলের মধ্যে না থাকে, তাহলে 'r'-এর মান উভয় চলের সম্পর্কের প্রকৃত তাৎপর্য প্রকাশ করতে পারে না।

॥ **দুই** ॥ পরিমাপের প্রকৃতি এবং বিষয়বস্তুর উপর দু'টি চলের মধ্যে সহ-সম্বন্ধ নির্ভর করে থাকে। সুতরাং এই দু'টি শর্ত ব্যতিক্রমে উভয় চলের মধ্যে সম্পর্কের তাৎপর্য নির্ণয় করা যায় না।

॥ **তিন** ॥ দু'টি চলের মধ্যে সম্পর্কের পরিমাণ সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের সমানুপাতী হয় না। অর্থাৎ, অপেক্ষাকৃত কম সহ-সম্বন্ধের ক্ষেত্রে যে পার্থক্য দেখা যায়, সেই পার্থক্য যদি উচ্চ সহ-সম্বন্ধের ক্ষেত্রে দেখা যায়, তাহলে উচ্চমানের ক্ষেত্রে সেই পার্থক্যের তাৎপর্য অনেক বেশী হয়।

॥ **চার** ॥ সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের তাৎপর্য নমুনা দলের উপর নির্ভর করে। অর্থাৎ, নমুনা দলের মধ্যে পার্থক্য হলে তাৎপর্যের ভিন্নতা দেখা যায়।

॥ **পাঁচ** ॥ অনেকেরই এমন ধারণা থাকে যে, দু'টি চলের মধ্যে উচ্চমানের সহ-সম্বন্ধ গুণাংক থাকলে একটি অপরটির সৃষ্টির কারণ হয়। কিন্তু প্রকৃতপক্ষে তা হয় না। কারণ সহ-সম্বন্ধ গুণাংক কার্যকারণ সম্পর্ক প্রকাশ করে না। সুতরাং দু'টি চলের মধ্যে সম্পর্কের তাৎপর্য নির্ণয়ের ক্ষেত্রে কার্যকারণ সম্পর্ক কোনরূপ উপাদান হিসাবে গ্রাহ্য হয় না।

সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের উপযোগিতা
(Utility of coefficient of correlation)

সহ-সম্বন্ধ গুণাংক একটি গাণিতিক সূচক বা মান। এর সাহায্যে বিভিন্ন চল বা গাণিতিক মানের অন্তর্নিহিত সম্পর্কের তাৎপর্য নির্ণয় করা যায়। তাছাড়া মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষামূলক পরিমাপের ক্ষেত্রেও এর অনেক উপযোগিতা লক্ষ্য করা যায়। এই গুণাংকের সাহায্যে এই সকল বিষয় সম্বন্ধে বিভিন্ন প্রকার সিদ্ধান্তও গ্রহণ করা যায়।

॥ **এক** ॥ সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের ভিত্তিতে মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষাবিষয়ক অভীক্ষার বৈধতা (validity) নির্ণয় করা যায়। সহ-সম্বন্ধ গুণাংককে বৈধতার গুণাংক (validity coefficient) হিসাবে বিবেচনা করা হয়। অভীক্ষা তৈরী করার সময় যখন তার ভবিষ্যদ্বাণীকরণ সম্ভাবনা (Predictive) বৈধতা কিংবা সহ-অবস্থানমূলক (concurrent) বৈধতা নির্ধারণ করা হয়, তখন অভীক্ষায় প্রাপ্ত

প্রাপ্তাংকের সংগে সমতুল্য অভীক্ষায় প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের সহ-সম্বন্ধ গুণাংক নির্ণয় ক'রে এইরূপ বৈধতা স্থির করা হয়।

॥ **দুই** ॥ মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষাবিষয়ক অভীক্ষাসমূহের নির্ভরযোগ্যতা (reliability) নির্ধারণ করার জন্য সহ-সম্বন্ধ গুণাংককে সূচক হিসাবে বিবেচনা করা হয়। এই সূচককে নির্ভরযোগ্যতার গুণাংক (reliability coefficient) বলা হয়। এরই ভিত্তিতে বলা যেতে পারে যে, যে অভীক্ষার নির্ভরযোগ্যতার মান যত বেশী তার পরিবর্তনের হার তত কম। এর সাহায্যে অভীক্ষায় প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের তাৎপর্যও নির্ণয় করা সম্ভব হয়।

॥ **তিন** ॥ অভীক্ষায় সম্মিলিত পদগুলির বিশ্লেষণ, পদগুলির কাঠিন্যমান এবং তাদের পার্থক্য নির্ণয় ক্ষমতা সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের সাহায্যে স্থির করা যায়।

॥ **চার** ॥ শিক্ষা ও মনোবিজ্ঞানের ক্ষেত্রে, অনেক সময় বিশেষ বিশেষ মানবিক প্রক্রিয়াগুলির মূলে যে উপাদানগুলি আছে সেগুলি বিশ্লেষণ করার জন্য যে বিশেষ গাণিতিক কৌশল অবলম্বন করা হয় তাকে **উপাদান বিশ্লেষণ পদ্ধতি** (Factor analysis method) বলা হয়। এই পদ্ধতির গাণিতিক প্রক্রিয়ার প্রাথমিক পর্যায় হলো সহ-সম্বন্ধ গুণাংক নির্ণয়। এর জন্য উপাদানগুলির পারস্পরিক সম্পর্ক ছক (correlation matrix) তৈরী এবং বিশ্লেষণ করে উপাদানগুলির গাণিতিক সূক্ষতা (mathematical precision) নির্ধারণ করা হয়। সুতরাং শিক্ষাবিষয়ক ও মনোবৈজ্ঞানিক গবেষণার ক্ষেত্রে সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের গুরুত্ব সর্বাধিক হিসাবে বিবেচিত হয়।

পূর্বোক্ত আলোচনা থেকে বলা যায় যে, শিক্ষাবিষয়ক ও মনোবৈজ্ঞানিক মূল্যায়নের ক্ষেত্রে সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের ব্যবহার নানাভাবে করা যায়। এখানে যে কয়েকটি বিষয় উল্লেখ করা হয়েছে সেগুলি ছাড়াও আরো নানা উদ্দেশ্যে এই সহ-সম্বন্ধ গুণাংক ব্যবহার করা হয়। সুতরাং এই গুণাংক সম্বন্ধে ধারণা লাভ করা বিশেষ প্রয়োজন।

অনুশীলনী
(Exercise)

1. (i) সহ-সম্বন্ধ পদটির সংজ্ঞা দাও। (Define the term correlation.)

   (ii) সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের সংজ্ঞা দাও এবং এর ব্যবহার উল্লেখ কর। (Define correlation coefficient and state its uses.)

2. (i) ধনাত্মক ও ঋণাত্মক, (ii) রৈখিক ও অরৈখিক সহ-সম্বন্ধ বলতে কি বোঝ ? (What do you understand by (i) positive and negative, (ii) linear and non-linear correlation ?)

3. বিক্ষিপ্ত চিত্র কি ? দ্বিচলক তথ্যের চলকদ্বয়ের মধ্যে সহ-সম্বন্ধ কিভাবে প্রকাশ করা যায় তা উপযুক্ত বিক্ষিপ্ত চিত্রের মাধ্যমে নির্দেশ কর। (What is a scatter diagram ? Indicate by means of suitable scatter diagram how correlation can be expressed between two variables in bivariate data.)

4. (i) দুই প্রকার প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক নির্ণয়ের যে কোন একটি পদ্ধতি সম্বন্ধে আলোচনা কর। (Discuss any one method of determining coefficient of correlation between two sets of scores.)

(ii) শিক্ষামূলক ও মনোবৈজ্ঞানিক পরিমাপের সহ-সম্বন্ধ পদ্ধতিগুলির গুরুত্ব সম্বন্ধে আলোচনা কর। (Discuss the importance of correlational methods in Educational and Psychological measurement.)

5. নিম্নের প্রতিটি ক্ষেত্রে ধনাত্মক সহ-সম্বন্ধ, ঋণাত্মক সহ-সম্বন্ধ অথবা কোন সহ-সম্বন্ধ নাই কিনা বল : (State in each case wheather you would expect to find a positive correlation, a negative correlation or no correlation) :

(i) স্বামী ও স্ত্রীদের বয়স (The ages of husbands and wives)
(ii) বুদ্ধি ও বৃত্তি (Intelligence and occupation)
(iii) শিক্ষাবর্ষ ও আয় (Years of education and income)
(iv) বৃষ্টিপাতের পরিমাপ ও উৎপাদিত শস্য (Amount of rainfall and yield of crop)
(v) দারিদ্র ও সততা (Proverty and honesty)

6. সারিবদ্ধ সহ-সম্বন্ধের সংজ্ঞা দাও। Spearman-এর সারিবদ্ধ সহ-সম্বন্ধ গুণাংকে (ρ) সূত্রের ব্যাখ্যা কর। যখন ρ ক্ষুদ্রতম হয়, তখন তার তাৎপর্য ব্যাখ্যা কর। (Define Rank correlation. Write down Spearman's formula for rank correlation coefficient ρ. Interpretate the case when ρ assumes the minimum value.)

7. সংক্ষেপে প্রতিগমনের ব্যাখ্যা কর ও এর ব্যবহার সম্বন্ধে বল। (Briefly explain the concept of regression and its uses.)

8. দ্বিচলক বিভাজনের ক্ষেত্রে প্রতিগমন রেখাদ্বয়ের সমীকরণ নির্ণয় কর। (Obtain the equations of the two lines of regression for a bivariate distribution.)

9. সংক্ষিপ্ত টীকা লিখ (Write notes on) :

(a) সারিবদ্ধ সহ-সম্বন্ধ গুণাংক (Rank correlation coefficient)
(b) বিক্ষিপ্ত চিত্র (Scatter diagram)
(c) প্রতিগমন সমীকরণদ্বয় (Regression equations)

10. প্রতিগমন বলতে কি বোঝ ? পারদর্শিতা সম্বন্ধে ভবিষ্যবাণী করতে কিভাবে প্রতিগমন সমীকরণসমূহ সাহায্য করে আলোচনা কর। দু'টি চল x এবং y এর জন্য নিম্ন তথ্যাবলী দেওয়া আছে : $M_x=45, \sigma_x=3, M_y=50, \sigma_y=5, r_{xy}=\cdot65,$ x-এর উপর y-এর এবং y-এর উপর x-এর প্রতিগমন সমীকরণগুলি তৈরী কর। (What do you understand by regression ? For two variables x and y the following data are given : $M_x=45, \sigma_x=3, M_y=50, \sigma_y=5, r_{xy}=\cdot65$. Form regression equations of x on y and y on x.)

11. নিম্নের প্রত্যেকটি সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের (r) মানের ব্যাখ্যা দাও। [Give interpretation to each of the following values of correlation coefficient (r)] :

(i) $r=1$ (ii) $r=-1$ (iii) $r=-0\cdot9$ (iv) $r=0\cdot81$

12. কোন শ্রেণী পরীক্ষায় 10 জন ছাত্রের গণিত ও পরিসংখ্যানের নিম্নে প্রদত্ত নম্বর হতে Karl Pearson-এর সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের মান নির্ণয় কর। (Find out Karl Pearson's coefficient of correlation from the following series of marks secured by 10 students in a class-test in Mathematics and Statistics) :

Marks in Math. :	45	70	65	30	90	40	50	75	85	60
Marks in Stat. :	35	90	70	40	95	40	60	80	80	50

সম্ভাব্য ত্রুটির মানও নির্ণয় কর। (Also find out the probable error.)

13. একটি কোর্সে ট্রেনিং নেবার আগে ও পরে 10 জন সদস্যকে নিম্নলিখিত-ভাবে সারিবদ্ধ করা হয় (The ranking of 10 individuals at the start and finish of a course of training are as follows) :

সদস্য (Individuals)	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
আগের সারি (Rank before)	1	6	3	9	5	2	7	10	8	4
পরের সারি (Rank after)	6	8	3	7	2	1	5	9	4	10

উপরের তথ্য হতে Spearman-এর সারিবদ্ধ সহ-সম্বন্ধ গুণাংকের মান নির্ণয় কর। (Find out Spearman's rank correlation from the above data)

14. নিম্নলিখিত তথ্য হতে (i) চ্যুতি পদ্ধতি, (ii) মূল প্রাপ্তাংক পদ্ধতি ও (iii) গুণফল ভ্রামক পদ্ধতির সাহায্যে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক নির্ণয় কর। (Calculate coefficient of correlation from the following data by (i) deviation method, (ii) raw score method and (iii) product moment method)

Set I	32	38	48	43	40	22	41	69	35	64
Set II	30	31	38	43	33	11	27	76	40	59

15. একটি শ্রেণীর 50 জন ছাত্রদের ইতিহাস ও ভূগোল প্রশ্নপত্র দু'টি উত্তর করতে দেওয়া হয়। ছাত্ররাই বিষয় দু'টিতে নিম্নলিখিত যে প্রাপ্তাংকগুলি লাভ করে

তার ভিত্তিতে একটি বিক্ষিপ্ত চিত্র তৈরী কর এবং উভয় চলের মধ্যে সহ-সম্বন্ধ গুণাংক নির্ণয় কর। (Two questions on History and Geography are given to 50 students for solution. Prepare a scatter diagram on the basis of the following scores obtained by the students in these subjects and calculate coefficient of correlation between both the variables) :

ইতিহাসের প্রাপ্তাংক
(Scores in History)

40, 50, 45, 40, 55, 35, 30, 40, 40, 35, 50, 45, 55, 40, 35, 30, 40, 35, 45, 50. 45, 55, 50, 40, 35, 35, 45, 35, 30, 30, 45, 55, 50, 40, 35, 40, 40, 40, 45, 50, 50, 35, 30, 55, 40, 35, 35, 50, 45, 35 (N = 50)

ভূগোলের প্রাপ্তাংক
(Scores in Geography)

40, 35, 45, 50, 55, 40, 35, 35, 45, 50, 55, 50, 60, 45, 40, 35, 45, 40, 50, 55, 50, 60, 55, 45, 40, 40, 50, 40, 30, 35, 40, 60, 55, 45, 30, 40, 35, 35, 40, 55, 55, 45, 60, 45, 40, 40, 55, 40, 40, 40 (N = 50)

16. দ্বিচলক তথ্য দেওয়া আছে (Given the bivariate data) :

X : 1 5 3 2 1 1 7 4

Y : 6 1 0 0 1 2 1 5

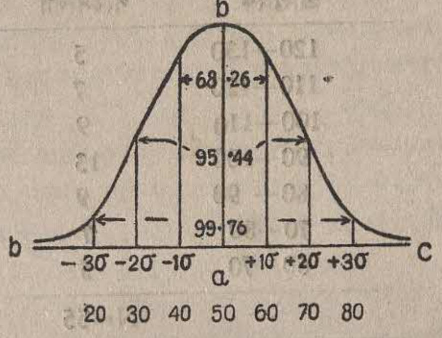
(i) X-এর উপর Y-এর প্রতিগমন রেখা নির্ণয় কর এবং X = 10 হলে Y-এর মান নির্ধারণ কর। (Fit a regression line of Y on X and predict Y if X = 10)

(ii) Y-এর উপর X-এর প্রতিগমন রেখা নির্ণয় কর এবং Y = 2·5 হলে X-এর মান নির্ধারণ কর। (Fit a regression line of X on Y and predict X if Y = 2·5)

উত্তরমালা (Answers)

12. 0·903, 0·039, 13. r = 0·39, 14. r = 0·935, 15. r = 0·79

স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্র
(Normal Distribution Curve)



চিত্র সংখ্যা 8.1
স্বাভাবিক বণ্টন লেখচিত্র

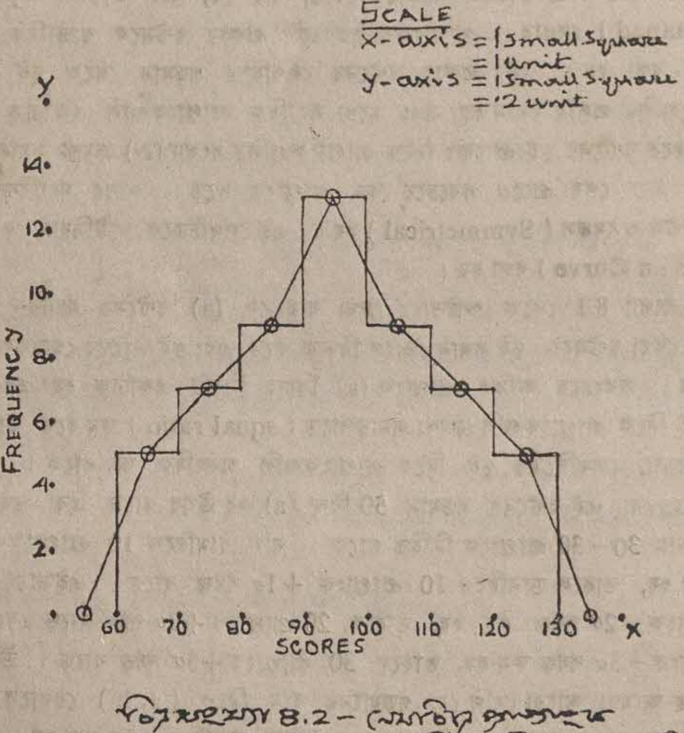
উপরে প্রদত্ত চিত্র দেখে স্পষ্টভাবে বোঝা যায় যে, এর আকৃতি গম্বুজাকার (**bellshaped**) দেখায়। প্রাপ্তাংকগুলির এই প্রকার বণ্টনকে স্বাভাবিক বণ্টন লেখচিত্র বলা হয়। এই প্রকার বণ্টনের লেখচিত্রে গড়মান থেকে দুই দিকে প্রাপ্তাংকগুলির প্রসার সমান হয় এবং মধ্যে সর্বাধিক প্রাপ্তাংকগুলি একত্রিত হয়। মধ্যবিন্দু হতে বণ্টনের দুই প্রান্তের দিকে প্রাপ্তাংকগুলির সংখ্যা (N) ক্রমশঃ সমানভাবে কম হয় এবং শেষ প্রান্তে সবচেয়ে কম প্রাপ্তাংক পড়ে। কারণ মধ্যবিন্দুর দুই দিকের বণ্টন সুসমঞ্জস (**Symmetrical**) হয়। এই লেখচিত্রকে গাউসিয়ান লেখচিত্র (**Gaussian Curve**) বলা হয়।

চিত্র সংখ্যা 8.1 থেকে স্পষ্টভাবে দেখা যায় যে, (a) বণ্টনের মধ্যবিন্দু এবং (b, a) রেখা বণ্টনকে দুই সমান ভাগে বিভক্ত করে এবং দুই ভাগের ক্ষেত্রফল প্রায় সমান হয়। সবচেয়ে অধিক প্রাপ্তাংক (a) বিন্দুর নিকট একত্রিক হয় এবং এই বিন্দুর দুই দিকে প্রাপ্তাংকগুলি ক্রমশঃ সমানুপাতে (**equal ratio**) কম হতে থাকে। পরিণামস্বরূপ, লেখচিত্রের দুই দিকে প্রাপ্তাংকগুলি অত্যধিক কম থাকে। চিত্রে দেখা যাচ্ছে যে, এই বণ্টনের গড়মান 50 বিন্দু (a) এর উপর থাকে এবং এর দুই দিকে ক্রমশঃ 30 − 30 প্রাপ্তাংক নিহিত থাকে। যদি বামদিকে 10 প্রাপ্তাংক—1σ পর্যন্ত কম হয়, তাহলে ডানদিকে 10 প্রাপ্তাংক $+1\sigma$ পর্যন্ত বাড়ে। এইভাবে যদি 20 প্রাপ্তাংক -2σ পর্যন্ত কম হয়, তাহলে, 20 প্রাপ্তাংক $+2\sigma$ পর্যন্ত বাড়ে এবং যদি 30 প্রাপ্তাংক -3σ পর্যন্ত কম হয়, তাহলে 30 প্রাপ্তাংক $+3\sigma$ পর্যন্ত বাড়ে। উপরি-উক্ত চিত্রে আমরা আরো দেখি যে, গড়মানের বাম দিকে (a, b) রেখাতে 30 প্রাপ্তাংক বড় হয়ে থাকে। এই প্রকার বণ্টনকে স্বাভাবিক বণ্টন বলা হয়। এই আকৃতিকে অন্য উদাহরণ দ্বারাও বোঝানো যেতে পারে। ধরা থাক, কোন বণ্টনের প্রাপ্তাংকগুলি পরবর্তী পৃষ্ঠায় যেমন দেখানো হয়েছে সেইপ্রকার হয়।

সারণী 8.1
প্রাপ্তাংক ও পরিসংখ্যা

প্রাপ্তাংক	পরিসংখ্যা
120—130	5
110—120	7
100—110	9
90—100	13
80— 90	9
70—80	7
60—70	5
	N = 55

এই প্রাপ্তাংকগুলিকে লেখচিত্রে প্রদর্শন করলে আমরা স্বাভাবিক বণ্টন পাই। বণ্টনটি 8.2 চিত্রে দেখানো হয়েছে।



চিত্র সংখ্যা 8.2

প্রতিবৈষম্য ও তীক্ষ্ণতা
(Skewness and Kurtosis)

যখন আমরা কোন গবেষণা ও অনুসন্ধান কাজের জন্য প্রাপ্তাংকগুলিকে একত্রিত করি, তখন ঐ প্রাপ্তাংকগুলি সমস্ত জনসংখ্যা থেকে নেওয়া সম্ভব হয় না। সেইজন্য কোন নমুনা নির্বাচন করে আমাদের গবেষণার কাজ সম্পাদন করতে হয় এবং নমুনা নির্বাচনের ত্রুটির কারণে বণ্টন বিকৃত হয়ে যায়। তাছাড়া ত্রুটিপূর্ণ অনুমান এবং অনুপযুক্তভাবে পরীক্ষা প্রয়োগ করাতে বা অস্বাভাবিক (unnatural) অবস্থার কারণেও প্রাপ্তাংকগুলির বণ্টনে বিকৃতি ঘটে থাকে। অস্বাভাবিক অবস্থাতে বণ্টন স্বাভাবিক বণ্টন থেকে ভিন্ন রূপ ধারণ করে। এই অস্বাভাবিক বণ্টন দুই শ্রেণীর অন্তর্গত হয়—

(1) প্রতিবৈষম্য (Skewness)

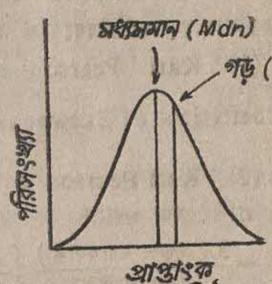
(2) তীক্ষ্ণতা (Kurtosis)

(1) প্রতিবৈষম্য (Skewness = Sk)—যখন কোন লেখচিত্রের গড়মান এবং মধ্যমমান পৃথক বিন্দুতে পতিত হয়, অর্থাৎ যখন এই মানগুলি একই বিন্দুতে স্থিত হয় না, তখন এই বণ্টনকে প্রতিবৈষম্য বলা হয়। অন্যভাবে বলা যেতে পারে যে, যে সংখ্যাগত পরিমাপের (quantitative measure) সাহায্যে কোন পরিসংখ্যা বিভাজনের অসমঞ্জসতা প্রকাশ করা হয়, তাকে প্রতিবৈষম্য বলে। এইরূপ অবস্থাতে প্রাপ্তাংকগুলি লেখচিত্রের (curve) ধনাত্মক বা ঋণাত্মক দিকে অধিক বা স্বল্প পরিমাণে একত্রিত হয়। অর্থাৎ যখন প্রাপ্তাংকগুলি লেখচিত্রের মধ্যবিন্দুতে একত্রিত না হয়ে কোন একদিকে অধিক পরিমাণে একত্রিত হয় এবং তার ফলে বিভাজনে অস্বাভাবিকত্ব (abnormality) বা অনিয়মিতা (irregularity) দেখা যায়, তখন বিভাজনটিকে অসমঞ্জস (skewed) বলা হয়। এই প্রকার অসমঞ্জস (asymmetrical) বিভাজনে বা বণ্টনে প্রাপ্তাংকগুলির প্রসার ভূয়িষ্ঠকের মান (Mode) একদিকে অধিক এবং অপর দিকে কম হয়।

প্রতিবৈষম্য দুই প্রকার হতে পারে—

(1) ধনাত্মক প্রতিবৈষম্য (Positive Skewness)

(2) ঋণাত্মক প্রতিবৈষম্য (Negative Skewness)



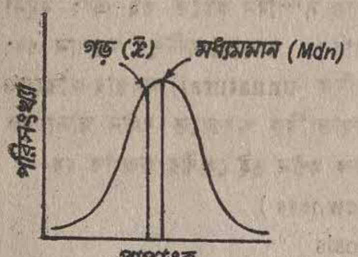
ধনাত্মক প্রতিবৈষম্য

চিত্র সংখ্যা 8.3

ধনাত্মক প্রতিবৈষম্য—প্রতিবৈষম্যের পরিমাপ ধনাত্মক হবে যদি পরিসংখ্যার লেখচিত্রের বাম দিকে পরিসংখ্যার বিভাজন ডানদিক অপেক্ষা অধিক হয়, অর্থাৎ ডানদিক নীচু হয়ে ও বামদিক বেশী পরিমাণে ফুলে ওঠে। ধনাত্মক প্রতিবৈষম্যে গড়ের মান মধ্যমমান অপেক্ষা অধিক এবং মধ্যমমান ভূয়িষ্ঠক অপেক্ষা অধিক হয়। চিত্র সংখ্যা 8.3-এ ধনাত্মক প্রতিবৈষম্যের প্রতিরূপটি দেখানো হয়েছে। যেখানে অধিক সংখ্যক শিক্ষার্থীদের

প্রাপ্তাংক গড়মান হতে কম হয় এবং মধ্যমমান থেকে অধিক প্রাপ্তাংক অর্জনকারী শিক্ষার্থীদের সংখ্যা কম হয় সেখানে চিত্রটি চিত্রসংখ্যা 8.3-এর অনুরূপ হয়।

ঋণাত্মক প্রতিবৈষম্য—প্রতিবৈষম্যের পরিমাপ ঋণাত্মক হবে যদি ডানদিকে পরিসংখ্যার বণ্টন বামদিক অপেক্ষা অধিক হয়, অর্থাৎ বামদিক নীচু হয়ে যায় ও ডানদিক বেশী পরিমাণে ফুলে ওঠে। ঋণাত্মক প্রতিবৈষম্যে ভূয়িষ্ঠক মধ্যমমান অপেক্ষা অধিক এবং মধ্যমমান গড়মান অপেক্ষা অধিক হয়। চিত্র 8.4-এ ঋণাত্মক প্রতিবৈষম্যের প্রতিরূপটি দেখানো হয়েছে। যেখানে পরীক্ষা সহজ হয় এবং অধিকাংশ শিক্ষার্থীর প্রাপ্তাংক গড়মান হতে বেশী হয় এবং মধ্যমমান হতে কম প্রাপ্তাংক অর্জনকারী শিক্ষার্থীদের সংখ্যা কম হয় সেখানে চিত্রটি চিত্র সংখ্যা 8.4-এর অনুরূপ হয়।



চিত্র সংখ্যা 8.4

উপরিউক্ত চিত্র দু'টি কেবলমাত্র প্রতিবৈষম্যের লেখচিত্রের (curve) আকৃতি পরিমাপ করে ; কিন্তু প্রতিবৈষম্যের পরিমাণ পরিমাপ করে না। তাই প্রতিবৈষম্যের পরিমাণগত (quantitative) পরিমাপ নির্ণয় করার জন্য অনুপাত (ratio) নির্ধারণ করা আবশ্যক হয়।

প্রতিবৈষম্যের পরম পরিমাপ (absolute measure) নিম্ন সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় করা যায়।

প্রতিবৈষম্য = গড়—ভূয়িষ্ঠক (Mean—Mode)

কিন্তু বিভিন্ন এককে প্রকাশিত সমজাতীয় বিভিন্ন রাশিতথ্যমালার মধ্যে তুলনা কার্যের ক্ষেত্রে উক্ত পরিমাপ সুবিধাজনক নয়। সেইজন্য প্রতিবৈষম্যের **আপেক্ষিক পরিমাপই** (Relative measure) বহুল প্রচলিত। নিম্নলিখিত কয়েকটি সূত্রের সাহায্যে প্রতিবৈষম্যের আপেক্ষিক পরিমাপ করা হয় :

(1) Karl Pearson-এর প্রথম পরিমাপক সূত্র : প্রতিবৈষম্য গুণাংক (Coefficient of Skewness) $= \frac{\text{গড় – ভূয়িষ্ঠক}}{\text{সমক পার্থক্য}} = \left(\frac{\text{Mean} - \text{Mode}}{\text{S D}}\right) \cdots (1)$

(2) Karl Pearson-এর দ্বিতীয় পরিমাপক সূত্র :

প্রতিবৈষম্য গুণাংক

$$= \frac{3\,(\text{গড়—মধ্যমমান})}{\text{সমক পার্থক্য}} \left[\frac{3\,(\text{Mean} - \text{Median})}{\text{S. D.}}\right] \cdots \cdots (2)$$

(3) Bowley-এর পরিমাপক সূত্র :

$$\text{প্রতিবৈষম্য গুণাংক} = \frac{\frac{1}{2}(Q_3 + Q_1) - Q_2}{\frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)}$$

$$= \frac{Q_3 + Q_1 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1} \quad \cdots \quad \cdots \quad (3)$$

যেখানে Q_1, Q_2 এবং Q_3 যথাক্রমে প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় চতুর্থাংশের মান।

(4) শতাংশ মানের পরিপ্রেক্ষিতে পরিমাপক সূত্র :

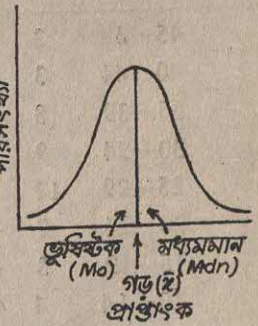
প্রতিবৈষম্য গুণাংক

$$=\frac{P_{90}+P_{10}}{2}-P_{50} \quad \dots \quad \dots \quad (4)$$

লক্ষ্যণীয় যে, উপরে প্রতিবৈষম্য গুণাংকের যে বিভিন্ন পরিমাপ দেওয়া হয়েছে তা রাশিতথ্যমালার এককের উপর নির্ভরশীল নয়।

সূত্র সমূহের সংক্ষিপ্ত আলোচনা (Brief discussion of the formulae)

কোন স্বাভাবিক বা সুসমঞ্জস বিভাজনে গড়, মধ্যমমান ও ভূয়িষ্ঠক পরস্পর সমান হয়। যেমন চিত্রসংখ্যা 8.5 এ দেখানো হয়েছে। কিন্তু বিভাজন যত অধিক অসমঞ্জস হয়, গড় মধ্যমমান ও ভূয়িষ্ঠক মানগুলির তারতম্যও তত বেশী হয়। সেইজন্য মধ্যমমান ও ভূয়িষ্ঠকের (∵ মধ্যমমান সর্বদাই তাদের মধ্যবর্তী অবস্থানে থাকে) পার্থক্যকে প্রতিবৈষম্যের পরম পরিমাপ হিসাবে ধরা হয়। এই পার্থক্য যখন সমক পার্থক্যের সাপেক্ষে করা হয়, তখন Pearson-এর সূত্রদ্বয় পাওয়া যায়।



চিত্র সংখ্যা 8.5
স্বাভাবিক বা সুসমঞ্জস বণ্টন

আবার, স্বাভাবিক বণ্টনে প্রথম ও তৃতীয় চতুর্থাংশ, সর্বদাই দ্বিতীয় চতুর্থাংশ বা মধ্যমমান হতে সমদূরত্বে থাকে। সুতরাং যদি কোন বণ্টন অসমঞ্জস বা অস্বাভাবিক হয়, তাহলে প্রথম ও তৃতীয় চতুর্থাংশদ্বয়ের যৌগিক গড় ও মধ্যমমানের পার্থক্যকে প্রতিবৈষম্যের পরম পরিমাপ হিসাবে ধরা যায় এবং এই পার্থক্য চতুর্থাংশ পার্থক্যের (Quartile deviation) সাপেক্ষে করা হলে Bowley-র সূত্র পাওয়া যায়।

বণ্টনের প্রতিবৈষম্য বোঝানোর জন্য শতাংশ বিন্দু নির্ণয় করে সম্পর্কিত সূত্রটি ব্যবহার করা হয়। এক্ষেত্রে সূচকের চিহ্ন দেখে প্রতিবৈষম্যের প্রকৃতি এবং পরিমাণ থেকে অস্বাভাবিকতার বিচার করা হয়।

এখানে একথা স্মরণ রাখা প্রয়োজন যে, যখন দু'টি বণ্টনের মধ্যে তুলনা করা হয়, তখন যে কোন একটি পদ্ধতিতে প্রতিবৈষম্য নির্ণয় করা প্রয়োজন। দু'টি সূত্র একই ক্ষেত্রে প্রয়োগ করলে সংখ্যামান ভিন্ন হয়। তাই দু'টি সূচক পৃথক পৃথক পরিপ্রেক্ষিতে বিচার করতে হয়। এই প্রসঙ্গে একটি উদাহরণ উল্লেখ করা যেতে পারে। তাতে বিষয়টি সম্পর্কে ধারণা পরিষ্কার হবে।

উদাহরণ 1. নীচে 40 জন ছাত্রের একটি পরীক্ষার প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হ'ল ঃ তাদের প্রাপ্তনম্বরের গড়, মধ্যমমান ও সমক পার্থক্য নির্ণয় করতে হবে। বণ্টনটির প্রতিবৈষম্য আছে, না স্বাভাবিক তা বিচার করে দেখতে হবে।

প্রাপ্তাংক	10—14	15—19	20—24	25—29	30—34	35—39	40—44	45—49
f	1	3	7	12	9	3	3	2

॥ সমাধান ॥

সারণী 8.2

প্রাপ্তাংকগুলির বিভিন্ন প্রক্রিয়ালব্ধ গণনা কার্য

প্রাপ্তাংক (Score)	f	x	fx	fx^2
45—49	2	4	8	32
40 - 44	3	3	9	27
35—39	3	2	6	12
30—34	9	1	9	9
25—29	12	0	0	0
20—24	7	−1	−7	7
15—19	3	−2	−6	12
10—14	1	−3	−3	9
	N=40		$\Sigma fx=16$	$\Sigma fx^2=108$

গড় (Mean) $= 27+5\times\frac{16}{40}=27+2=29{\cdot}0$

মধ্যমমান $= L_L+i\times\frac{N/2-C_f}{fm}$

এখানে, $L_L=24{\cdot}5$, $N/2=20$, $i=5$, $C_f=11$, $fm=12$

∴ মধ্যমমান $=24.5+\frac{20-11}{12}\times5=24.5+\frac{9}{12}\times5$

$=24{\cdot}5+3{\cdot}75=28{\cdot}25$

সমকপার্থক্য $(\sigma)= i\sqrt{\frac{\Sigma fx^2}{N}-\left(\frac{\Sigma fx}{N}\right)^2}$

$=5\sqrt{\frac{108}{40}-\left(\frac{16}{40}\right)^2}=5\sqrt{2{\cdot}7-({\cdot}4)^2}$

$=5\sqrt{2{\cdot}7-{\cdot}16}=5\sqrt{2{\cdot}54}=5\times1{\cdot}59$

$=7.95$

$$প্রতিবৈষম্য\ (sk) = \frac{3\ (\text{গড়} - \text{মধ্যমমান})}{\sigma}$$

$$= \frac{3\ (29\cdot0 - 20\cdot25)}{7\cdot95}$$

$$= \frac{3 \times 75}{7\cdot95} = \frac{2\cdot25}{7\cdot95} = 0\cdot28$$

॥ **পদ্ধতি** ॥ প্রতিবৈষম্য নির্ণয় করতে হলে নিম্নরূপ প্রক্রিয়াগুলি পর্যায়ক্রমে সম্পাদন করতে হয়—

॥ **এক** ॥ প্রদত্ত বণ্টনের গড় নির্ণয় করতে হয়।

॥ **দুই** ॥ প্রদত্ত বণ্টনের মধ্যমমান নির্ণয় করতে হয়।

॥ **তিন** ॥ প্রদত্ত বণ্টনের সমকপার্থক্য নির্ণয় করতে হয়।

॥ **চার** ॥ $sk = \frac{3\ (\text{mean} - \text{median})}{\sigma}$ এই সূত্রের সাহায্যে প্রতিবৈষম্য নির্ণয় করতে হয়।

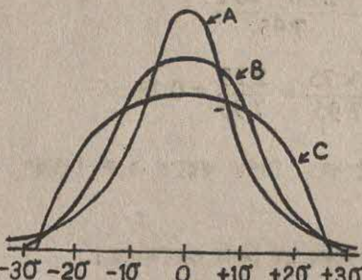
॥ **তাৎপর্য** ॥ এখানে প্রতিবৈষম্য সূচকের মান থেকে বোঝা যায় যে, এই মানটি ধনাত্মক। কিন্তু মানটি খুবই নগণ্য। তাই বণ্টনটিকে প্রায় স্বাভাবিক বলা যায়।

(2) **তীক্ষ্ণতা (kurtosis)**—পূর্বের আলোচনাতে দেখা গেছে যে, দু'টি পরিসংখ্যা বিভাজনের গড়, বিস্তৃতি ও প্রতিবৈষম্য পরস্পর সমান হতে পারে; কিন্তু তথাপি মানসমূহের বিভাজনের তারতম্যহেতু ভূয়িষ্ঠক (mode) বরাবর একটির পরিসংখ্যা লেখচিত্র (frquency curve) অপরটির তুলনায় অধিক ছুঁচালো (peaked) বা চ্যাপ্টা (flat) হতে পারে। কোন বিভাজনের পরিসংখ্যা রেখা কি পরিমাণে ছুঁচালো বা চ্যাপ্টা পরিসংখ্যানে তীক্ষ্ণতা তাই নির্দেশ করে।

পরিসংখ্যানে তীক্ষ্ণতা কোন পরিসংখ্যা বিভাজনের পরিসংখ্যা লেখচিত্র (frequency curve) ভূয়িষ্ঠক বরাবর কি পরিমাণ ছুঁচালো (peaked) বা চ্যাপ্টা (flat) তার সংখ্যাগত পরিমাপ নির্দেশ করে। একটি বিভাজনের পরিসংখ্যা রেখার শীর্ষদেশ স্বাভাবিক বণ্টন লেখচিত্রের (Normal curve) তুলনায় কি পরিমাণ ছুঁচালো বা চ্যাপ্টা তাই তীক্ষ্ণতার পরিমাপ হিসাবে ধরা হয়।

তীক্ষ্ণতার সাহায্যে আমরা বণ্টনের উচ্চতা বিচার করি। যে লেখচিত্রের (curve) উচ্চতা স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্র থেকে উঁচু, তাকে লেপ্‌টোকার্টিক (Lepto-kurtic) বলা হয়। আবার যে বণ্টনের উচ্চতা স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্র অপেক্ষা কম হয় এবং আকৃতি চ্যাপ্টা প্রকৃতির হয়, তাকে প্লেটিকার্টিক (Platykurtic)

বলে। অপরপক্ষে, স্বাভাবিক লেখচিত্রকে মেসোকার্টিক (Mesokurtic) বলা হয়। চিত্রসংখ্যা 8 6-এ তীক্ষ্ণতার প্রকারভেদ দেখানো হয়েছে।



চিত্র সংখ্যা 8.6

A—লেপ্টোকার্টিক B—মেসোকার্টিক C—প্লেটোকার্টিক

তীক্ষ্ণতা নির্ণয়ের উদ্দেশ্যে একটি সূচক ব্যবহার করা হয়। এই সূত্রটি নিম্নরূপ—

তীক্ষ্ণতা $(Ku) = \frac{Q}{P_{90} - P_{10}}$

এখানে, Q = চতুর্থাংশ, P = শতাংশ

স্বাভাবিক বণ্টনে, Q, P_{90} এবং P_{10} মানগুলি যথাক্রমে Q = ·6745 ; P_{90} = 1·28 ; $P_{10} = -1·28$ নির্দিষ্ট করা হলে

$$\text{তীক্ষ্ণতা } (Ku) = \frac{·6745}{[1·28 - (-1\ 28)]} = \frac{·6745}{2·56} = 0·263$$

সুতরাং স্বাভাবিক বণ্টনে তীক্ষ্ণতার মান 0·263 হওয়া উচিত। যদি তীক্ষ্ণতার মান 0·263-এর বেশী হয়, তাহলে লেখচিত্রটি প্লেটিকার্টিক হয় এবং যখন তীক্ষ্ণতার মান 0·263-এর কম হয়, তখন লেখচিত্রটি লেপ্টোকার্টিক হয়।

এখানে, একটি উদাহরণের সাহায্যে তীক্ষ্ণতা নির্ণয়ের পদ্ধতিটি আলোচনা করা যেতে পারে।

উদাহরণ 2. নীচে প্রদত্ত পরিসংখ্যা বিভাজন থেকে চতুর্থাংশ এবং তীক্ষ্ণতা নির্ণয় কর। (Find out quartile deviation and kurtosis from frequency distribution given below) :

Class-limits	:	54·5—57·5	57·5—60·5	60·5—63·5	63·5—66·5
f	:	2	3	4	6
Class-limits	:	66·5—69·5	69·5—72·5	72·5—75·5	75·5—78·5
f	:	7	11	12	7
Class-limits	:	78·5—81·5	81·5—84·5	84·5—87·5	87·5—90·5
f	:	8	9	4	2

‖ সমাধান ‖

সারণী 8.3

প্রাপ্তাংকগুলির বিভিন্ন প্রক্রিয়ালব্ধ গণনা কার্য

প্রাপ্তাংক	f	C_f
87·5—90·5	2	75
84·5—87·5	4	73
81·5—84·5	9	69
78·5—81·5	8	60
75·5—78·5	7	52
72·5—75·5	12	45
69·5—72 5	11	33
66 5—69·5	7	22
63·5—66·5	6	15
60·5—63·5	4	9
57·5 - 60 5	3	5
54·5—57·5	2	2

আমরা জানি যে, $P_p = L_m + \left(\frac{\frac{nN}{100} - f_b}{f_p}\right) \times i$

$$P_{10} = 60·5 + \left(\frac{7·5-5}{5}\right) \times 3 = 60·5 + \frac{2·5}{4} \times 3$$

$$= 60·5 + \frac{7·5}{4} = 60·5 + 1·87 = 62·37$$

$$P_{25}(Q_1) = 66·5 + \left(\frac{18·75-15}{7}\right) \times 4 = 66·5 + \frac{3·75}{7} \times 4$$

$$= 66·5 + \frac{15\ 00}{7} = 66\ 5 + 2·14 = 68·68$$

$$P_{75}(Q_3) = 78·5 + \left(\frac{56·25-52}{8}\right) \times 3 = 78·5 + \frac{4·25}{8} \times 3$$

$$= 78·5 + \frac{12\ 75}{8} = 78·5 + 1·59 = 80·09$$

$$P_{90} = 81·5 + \left(\frac{64·5-60}{9}\right) \times 3 = 81·5 + \frac{4·5}{9} \times 3$$

$$= 81·5 + \frac{13·5}{9} = 81·5 + 1·5 = 83·0$$

$$\therefore\ Q=\frac{Q_3-Q_1}{2}=\frac{80.09-68.64}{2}=\frac{11.45}{2}=5.725$$

$$\therefore\ K_u=\frac{Q}{P_{90}-P_{10}}=\frac{5.725}{83.0-62.37}=\frac{5.725}{20.63}=0.277$$

॥ পদ্ধতি ॥ কোন বিভাজনের তীক্ষ্ণতা নির্ণয় করতে হলে নিম্নরূপ প্রক্রিয়াগুলি পর্যায়ক্রমে সম্পাদন করতে হয়।

॥ এক ॥ বিভাজন থেকে P_{10}, P_{25}, P_{75} এবং P_{90} বিন্দুগুলি নির্ণয় করতে হয়।

[এই বিন্দুগুলি নির্ণয় করার জন্য যে সূত্রটি ব্যবহার করা হয় তা হলো $P_n=l_m+\left(\frac{\frac{nN}{100}-f_b}{f_p}\right)\times i$, যেখানে, P_n = যে শতাংশ বিন্দুটি নির্ণয় করতে হবে, l_m = যে শতাংশ বিন্দুটি আছে, তার নিম্নসীমা, n = শতাংশ বিন্দু, N = মোট পরিসংখ্যা, f_b = যে শ্রেণীতে শতাংশ বিন্দু আছে, তার নীচ পর্যন্ত সমস্ত শ্রেণীর পরিসংখ্যার সমষ্টি, f_p = যে শ্রেণীতে তার পরিসংখ্যা আছে এবং i = শ্রেণী প্রসার]

বিশেষ দ্রষ্টব্য : উপরিউক্ত সূত্রটি মধ্যমমানের সমান হয়। সুতরাং এর গণনা-কার্য মধ্যমমান গণনা কার্যের পর্যায়গুলির অনুরূপ হওয়া উচিত।

॥ দুই ॥ বিভাজন থেকে Q নির্ণয় করার জন্য $Q=\frac{Q_3-Q_1}{2}$ বা $Q=\frac{P_{75}-P_{25}}{2}$ সূত্র ব্যবহার করা হয়।

॥ তিন ॥ তীক্ষ্ণতা (Kurtosis) নির্ণয় করার জন্য $K_u=\frac{Q}{P_{90}-P_{10}}$ সূত্রটি প্রয়োগ করতে হয়।

॥ তাৎপর্য ॥ স্বাভাবিক বিভাজনের তীক্ষ্ণতা 0.263 হয়। এখানে তীক্ষ্ণতার সূচক হলো 0.277। এই সূচকটি স্বাভাবিক বিভাজনের তীক্ষ্ণতার সূচক হতে খুব সামান্যই বেশী। সুতরাং আমরা বলতে পারি যে, প্রদত্ত বিভাজনটি স্বাভাবিক বিভাজনের তুলনায় একটু নিচু বা প্লেটিকার্টিক (Platykurtic)।

সম্ভাবনার স্বরূপ
(Nature of Probability)

বর্তমানে সম্ভাবনার তত্ত্ব (Theory of probability) কেবলমাত্র পরিসংখ্যানের ক্ষেত্রে নয়, অন্যান্য বিজ্ঞানের ক্ষেত্রেও অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ স্থান গ্রহণ করেছে।

সম্ভাবনার অর্থ হলো কোন ঘটনা ঘটার সম্বন্ধে মাত্রাত্মক শুদ্ধতার সংগে পূর্বানুমান করা। সম্ভাবনার সম্বন্ধে পরিসংখ্যান বা গণিতের দৃষ্টিকোণ থেকে ঘটনার সম্বন্ধে যতগুলি সম্ভব বিকল্প হতে পারে সেই সবই বিকল্পের সমসম্ভাবনাকে (equipro-

bability) বিবেচনা করা হয়। গ্যারেট (Garrett) সম্ভাবনার সংজ্ঞা দিতে গিয়ে বলেন যে।

"……The 'Probability' of a given event is defined as the expected frequency of occurrence of this event among events of a like sort."

"কোন ঘটনা ঘটার সম্ভাবনাকে অন্য সদৃশ ঘটনাবলীর মধ্যে, সেই ঘটনা ঘটার সম্ভাবিত পরিসংখ্যা হিসাবে সংজ্ঞা আরোপ করা যায়।"

উপরিউক্ত আলোচনা থেকে স্পষ্টভাবে বোঝা যায় যে, কোন ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা অন্য সদৃশ ঘটনাবলী ঘটার উপর নির্ভর করে। সম্ভাবনাকে একটি অনুপাত (ratio) হিসাবে অভিব্যক্ত করা যায় যাকে সম্ভাবনা অনুপাত (probability ratio) বলা হয়। গ্যারেট (Garrett) সম্ভাবনার অনুপাত ব্যাখ্যা করতে গিয়ে বলেন—

"Probabiilty ratios are defined by that fraction, the numerator of which equals the desired outcome or outcomes, and the denominator of which equals the total possible outcomes."

"সম্ভাবনার অনুপাতের সংজ্ঞা সেই ভগ্নাংশের দ্বারা আরোপ করা যায় যার লব রাশিফলের সমান হয় এবং যার হর সামগ্রিক সম্ভাব্য ফলের সমান হয়।"

$$\text{সম্ভাবনা অনুপাত} = \frac{\text{বাঞ্ছিত ফল}}{\text{সামগ্রিক ফলের সংখ্যা}}$$

উদাহরণের জন্য ধরা যাক যে, যদি কোন ঘটনা ঘটার প্রতীক 'অ' হয় এবং ঐ ঘটনা না ঘটার প্রতীক 'ব' হয়, তাহলে ঐ ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা $\frac{\text{অ}}{(\text{অ}+\text{ব})}$ হবে। ঘটনা না ঘটার সম্ভাবনা $\frac{\text{ব}}{(\text{অ}+\text{ব})}$ হবে। আবার ধরা যাক যে যদি 50 জন ছাত্র সম্বলিত একটি শ্রেণীতে 5টি উপহার বিতরণ করা হয়, তাহলে প্রত্যেক ছাত্রের পুরস্কার প্রাপ্তির সম্ভাবনা $\frac{5}{50}$ হবে এবং পুরস্কার না পাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{45}{50}$ হবে। এইভাবে একটি মুদ্রাকে যথেচ্ছভাবে উপর দিকে ছুঁড়ে দিলে তার সোজা পিঠ (head) বা উল্টো পিঠ (tail) উপরে পড়তে দু'টি বিকল্পের ক্ষেত্রে এক একটির সম্ভাব্য পুনরাবৃত্তি ঘটবে, অর্থাৎ, সোজা পিঠ (head) বা উল্টো পিঠ (tail) পড়ার সম্ভাবনা $=\frac{1}{1+1}=\frac{1}{2}$ হবে। অন্যভাবে বলা যায় যে, উভয় পিঠ পড়ার সম্ভাবনা হলো 50% – 50%। কিন্তু এক্ষেত্রে যে সত্যটি আমরা এড়িয়ে যাই তা হলো মুদ্রাটি টোকা দিতে দিতে ক্ষয় প্রাপ্ত হতে পারে, অথবা মুদ্রাটির কোন পিঠ উপরে না পড়ে সেটি চাকার মত দাঁড়াতে পারে। এক্ষেত্রে সুবিধাজনক উপায় হলো, কোন বিবেচনাধীন ঘটনা যখন ঘটে, তখন তাকে 'সাফল্য' এবং না ঘটলে তাকে 'ব্যর্থতা' নামে অভিহিত করা। তার ফলে একটি পরীক্ষা যতবার খুশী করা যায় এবং কোন বিশেষ ঘটনাটি কতবার

ঘটছে তার একটি অনুপাত নির্ণয় করা যায়। এই অনুপাতকে সম্ভাবনা অনুপাত নামে অভিহিত করা যায়। এই সম্ভাবনা অনুপাতের প্রসার 00 এবং 1·00 এর মধ্যে হবে। 00-এর তাৎপর্য হবে ঘটনা না ঘটার সম্পূর্ণ সম্ভাবনা এবং 1 00-এর তাৎপর্য হবে ঘটনা ঘটার সম্পূর্ণ সম্ভাবনা।

যখন একটি ছক্কা (four sided figure) যথেচ্ছভাবে গড়িয়ে দেওয়া হয়, তখন প্রত্যেক দিকের সংখ্যা পাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{1}{4}$ হবে। কারণ প্রত্যেক দিকে এক একটি সম্ভাব্য সংখ্যা নির্দিষ্ট থাকে। সুতরাং আমরা বলতে পারি যে, যদি ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা p হয়, তাহলে ঐ ঘটনা না ঘটার সম্ভাবনা $1-p$ বা q হবে। কারণ ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা এবং না ঘটার সম্ভাবনার যোগফল হবে ($p+q=1$)।

এই ভাবে যদি দু'টি মুদ্রাকে যথেচ্ছভাবে উপর দিকে ছোঁড়া হয়, তাহলে সহজ জ্ঞানের ভিত্তিতে মুদ্রা দু'টির দু'টি দিক পড়ার সম্ভাবনা নিয়ে প্রদত্ত ঘটনার সম্ভাব্য সংযোগ দ্বারা প্রকাশ করা যেতে পারে।

(1)	(2)	(3)	(4)
H H	H T	T H	T T
1 2	1 2	1 2	1 2

উপরের ঘটনাটির সংযোগকে আমরা $(H+T)^2$ সমীকরণটি সমাধান করে পেতে পারি। যেমন, $(H+T)^2 = H^2+2HT+T^2$, অর্থাৎ দু'টি মুদ্রার সোজা পিঠ (head) পড়ার সম্ভাবনা 1, একবার সোজা পিঠ এবং একবার উল্টো পিঠ (tail) পড়ার সম্ভাবনা 2 এবং দু'টি মুদ্রার উল্টো পিঠ পড়ার সম্ভাবনা 1 হবে।

একইভাবে তিন মুদ্রার ক্ষেত্রে সম্ভাব্য যৌগিক ঘটনা $(H+T)^3$-কে সমাধান করে জানা যেতে পারে। এর সমাধানের জন্য দ্বিবাদী সম্প্রসারণ সূত্রের (Binomial expansion formula) সাহায্য নেওয়া হয়। নিম্নভাবে এই সূত্রটি ব্যবহার করা যেতে পারে—

$$(a+b)^n = nC_0a^n+nC_1n^{n-1}b+nC_2n^{n-2}b^2+nC_3n^{n-3}b^3+nC_4 n^{n-4}b^4+nC_5n^{n-5}b^5+nC_nb^n$$

$$\text{এতে } n_{c_r} = \frac{\lfloor r}{\lfloor n-r \lfloor r} \lfloor n = n(n-1)(n-2)(n-3)\cdots$$

এখানে n-এর জন্য যে কোন মান ধরে সমীকরণটি সমাধান করা যেতে পারে। উদাহরণস্বরূপ, 5টি ঝোঁক শূন্য মুদ্রা একসংগে উপর দিকে ছুঁড়ে দেওয়ার পর সম্ভাব্য বিকল্প পিঠ নিম্ন প্রকার হতে পারে—

$$(a+b)^5 = 5C_0a^5+5C_1a^4b+5C_2a^3b^2+5c_3a^2b^3+5C_4 ab^4+5C_5b^2$$

$$5C_0 = \frac{\lfloor 5}{\lfloor 5-0 \lfloor 0} = \frac{5\times4\times3\times2\times1}{(5\times4\times3\times2\times1)(0)} = \frac{120}{(120)(0)} = 1$$

$$5C_1=\frac{|\underline{5}}{|\underline{5-1}\,|\underline{1}}=\frac{5\times4\times3\times2\times1}{(4\times3\times2\times1)(1)}=\frac{120}{(24)(1)}=5$$

$$5C_2=\frac{|\underline{5}}{|\underline{5-2}\,|\underline{2}}=\frac{5\times4\times3\times2\times1}{(3\times2\times1)(2\times1)}=\frac{120}{(6)(2)}=10$$

$$5C_3=\frac{|\underline{5}}{|\underline{5-3}\,|\underline{3}}=\frac{5\times4\times3\times2\times1}{(2\times1)(3\times2\times1)}=\frac{120}{(2)(6)}=10$$

$$5C_4=\frac{|\underline{5}}{|\underline{5-4}\,|\underline{4}}=\frac{5\times4\times3\times2\times1}{(1)(4\times3\times2\times1)}=\frac{120}{(1)(24)}=5$$

$$5C_5=\frac{|\underline{5}}{|\underline{5-5}\,|\underline{5}}=\frac{5\times4\times3\times2\times1}{(0)(5\times4\times3\times2\times1)}=1$$

উপরিউক্ত সমীকরণটি নিম্ন প্রকারে প্রকাশ করা যায়—

$$(a+b)^5=a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5$$

এই সমীকরণে সর্বসমেত 32 সংযোগ হবে যাতে সোজা পিঠের (head) বিভাজন নিম্ন প্রকারের হবে—

							Total
No. of Heads	5	4	3	2	1	0	
	↓	↓	↓	↓	↓	↓	32
f	1	5	10	10	5	1	

অন্য একটি উদাহরণ

এক শ্রেণীতে সর্বসমেত 50 জন শিক্ষার্থী আছে, তাদের মধ্যে 40 জন বালক এবং 10 জন বালিকা। এদের থেকে যদি আমরা একজন শ্রেণী-প্রতিনিধি নির্বাচন করি, তাহলে প্রত্যেক শিক্ষার্থীর নির্বাচিত হওয়ার সমান সম্ভাবনা থাকে; অর্থাৎ $\frac{1}{50}$ হবে। বালক বালিকা নির্বাচিত হওয়ার সম্ভাবনা ক্রমশঃ $\frac{40}{50}$ এবং $\frac{10}{50}$ হবে। কারণ শ্রেণীতে মোট বালক এবং বালিকার সংখ্যা যথাক্রমে 40 এবং 10।

সম্ভাবনার যোগফল এবং গুণফল সম্বন্ধে দু'টি নিয়ম আছে—যাদের যোগের নিয়ম (addition rules) এবং গুণের নিয়ম (multiplication rules) নামে অভিহিত করা হয়।

যোগের নিয়ম
(Addition Rule)

যখন আমরা দুই বা দুই-এর অধিক পরস্পর সম্পর্কবর্জিত ঘটনাগুলির যে কোন একটি ঘটার সম্ভাবনা জানতে চাই, তখন সম্ভাবনার যোগফল বিষয়ক নিয়মাবলী (addition rules of probability) ব্যবহার করা হয়। অর্থাৎ ঐ ঘটনাগুলি ঘটার পৃথক পৃথক সম্ভাবনাসমূহ যোগ করা হয়। ঐ ঘটনাগুলিকে, যার একটি ঘটার পর অপরটি নাও ঘটতে পারে, পরস্পর সম্পর্কবর্জিত ঘটনাবলী বলা হয়।

উদাহরণস্বরূপ, যখন আমরা একটি মুদ্রাকে একবার উপরের দিকে ছুঁড়ে দিই, তখন যদি মুদ্রাটির সোজা পিঠ পড়ে, তাহলে ঐ উত্তলনে তার উল্টো পিঠ পড়া অসম্ভব হয়। এই প্রকার ঘটনাবলীকে পরস্পর সম্পর্কবর্জিত ঘটনাবলী (mutually exclusive events) বলা হয়। এই ঘটনাবলী ঘটার একটি সম্ভাবনা জানতে আমরা তার পৃথক পৃথক সম্ভাবনাগুলি যোগ করি। যখন আমরা একটি পাশাকে (dice) গড়িয়ে দিই, তখন তার 1 এবং 2 সংখ্যা দু'টি উপর দিকে হওয়ার সম্ভবনা কত হবে ? কারণ পাশাতে ছয়টি দিক থাকে এবং এতে 1 থেকে 6 পর্যন্ত সংখ্যা পড়তে পারে। প্রত্যেক সংখ্যা উপরে পড়ার সম্ভাবনা সমান হয়, অর্থাৎ $\frac{1}{6}$ হবে। সুতরাং 1 এবং 3 সংখ্যা দুটির উপরে পড়ার সম্ভাবনা $\frac{1}{6}$ হবে। এই ঘটনা পরস্পর সম্পর্কবর্জিত ঘটনাবলীর অন্তর্ভূক্ত। এই ঘটনার ঘটার একটি মাত্র সম্ভাবনা হলো এই ঘটনাগুলিকে পৃথক পৃথকভাবে যোগ করা। তার থেকে স্পষ্টভাবে বোঝা যায় যে, 1 এবং 3 সংখ্যা দু'টি উপর দিকে পড়ার একটি সম্ভবনা $\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}$ বা $\frac{1}{3}$ হবে।

যোগের নিয়মকে একাধিক ঘটনার ক্ষেত্রে প্রয়োগের জন্য বর্ধিত করা যায়। যেমন, A, B, C…K ঘটনাসমূহ পরস্পর সম্পর্কবর্জিত হলে তাদের সম্ভাবনার সমীকরণ দাঁড়াবে,

P(A বা B বা C…বা K) = P (A) + P(B) + P(C) + … + P(K)

উদাহরণস্বরূপ ধরা যাক, বিভিন্ন শ্রেণীর জনগণ সমবায়ে গঠিত এমন একটি সমগ্রক আমাদের হাতে আছে যেখানে 50 জন উচ্চ শ্রেণীর, 200 জন উচ্চ-মধ্যবিত্ত, 100 জন নিম্ন-মধ্যবিত্ত এবং 300 জন নিম্নশ্রেণীর লোক আছে। উক্ত সমগ্রক থেকে কোন একবার চয়নে (single draw) একজন উচ্চশ্রেণীর, একজন উচ্চ-মধ্যবিত্ত শ্রেণীর এবং একজন নিম্ন-মধ্যবিত্ত শ্রেণীর লোক পাওয়ার সম্ভাবনা হলো :

$\frac{50}{650}+\frac{200}{650}+\frac{100}{650}=\frac{350}{650}=\frac{7}{13}=\cdot54$

যেহেতু সম্ভাবনা প্রকৃতপক্ষে অনুপাত (proportion), অতএব যদি আমাদের হাতে সম্ভাব্য সমস্ত সম্পর্কবর্জিত ঘটনাই থাকত, তাহলে তাদের যোগফল দাঁড়াত 1 বা unity। যেমন, উপরোক্ত উদাহরণে সকল শ্রেণীর লোকসংখ্যা আমরা জানি। অতএব,

$\frac{50}{650}+\frac{200}{650}+\frac{100}{650}+\frac{300}{650}=\frac{650}{650}=1$

কিন্তু বাস্তবে এভাবে সকল ঘটনা জানা প্রায় অসম্ভব বললেই চলে।

এ পর্যন্ত আমরা সম্পর্কবর্জিত ঘটনাবলী নিয়েই আলোচনা করেছি। কিন্তু ঘটনাবলী সর্বদাই পরস্পর সম্পর্কবর্জিত নাও হতে পারে। এ কারণেই যোগের নিয়মের সাধারণ রূপটি (general form) হলো : যদি A ও B দু'টি ঘটনা পরস্পর সম্পর্কবর্জিত না হয়, তাহলে সাধারণভাবে A বা B প্রাপ্তির সম্ভাবনা নির্ণয় করতে হলে প্রথমে A ও B-এর সম্ভাবনাকে যোগ করে তারপর ঐ যোগফল থেকে A ও B-এর একত্রে প্রাপ্তির সম্ভাবনাকে বিয়োগ করতে হবে। সূত্রানুসারে,

P (A বা B) = P (A) + P (B) − P (A এবং B)

গুণের নিয়ম
(Multiplication Rule)

যখন আমরা দুই বা দুই-এর অধিক পরস্পর স্বতন্ত্র ঘটনাবলী (mutually independent events) এক সঙ্গে ঘটার সম্ভাবনা নির্ণয় করতে চাই, তখন তা ঐ ঘটনাবলী পৃথক পৃথক ঘটার সম্ভাবনার গুণফল হবে। তাকে সম্ভাবনার গুণফলের নিয়ম (multiplication rules of probability) বলা হয়। যে ঘটনাবলীর একটি ঘটার প্রভাব অপর ঘটনার উপর পড়ে না, তাদের পরস্পর স্বতন্ত্র ঘটনাবলী বলা হয়। উদাহরণস্বরূপ, যখন আমরা দু'টি মুদ্রাকে এক সঙ্গে ছুঁড়ি, তখন প্রথম মুদ্রার সোজা বা উল্টো পিঠ পড়ার কোন প্রভাব অপর মুদ্রার সোজা বা উল্টো পিঠ পড়ার উপর লক্ষ্য করা যায় না। যখন আমরা দু'টি মুদ্রাকে এক সঙ্গে ছুঁড়ে নির্ণয় করতে চাই যে, প্রথম মুদ্রার 'হেড' এবং দ্বিতীয় মুদ্রার 'হেড' এক সঙ্গে পড়বে, তখন এই সম্ভাবনা কি হবে? আমরা জানি যে, যখন আমরা একটি মুদ্রাকে উত্তোলন করি, তখন তার 'হেড' বা 'টেল'-এর দিক পড়ার সম্ভাবনা $\frac{1}{2}$ হবে। সুতরাং দু'টি মুদ্রার উত্তোলনে প্রথম মুদ্রার 'হেড'-এর সম্ভাবনা $\frac{1}{2}$ এবং দ্বিতীয় মুদ্রার 'হেড' পড়ারও সম্ভাবনা $\frac{1}{2}$ হবে। এইভাবে যখন দু'টি মুদ্রাকে একসঙ্গে উত্তোলন করা হয়, তখন প্রথম মুদ্রাটি 'হেড'-এর দিকে পড়বে এবং অপর মুদ্রাটিও 'হেড'-এর দিকে পড়বে। এর সম্ভাবনা $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ হবে। কারণ চার সমাবেশের (combination) মধ্যে কেবল একটি সমাবেশ হবে, যখন দু'টি মুদ্রা 'হেড'-এর দিকে পড়বে।

উপরিউক্ত আলোচনার পরিপ্রেক্ষিতে বলা যায় যে, যদি A ও B দু'টি ঘটনা থাকে, তাহলে A ও B একত্রে প্রাপ্তির সম্ভাবনা হবে, এদের যে কোন একটি ঘটনা প্রাপ্তির সম্ভাবনার সঙ্গে অপর ঘটনাটির সাপেক্ষ সম্ভাবনার (অবশ্য যদি প্রথমটি ঘটে থাকে) গুণফলের সমান। সূত্রানুসারে,

$$P\ (A \text{ ও } B) = P\ (A)\ P\ (B/A) = P\ (B)\ P\ (A/B)$$

এখানে, P (B/A) ও P (A/B) দ্বারা সাপেক্ষ সম্ভাবনা নির্দেশ করা হয়েছে। সাপেক্ষ P (A/B)-কে পড়তে হবে, "B ঘটে থাকলে A-ঘটার সম্ভাবনা।" সাপেক্ষ সম্ভাবনা ঘটনার অর্থ হলো: B সংঘটিত হয়েছে কিনা তারই উপর A ঘটার সম্ভাবনা নির্ভরশীল। অন্যভাবে B ঘটে থাকলে A-র সম্ভাবনা এবং না ঘটে থাকলে A-র সম্ভাবনা—এ দু'য়ের মধ্যে পার্থক্য বর্তমান। উদাহরণস্বরূপ, "কোন ব্যক্তির অসাবধানে গাড়ী চালনার ব্যাপারটিকে ধরা যাক B এবং ঐ ব্যক্তির দুর্ঘটনায় পড়াকে ধরা যাক A। তাহলে এক্ষেত্রে P (A/B) সঙ্গতভাবেই P (A)-এর চেয়ে বেশী হবে; কেননা, অসাবধানে গাড়ী চালানো দুর্ঘটনার অন্যতম কারণ বটে"।

যেখানে A-ও সম্পর্কবর্জিত, সেখানে আমরা পাই, P (B/A) = P (B) এবং গুণের নিয়মের সহজ রূপটি হলো,

$$P\ (A \text{ ও } B) = P\ (A)\ P\ (B)$$

স্বাভাবিক সম্ভাবনা
(Normal Probability Curve)

একথা আমরা জানি যে, বৈজ্ঞানিক ও কারিগরী গবেষণা কার্য সম্পাদন করার সময় একটি মডেল (Model) বা প্রতিরূপ বা প্রতিকল্প ব্যবহার করতে হয়। কারণ এই মডেলের কার্যকারিতার বিচারের উপরই গবেষণা কাযটি বাস্তবায়িত করা সম্ভব হয়। আজকাল, এই প্রকার মডেল বা প্রতিরূপগুলি বৈজ্ঞানিক গবেষণার ক্ষেত্রে গাণিতিক নিয়মাবলীর (mathematical rules) উপর নির্ভরশীল হয়। এই গাণিতিক মডেলগুলি সেই উদ্দেশ্যে ব্যবহার করা হয়, যে উদ্দেশ্যে বাস্তব প্রতিকল্পগুলি (real models) ব্যবহৃত হয়। অনেক সময়ই বৈজ্ঞানিক গবেষণার ক্ষেত্রে বাস্তব অবস্থা সম্পর্কে আমাদের সম্পূর্ণ ধারণা থাকে না বলে কোন বিশেষ তত্ত্বের রূপকল্প (plan) হিসাবে এইসব মডেল সৃষ্টি করা সম্ভবপর হয় না। কিন্তু যখন দেখা যায় যে, বাস্তব ঘটনার সঙ্গে ঐ রূপকল্পের মিল আছে, তখন তাকে মডেল বা প্রতিরূপ হিসাবে বিবেচনা করা যায়।

স্বাভাবিক সম্ভাবনা লেখচিত্র এমনি এক প্রকার গাণিতিক মডেল। 1735 সালে আব্রাহাম ডি ময়ভার (Abraham De Moivre) একটি ভিন্ন উদ্দেশ্যে যে গাণিতিক অপেক্ষকটি (mathematical function) আবিষ্কার করেন তার মূল উদ্দেশ্য ছিল কতকগুলি স্বাধীন চলের বৈশিষ্ট্য ব্যাখ্যা করা। কার্ল ফ্রেড্রিক গস (Karl Friedrich Gauss) ঊনবিংশ শতাব্দীর প্রথম ভাগে পরিমাপে ত্রুটি (Error of Measurement) নির্ণয়ের জন্য এই গাণিতিক অপেক্ষকটি প্রয়োগ করেন। তাঁর কর্ম-সম্পাদনের মধ্য দিয়ে তিনি লক্ষ্য করেন যে, বহু পরিমাপের পরিসংখ্যা বিভাজন এই লেখচিত্রের সঙ্গে সাদৃশ্য বজায় রাখে। যে অপেক্ষকের কথা এখানে বলা হয়েছে তার গাণিতিক রূপটি নিম্ন সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ করা হয়—

$$Y = \frac{N}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(X-m)^2}{2\sigma^2}} \quad \cdots\cdots(1)$$

যেখানে, Y = অপেক্ষিক মান বা লেখচিত্রে কোটির (ordinate) মান
X = (X-অক্ষের উপর) যে কোন প্রাপ্তাংক
m = প্রাপ্তাংকগুলির গড়
σ = প্রাপ্তাংগুলির সমক পার্থক্য (standard deviation)
π = বৃত্তের ব্যাস (diameter) এবং পরিধির (circumsference) অনুপাত = 3·1416 বা $\frac{22}{7}$ (প্রায়), গাণিতিক ধ্রুবক
e = নেপিরিয়ন লগারিথিমের ভিত্তি = 2·7183 (প্রায়) গাণিতিক ধ্রুবক
N = প্রাপ্তাংকের সংখ্যা বা মোট পরিসংখ্যা

যখন লেখচিত্রে আবদ্ধ ক্ষেত্রফলকে একক ধরা হয় এবং আদর্শ প্রাপ্তাংকের আকারে প্রকাশ করা হয়, তখন সমীকরণটিকে নিম্নপ্রকারে লেখা যেতে পারে—

$$Y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{Z^2}{2}\right)} \quad \cdots\cdots(2)$$

এখানে লক্ষ্য করলে দেখা যায় যে, Z-ই একমাত্র চল (variable) এবং তার উপর Y-এর মান নির্ভর করে। এই সমীকরণের উপর ভিত্তি ক'রে স্বাভাবিক বিভাজনের লেখচিত্রের বিভিন্ন অংশের ক্ষেত্রফল নির্ধারণ করা হয়।

এই আলোচনার পরিপ্রেক্ষিতে স্বাভাবিক বিভাজনের লেখচিত্রের একটি সংজ্ঞা গাণিতিকভাবে নিরূপণ করা যায়। যেমন, $Y=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-(Z^2/_2)}$। এই গাণিতিক অপেক্ষকটি (function) যখন ছক কাগজে পরিবেশ করা হয়, তখন যে লেখচিত্র পাওয়া যায়, তাকে **স্বাভাবিক বিভাজনের লেখচিত্র** বলে। এখানে একথা মনে রাখা আবশ্যক যে, যেসব তথ্যাবলী স্বাভাবিক বিভাজনের আকার ধারণ করে, স্বাভাবিক বিভাজনের লেখচিত্রের সঙ্গে তাদের একটি মৌলিক পার্থক্য আছে। স্বাভাবিক বিভাজনের লেখচিত্রের ক্ষেত্রে একটি গাণিতিক সংজ্ঞা বর্তমান। কিন্তু সাধারণভাবে প্রাপ্তাংকগুলি থেকে প্রাপ্ত বিভাজনের সঙ্গে স্বাভাবিক বিভাজনের লেখচিত্রের কোন সম্পর্ক সবসময় পাওয়া যায়। কারণ এইরূপ ক্ষেত্রে সাধারণভাবে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির কোন গাণিতিক সংজ্ঞা নির্ধারণ করা যায় না, যা বাস্তব ঘটনাকে ব্যাখ্যা করা নির্ভুল হয় না। তাই মনে রাখা প্রয়োজন হয় যে, বহু বাস্তব ঘটনা স্বাভাবিক বিভাজনের সঙ্গে সাদৃশ্য বজায় রাখে। এই সাদৃশ্যের উপর ভিত্তি করে বহু বাস্তব তথ্যের তাৎপর্য নির্ণয় করা যায়।

স্বাভাবিক সম্ভাবনা লেখচিত্রের ধর্ম ও বৈশিষ্ট্যসমূহ (Properties and Characteristics of Normal Probability curve)

স্বাভাবিক সম্ভাবনা লেখচিত্রের এমন কিছু মৌলিক বৈশিষ্ট্য আছে যার প্রয়োগ সমাজবিজ্ঞান বিষয়সমূহে লক্ষ্য করা যায়। এই বৈশিষ্ট্যগুলি হলো—

॥ **এক** ॥ স্বাভাবিক সম্ভাবনা বিভাজনের একটি ধর্ম হলো যে, এতে প্রাপ্তাংকগুলির বণ্টন সুসমঞ্জস বা প্রতিসম (Symmetrical) হয় ; মধ্যে প্রাপ্তাংকগুলি অধিক হয় এবং উভয় প্রান্তে প্রাপ্তাংকগুলি ক্রমশঃ কম হয়ে থাকে। যেমন যেমন মধ্যবিন্দু থেকে উভয় দিকের আকৃতি বাড়তে থাকে, তেমম তেমন পরিসংখ্যাগুলির সংখ্যা কম হয়ে যায় এবং উভয় দিকের সর্বশেষ প্রান্তে প্রাপ্তাংক সবচেয়ে কম হয়। এই বিভাজনের আকৃতিটি উল্টানো ঘণ্টার মত (bell shaped) এবং লেখচিত্রের উভয় প্রান্ত উভয় দিকে অসীম পর্যন্ত বিস্তৃত (চিত্র সংখ্যা 8.1 দ্রষ্টব্য)। এর প্রতিবৈষম্য (Skewness) = 0 এবং তীক্ষ্ণতা (Kurtosis) = 0 হয়।

॥ **দুই** ॥ এই প্রকার বিভাজনে কেন্দ্রীয় প্রবণতার তিনটি পরিমাপের—গড়, মধ্যমমান ও ভূয়িষ্ঠক—মানগুলি একই হয় এবং এই তিনটি মান x—অক্ষে বিন্দু 0σ-এর উপর পতিত হয়। লেখচিত্রটির কোটি বৃহত্তম হয় যখন $x=M$ এবং বৃহত্তম কোটি $=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ হবে। গড় হতে উভয় পার্শ্বে x-অক্ষর দিকে দূরত্ব বৃদ্ধি পেতে থাকলে লেখচিত্রটি ক্রমশ : x-অক্ষের নিকটতর হয়, কিন্তু কখনও তাকে স্পর্শ করে না।

॥ **তিন** ॥ যখন স্বাভাবিক সম্ভাবনা বিভাজনের লেখচিত্রের x-অক্ষে গড় হতে একটি রেখা লম্বাকারে উপর দিকে টানা হয়, তখন ঐ রেখা স্বাভাবিক সম্ভাবনা লেখচিত্রটিকে দু'টি সমান ভাগে ভাগ করে। লেখচিত্রের বাম ও ডান দিকে 50% হিসাবে প্রাপ্তাংকগুলি বা পরিসংখ্যাগুলির সমাবেশ হয় এবং উভয় দিকই সুসমঞ্জস বা প্রতিসম (symmetrical) হয়। গড় থেকে বামদিকের সংখ্যাগুলি ঋণাত্মক এবং ডানদিকের সংখ্যাগুলি ধনাত্মক হয়। চিত্র সংখ্যা 8.5 দ্রষ্টব্য।

॥ **চার** ॥ এই লেখচিত্রে x-অক্ষের বিস্তার—3σ থেকে $+3\sigma$ পর্যন্ত হয়। এই চিত্রে 10,000 জনসংখ্যার মধ্যে 9974 একত্রিত করা যায় এবং এতে 10,000 জনসংখ্যার মধ্যে 26 জন ব্যক্তি অন্তর্ভুক্ত হয়ে থাকে। অবশ্য ব্যবহারিক দিক থেকে এর কোন গুরুত্ব নেই।

॥ **পাঁচ** ॥ এই লেখচিত্রে বাম অক্ষের উচ্চতম বিন্দু বণ্টনের গড়মানে (x-অক্ষের শূন্য সমক পার্থক্য $\cdot 00\sigma$) পতিত হয়। এটি সম্ভাব্য উচ্চতার মান নির্দেশ করে এবং লেখচিত্রটির 3989 ভাগ 0σ-তে থাকে। তার জন্য x-অক্ষে অন্য বিন্দুগুলি বাম অক্ষের উচ্চতা থেকে সর্বদা কম হয়।

॥ **ছয়** ॥ এর পরিমাপের একক σ প্রাপ্তাংক বা Z প্রাপ্তাংক হয়। আমরা স্বাভাবিক সম্ভাবনা বণ্টনের সাহায্যে যাহা অধ্যয়ন করি না কেন তার ভিত্তি σ প্রাপ্তাংক হয়।

॥ **সাত** ॥ স্বাভাবিক সম্ভাবনা লেখচিত্রের গড় থেকে $+1\sigma$-এর মধ্যে 34·13% প্রাপ্তাংক থাকে এবং একইভাবে গড় থেকে—1σ-এর মধ্যে 34·13% প্রাপ্তাংক পতিত হয়। সুতরাং $M\pm1\sigma$-এর মধ্যে 68·26% প্রাপ্তাংকগুলি ন্যস্ত হবে। $M\pm2{\cdot}00\sigma$-এর মধ্যে 95·44%এবং $M\pm3{\cdot}00\sigma$-এর মধ্যে 99·74% প্রাপ্তাংকগুলি থাকবে। তাছাড়া M+অন্যান্য σ মানের মধ্যে ক্ষেত্রের শতকরা হার নিম্নপ্রকার হয়।

M+অন্যান্য σ	ক্ষেত্রের শতকরা হার
0·0	0·0
± ·5	19·15
± ·75	27·34
±1·00	34 13
±1·25	39·44
±1·50	43·42
±1·75	45·99
±2·00	47·72
±2·25	48·78
±2·50	49·38
±2·75	49 70
±3·00	49·87

॥ **আট** ॥ স্বাভাবিক সম্ভাবনা বণ্টনে চতুর্থক পার্থক্যের মান সমক পার্থক্য (σ) থেকে প্রায় 40 শতাংশ বেশী হয়। স্বাভাবিক বণ্টনের পরিপ্রেক্ষিতে চতুর্থক পার্থক্যকে (Q) সম্ভাব্য ত্রুটিও (probable error) বলা হয়। P. E. (Q)$=0{\cdot}6745\sigma$ বা $\sigma=$

1·4826 P. E.। সুতরাং একটি স্বাভাবিক বণ্টনের মধ্যে শতকরা 50 প্রাপ্তাংক Q-এর বিস্তার ক্ষেত্র হয়। অতএব ±1 P. E বা ± 0·6745σ-এর অন্তর্গত গড়ের উপর 25% এবং নীচে 25% প্রাপ্তাংক পতিত হয়। কোন বণ্টনের প্রাপ্তাংকগুলির অবস্থা বোঝানোর জন্য আবশ্যকতা অনুসারে ± 1 P. E., ± 2 P. E., ±3 P. E. এবং ± 4 P. E.ও প্রয়োগ করা যায়।

॥ নয় ॥ সকল অযুগ্ম ক্রমের কেন্দ্রীয় ভ্রামকসমূহের (central moments) মান শূন্য

অর্থাৎ, $\mu_1 = \mu_3 = \mu_5 = \cdots\cdots = 0$

সকল যুগ্ম ক্রমের ভ্রামকসমূহ নিম্নলিখিত সম্পর্ক হতে নির্ণয় করা হয় :

$\mu_{2r} = 1.3.5\cdots\cdots(2r-1)\,\sigma^{2r}$

স্বাভাবিক সম্ভাবনা লেখচিত্রের প্রয়োগ (Application of Normal Probability Curve)

এখানে আমরা স্বাভাবিক সম্ভাবনা লেখচিত্রের ধারণা হতে সমাধানযোগ্য বিভিন্ন সমস্যাবলীর যথাযোগ্য বর্ণনা করবো। সাধারণতঃ নিম্নপ্রকার সমস্যাগুলির সমাধান পরিসংখ্যানের ভিত্তির উপর স্বাভাবিক সম্ভাবনা লেখচিত্রের তথ্যসমূহের পরিপ্রেক্ষিতে করা যায়। সমাজবিজ্ঞানে এর গুরুত্বপূর্ণ প্রয়োগ নিম্নপ্রকার হয়—

॥ এক ॥ **কোন স্বাভাবিক সম্ভাবনা বিভাজনে প্রদত্ত সীমাগুলির অন্তর্গত প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের শতাংশ নির্ধারণ করা**—উদাহরণস্বরূপ, ধরা যাক, একটি বণ্টনের পরিসংখ্যাগুলির গড় এবং সমক পার্থক্য যথাক্রমে 12 এবং 4 হলে স্বাভাবিক সম্ভাবনা লেখচিত্রের সাহায্যে জানা যেতে পারে যে, প্রদত্ত সীমা, যেমন, 6 – 14-এর মধ্যে বা 8-এর নীচে বা 15-এর উপর কত শতাংশ প্রাপ্তাংক পাওয়া যাবে ?

॥ দুই ॥ **কোন স্বাভাবিক সম্ভাবনা বিভাজনে প্রদত্ত শতাংশের জন্য সীমাগুলি নির্ধারণ করা**—উদাহরণস্বরূপ, ধরা যাক, একটি বিভাজনের পরিসংখ্যাগুলির গড় এবং সমক পার্থক্য যথাক্রমে 12 এবং 4 হলে স্বাভাবিক সম্ভাবনা লেখচিত্রের সাহায্যে জানা যায় যে, মধ্যের 75 শতাংশ বা 60 শতাংশ বা নিম্নতম 25 শতাংশ বা উচ্চতম 10 শতাংশ সংখ্যাগুলির কোন্ সীমাগুলির অন্তর্ভুক্ত হবে।

॥ তিন ॥ **প্রশ্নসমূহ, সমস্যাবলী এবং অভীক্ষা পদগুলির কাঠিন্যমান নির্ধারণ করা**—উদাহরণস্বরূপ, ধরা যাক, যখন একটি শ্রেণীর ছাত্ররা কোন একটি প্রশ্নপত্রের প্রথম প্রশ্নের 30%, দ্বিতীয় প্রশ্নের 40% এবং তৃতীয় প্রশ্নের 50% সমাধান করতে পারে, তখন অনুসন্ধানকারী জানতে চেষ্টা করেন যে, প্রশ্ন 1, প্রশ্ন 2 এবং প্রশ্ন 3-এর তুলনাত্মক কাঠিন্যমান কিরূপ ? এই সমস্যা স্বাভাবিক সম্ভবনা লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান করা যেতে পারে।

॥ চার ॥ **প্রদত্ত সমষ্টিকে ব্যাপ্ত ক্ষমতা অনুসারে বিভিন্ন উপসমষ্টিতে বিভক্ত করা**—যখন কোন বণ্টন স্বাভাবিক হয়, তখন প্রত্যেক শ্রেণীর জন্য সমষ্টির এককগুলি নির্ধারণ করতে হয়। উদাহরণস্বরূপ, যখন কোন অভীক্ষা 1000

শিক্ষার্থীদের সমাধান করার জন্য দেওয়া হয় এবং এই 1000 শিক্ষার্থীদের স্বাভাবিক সম্ভাবনা লেখচিত্রের উপর ভিত্তি করে তাদের ক্ষমতা মনে রেখে 4, 5, বা 8 উপদলে বিভক্ত করতে হয়, তখন এই লেখচিত্রের ভিত্তির উপর ঐ দলের শিক্ষার্থীদের সংখ্যা নির্ণয় করা যেতে পারে।

॥ পাঁচ ॥ **দু'টি উপর্যিপরিস্থিত বন্টনের তুলনা (To compare two overlapping distributions)**—উদাহরণস্বরূপ, যখন একটি বন্টনে বালকদের বুদ্ধ্যঙ্কের গড় 21·49 এবং সমক পার্থক্য 3·63 হয় এবং বালিকাদের বুদ্ধ্যঙ্কের গড় 23·68 এবং সমক পার্থক্য 5·12 হয়, তখন ঐ বন্টনের পরিপ্রেক্ষিতে নির্ধারণ করা যায় যে, শতকরা হিসাবে বালিকাদের বুদ্ধ্যঙ্ক বালকদের বুদ্ধ্যঙ্ক অপেক্ষা কত বেশী কিংবা বালকদের বুদ্ধ্যঙ্ক বালিকাদের বুদ্ধ্যঙ্ক অপেক্ষা কত কম? এই প্রকার সমস্যা সমাধানে স্বাভাবিক সম্ভাবনা লেখচিত্র প্রয়োগ করা হয়।

এখন আমরা পূর্বোক্ত প্রয়োগগুলিকে স্বাভাবিক সম্ভাবনা লেখচিত্রের সিদ্ধান্ত অনুসারে পরিসংখ্যানীয় গণনা দ্বারা কিভাবে ব্যবহার করা যায় সে সম্বন্ধে নিম্নপ্রকার উদাহরণগুলি দ্বারা আলোচনা করব—

(1) প্রদত্ত সীমাগুলির মধ্যে শতাংশ সংখ্যাগুলি নির্ধারণ করা (To determine the percentage of cases within given limits) :

উদাহরণ 1. একটি শ্রেণীতে ছাত্রদের প্রাপ্তাংকগুলির গড় 14·4 এবং সমক পার্থক্য 2·5 হলে 12 থেকে 16-এর মধ্যে শতকরা কতজন থাকবে?

(If in a class the average scores and SD become 14·4 and 2·5, how many percentages of cases will lie in between 12 and 16 ?)

সমাধান :

সর্বপ্রথম 12 এবং 16-এর গড় থেকে σ একক হিসাবে দূরত্ব নির্ণয় করতে হবে। এর জন্য নিম্ন সূত্রটি ব্যবহার করা যায়—

$$\sigma = \frac{X-M}{SD}$$

যেখানে, σ = গড় থেকে সংখ্যার দূরত্ব সমক পার্থক্য হিসাবে

X = প্রাপ্তাংক (Score)

M = গড় (Mean)

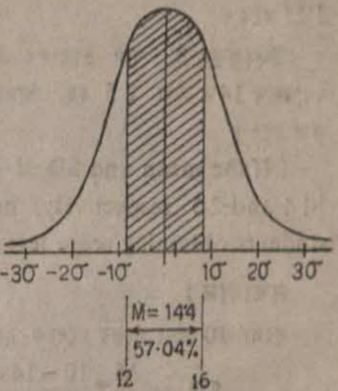
প্রাপ্তাংক 12-এর জন্য σ-একক

$$\sigma = \frac{12-14{\cdot}4}{2{\cdot}5} = \frac{-2{\cdot}4}{2{\cdot}5} = -{\cdot}96\sigma$$

প্রাপ্তাংক 16-এর জন্য σ-একক

$$\sigma = \frac{16-14{\cdot}4}{2{\cdot}5} = \frac{+1{\cdot}6}{2{\cdot}5} = +{\cdot}64\sigma$$

অন্যভাবে বলা যেতে পারে যে, প্রাপ্তাংক 12 বা 16-এর মধ্যে সম্মিলিত ছাত্রদের শতাংশ নির্ণয় করার জন্য আমাদের এখন $-.96\sigma$ এবং $+.64\sigma$-এর মধ্যে সংখ্যার শতাংশ নির্ণয় করতে হবে যা নিম্ন চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ করা যায়—



চিত্র সংখ্যা : 8.7

সারণী A থেকে দেখা যায় যে, গড় এবং $-.96\sigma$-এর মধ্যে 33.15% এবং গড় এবং $+.64\sigma$-এর মধ্যে 23.89% প্রাপ্তাংক পাওয়া যায়। এইভাবে $-.96\sigma$ এবং $+.64\sigma$-এর মধ্যে $33.15+23.89=57.04\%$ পরিসংখ্যা পাওয়া যাবে। সুতরাং স্পষ্টভাবে বলা যাবে যে, 57.04% ছাত্র 12 এবং 16-এর মধ্যে প্রাপ্তাংকগুলি পাবে।

উদাহরণ 2 যদি ছাত্রদের প্রাপ্তাংকগুলির গড় এবং সমক পার্থক্য যথাক্রমে 14.4 এবং 2.5 হয়, তাহলে 20 প্রাপ্তাংক প্রাপ্ত ছাত্রদের সংখ্যা শতকরা হিসাবে কত হবে?

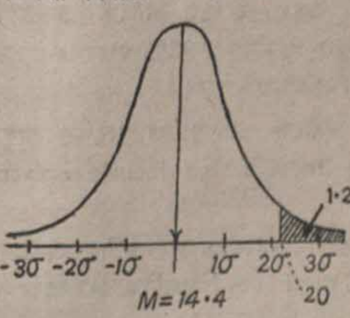
(If the mean and SD of the scores of the students become 14.4 and 2.5 respectively, what will be the number of students in terms of percentage obtaining score 20 ?)

সমাধান :

প্রাপ্তাংক 20-এর গড় হতে σ-এর দূরত্ব নিম্ন প্রকার সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় করা যায়—

$$\sigma=\frac{X-M}{SD}=\frac{20-14.4}{2.5}=\frac{5.6}{2.5}=+2.24\sigma$$

এখন আমাদের প্রশ্ন এই প্রকার হয় যে, -2.24σ-এর অধিক সংখ্যা প্রাপ্ত ছাত্র শতকরা হিসাবে কতজন হবে। 8.8 চিত্রে দেখানো হয়েছে যে, $+2.24\sigma$-এর অধিক সংখ্যা প্রাপ্ত লেখচিত্রের ছাত্ররা চিহ্নিত অংশের মধ্যে পড়ে। এটা নির্ণয় করার জন্য প্রথমে আমাদের M থেকে $+2.24\sigma$ পর্যন্ত সংখ্যার শতাংশ নির্ণয় করতে হবে। **সারণী** A থেকে বলা যাবে যে, M এবং $+2.24\sigma$-এর মধ্যে 48.75% পরিসংখ্যা পাওয়া যাবে এবং গড় থেকে ধনাত্মক দিকে 50% পরিসংখ্যার মধ্যে 48.75% থাকবে। সুতরাং $+2.24\sigma$-এর উপর $50-48.75=1.25\%$ পরিসংখ্যা পাওয়া যাবে। এর



চিত্র সংখ্যা : 8.8

থেকে বলা যাবে যে, 20-এর অধিক প্রাপ্তাংক প্রাপ্ত ছাত্রদের শতকরা হার 1·25 হবে।

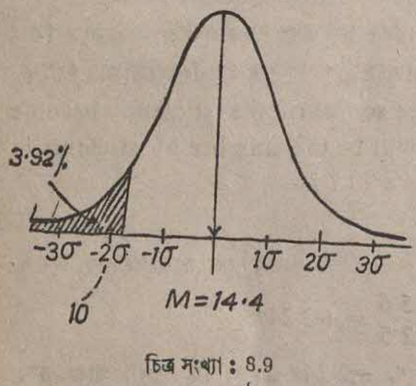
উদাহরণ 3. যদি ছাত্রদের প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির গড় এবং সমক পার্থক্য যথাক্রমে 14·4 এবং 2·5 হয়, তাহলে 10-এর কম প্রাপ্তাংক প্রাপ্ত ছাত্রদের শতাংশ কত হবে?

(If the mean and SD of scores obtained by students become 14·4 and 2 5 respectively, how many will be the percentage of students obtaining score less than 10 ?)

সমাধান ঃ

সংখ্যা 10 এবং গড়ের মধ্যে σ-এর দূরত্ব—

$$\sigma = \frac{X-M}{SD} = \frac{10-14\cdot4}{2\cdot5} = \frac{-4\,4}{2\cdot5} = -1\cdot76\sigma$$



চিত্র সংখ্যা : 8.9

10-এর কম প্রাপ্তাংক প্রাপ্ত ছাত্রদের শতাংশ নির্ণয় করার জন্য আমাদের −1·76σ-এর নীচে (অর্থাৎ বাম দিকে) পরিসংখ্যা নির্ধারণ করতে হবে (চিত্র সংখ্যা 8·9)। −1·76-এর নীচে প্রাপ্তাংক প্রাপ্ত ছাত্রদের শতাংশ নির্ণয় করার জন্য আমরা প্রথমে গড় থেকে −1·76σ পর্যন্ত পরিসংখ্যার শতাংশ গণনা করি যা 46·08% হয় (সারণী A অনুসারে) এবং পুনরায় আমরা এই শতাংশকে 50 থেকে বিয়োগ করি (কারণ গড় থেকে ঋণাত্মক দিকে 50% পরিসংখ্যা থাকে)। এইপ্রকার 50 − 46 08 = 3·92% প্রাপ্তাংক −1 76σ-এর নীচে থাকবে, অর্থাৎ 10-এর নীচে 3 92% ছাত্রদের সংখ্যা থাকবে। অন্যভাবে 3·92% ছাত্ররা 10-এর কম প্রাপ্তাংক পাবে।

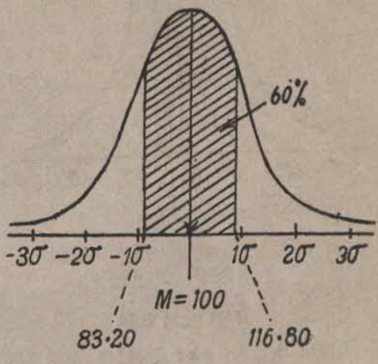
(2) কোন স্বাভাবিক সম্ভাবনা বন্টনে প্রদত্ত শতাংশের জন্য সীমাগুলি নির্ধারণ করা (To find the limits which include a given percentage of cases) ঃ

উদাহরণ 4. যদি কোন স্বাভাবিক সম্ভাবনা বণ্টনে প্রাপ্তাংকগুলির গড় 100 এবং সমক পার্থক্য 20 হয়, তাহলে মধ্যের 60% সংখ্যা কোন্ বিন্দুগুলির মধ্যে পড়বে?

(If in any normal probability distribution Mean and SD of scores become 100 and 20, which points will include middle (0% of scores ?)

সমাধান :

স্বাভাবিক বণ্টনের মধ্যবর্তী 60% সংখ্যাগুলির অর্থ হলো যে, 30% অর্থাৎ সমগ্র শতাংশের অর্ধেক গড়ের নীচে এবং গড়ের উপরে থাকবে। চিত্র সংখ্যা 8 10-এ অবস্থাটি দেখানো হয়েছে।



চিত্র সংখ্যা : 8.10

সারণী A থেকে প্রকাশ পায় যে, 10,000-এর মধ্যে 2995 বা বণ্টনের 30% পরিসংখ্যার গড় এবং $+ \cdot 84\sigma$-এর মধ্যে এবং 30% পরিসংখ্যার গড় এবং $- \cdot 84\sigma$-এর মধ্যে থাকে। সুতরাং 60% পরিসংখ্যার গড় (M) এবং $\pm \cdot 84\sigma$-এর মধ্যে থাকে।

এখন প্রশ্ন উঠে যে, $\pm \cdot 84\sigma$-কে সংখ্যা হিসাবে কিভাবে পরিবর্তন করা যায়। σ মানকে সংখ্যা (X) হিসাবে পরিবর্তন করার জন্য নিম্ন সূত্র ব্যবহার করা যেতে পারে—

$X = \sigma \times SD \pm M + \cdot 84$-কে X-এ পরিবর্তন করার পর

$X = + \cdot 84 \times 20 + 100$

$X = 16 \cdot 80 + 100 = 116\ 80 - \cdot 84$ কে X-এ পরিবর্তন করার পর

$X = - \cdot 84 \times 20 + 100$

$X = - 16 \cdot 80 + 100 = 100 - 16 \cdot 80 = 83 \cdot 20$

এই গণনা থেকে বলা যায় যে, মধ্যবর্তী 60% সংখ্যা 83·20 এবং 116·80 সীমার মধ্যে পতিত হয়।

(3) **অভীক্ষা পদগুলির কাঠিন্যমান নির্ধারণ করা (To determine the difficulty level of test items) :**

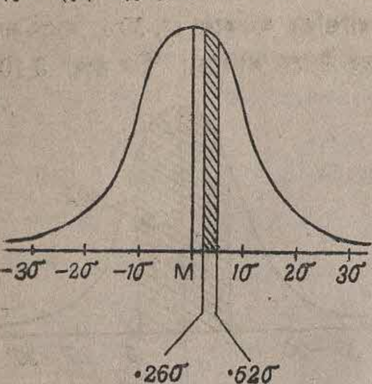
উদাহরণ 5. যদি কোন শ্রেণীর মোট ছাত্র সংখ্যার মধ্যে শতকরা 30 জন ছাত্র সমস্যা 'A' এবং শতকরা 40 জন ছাত্র সমস্যা 'B' সমাধান করতে পারে, তাহলে সমস্যাগুলির কাঠিন্যমূল্য নির্ধারণ কর।

(Determine the diffieulty level of the problems, if 30% and 40% of the total students in a class can solve problem 'A' and problem 'B')

সমাধান :

সাধারণতঃ প্রশ্নের কাঠিন্যমূল্য প্রশ্নটি সঠিকভাবে সমাধানের হার দেখে বিচার করা হয় না। স্বাভাবিক বণ্টনের নিয়মের ভিত্তিতে কাঠিন্যমূল্য বিচার করা হয় এবং সমক পার্থক্যের গুণাংক হিসাবে প্রকাশ করা হয়। তাই এখানে সমস্যাটি সমাধান

করতে হলে প্রত্যেকটি সমস্যার কাঠিন্যের বণ্টনের মাপনিতে (distribution of difficulty scale) অবস্থানটি নির্ণয় করতে হবে।



চিত্র সংখ্যা : 8.11

সমস্যা A ছাত্রদের মধ্যে শতকরা 30 জন নির্ভুলভাবে সমাধান করতে পারে, অর্থাৎ শতকরা 70 জন সমস্যাটি সমাধান করতে পারে না। এর অর্থ হলো যে, 30% ছাত্র স্বাভাবিক বণ্টন অনুযায়ী 20% সীমার উপরে আছে এবং বাকী (50 – 30)% বা 20% নীচে আছে। চিত্র সংখ্যা 8·11-এ এই অবস্থাটি দেখানো হয়েছে।

সারণী A (পৃঃ ২৬৫) থেকে দেখা যায় যে, 19·85% বা 20% ক্ষেত্র অন্তর্ভুক্ত হয় গড় ও $\frac{x}{\sigma}$ এর মান +0 52-এর মধ্যে। অর্থাৎ সমস্যা A-এর কাঠিন্যমান $0{\cdot}52\sigma$।

এইভাবে প্রশ্নানুসারে সমস্যা B 40% ছাত্র সমাধান করে এবং 60% ছাত্র সমস্যাটি সমাধান করতে পারে না। সুতরাং বলা যায় যে, (50 – 40)% বা 10% ছাত্র গড় মানের (average value) উপরে আছে এবং বাকী 40% নীচে আছে। সারণী A থেকে জানা যায় যে, 30% ক্ষেত্র অন্তর্গত হয় গড় ও $\frac{x}{\sigma}$-এর মান $+{\cdot}25\sigma$-এর মধ্যে। অর্থাৎ সমস্যা B-এর কাঠিন্যমান $+{\cdot}25\sigma$। সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে, শতকরা হারের দিক থেকে সমস্যা A ও সমস্যা B-এর মধ্যে কাঠিন্যমানের বোধগম্য পার্থক্য থাকলেও σ-প্রাপ্তাংকের ভিত্তিতে উভয় সমস্যার মধ্যে কাঠিন্যের ব্যবধান হলো (0·52 – 0·25) বা $0{\cdot}25\sigma$। এর থেকে বলা যায় যে, উভয় সমস্যার কাঠিন্যমানের মধ্যে ব্যবধান আছে।

উদাহরণ 6. একটি অভীক্ষা থেকে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলি স্বাভাবিক লেখচিত্র তৈরী করে। এই প্রাপ্তাংকগুলির মধ্যমমান (median) 90 এবং সম্ভাব্য ত্রুটি 20 হলে বল—(i) কোন্ সীমা হবে যার মধ্যে 30%-এর অধিক প্রাপ্তাংকগুলি একত্রিত হয় এবং (ii) কোন্ সীমা হবে যার মধ্যে 15%-এর কম প্রাপ্তাংকগুলি একত্রিত হয় ?

(Scores obtained from a test construct a normal probability curve. If median and probable error of these scores are 90 and 20, say—(i) what would be the limit that include scores more than 30% and (ii) what would be the limit that include scores less than 15% ?)

সমাধান :

(i) 20% cases $(50-30=20)$ 30 এবং মধ্যমমান 90-এর মধ্যে পড়ে। সারণী B থেকে দেখা যায় যে, 20·53% প্রাপ্তাংক মধ্যমমান এবং ·8PE-এর মধ্যে থাকে যা প্রায় 20% মধ্যমমান এবং ·8PE-এর মধ্যে থাকে। ·8PE-কে প্রাপ্তাংকে (x) নিম্নভাবে পরিবর্তন করা যেতে পারে—

$$\begin{aligned} x &= \cdot 8\times 20+90 \\ &= 16\cdot 0+90=106 \end{aligned}$$

সুতরাং 106 হলো সেই সীমা যাতে 20%-এর বেশী প্রাপ্তাংকগুলি একত্রিত থাকে।

(ii) $50-15=35\%$ cases মধ্যমমান এবং 15%-এর অধিকতম সংখ্যার মধ্যে থাকে। 15·71% cases মধ্যমমান এবং ·6PE-এর মধ্যে থাকে (সারণী B অনুসারে) যা প্রায় 15% মধ্যমমান এবং −·6PE-এর মধ্যে থাকে। −·6PE-কে প্রাপ্তাংকে (x) নিম্নভাবে পরিবর্তন করা যেতে পারে—

$$\begin{aligned} x &= -\cdot 6\times 20+90 \\ &= -12\cdot 0+90 \\ &= 90-12=78 \end{aligned}$$

সুতরাং 78 হলো সেই সীমা যাতে 15%-এর কম প্রাপ্তাংকগুলি একত্রিত হয়।

(4) একটি প্রদত্ত দলকে বিভিন্ন উপদলে বিভক্ত করা (To separate a given group into sub-groups) :

উদাহরণ 7. 300 জন ছাত্রদের উপর প্রযুক্ত একটি পরীক্ষা থেকে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকসমূহকে ভিত্তি করে তাদের চারটি শ্রেণীতে—A, B, C ও D, বিভক্ত করা হলে প্রত্যেক শ্রেণীতে কতজন ছাত্র পড়বে ?

(If on the basis of scores obtained from an examination administered to 300 students they are divided into four classes—A, B, C and D, how many students will fall in each class ?)

সমাধান :

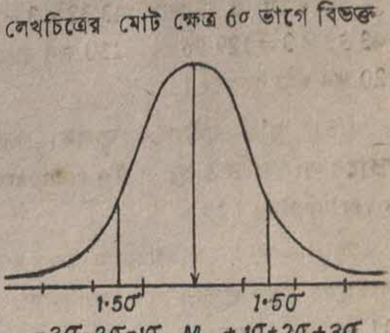
আমরা জানি যে, স্বাভাবিক সম্ভাবনা লেখচিত্রের মোট ক্ষেত্র 6σ ভাগে বিভক্ত হয়ে থাকে (3σ ধনাত্মক দিকে এবং 3σ ঋণাত্মক দিকে থাকে)। সুতরাং এই সম্পূর্ণ ক্ষেত্রকে চারটি উপভাগে ভাগ করার জন্য $6\div 4=1\cdot 5\sigma$ প্রত্যেক ভাগে থাকবে। চারটি উপভাগের সীমাগুলি নিম্নপ্রকার হবে—

A = $+1\cdot 5\sigma$-এর উপর

B = M থেকে $+1\cdot 5\sigma$ পর্যন্ত

C = M থেকে $-1\cdot 5\sigma$ পর্যন্ত

D = $-1\cdot 5\sigma$-এর নীচে



চিত্র সংখ্যা : 8.12

চিত্র সংখ্যা 8·12-এ স্বাভাবিক সম্ভাবনা লেখচিত্রে σ-এককের পরিপ্রেক্ষিতে নির্ণেয় প্রত্যেক শ্রেণীর ক্ষেত্রে গড় থেকে σ-এককের দূরত্ব দেখানো হয়েছে।

এখন আমরা এই প্রকার নির্ণীত বিভিন্ন উপদলের পরিসংখ্যাগুলির শতাংশ সারণী A থেকে নির্ণয় করবো। A উপদলের জন্য পরিসংখ্যা নির্ণয়করণে প্রথমে গড় থেকে $+1·5\sigma$ পর্যন্ত পরিসংখ্যাসমূহের শতাংশ নির্ণয় করবো যা 43·32 হবে। তারপর এই সংখ্যাকে 50 থেকে বিয়োগ করা হবে (কারণ গড় থেকে উভয় দিকে 50% হিসাবে প্রাপ্তাংক থাকে)। এইভাবে A উপদলের ক্ষেত্রে (50 – 43·32)% বা 6·68% পরিসংখ্যা থাকবে। একইভাবে B উপদলের ক্ষেত্রে 43·32% পরিসংখ্যা পড়বে। কারণ M এবং $1·5\sigma$-এর মধ্যে 43·32% পরিসংখ্যা থাকে [সারণী A (পৃঃ ২৬৫) অনুসারে]; C উপদলের ক্ষেত্রেও 43·32% পরিসংখ্যা থাকবে। কারণ M থেকে—$1·5\sigma$ পর্যন্ত 43·32% পরিসংখ্যা থাকবে। D উপদলের ক্ষেত্রে (50 – 43·32)% বা 6·68% পরিসংখ্যা পড়বে। প্রত্যেক উপদলের ক্ষেত্রে শতকরা হার হিসাবে পরিসংখ্যাসমূহ নিম্নরূপ হবে—

A উপদল = 6·68% পরিসংখ্যা
B উপদল = 43·32% পরিসংখ্যা
C উপদল = 43 32% পরিসংখ্যা
D উপদল = 6·68% পরিসংখ্যা

এক্ষণে আমরা 300 জন ছাত্রদের ভাগ করতে নিম্নরূপ প্রক্রিয়া গ্রহণ করবো—

$\because$ 100 জন ছাত্রদের মধ্যে 6·68 জন ছাত্র A উপদলের অন্তর্ভুক্ত হয়

$\therefore$ 1 ,, ছাত্রের মধ্যে $\frac{6·68}{100}$,, ,, ,, ,,

$\therefore$ 300 ,, ছাত্রদের মধ্যে $\frac{6·68}{100} \times 300$ জন ছাত্র উপদলের অন্তর্ভুক্ত হয়

= 20·04 বা 20 জন ছাত্র A উপদলের অন্তর্গত হবে।

এইভাবে B উপদলে $43·32 \times 3 = 129·96$ বা 130 জন ছাত্র, C উপদলে $43·32 \times 3 = 129·96$ বা 130 জন ছাত্র এবং D উপদলে $6·68 \times 3 = 20·04$ বা 20 জন ছাত্র থাকবে।

(5) দু'টি বন্টনকে তুলনা করা, যখন এই বন্টন দু'টি পারস্পরিকভাবে সংযোজিত হয় (To compare two distributions, when they are overlapping) :

উদাহরণ 8. মনোবিজ্ঞান বিষয়ক অর্জিত জ্ঞান সম্বন্ধীয় অভীক্ষা একদল ছাত্র-ছাত্রীদের উপর প্রয়োগ করে দেখা গেল যে, উভয় দল পৃথক পৃথকভাবে গড়ে 28 এবং 31·60 নম্বর পেয়েছে এবং তাদের নম্বরের বন্টনের সমক পার্থক্য (σ) যথাক্রমে 4·8 এবং 4। শতকরা হিসাবে কতজন ছাত্র ছাত্রীদের দ্বারা প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির গড়মানের উপর থাকবে ?

(On administering a psychological test to a group of male and female students it is observed that the two groups score separately the average scores of 28 and 31·60 and the S. D.'s of the distribution of their scores are 4·8 and 4 respectively. How many male students will lie above the mean score of female students in terms of percentages ?)

সমাধান :

এই প্রশ্নে আমাদের নির্ণয় করতে হবে যে, শতকরা কতজন ছাত্র ছাত্রীদের দ্বারা প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির গড়মানের অধিক প্রাপ্তাংক লাভ করেছে ? অন্যভাবে সমস্যা হলো যে, শতকরা কতজন ছাত্র ছাত্রীদের প্রাপ্তাংক 31·60 (যা ছাত্রীদের গড়মান হিসাবে বিবেচিত হয়) অপেক্ষা অধিক প্রাপ্তাংক পেয়েছে ? এর উত্তর দেওয়ার জন্য প্রথমে আমাদের ছাত্রদের গড়মান 28-কে ছাত্রীদের গড়মান হতে σ-একক দূরত্বে নিম্নসূত্রের সাহায্যে নির্ণয় করতে হবে—

$$\sigma = \frac{X-M}{SD} = \frac{31{\cdot}60-28}{4{\cdot}8} = \frac{+3{\cdot}6}{4{\cdot}8} = {\cdot}75\sigma$$

অন্য আর এক সমস্যা হলো যে, +·75σ হতে অধিক প্রাপ্তাংক প্রাপ্ত শিক্ষার্থীদের শতাংশ কি হবে ? সেজন্য আমাদের প্রথমে গড় এবং +·75σ-এর মধ্যে পতিত হয় এমন সংখ্যা নির্ণয় করতে হবে। **সারণী A** হতে আমরা দেখি যে, গড় এবং +·75σ-এর মধ্যে 27·34% সংখ্যা পাওয়া যায়। সুতরাং +·75σ-এর উপর 50 − 27·34 = 22·66% বা প্রায় 23% সংখ্যা থাকে (কারণ গড় হতে ধনাত্মক ও ঋণাত্মক দুই দিকে 50% সংখ্যা পাওয়া যায়)। অর্থাৎ শতকরা 23 জন ছাত্র ছাত্রীদের গড়মানের উপর প্রাপ্তাংক পাবে।

বন্টন স্বাভাবিক না হওয়ার কারণসমূহ
(Causes of non-normality of distribution)

সমাজবিজ্ঞানমূলক বিষয়গুলির, বিশেষ করে শিক্ষাতত্ত্ব ও মনোবিজ্ঞান বিষয়ক পরিমাপের ক্ষেত্রে আমরা যে পরিসংখ্যানমূলক তথ্যগুলি পাই, সেই তথ্যগুলির বণ্টন স্বাভাবিক হওয়া উচিত। কিন্তু বাস্তবে সব সময় এই বণ্টন স্বাভাবিক হয় না ; অর্থাৎ স্বাভাবিক বণ্টনের নিয়ম মেনে চলে না। তাই স্বাভাবিক বণ্টনের সঙ্গে পরিমাপলব্ধ তথ্যভিত্তিক বণ্টনের পার্থক্য দেখা যায়। এই পার্থক্য হওয়ার পিছনে বেশ কিছু মুখ্য কারণ আছে। এখানে তার কয়েকটির বিষয় উল্লেখ করা হলো।

॥ এক ॥ **নমুনা নির্বাচন** (Sample-selection)—স্বাভাবিক বণ্টনের সঙ্গে প্রাপ্ত বণ্টনের অসামঞ্জস্যতার মুখ্য কারণ হলো নমুনা নির্বাচনের ত্রুটি। যখন আমরা কোন নমুনার বৈশিষ্ট্যসমূহ পরিমাপ করি এবং সেই নমুনার অন্তর্গত ব্যক্তিবর্গের সংখ্যা কম হয়, তখন প্রাপ্ত বণ্টনটি প্রায়ই স্বাভাবিক হয় না। এইরূপ ক্ষেত্রে নমুনার সংখ্যা বড় না হওয়ার দরুন স্বাভাবিক বণ্টন হতে প্রাপ্ত বণ্টনের পার্থক্য লক্ষ্য করা যায়।

আবার নমুনার আকার বড় হলেই যে প্রাপ্তাংকের বণ্টনটি স্বাভাবিক হবে তা বলা

যায় না। নমুনাটি যদি এমনভাবে নির্বাচন করা হয় যাতে অন্তর্ভুক্ত সকলেই সমধর্মী (homogeneous) হবে, তাহলে তাদের পরিমাপ কখনোই স্বাভাবিক বণ্টনের নিয়ম মেনে চলবে না। তাই নমুনা নির্বাচনের ক্ষেত্রে কোনরূপ বিধি মেনে না চলাই উচিত। উদাহরণস্বরূপ, যখন আমরা কোন শিক্ষার্থীদের শিক্ষাগত যোগ্যতা পরিমাপ করি, তখন যদি তা উচ্চ ক্ষমতাসম্পন্ন হয়, কিংবা যদি সবাই উচ্চ আর্থিক ক্ষমতাসম্পন্ন বাড়ী হতে আসে, তাহলে সমধর্মীতার দরুণ পরিমাপের ক্ষেত্রে ত্রুটী থেকে যায়। এই ধরনের নমুনার প্রাপ্তাংকলব্ধ বণ্টনটি স্বাভাবিক হয় না।

এখানে উল্লেখ করা যেতে পারে যে, নির্বাচিত সমধর্মী নমুনা হতে লব্ধ প্রাপ্তাংক-সমূহ থেকে প্রাপ্ত বণ্টনটি সংকীর্ণ বা লেপ্টোকার্টিক হয়। যখন নির্বাচিত নমুনা হতে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলি খুবই বেশী এবং অসমধর্মী (heterogeneous) হয়, তখন প্রাপ্ত বণ্টনটি বৃহৎ এবং প্লেটোকার্টিক হওয়ার সম্ভাবনা থাকে।

শারীরিক বৈশিষ্ট্যগুলি, যেমন উচ্চতা, ওজন এবং শক্তি প্রভৃতির বণ্টনও নমুনার নির্বাচনের দ্বারা প্রভাবিত হয়। একই লিংগ, বয়স বা জাতির ব্যক্তিদের শরীরিক বৈশিষ্ট্যসমূহের বণ্টন স্বাভাবিক হয়। কিন্তু যখন আমরা কেবল উচ্চ বা কেবল নিম্ন সামাজিক স্তরের ব্যক্তিদের বৈশিষ্ট্যসমূহের পরিমাপ করি, তখন প্রাপ্ত বণ্টনটি অবশ্যই প্রতিবৈষম্য হয়।

পূর্বোক্ত আলোচনা থেকে আমরা বলতে পারি যে, নমুনা নির্বাচন স্বাভাবিক বণ্টন নির্ধারণের একটি গুরুত্বপূর্ণ সোপান।

॥ দুই ॥ **অনুপযুক্ত বা ত্রুটিপূর্ণভাবে নির্মিত অভীক্ষাসমূহ (Unsuitable or poorly constructed tests)**—যদি কোন অভীক্ষা খুবই সহজ হয়, তাহলে অধিকাংশ শিক্ষার্থী অভীক্ষার পদগুলির অধিকাংশ সমাধান করতে পারে এবং প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির সংখ্যা বেশী হবে এবং বণ্টনের ধনাত্মক দিকে একত্রিত হয়। বিপরীতভাবে, যদি অভীক্ষাটি কঠিন হয়, তাহলে অধিকাংশ শিক্ষার্থী অভীক্ষার পদগুলি সমাধান করতে পারে না এবং প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকগুলির সংখ্যা কম হয় এবং ঋণাত্মক দিকে একত্রিত হয়। উদাহরণস্বরূপ, সপ্তম শ্রেণীর শিক্ষার্থীদের জন্য গণিতবিষয়ক প্রশ্নপত্রতে যদি কেবলমাত্র যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ অংকগুলি দিয়ে তৈরী করা হয়, তাহলে পরীক্ষান্তে প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের বণ্টন অধিক পরিমাণে ঋণাত্মক ও অস্বাভাবিক হবে। এর বিপরীত, যদি এই ধরনের প্রশ্নপত্রে কেবল ভিন্ন জাতীয় অংক যেমন বর্গমূল, ঐকিক নিয়মের অংক, সুদ কষার অংক প্রভৃতি সহযোগে তৈরী করা হয়, তাহলে অধিকাংশ শিক্ষার্থীদের প্রাপ্তাংক কম হবে এবং বেশী নম্বর পাওয়া শিক্ষার্থীদের সংখ্যাও যথেষ্ট কম হবে। অর্থাৎ লেখচিত্র ধনাত্মক এবং অস্বাভাবিক হবে। এইরূপ ক্ষেত্রে লেখচিত্র স্বাভাবিক হওয়া অপেক্ষা অধিক পরিমাণে সূচল (peaked) এবং লেপ্টোকার্টিক হওয়ার সম্ভাবনা থাকে।

এর থেকে স্পষ্টভাবে বোঝা যায় যে, অভীক্ষা বা প্রশ্নপত্র সহজ বা বেশী কঠিন হলে লেখচিত্র অস্বাভাবিক হবে। কারণ এই ধরনের অভীক্ষা থেকে আমরা যে পরিমাপ

পাই তা কখনোই প্রকৃত পারদর্শিতার পরিমাপ হতে পারে না। ফলে ঐ পরিমাপ বা প্রাপ্তাংকগুলি স্বাভাবিক বণ্টনের নিয়ম মেনে চলে না এবং বণ্টনটি অস্বাভাবিক হয়। আবার যদি কেবলমাত্র কতকগুলি বিষয়ের জ্ঞানকে অন্তর্ভুক্ত করে এবং অন্যগুলি বর্জন করে অভীক্ষাপত্র তৈরী করা হয়, তাহলে সেক্ষেত্রেও প্রাপ্তাংকগুলি স্বাভাবিক বণ্টনের নিয়ম মেনে চলবে না। তাই প্রাপ্ত প্রাপ্তাংকের প্রকৃত তাৎপর্য যদি বজায় রাখতে হয়, তাহলে পরিমাপক অভীক্ষাটি নির্ভুলভাবে তৈরী করতে হবে।

॥ তিন ॥ **অভীক্ষার নির্মাণ ও প্রয়োগে ত্রুটি** (**Errors in Construction and administration of tests**)—যদি অভীক্ষার পদগুলি শুরুতে খুবই সহজ হয় এবং শেষ খুবই কঠিন হয়, তাহলে অভীক্ষার শেষ ভাগে এক একক (**point**) বৃদ্ধি প্রারম্ভ ভাগের এক একক (**point**) বৃদ্ধির মধ্যে পার্থক্য অনেক পরিমাণে বেশী হবে। এই প্রকার অসমান এককগুলির প্রভাবের ফলে সংখ্যাগুলির প্রসার কম হয়ে যাবে।

সময়সীমা প্রদান, নির্দেশদান, প্রাপ্তাংক প্রদান করাতে ত্রুটি হওয়ার ফলস্বরূপ কিছু শিক্ষার্থীর প্রাপ্তাংক প্রকৃত প্রাপ্তাংক হতে বেশী এবং কিছু শিক্ষার্থীর প্রাপ্তাংক প্রকৃত প্রাপ্তাংক হতে কম হবে। ফলে বণ্টনটি অস্বাভাবিক হবে।

॥ চার ॥ (**Normal Distributions**)—যদি পরিমাপজনিত সংলক্ষণে বাস্তবে স্বাভাবিকতার অভাব ঘটে, তাহলে বণ্টনে প্রতিবৈষম্য বা তীক্ষ্ণতা দেখা যায়। যদি অভীক্ষা এমন বিশেষত্ব পরিমাপ করে যে বিশেষত্ব স্বাভাবিকতার নিয়ম মেনে চলে না, তাহলে সেই অভীক্ষা থেকে প্রাপ্ত সংখ্যার বণ্টন স্বাভাবিক হবে না। যদি নিউরেট্রিক ইন্‌ভেন্ট্রী স্বাভাবিক এবং অস্বাভাবিক ব্যক্তিদের পূর্ণ করার জন্য দেওয়া হয়, তাহলে প্রাপ্তাংকের বণ্টন U আকৃতির হবে।

স্বাভাবিক সম্ভাবনা সারণী
(Normal Probability Table)

স্বাভাবিক সম্ভাবনা সারণী এমন একটি সারণী যার মাধ্যমে কোন স্বাভাবিক সম্ভাব্য লেখচিত্রের গড়মান (M) হতে কোন ক্ষেত্র নির্ণয় করা যায়, অথবা প্রদত্ত দলের প্রাপ্তাংকগুলিকে নির্ণয় করা যায়। এর সমগ্র ক্ষেত্রফলকে 10,000 মান হিসাবে বিবেচনা করা হয়। এর মাধ্যমে গড় (M) এবং x-অক্ষ (axis) হতে y-অক্ষের (axis) উপর গ্রাহ্য পরিসংখ্যাসমূহের গণনা সহজে সম্পন্ন করা যায়। এখানে মনে রাখা দরকার যে, স্বাভাবিক বণ্টনে y প্রকৃত পক্ষে পরিসংখ্যা নয়। এটি হলো কোটির (Ordinate) দৈর্ঘ্য। অর্থাৎ y দ্বারা ভূজের (x-axis) যে কোন বিন্দুতে লেখচিত্রের অন্তর্গত কোটির (y-axis) উচ্চতা সূচিত হয়। x-অক্ষের দু'টি মধ্যবর্তী বিন্দুর মধ্যে যে ক্ষেত্র আছে, তার ক্ষেত্রফল দ্বারা ঐ অংশের পরিসংখ্যা সূচিত হয়। তবে সাধারণ অর্থে আমরা y-কে পরিসংখ্যা হিসাবে বিবেচনা করি। কারণ, x-অক্ষের উপর দু'টি বিন্দুর দূরত্ব কমাতে কমাতে নগণ্য অবস্থায় আনলে তাদের মধ্যেকার

ক্ষেত্রফল y-এর সমান হয়। ফলে এই অর্থে y-এর মানকে পরিসংখ্যা হিসাবেও বিবেচনা করা যায়।

পূর্বোক্ত নীতি অনুযায়ী আমরা যে কোন স্বাভাবিক বণ্টনের ক্ষেত্রে যে কোন দু'টি প্রাপ্তাংক মানের অন্তর্বর্তী ক্ষেত্রফল বা পরিসংখ্যা নির্ণয় করতে পারি। এই কাজের সুবিধার জন্য রাশিবিজ্ঞানে স্বাভাবিক বণ্টনের ক্ষেত্রফলের সারণী ব্যবহার করা হয়। সর্বজনীনভাবে ব্যবহারের জন্য এই সারণীটিকে বিশেষ নিয়মে প্রস্তুত করা হয়। এই সারণীর একক (unit) হলো $\frac{x}{\sigma}$ বা z প্রাপ্তাংক বা সারণীর স্তম্ভ (column) রূপে বাম দিকে (left flank) ·00 থেকে 4·9 পর্যন্ত ব্যবস্থাপিত হয় এবং সারণী উপর দিকে পংক্তি (row) রূপে দুই দশমিক স্থান ·00 থেকে ·09 পর্যন্ত মান দেওয়া থাকে।

এখন, ধরা যাক, আমাদের যদি এই সারণী দেখতে হয়, তাহলে আমাদের সর্বপ্রথম স্তম্ভ যা বামদিকে স্থিত তা দেখতে হবে। তা দেখার পর আমরা সমক পার্থক্যের দূরত্ব এক দশমিক স্থান পর্যন্ত জানতে পারি। উদাহরণস্বরূপ, যদি আমাদের গড় (M) এবং 1·20σ-এর মধ্যে প্রাপ্তাংকগুলির সংখ্যা জানতে হয়, তাহলে আমাদের সর্বপ্রথম $\frac{x}{\sigma}$-এর স্থানে 1 2σ এবং উপরের পংক্তিতে ·00-এর নীচে প্রদত্ত সেই সংখ্যাটি বের করতে হবে যা 1·2σ র সম্মুখে রয়েছে। সারণী A থেকে দেখা যায় যে, এই সংখ্যা হলো 38·49। এইভাবে যদি আমাদের 1·38σ-এর মধ্যে প্রাপ্তাংকের সংখ্যা বের করতে হয়, তাহলে প্রথমে স্তম্ভের 1 3-এর সম্মুখস্থ রেখা পংক্তির ·08 মান বরাবর নীচের দিকে যে সংখ্যাটি নির্দেশ করবে তাই হবে বাঞ্ছিত প্রাপ্তাংকের সংখ্যা এবং নির্ণীত সংখ্যাটি হলো 41·62।

স্বাভাবিক সম্ভাবনা লেখচিত্রের উপযোগিতা
(Utility of Normal Probability curve)

স্বাভাবিক সম্ভাবনা লেখচিত্রের উপযোগিতা শুধুমাত্র শিক্ষাবিষয়ক তথ্যের তাৎপর্য নির্ণয়ের ক্ষেত্রে সীমাবদ্ধ নয়। বিভিন্ন বিষয়ের তাৎপর্য নির্ণয়ের ক্ষেত্রেও এই লেখাচিত্রের বিভিন্ন প্রকার উপযোগিতা বিশেষভাবে প্রযোজ্য। এখানে আমরা এই লেখচিত্রের এমন কতকগুলি উপযোগিতার বিষয় উল্লেখ করবো যেগুলি মনোবৈজ্ঞানিক, শিক্ষামূলক ও সমাজতত্ত্ব বিষয়ক তথ্যসমূহের তাৎপর্য নির্ণয়ের ক্ষেত্রে বিশেষ গুরুত্বপূর্ণ হিসাবে বিবেচিত হয়।

॥ এক ॥ লেখচিত্রের একটি বিশেষ বৈশিষ্ট্য হলো যে, এর সাহায্যে আমরা নমুনা রাশিতথ্যের তাৎপর্য বিচার করতে পারি।

॥ দুই ॥ বাস্তব অভিজ্ঞতা থেকে দেখা গেছে যে, প্রাকৃতিক ঘটনাবলী (natural events) স্বাভাবিক বণ্টনের নিয়ম মেনে চলে। মনোবৈজ্ঞানিক,

শিক্ষামূলক ও সমাজতত্ত্বমূলক বিষয়সংক্রান্ত তথ্যাবলীও এর ব্যতিক্রম নয়। যখন আমরা মানুষের বিভিন্ন দৈহিক, মানসিক এবং শিক্ষাগত বৈশিষ্ট্যসমূহ পরিমাপ করি এবং পরিমাপজনিত যে রাশিতথ্য পাই, তখন সেই রাশিতথ্যগুলি স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্রের নীতি মেনে চলে। আর্থ-সামাজিক অবস্থার সঙ্গে যখন আমরা মানুষের মূল্যবোধের পরিমাপজনিত তুলনা করি, তখনও আমরা যে রাশিতথ্যসমূহ পাই, যেগুলি স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্রের নিয়ম বহির্ভূত হয় না। আবার শিক্ষার ক্ষেত্রে যখন আমরা শিক্ষার্থীর পারদর্শিতা পরিমাপ করি এবং কতজন শিক্ষার্থীর পারদর্শিতা বিশেষ বিশেষ প্রাপ্তাংক সীমার মধ্যে অন্তর্ভুক্ত হয় তা নির্ধারণ করতে চাই, তখন স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্রের অন্তর্গত ক্ষেত্রের ধারণা বিশেষভাবে সহায়ক হয়।

॥ তিন ॥ স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্রের সাহায্যে মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষামূলক অভীক্ষাপত্রসমূহে সন্নিবেশিত বিভিন্ন প্রশ্নগুলির কাঠিন্যমূল্য নির্ণয় করা সম্ভব হয়।

॥ চার ॥ মনোবৈজ্ঞানিক ও শিক্ষামূলক অভীক্ষাসমূহ আদর্শায়িত করার সময় স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্র ব্যবহার করা হয়। এই লেখচিত্রের সাহায্যে কোন অভীক্ষাপত্রের প্রশ্নগুলির আভ্যন্তরীণ সামঞ্জস্যতা নির্ধারণ করা যায়।

॥ পাঁচ ॥ কোন পরিমাপের নির্ভরযোগ্যতাও স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্রের সাহায্যে নির্ণয় করা সম্ভব হয়। পরিমাপের ত্রুটি স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্রের নিয়মানুবর্তি হয়। তার ফলে প্রাপ্ত পরিমাপের যে ত্রুটি আছে, তা নগণ্য না তাৎপর্য-পূর্ণ, তা বিশ্লেষণ করে পরিমাপের উপর আমরা আস্থা স্থাপন করতে পারি।

॥ ছয় ॥ স্বাভাবিক বণ্টনের লেখচিত্রের অন্তর্গত ক্ষেত্রের যে নীতি তাই অনুসরণ করে বৌদ্ধিক ক্ষমতার ভিত্তিতে মানুষকে শ্রেণীবিভাগ করা যায়। যেমন, বুদ্ধ্যঙ্কের দিক থেকে আমরা ব্যক্তিদের স্বাভাবিক বুদ্ধিসম্পন্ন (Average intelligence), উন্নত বুদ্ধিসম্পন্ন (High intelligence), স্বল্প বুদ্ধিসম্পন্ন (Low intelligence) প্রভৃতি বিভিন্ন শ্রেণীতে ভাগ করতে পারি। আবার শিক্ষাগত পারদর্শিতার দিক থেকে আমরা শিক্ষার্থীদের স্বাভাবিক পারদর্শিতাসম্পন্ন (Average achievers) উন্নত পারদর্শিতাসম্পন্ন (High achievers), নিম্ন পারদর্শিতাসম্পন্ন (Low achievers) প্রভৃতি বিভিন্ন শ্রেণীতে ভাগ করতে পারি।

॥ সাত ॥ এই লেখচিত্রের বৈশিষ্ট্যগুলি সাধারণধর্মী। সেই কারণে এই লেখচিত্রের উপযোগিতা কোন একটি নির্দিষ্ট পরিমাপের ক্ষেত্রে সীমাবদ্ধ হয় না। যে কোন প্রকার বৈজ্ঞানিক তথ্যের তাৎপর্য নির্ণয়ের ক্ষেত্রে এবং সমাজতত্ত্বে মানুষের সামাজিক প্রকৃতি সম্বন্ধীয় বৈশিষ্ট্যের তাৎপর্য নির্ধারণের ক্ষেত্রেও এই লেখচিত্রের গুরুত্ব অপরিসীম।

অনুশীলনী
(Exercise)

1. স্বাভাবিক সম্ভাবনা লেখচিত্রের স্বরূপ ও গুরুত্ব সম্বন্ধে আলোচনা কর। (Discuss the nature and importance of normal probability curve.)

2. গাউসিয়ান লেখচিত্রের বৈশিষ্ট্যসমূহ এবং উপযোগিতা কি? সবিস্তারে ব্যাখ্যা কর। (What are the characteristics and utility of Gaussian curve? Explain in details.)

3. প্রতিবৈষম্য ও তীক্ষ্ণতার স্বরূপ আলোচনা কর। (Discuss the nature of skewness and kurtosis.)

4. যদি দু'টি ঝোঁকশূন্য দশ পয়সাকে একই সময়ে উৎক্ষেপণ করা যায়, তাহলে একবার সোজা পিঠ পড়বার কি সম্ভাবনা হবে? (If two ten paise are tossed at one time, what will be the probability of falling head once?)

5. যদি তিনটি ঝোঁকশূন্য পয়সাকে একই সময়ে উৎক্ষেপণ করা যায়, তাহলে একবার উল্টো পিঠ পড়বার কি সম্ভাবনা হবে? (If three ten paise are tossed simultaneously, what will be the probability of falling tail once?)

6. তাসগুলি ভালভাবে মিশিয়ে তাদের থেকে যদি যথেচ্ছভাবে একটি তাস টেনে নেওয়া হয়, তাহলে একটি রাজা তাস পাওয়ার কতখানি সুযোগ হতে পারে?) (If a card is drawn at random on shuffling the cards well, what may be the opportunity of getting a king card?)

7. স্বাভাবিক বণ্টনের অনুমান সাপেক্ষে নিম্নের মধ্যে কত শতাংশ থাকবে? (Assuming normality of distribution how many percentages will be in between):

(a) $-2{\cdot}5PE$ and $+2{\cdot}5PE$;
(b) M and $+1{\cdot}8PE$
(c) M and $1{\cdot}53\sigma$
(d) $-1{\cdot}73\sigma$ and $\cdot56\sigma$
(e) M and $+3\sigma$
(f) M and -2σ

8. একটি স্বাভাবিক বণ্টনের গড় 10 এবং সমক পার্থক্য 5 হলে নিম্ন সীমাগুলির মধ্যে শতকরা হিসাবে কত প্রাপ্তাংক থাকবে। (If Mean and SD of a normal distribution are 10 and 5, how many scores in terms of percentages will lie in between the following limits):

(a) 5 and 15 ; (b) 10 and 20 ; (c) 15 and 25

9. নিম্ন বণ্টনের প্রতিবৈষম্য এবং তীক্ষ্ণতা গণনা কর (Calculate skewness and kurtosis of the following distribution):

(A)

Scores	140—144	145—149	150—154	155—159	160—164
f	1	3	2	4	4
Scores	165—169	170—174	175—179	180—184	185—189
f	6	10	8	5	4
Scores	190—194	195—199			
f	2	1	N=50		

(B)

Scores	104—108	108—112	112—116	116—120	120—124
f	7	18	27	49	52
Scores	124—128	128—132	132—136	136—140	
f	23	16	5	3	N=200

10. শতকরা 30, 40 এবং 50 জন ছাত্র কোন এক পরীক্ষার তিনটি প্রশ্নের উত্তর করতে পেরেছিল। উত্তরদানের ক্ষমতা যদি স্বাভাবিক বিভাজন মেনে চলে, তবে প্রশ্নগুলির কাঠিন্যমান কত হবে? (30%, 40% and 50% students could answer three questions in an examination. Assuming the ability to answer is normally distributed, what will be the difficulty values of these questions ?)

11. গবেষণা অভিক্ষমতা অভীক্ষা অনুসারে 100 জন মহিলা গবেষকদের 5টি দলে A, B, C, D ও E ভাগ করা হলো। যদি গবেষকদের বিভাজন স্বাভাবিক বণ্টন মেনে চলে, তবে প্রত্যেক দলে কতজন গবেষক হবে? (According to Research Aptitude test 100 female research scholars are classified into 5 groups A, B, C, D and E. Assuming the classification of research scholars are normally distributed, how many scholars will there be in each classification ?)

উত্তরমালা
(Answers)

4. $\frac{2}{4}$; 5. $\frac{3}{8}$; 6. $\frac{1}{18}$; 7. (a) 90·82% ; (b) 38·76% ; (c) 43·70% ; (d) 67·05% ; (e) 49·86% ; (f) 47·72% ; 8. (a) 68·26% ; (b) 47·72% ; (c) 15·73% ; 9. (A) SK = −0·28, Ku = 0·238, (B) Sk = +0·03, Ku = 0·12 ; 10. σ = ·52, σ = ·25, σ = 0·000, 11. 3·5%, 23·8%, 45·2%, 23·8%, 3·5%

সারণী 'A'
Areas under the Normal Curve

Fractional parts of the total area (10, 000) under the normal curve, corresponding to distance between the mean and ordinates which are $\frac{x}{\sigma}$ or z standard deviation units from the mean.

Example : Between the mean and a point 1·38 σ $\left(\frac{x}{\sigma}=1{\cdot}38\right)$ are found 41·62% of the entire area under the curve.

x/σ or z	·00	·01	·02	·03	04	·05	·06	·07	·08	·09
0·0	00·00	00·40	00·82	01·20	01·60	01·99	02·39	02·79	03·19	03·59
0·1	03·98	04·38	04·78	05·17	05·57	05·96	06·36	06·75	07·14	07·54
0·2	07·93	08·32	08·71	09·10	09·48	09·87	10·26	10·64	11·03	11·41
0·3	11·79	12·17	12·55	12·93	13·31	13·68	14·06	14·43	14·80	15·17
0·4	15·54	15·91	16·28	16·64	17·00	17·36	17·72	18·08	18·44	18·79
0·5	19·15	19·50	19·85	20·19	20·54	20·88	21·23	21·57	21·90	22·24
0·6	22·58	22·91	23·24	23·57	23·89	24·22	24·54	24·86	25·18	25·49
0·7	25·80	26·12	26·42	26·73	27·04	27·34	27·64	27·94	28·23	28·52
0·8	28·81	29·10	29·39	29·67	29·96	30·23	30·51	30·78	31·06	31·33
0·9	31·59	31·86	32·12	32·38	32·64	32·89	33·15	33·40	33·65	33·89
1·0	34·13	34·38	34·61	34·85	35·08	35·31	35·54	35·77	35·99	36·21
1·1	36·43	36·65	36·86	37·08	37·29	37·49	37·70	37·90	38·10	38·30
1·2	38·49	38·69	38·88	39·07	39·25	39·44	39·62	39·80	39·97	. 0·15
1·3	40·32	40·49	40·66	40·82	40·99	41·15	14·31	42·47	41·62	41·77
1·4	41·92	42·07	42·22	42·36	42·51	42·65	42·79	42·92	43·06	43·19
1·5	43·32	43·45	43·57	43·70	44·82	43·94	44·06	44·18	44·29	44·41
1·6	44·52	44·63	44·74	44·84	44·95	45·05	45·15	45·25	45·35	45·45
1·7	45·54	45·64	45·73	45·82	45·91	45·99	46·08	46·16	46·25	46·33
1·8	46·41	46·49	46·56	46·64	46·71	46·78	46·86	46·93	46·99	47·06
1·9	47·13	47·19	47·26	47·32	47·38	47·44	47·50	47·56	47·61	47·67
2·0	47·72	47·78	47·83	47·88	47·93	47·98	48·03	48·08	48·12	48·17
2·1	48·21	48·26	48·30	48·34	48·38	48·42	48·46	48·50	48·54	48·57
2·2	48·61	48·64	48·68	48·71	48·75	48·78	48·81	48·84	48·87	48·90
2·3	48·93	48·96	48·98	49·01	49·04	49·06	49·09	49·11	49·13	49·16
2·4	49·18	49·20	49·22	49.25	49·27	49·29	49·31	49·32	49·34	49·36
2·5	49·38	49·40	49·41	49·43	49·45	49·46	49·48	49·49	49·51	49·52
2·6	49·53	49·55	49·56	49·57	49·59	49·60	49·61	49·62	4963	49·64
2·7	49·65	49·66	49·67	49·68	49·69	49·70	49·71	49·72	49·73	49·74
2·8	49·74	49·75	49·76	49·77	49·77	49·78	49·79	49·79	49·80	49·81
2·9	49·81	49·82	49·82	49·83	49·84	49·84	49·85	49·85	49·86	49·86
3·0	49·87	49·87	49·87	49·88	49·88	49·89	49·89	49·89	49·90	49·90
3·1	49·90	49·91	49·91	49·91	49·92	49·92	49·92	49·92	49·93	49·93
3·2	49·93	49·93	49·94	49·94	49·94	49·94	49·94	49·95	49·95	49·95
3·3	49·95	49·95	49·95	49·96	49·96	49·96	49·96	49·96	49·96	49·97
3·4	49·97	49·97	49·97	49·97	49·97	49·97	49·97	49·97	49.97	49·98
3·5	49·98	49·98	49.98	49·98	49·98	49·88	49·88	49·88	49·88	49·88
3·6	49·98	49·98	49·99	49·99	49·99	49·99	49·99	49·99	49·99	49·99
3·7	49·99	49·99	49·99	49·99	49·99	49·99	49·99	49·99	49·99	49·99
3·8	49·99	49·99	49·99	49·99	49·99	49·99	49·99	49·99	49·99	49·99
3·9	50·00	50·00	50·00	50·00	50·00	50·00	50·00	50·00	50·00	50·00

সারণী 'B'

Areas under the Normal Curve in terms of probable unit

Fractional parts of the total area (10,000) under the normal curve, corresponding to distance between mean and ordinates which are $\frac{X}{PE}$ unit from the mean.

Example : Between the mean and a point 1·55 PE $\left(\frac{X}{PE}=1{\cdot}55\right)$ are found 35·21%of the entire area under the curve.

$\frac{X}{PE}$	·00	·05	$\frac{X}{PE}$	·00	·05
·0	0000	0135	3·0	4785	4802
·1	0269	0403	3·1	4817	4832
·2	0537	0607	3·2	4846	4858
·3	0807	0933	3·3	4870	4881
·4	1063	1193	3·4	4891	4900
·5	1320	1447	3·5	4909	4917
·6	1571	1695	3·6	4924	4931
·7	1816	1935	3·7	4937	4943
·8	2053	2168	3·8	4948	4953
·9	2281	2392	3·9	4957	4961
1·0	2500	2609	4·0	4965	4968
1·1	2709	2810	4·1	4972	4974
1·2	2909	3001	4·2	4977	4979
1·3	3097	3187	4·3	4981	4983
1·4	3275	3360	4·4	4985	4987
1·5	3442	3521	4·5	4988	4989
1·6	3597	3671	4·6	4990	4991
1·7	3742	3811	4·7	4992	4993
1·8	3876	3939	4·8	4994	4995
1·9	4000	4058	4·9	4995	4996
2·0	4114	4166	5·0	4996	4997
2·1	4217	4265	5·1	4997·1	4997·4
2·2	4311	4354	5·2	4997·7	4998·0
2·3	4396	4435	5·3	4998·2	4998·5
2·4	4473	4508	5·4	4998·6	4998·8

X/PE	·00	·05	X/PE	·00	·05
2·5	4541	4573	5·5	4999·0	4999·1
2'6	4603	4631	5·6	4999·1	4999·3
2·7	4656	4682	5·7	4999·4	4999·5
2·8	4705	4722	5·8	4999·54	4999·6
2·9	4748	4767	5·9	4999·65	4999·7

প্রাসঙ্গিক গ্রন্থ নির্দেশিকা

Arkin, H. and Colton, R. (1950): Tables for Statisticians. New York: Barnes and Noble, Inc.

Buckar, M. S., and J. Lev. (1958): Elementary Statistical Methods. New York: Rinehart and Winston.

Downie, N. M., and R. W. Heath. (1974): Basic Statistical Methods, 4th. Ed. New York: Harper and Row.

Edwards A. L. (1954): Statistical Methods for the Behavioral Sciences. New York: Rinehart & Co.

Edwards A L. (1959): Statistical Analysis. New York: Rinehart & Co.

Garrett, H. E. (1974): Statistics in Psychology and Education. Bombay: Vakil, Faffer and Simons Pvt. Ltd.

Guilford, J. P. and B. Fruchter. (1978) Fundamental Statistics in Psychology and Eduation. New York: Mcgraw-Hill.

Lindquist, E. F. (1940): Statistical Analysis in Educational Research. Boston: Houghton Mifflin Co.

McNemar, Q. (1955): Psychological Statistics, 2nd. Ed. New York: John wiley & Sons.

Snedecor C. W. (1958): Statistical Methods, 5th. Ed. Ames, Iowa: Iowa State College Press.

Tate. M. W. (1955): Statistics in Education. Macmillan Co.

Walker, H. M. (1943): Elementary Statistical Methods. New York: Henry Holt & Co.

Walker, H. M. and J. Lev. (1953): Statistical Inferences. New York: Henry Holt & Co.